

Formulação de problemas de comparação multiplicativa: uma proposta para o ensino de multiplicação e divisão no campo conceitual multiplicativo

Problem-posing of a multiplicative comparison: a proposal for the teaching of multiplication and division in the multiplicative conceptual field

RENAN OLIVEIRA ALTOÉ¹

RONY CLÁUDIO DE OLIVEIRA FREITAS²

Resumo

Este artigo apresenta uma proposta de Formulação de Problemas, intitulada "...Vevez mais...Vevez menos...", que pode contribuir nos estudos de multiplicação e divisão, em Comparação Multiplicativa, do Campo Conceitual Multiplicativo. Trata-se de um recorte que envolve as análises relativas à proposta, sua construção e validação em uma pesquisa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. A pesquisa seguiu pressupostos metodológicos da Engenharia Didática, se caracterizando como experimental, numa abordagem qualitativa. As análises apontaram que a proposta possibilitou a formulação de problemas de comparação multiplicativa, cujas produções, carregadas de motivações e interesses dos alunos, poderiam ser utilizadas, pelo professor, nas aulas de matemática, entusiasmado-os na resolução de problemas.

Palavras-chave: *Formulação de problemas, Comparação multiplicativa, Engenharia didática, Ensino.*

Abstract

This paper presents a Problem-posing entitled "... Times more ... Times less ...", which may contribute to the multiplication and division studies, in Multiplicative Comparison, of the Multiplicative Conceptual Field. This is a cut that involves the analyzes related to the proposal, its construction and validation in a Master's Degree in Science and Mathematics Education research. The research followed methodological assumptions of Didactic Engineering, being characterized as experimental, in a qualitative approach. The analysis showed that the proposal made it possible to problem-posing of multiplicative comparison, whose productions, loaded with motivations and interests of the students, could be used by the teacher in mathematics classes, enthusiastic in problem solving.

Keywords: *Problem-posing, Multiplicative comparison, Didactic engineering, Teaching.*

¹ Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES). Professor do Centro Educacional São Camilo – ES – e-mail: renan.o.altoe@gmail.com.

² Doutor em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Professor e Pesquisador do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) – e-mail: freitasrco@gmail.com.

Introdução

Há algum tempo que se tem defendido a Resolução de Problemas³ como uma base importante para o ensino e a aprendizagem de matemática e, nessa perspectiva, tem-se defendido um ensino de matemática que valorize o envolvimento dos estudantes na construção de conhecimentos.

O *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), desde 1980, vem destacando a Resolução de Problemas como um caminho promissor para o ensino de matemática. Em seu escopo, encontra-se uma prática que tem sido considerada o seu ponto chave: resolver problemas, de modo geral apresentados pelo professor. Contudo, faz-se necessário considerar que os problemas podem ser formulados pelos próprios alunos, prática essa denominada de Formulação de Problemas. Autores como Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), Dante (2009) e Chica (2001) salientam a relevância dessa prática nas aulas de matemática, uma vez que ao formular um problema, é possível desenvolver a capacidade crítica e o pensamento, exprimir ideias, relações e aprofundar conceitos.

Este artigo vem, nesse sentido, apresentar uma proposta de Formulação de Problemas, intitulada “...Vezes mais...Vezes menos...”, que pode contribuir nos estudos de multiplicação e divisão, em Comparação Multiplicativa, do Campo Conceitual Multiplicativo. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto Federal de Educação do Espírito Santo (IFES). A pesquisa foi desenhada na Engenharia Didática, caracterizando-se como experimental, em uma abordagem qualitativa. A produção de dados ocorreu com 27 alunos de uma turma de um 5º ano do ensino fundamental de uma escola estadual do município Vargem Alta – ES, contando também com a participação da professora regente de classe.

As análises relativas à proposta vêm sustentar a sua validade para a prática educativa, pois apontam que os problemas formulados pelos alunos podem contribuir nos estudos de multiplicação e divisão na classe de Comparação Multiplicativa, cujas expressões “vezes mais” e “vezes menos” (oriundas dos estudos de Vergnaud) se referem a conceitos.

³ Entendemos por problema qualquer situação capaz de envolver os educandos em investigação, na qual as estratégias de resolução não são visíveis em um primeiro momento e que a propor é um ato criativo, curioso, engenhoso, motivador e que desenvolve o pensamento crítico-reflexivo.

Formulação de problemas: breves apontamentos

O intuito desta seção é apresentar breves discussões teóricas a respeito da Formulação de Problemas, considerada, por nós, como uma prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas, baseando-nos em estudos de Silver (1994) e D'amore (2014).

Ao indicar a Formulação de Problemas como uma prática relevante nas aulas de matemática, Silver (1994) afirma que os alunos são quase sempre convidados a resolver os problemas apresentados pelo professor ou pelos livros didáticos e são, raramente, convidados a apresentarem seus próprios problemas de matemática. Nessa perspectiva, “aos alunos deve ser dada a oportunidade para formular problemas de determinadas situações e criar novos problemas quando modificando as condições de um determinado problema” (NCTM, 1991, p. 95). Com essa prática, os alunos podem expressar contextos⁴ de seus interesses, vivenciando momentos de inventividade e descoberta.

Para Silver (1994, p. 19, tradução nossa), formular problemas “[...] refere-se tanto à produção de novos problemas e a reformulação de determinados problemas”. Assim, formular problemas também se refere ao processo de reformular um problema dado, seja para seu novo estudo ou para facilitar a resolução de determinado problema.

Corroborando com a temática, Boavida *et al* (2008) afirma que é uma atividade de importância inquestionável, contribuindo no aprofundamento de conceitos matemático. Nesse sentido, no decorrer das aulas de matemáticas, “as crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus” (DANTE, 2009, p. 65). Por consequência, “encorajar os alunos a escrever, partilhar e resolver os seus próprios problemas, é um contexto de aprendizagem muito rico para o desenvolvimento da sua capacidade de resolução de problemas” (BOAVIDA *et al*, 2008, p. 27).

No processo de formulação⁵, pode-se desenvolver a capacidade de exprimir ideias, relativas a conceitos matemáticos já aprendidos ou em estudo. Outros aspectos são apontados por Dante (2009, p. 65) quando declara que, no ensino de matemática, “saber formular um problema é tão importante quanto resolvê-lo. Nessa formulação, precisa-se criar não apenas um texto adequado como também números coerentes e perguntas

⁴ Estamos considerando como contexto situações cotidianas vividas (contexto real) ou não (contexto imaginário) pelos alunos.

⁵ Quando utilizarmos as palavras “formulação e formular”, iniciadas por letras minúsculas, nos referimos ao ato de produzir o problema, ou seja, uma ação. Já a escrita “Formulação”, com a inicial maiúscula, está no escopo das relações teóricas e didáticas da prática.

pertinentes”. Essa ideia se alinha com o pensamento de Diniz (2001) que reconhece que no processo de gerar⁶ problemas o aluno desenvolve a linguagem, o interesse e confiança em seu modo de pensar. Com isso, “quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo o que sabe [...], dando-lhe sentido a estrutura adequada para que possa comunicar o que pretende” (CHICA, 2001, p. 151). Logo, para Chica (2001, p. 153)

[...] é preciso estimular a capacidade inventiva e questionadora dos alunos, desenvolvendo na sala de aula um clima de interação e respeito, onde se possa fazer matemática através da possibilidade de questionar, levantar hipóteses, comunicar ideias, estabelecer relações e aplicar conceitos.

A manifestação da capacidade inventiva contribui para o desenvolvimento da criatividade, habilidade essa que pode culminar na formulação de problemas curiosos e desafiadores. Nessa ótica, Silver (1994, p. 20) anuncia que “formular problemas tem sido vista como uma característica de atividade criativa [...]”.

Na esfera da proposição da Formulação de Problemas nas aulas de matemática, Chica (2001) aponta alguns caminhos para o trabalho com essa prática em sala de aula, como: a) criar um problema a partir de um problema dado; b) criar um problema a partir de uma figura; c) criar um problema a partir de um problema iniciado; d) criar um problema a partir de uma pergunta; e) criar um problema a partir de uma resposta dada; f) criar um problema a partir de uma operação matemática, entre outros.

Portanto, a Formulação de Problemas pode ser um caminho promissor ao ensino de matemática e um potencializador na construção de conhecimentos, conceitos e relações.

Multiplicação e divisão no campo conceitual multiplicativo: o caso da comparação multiplicativa

Vergnaud (2014), em seu estudo, distingue duas grandes categorias de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo⁷ que são as relações quaternárias e ternárias. Foco deste trabalho, nas relações ternárias, temos o “produto de medidas” e a “comparação multiplicativa”. Assim, a Comparação Multiplicativa é uma relação ternária que associa

⁶ É outra maneira de se referir a formular problemas, assim como: elaborar, criar ou produzir.

⁷ O Campo Conceitual Multiplicativo ou das Estruturas Multiplicativas consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações para resolvê-los (MOREIRA, 2015). Vale mencionar que “o conceito de situação empregado por Vergnaud não é o de situação didática, mas sim o de **arefa**, sendo que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas [...]” (MOREIRA, 2015, p. 211, grifo nosso).

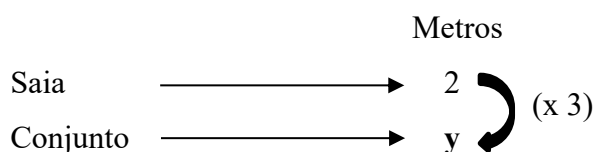
três quantidades, das quais uma delas é o produto das outras duas, ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional (VERGNAUD, 2014). Podemos citar, como exemplos de relações ternárias: i) Sete é quatro a mais que três; ii) seis multiplicado por cinco dão trinta; iii) Pedro está entre André e Joana, dentre outros (VERGNAUD, 2014).

Vergnaud considera dimensão o que na matemática é grandeza. Se um problema relaciona “pacotes de iogurtes” e “iogurtes”, teremos duas dimensões/grandezas: pacotes de iogurtes e iogurtes. Assim, por exemplo, “3 pacotes de iogurtes” apresenta o campo numérico (número 6) e dimensional (iogurtes).

Multiplificação

No interior da Comparação Multiplicativa, “a análise de termos de operadores-escalares é compreendida facilmente pelas crianças, mas ela implica uma distinção entre medida e escalar [...]” (VERGNAUD, 2014, p. 262). Aplicar o operador-escalar, considerado por Vergnaud como vertical, permite passar de uma linha à outra mesma categoria de medida. As situações que envolvem a Comparação Multiplicativa trazem consigo relações entre quantidades discretas-discretas ou contínuas-contínuas. O exemplo, a seguir, extraído dos estudos de Vergnaud (2014), pode contribuir para o entendimento dessas discussões.

Problema 1: “São necessários 2m de tecido para fazer uma saia; são necessários três vezes mais para fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto”? Podemos conjecturar o seguinte esquema:



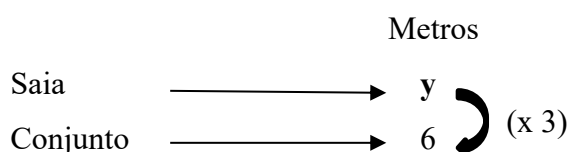
De acordo com a análise de Vergnaud (2014), o número 2 representa uma medida, assim como o número y , mas o número 3 é considerado um operador-escalar, o qual é verbalizado pela palavra “vezes”. Assim, a multiplicação, na Comparação Multiplicativa, acontece a partir da relação medida-escalar cujo resultado é encontrado pela multiplicação entre as duas espécies, logo 2×3 . É possível afirmar que a existência de expressões como “três vezes mais”, “quatro vezes mais” conduzem e exprimem tal relação.

Divisão

A divisão, em Comparação Multiplicativa, está presente em duas classes de problemas: i) divisão: busca de uma medida e ii) divisão: busca de um escalar. Em ambos os casos, as situações abarcam quantidades contínuas-contínuas ou discretas-discretas.

A “divisão: busca de uma medida” trata de situações para as quais deseja-se encontrar uma das medidas sabendo a outra medida e a expressão linguística (“três vezes mais”, três vezes menos”, dentre outras) que é a relação ou operador-escalar entre elas. Vejamos um exemplo dado por Vergnaud (2014).

Problema 2: “São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer uma saia”? Dessa situação, podemos estabelecer a seguinte relação:



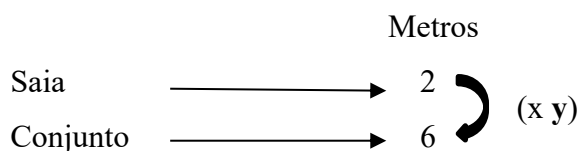
A resolução dessa situação consiste em encontrar a medida y, sabendo que o conjunto é construído com “três vezes mais” tecido. Nessa ótica, o operador-escalar (número 3) traduz uma divisão e o cálculo empregado ocorre da seguinte maneira:

$$6 \text{ metros de tecido conjunto} \div 3 \text{ (operador-escalar)} = y \text{ metros de tecido saia}$$

$$2 \text{ metros de tecido saia} = y$$

As discussões relativas a “divisão: busca de um escalar” são similares àquelas da “divisão: busca de uma medida”. No entanto, o que está em jogo é determinar qual a relação (operador-escalar) entre as medidas. Em outras palavras, busca-se determinar qual expressão linguística (“três vezes mais”, “duas vezes menos”, dentre outras) se relaciona entre as medidas. Analisemos o problema proposto por Vergnaud (2014).

Problema 3: “São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia, 6 metros para um conjunto. Quantas vezes mais são necessárias para fazer um conjunto (em relação a uma saia) ”? Sabemos que existe uma relação entre a quantidade de tecidos na fabricação de uma saia e de um conjunto, a qual está expressa, implicitamente, na expressão linguística “quantas vezes mais”. Assim, esse problema pode ser representado com o seguinte esquema:



A solução para esse problema parte da operação de divisão existente entre as duas medidas (6 metros e 2 metros), seguindo a direcionalidade lógica da pergunta do problema que é “conjunto em relação a saia”. Logo,

$$6 \text{ metros} \div 2 \text{ metros} = y \text{ vezes mais}$$

$$3 = y \text{ vezes mais}$$

Vemos que o resultado “ $y = 3$ ” não possui dimensão, pois a resposta se trata de um operador-escalar. Ele representa uma relação entre as medidas. Para além, Vergnaud (2014, p. 263) relata que nos Problemas 2 e 3, “a forma verbal das perguntas “quanto de tecido” e “quantas vezes mais” marca a diferença entre a noção de medida e escalar”. Nas diferentes situações, a divisão assume diferentes sentidos para os quais são indispensáveis um olhar crítico dos discentes em busca de expandirem sua visão conceitual, compreenderem os procedimentos de resolução e as soluções encontradas.

Sendo assim, a multiplicação e a divisão podem ser utilizadas na resolução de situações de Comparação Multiplicativa, comumente encontradas em nosso cotidiano. Esses diferentes olhares podem ampliar a visão conceitual a respeito dessas operações e lhes atribuir significados distintos diante de diferentes experiências.

Engenharia Didática: breves apontamentos do desenho metodológico da pesquisa

Em nossa pesquisa, utilizamos a Engenharia Didática estritamente no seu sentido de metodologia de pesquisa, e como tal, vincula a dimensão teórica da racionalidade ao campo experimental da prática, tão importantes nas pesquisas em Educação Matemática. Assim, segundo Artigue (1996, p. 247 *apud* PAIS, 2011, p. 104), a Engenharia Didática “[...] vista como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por ser um esquema experimental baseado em realizações didáticas em classe [...]”. Assim, é “[...] uma analogia entre o trabalho do pesquisador em didática e o trabalho do engenheiro, no que diz respeito à concepção, planejamento e execução de um projeto” (PAIS, 2011, p. 99).

Segundo Almouloud e Coutinho (2008) e Almouloud e Silva (2012), a Engenharia Didática, entendida como metodologia de pesquisa, caracteriza-se, em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em realizações didáticas em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino, permitindo a validação interna a partir do confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*.

A partir dos estudos de Pais (2011), a Engenharia Didática é orientada por fases consideradas importantes para o êxito da pesquisa. Segundo o autor, são elas: 1) análises preliminares; 2) concepção e análise *a priori*; 3) aplicação de uma sequência didática e 4) análise *a posteriori* e a avaliação. Em nosso estudo, foi adotada a nomenclatura da terceira fase como “Aplicação de uma sequência de atividades”, devido à ausência de uma sequência didática propriamente dita.

Para compreensão dessas fases, a primeira, intitulada “Análises Preliminares”, tem como objetivo a “[...] elaboração de um quadro teórico sobre o qual o pesquisador fundamenta suas principais categorias” (PAIS, 2011, p. 101). Neste artigo, está representada, brevemente, nas seções “Formulação de problemas: breves apontamentos” e “Multiplicação e divisão no campo conceitual multiplicativo: o caso da comparação multiplicativa”.

A segunda fase, de nomenclatura “Concepção e Análise *a priori*”, consiste na definição, a partir das análises preliminares, das variáveis que serão consideradas na construção da proposta didática. Artigue (1996) sugere as variáveis macrodidáticas ou globais, relativas à organização da engenharia como um todo, e as variáveis microdidáticas ou locais, no tocante da organização local da engenharia, ou seja, ao planejamento específico de uma seção da sequência didática (PAIS, 2011). As discussões desta fase serão apresentadas, adiante, na seção “A proposta de formulação de problemas e sua análise *a priori*”.

A “Aplicação de uma sequência de atividades”, considerada a terceira fase da Engenharia Didática, equivale à aplicação das propostas elaboradas na fase precedente. Nos olhares de Almouloud e Silva (2012), é o momento de estabelecer o contrato didático e registrar possíveis observações feitas durante a experimentação. Assim, o leitor deste trabalho poderá visualizar seu atendimento na seção “Análise *a posteriori* da proposta”, estritamente na primeira dimensão.

Por fim, a quarta fase, denominada “Análise *a posteriori* e a avaliação”, consiste ao tratamento das informações e dos dados produzidos durante a aplicação da proposta. Para Almouloud e Coutinho (2008), a análise *a posteriori* é o conjunto de resultados extraídos da exploração dos dados recolhidos, enquanto que a avaliação é, para Pais (2011, p. 103), “obtida pela confrontação entre os dados obtidos na análise *a priori* e *a posteriori*, verificando as hipóteses feitas no início da pesquisa”. Apresentamos tais debates na seção “Análise *a posteriori* da proposta” e nas “Considerações Finais”.

A proposta de formulação de problemas e sua análise *a priori*

Após as análises relativas à primeira fase, e considerando que o foco da pesquisa estava na Formulação de Problemas, adotamos as variáveis discriminadas, abaixo, na construção da proposta de Formulação. Por se tratar da apresentação de somente uma das atividades⁸, neste artigo elencamos apenas as microdidáticas relativas à comparação multiplicativa. São as variáveis: i) *variáveis macrodidáticas*: a) (re) construção sobre a metodologia de ensino; b) valorização a descoberta; c) incentivo a criatividade e d) valorização da percepção de conexões entre as operações de multiplicação e divisão e problemas que envolvem o cotidiano e ii) *variáveis microdidáticas*: a) multiplicação e b) divisão: busca de uma medida e busca de um escalar.

As variáveis macrodidáticas ou globais se relacionam a construção da proposta, ou seja, buscamos elaborar uma atividade que pudesse valorizar a descoberta, incentivar a criatividade e valorizar a percepção de que as operações têm relações com situações do cotidiano, no decorrer da formulação dos problemas, e levar a (re) construção (novas reflexões sobre a sua importância no ensino de matemática), por parte da professora, sobre a metodologia de ensino. Já as variáveis microdidáticas, estritamente relacionadas ao planejamento específico de uma seção, se referem ao Campo Conceitual Multiplicativo.

A proposta e sua análise *a priori*


A história intitulada “...Vezeis mais...Vezeis menos...” tem como personagem uma menina, chamada Mariana, de apenas 10 anos, que gosta muito de brinquedos e de desenhar. Um certo dia, ao passear com sua mãe no centro da cidade, encontrou um panfleto de uma loja de brinquedos e o levou para sua casa. Ao chegaram a casa, Mariana escolheu alguns dos brinquedos que gostaria de comprar e os desenhou em seu caderno. No entanto, se esqueceu de colocar os respectivos preços, e quando foi procurar o panfleto, não mais o encontrou. Então, Mariana deixa um recado sobre as relações entre os preços dos brinquedos que ainda lembrara. Abaixo, na Figura 1, apresentamos a proposta.

⁸ Foram construídas, em conjunto com a professora regente da classe, o total de cinco propostas, a saber: i) a compra misteriosa; ii) a receita de sorvete; iii) um passeio a lanchonete; iv) ...vezes mais...vezes menos... e v) um dever de casa desafiador.

Figura 1 – Proposta intitulada “...Veze mais...Veze menos...”

...VEZES MAIS... VEZES MENOS...

Mariana é uma menina de apenas 10 anos, gosta muito de brinquedos e também de desenhar. Um certo dia, enquanto passeava com sua mãe no centro da cidade, encontrou um panfleto de uma loja de brinquedos e o levou para casa. *Sabe o que Mariana fez?* Ela escolheu alguns que gostaria de comprar e os desenhou em seu caderno.



Como você pode ver, Mariana esqueceu de colocar os preços nos brinquedos e quando foi procurar o panfleto, não o encontrou mais. Contudo, ela se lembra de algumas relações entre os preços dos brinquedos e deixou um recado para você.

Eu sei que o preço do barco é R\$ 18,50

Eu sei que o urso custa 2 vezes mais que o preço do barco e 3 vezes menos que o preço da boneca

Eu sei que a bola custa 5 vezes menos o preço da boneca e 2 vezes mais o preço do kit de praia

Mariana precisa de ajuda para fazer os cálculos. *Vamos ajudá-la?*

Com base nos valores que você colocou, Mariana decidiu comprar uma boneca e um barco. Como não sabia se na hora da compra escolheria mais outro brinquedo, levou no bolso uma quantia que representa 2 vezes mais o valor da compra. Quanto ela tem no bolso? Esse valor é quantas vezes mais ou quantas vezes menos que o valor do barco?

Agora é a sua vez de formular um problema que envolva as expressões “vezes mais” ou “vezes menos”! Tenho certeza que você criará um problema muito bacana!

Fonte: Altoé e Feitas, 2017, p. 15-16.

É importante ressaltar que a pesquisa buscou validar a proposta, evidenciando se a mesma possibilitava a formulação de problemas de Comparação Multiplicativa, se os problemas formulados poderiam ser utilizados pelo professor em suas aulas (análise dos enunciados) e a justificativa dos estudantes frente ao problema que formularam. Assim, a análise *a priori*, verificada no Quadro 1, encontra-se no escopo da prática de Formulação de Problemas, e não da resolução dos problemas formulados pelos alunos.

Quadro 1: Análise *a priori* da proposta

Dimensão Didática	Que a proposta, a partir da resolução de um problema inicial, contribua para a formulação de problemas.
Dimensão Epistemológica	Que os problemas formulados sejam de comparação multiplicativa, cuja resolução envolva a multiplicação, a divisão: de uma medida ou a divisão: busca de um escalar. Que alguns ou todos os problemas, desta dimensão, possibilitem discussões acerca do enunciado, da resolução ou da solução.
Outras Especificações	Que seja atribuídos nomes aos personagens e outras possibilidades de

	contextos para apresentação da comparação multiplicativa.
	Que os alunos expressem, nos problemas formulados, seus interesses pessoais.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Na tentativa de orientar a aplicação⁹ da proposta em sala de aula, foram elencadas algumas ações, as quais intitulamos “Orientações ao Professor (a)”. São elas: a) inicie o trabalho a partir da leitura em voz alta (pelos estudantes). É uma maneira de envolvê-los na história, de atribuir sentido ao texto que será lido, desenvolver capacidades de leitura e compartilhem informações. Quando os alunos terminarem de ler a frase “Mariana precisa de ajuda para fazer os cálculos. Vamos ajudá-la?”, solicite-os que atendam ao comando. Depois, continue a leitura; b) não deixe de ajudar aos alunos que apresentarem dificuldades durante a resolução. É importante que todos consigam fazer as atividades no decorrer da história; c) após todos terem formulado os seus problemas, faça um sorteio aleatório de pelo menos dois deles e os discuta-os em sala de aula, pois é um momento em que os estudantes poderão perceber possíveis erros no problema e d) não deixe de ajudar aqueles que apresentarem dificuldades na formulação. Todos devem, apesar delas, construir o seu problema!

Análise *a posteriori* da proposta

Em busca de proporcionar um melhor entendimento das análises dos dados, optamos por retomar o Quadro 1, construído na análise *a priori*. Abaixo, apresentando o recorte desse quadro relativo à Dimensão Didática.

Dimensão Didática	Que a proposta, a partir da resolução de um problema inicial, contribua para a formulação de problemas.
--------------------------	---

Nosso intuito, nesta Dimensão Didática, é o de verificar se a proposta “...Vezes mais...Vezes menos...” contribuiu na formulação de problemas que envolvessem a Comparação Multiplicativa, denunciada pelas expressões “vezes mais” e/ou “vezes menos”, conforme sinaliza Vergnaud (2014). A história conta que Mariana desenhou alguns brinquedos em seu caderno, os quais ela gostaria de comprar. Vejamos quais são eles, na Figura 2.

⁹ Essas orientações foram construídas em conjunto com a professora regente da classe. O objetivo é nortear a aplicação da proposta em sala de aula, quando da sua utilização por outros professores.

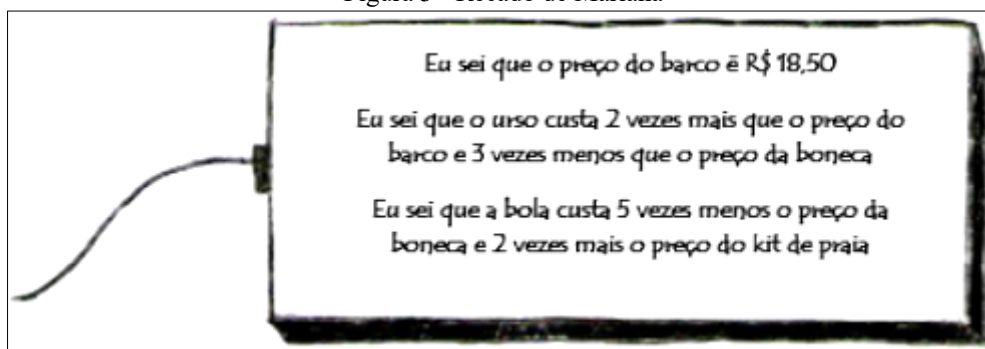
Figura 2 - Desenhos de Mariana



Fonte: Altoé e Freitas, 2017, p. 15-16.

No entanto, ela se esqueceu de colocar os preços dos brinquedos e, quando foi procurar o panfleto, não o encontrou. Muito esperta, Mariana se lembrava de que o barco custava R\$ 18,50 e que o preço dos demais produtos se relacionava (operadores-escalares). Nessa parte da história, Mariana deixa um recado, como veremos na Figura 3.

Figura 3 - Recado de Mariana



Fonte: Altoé e Freitas, 2017, p. 15-16.

Com base nessas informações, os alunos foram convidados a ajudar Mariana a determinar os preços dos brinquedos. Acerca da expressão “vezes mais”, não houve grandes dificuldades com relação ao seu entendimento, pois alguns alunos a associaram à multiplicação. No entanto, outros estudantes não tinham entendido o seu sentido e que relação tinha com a matemática.

A partir de uma discussão em coletivo (pelo professor pesquisador e pela regente da classe), tendo como base o exemplo: “Eu tenho R\$ 10,00 e você tem 3 vezes mais do que eu, quanto você tem? ”, entenderam seu significado e sua relação com a operação de multiplicação. A este ponto, os estudantes compreenderam que “vezes mais” se relacionava a uma multiplicação, afirmando que a resposta para o exemplo era R\$ 30,00.

Todos os participantes conseguiram encontrar os preços dos produtos que estabeleciam essa relação. De acordo com os estudos de Vergnaud (2014), o exemplo utilizado ilustra uma forma de comparação multiplicativa em que R\$ 10,00 e o valor a ser encontrado representam uma medida, enquanto que “3 vezes mais” é um operador-escalar. Então, a determinação da resposta é por meio de uma multiplicação (medida x operador-escalar = medida).

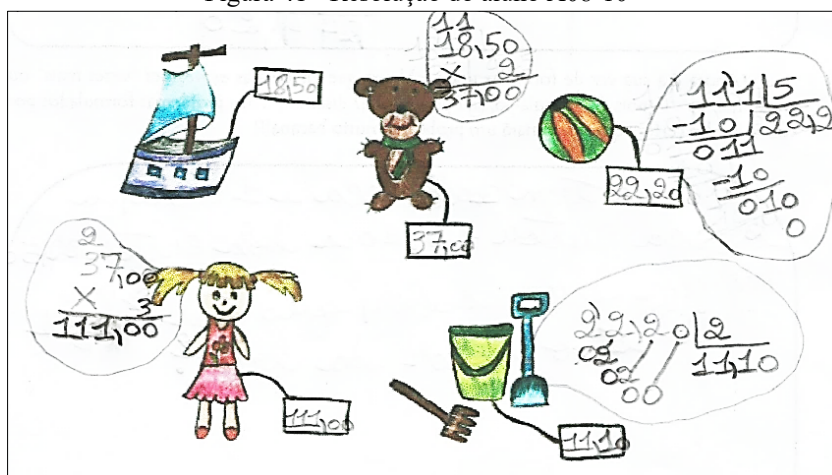
Segundo Vergnaud (2014, p. 262), “a análise em termos de operadores-escalares é compreendida facilmente pelas crianças, mas ela implica uma distinção entre medida e escalar [...]”. Ou seja, foi explicado que “vezes mais” se constitui de um operador-escalar, enquanto que os demais números do exemplo, são considerados medidas.

No campo da expressão “vezes menos”, os estudantes apresentaram maiores dificuldades, pois a associavam à subtração. Assim, intervimos (professor pesquisador e professora regente da classe) com o mesmo exemplo utilizado nas discussões de “vezes mais”, sem mudar o operador-escalar, pois buscamos oportunizar aos estudantes reflexões a respeito da expressão “vezes menos”, em comparação com “vezes mais”. Procedemos, portanto, com a seguinte exclamativa: “Se você tem três vezes mais o valor do meu dinheiro, então eu tenho três vezes menos o valor do seu dinheiro!” Até aqui, todos concordaram, pois segundo eles, “[...] o meu dinheiro era em menor quantidade” (novembro/2016). Seguimos questionando: “Se você tem R\$ 30,00 e eu tenho 3 vezes menos que você, quanto eu tenho?” Os alunos ainda não conseguiam compreender que ter “3 vezes menos R\$ 30,00” é ter uma determinada quantia que cabe três vezes em R\$ 30,00. Assim, reafirmamos: “Qual número (medida) deveria ser subtraído 3 vezes de R\$ 30,00 para encontrá-la? Percebemos, a partir das suas expressões faciais, que eles não sabiam. Denotamos que essa medida era o valor da quantia que estávamos em busca.

Ainda, na procura por novas reflexões, questionamos: “Se de R\$ 10,00 para R\$ 30,00 você multiplicou por 3, então qual operação matemática você realiza nos R\$ 30,00 para encontrar os R\$ 10,00?” Depois de pensarem um pouco, afirmaram que a operação era a divisão. Assim, afirmamos que “vezes menos” está relacionada à divisão, concluindo que a resposta seria R\$ 10,00, pois representa “3 vezes menos” o valor de R\$ 30,00.

Decorrido esse diálogo, os participantes finalizaram a primeira atividade relativa ao cálculo dos preços dos brinquedos, conforme podemos ver em um exemplo, apresentado na Figura 4.

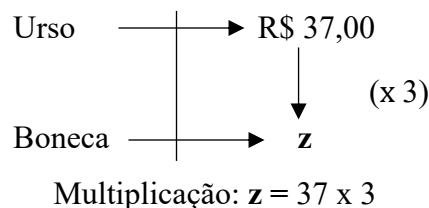
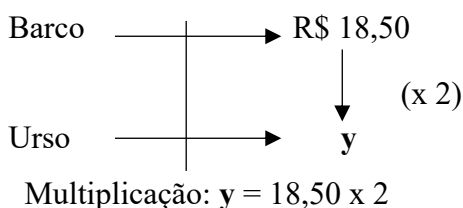
Figura 41 - Resolução do aluno A08-10¹⁰



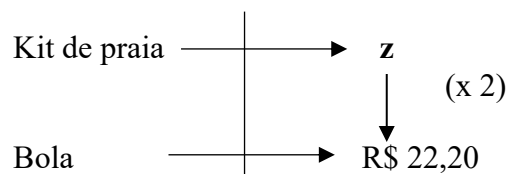
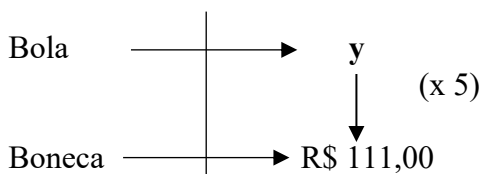
Fonte: Arquivo dos autores.

No decorrer da resolução, os estudantes foram levados a pensar na multiplicação e na “divisão: busca de uma medida”, dentro da Comparação Multiplicativa. A esquematização desse pensamento pode ser vista abaixo.

“Eu sei que o urso custa 2 vezes mais que o preço do barco e 3 vezes menos que o preço da boneca”. Nesse caso, segundo Vergnaud (2014), temos dois esquemas que representam uma multiplicação dentro da comparação multiplicativa.



“Eu sei que a bola custa 5 vezes menos que o preço da boneca e 2 vezes mais que o preço do kit de praia”. Para essa afirmativa, temos o caso de uma “divisão: busca de uma medida”, conforme os estudos de Vergnaud (2014).

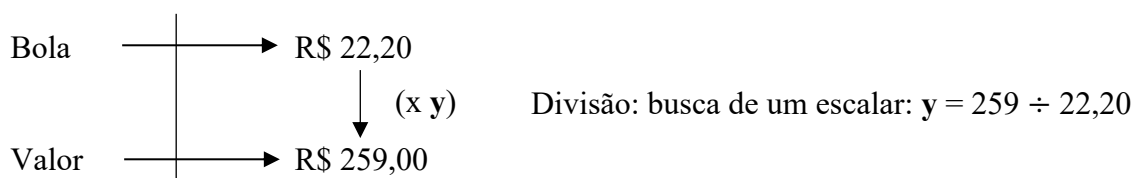


Divisão: busca de uma medida: $y = 111 \div 5$ Divisão: busca de uma medida: $z = 22,20 \div 2$

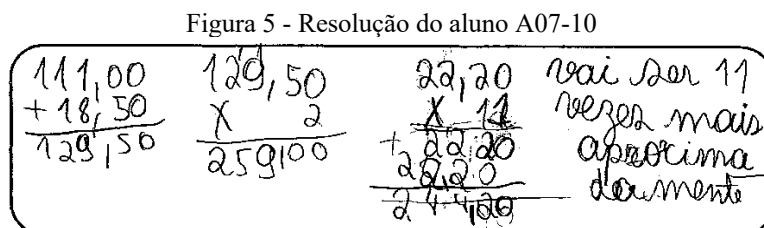
¹⁰ Atendendo ao processo ético confiado na pesquisa (aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa do IFES sob o nº CAAE 56129916.6.0000.5072 e tendo por base a análise feita no Parecer de nº 1.577.247), os alunos foram identificados pela vogal “A” (de Aluno), acrescida de numeração indo-arábico (indica o número do participante), seguida da sua respectiva idade. Assim, por exemplo, o aluno A08-10 é o oitavo do total de 28 participantes, cuja idade é 10 anos.

Após o término desta parte da atividade, os alunos continuaram a leitura da história. Foi narrado que Mariana decidiu pela compra de uma boneca e de um barco, mas como não tinha certeza se na hora da compra escolheria mais outro brinquedo, levou no bolso uma quantia que representava “2 vezes mais” que o valor da compra. Nesse momento, os alunos foram interrogados: “Quanto ela tem no bolso?”. Todos os alunos conseguiram encontrar a resposta, somando-se o valor da boneca (R\$ 111,00) com o valor do barco (R\$ 18,50) e multiplicando por dois. Assim, o valor que Mariana tinha no bolso correspondia a R\$ 259,00. Mais uma vez temos um caso de multiplicação em uma situação de Comparação Multiplicativa que, segundo Vergnaud (2014), apresenta somente uma categoria de medida e a correspondência é estabelecida entre duas quantidades.

Em seguida, foram convidados a responder a seguinte pergunta: “Esse valor é quantas vezes mais ou quantas vezes menos o valor da bola?”. Os alunos ainda não tinham aprendido a dividir quando o divisor era um número decimal, logo foram orientados, a partir de uma discussão coletiva, a verificarem quantas vezes R\$ 22,20 cabia em R\$ 259,00, encontrando qual número multiplicado por R\$ 22,20 resultaria ou se aproximaria de R\$ 259,00. Assim, a resposta foi, aproximadamente, “11 vezes mais”. Esse processo de comparar dois valores e determinar quanto um deles é maior ou menor que o outro diz respeito a um caso de divisão, na comparação multiplicativa, que se chama “divisão: busca de um escalar”, conforme os estudos de Vergnaud (2014). Assim, esquematizando a pergunta: “Esse valor é quantas vezes mais ou quantas vezes menos o valor da bola?”, teríamos:



Na Figura 5, você encontrará uma das resoluções relativas a essas discussões.



Fonte: Arquivo dos autores.

Vale ressaltar que as discussões apresentadas até o momento tiveram como objetivo familiarizar os alunos com uma situação de Comparação Multiplicativa, logo a análise *a priori* desta Dimensão Didática não versa diretamente sobre a resolução do problema, os caminhos que os alunos utilizaram na resolução ou possíveis dificuldades, mas sobre a proposta contribuir ou não para a formulação de problemas de Comparação Multiplicativa.

Após concluírem as atividades no decorrer da história, os participantes foram convidados a atenderem ao comando que solicitava a formulação de um problema que envolvesse as expressões “vezes mais” e/ou “vezes menos”. Todos os alunos realizaram o comando, totalizando 27 formulações, cujas discussões serão apresentadas na Dimensão Epistemológica.

Sendo assim, a história “...Vezes mais...Vezes menos” possibilitou a formulação de problemas à medida que “[...] abriu espaço para eles [os alunos] comunicarem ideias, fazerem colocações, investigarem relações e adquirirem confiança em suas capacidades de aprendizagem” (CHICA, 2001, p. 158). Além disso, é uma proposta que leva os estudantes a vivenciarem questões relativas à Comparação Multiplicativa e pode ser um ponto de partida para pensarem na formulação dos seus problemas. Vale ressaltar que emergiram formulações que seguiram a lógica apresentada na história (compra de brinquedos), mas outras produções, em diferentes contextos, também foram propostas. Isso mostra que a história é apenas um ponto inicial para se pensar a comparação multiplicativa.

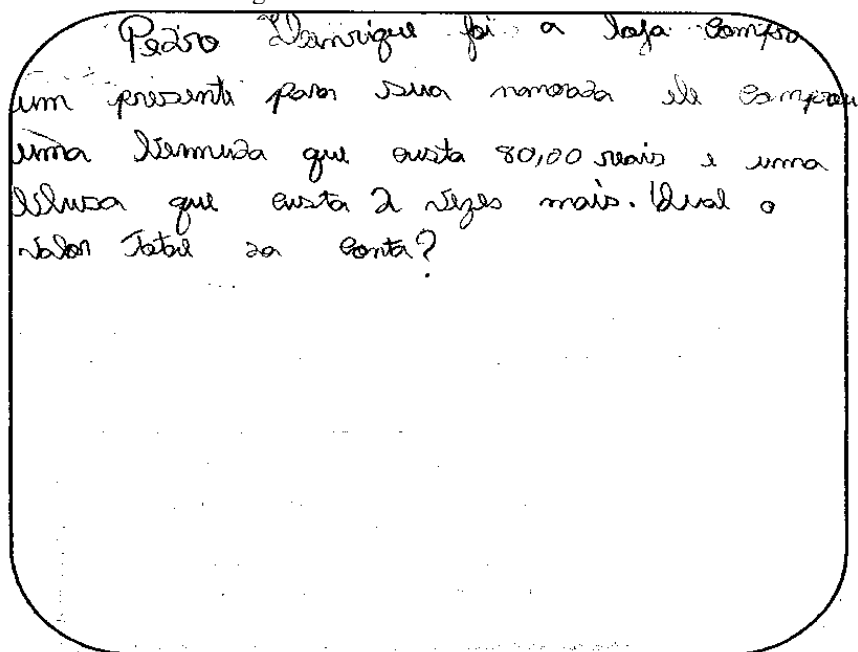
Dimensão Epistemológica	Que os problemas formulados sejam de comparação multiplicativa, cuja resolução envolva a multiplicação, a divisão: de uma medida ou a divisão: busca de um escalar.
	Que alguns ou todos os problemas, desta dimensão, possibilitem discussões acerca do enunciado, da resolução ou da solução.

O recorte acima, relativo ao Quadro 1, retrata a Dimensão Epistemológica. As análises nesta Dimensão tem por objetivo verificar se as produções eram, de fato, de Comparação Multiplicativa, destacando qual (is) desses planos de fundo (multiplicação, divisão: busca de uma medida e divisão: busca de um escalar) se fizeram presente.

Conforme apontado nas análises da Dimensão Didática, foram formulados 27 problemas. Após análises dos enunciados, concluímos que 24 deles retrataram a comparação multiplicativa, sendo: 19 formulações com “vezes mais” e “vezes menos” e 5 produções

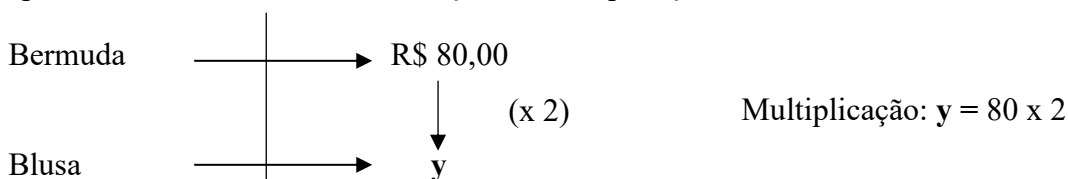
que abarcaram apenas a relação “vezes mais”. Adiante, apresentaremos algumas análises relativas a alguns desses problemas formulados.

Figura 6 - Problema do aluno A10-11



Fonte: Arquivo dos autores.

A Figura 6 apresenta um problema que trata da compra de uma bermuda de R\$ 80,00 e uma blusa que custou 2 vezes mais. A pergunta a ser respondida é: “Qual o valor total da conta?” Assim, o esquema que representa os cálculos para esse problema é aquele que apresentamos abaixo, em uma relação de multiplicação.

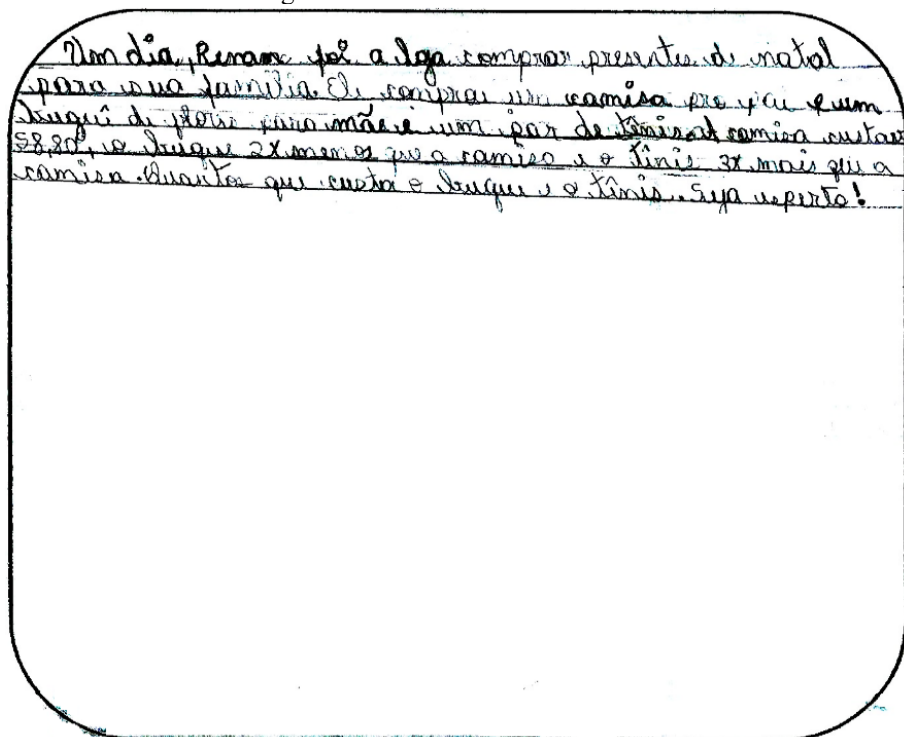


Segundo Vergnaud (2014, p. 262), “[...] a correspondência é estabelecida não entre quatro quantidades, mas entre duas quantidades, de um lado, e dois objetos [...]” bermuda e blusa, de outro. O valor de R\$ 80,00 é considerado, por Vergnaud (2014), como uma medida, assim como o valor da blusa (y). Em contrapartida, o número 2 é considerado um operador-escalar. Assim, temos como resposta o valor de R\$ 160,00, determinado a partir de uma multiplicação.

Já no problema abaixo (Figura 7), podemos ver a presença das expressões “vezes mais” e “vezes menos”, ambas fazendo parte dos cálculos em busca da resposta. Nessa proposta, o aluno A21-11 narra uma história na qual o personagem Renan (descobrimos que o aluno utilizou o nome do professor/pesquisador em seu problema) foi as compras de Natal. Ele

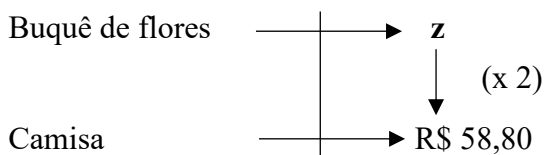
adquiriu uma camisa para seu pai, um buquê de flores e um par de tênis para sua mãe. A camisa, segundo o autor, custou R\$ 58,80, o buquê de flores e o tênis custaram, respectivamente, 2 vezes menos e 3 vezes mais que a camisa. O objetivo do problema é determinar quanto Renan deverá pagar pelo buquê de flores e pelo tênis.

Figura 7 - Problema do aluno A21-11

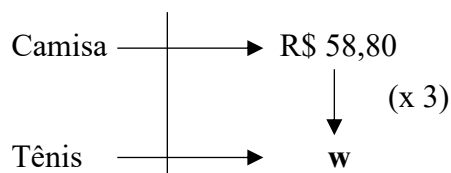


Fonte: Arquivo dos autores.

Assim, já conhecido o valor de uma das medidas (camisa), é possível estabelecer as seguintes Comparações Multiplicativas:



Divisão: busca de uma medida: $z = 58,80 \div 2$



Multiplicação: $w = 58,80 \times 3$

Nesse problema, vemos a presença de cálculos relativos à multiplicação e à “divisão: busca de uma medida”. Sendo assim, o buquê de flores e o tênis custaram, respectivamente, R\$ 29,40 e R\$ 176,40.

Algumas formulações como, por exemplo, a do aluno A18-11, trazem não só a Comparação Multiplicativa, mas a realização de outros cálculos, também aritméticos, que contribuiriam na solução do problema.

Figura 8 - Problema do aluno A18-11

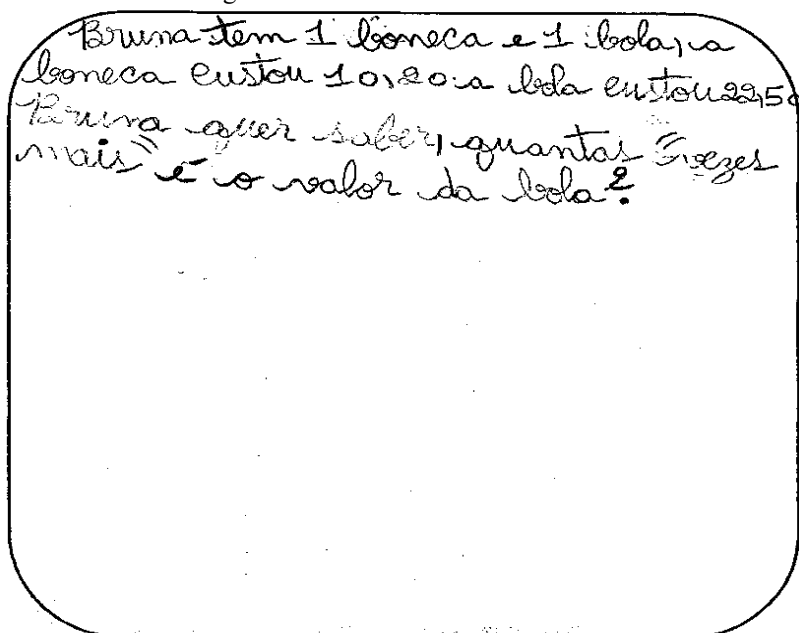
Raika foi ao shopping e decidiu passar
 na lanchonete. Lá ela pediu o menu lá ela
 viu que a porção de carne custava 24,00, a
 pizza custava 2x menos do que a porção, a
 feijoada custava 3x mais do que a pizza e o re-
 frigerante 2x menos do que a feijoada.
 Ela precisa saber quanto vai ter que pagar, ela
 pediu 1 refri e 1 pizza. Quanto ela vai pagar?
 R:

Fonte: Arquivo dos autores.

É necessário, nesse problema, encontrar o valor da pizza, da feijoada e do refrigerante levando em conta a relação existente entre os seus preços. Sendo assim, se a porção de carne custa R\$ 24,00 e a pizza custa “2 vezes menos”, então seu valor é R\$ 12,00. Já a feijoada, que custa “3 vezes mais” que a porção de carne, tem como valor de venda R\$ 72,00. Por fim, o preço do refrigerante é R\$ 36,00. Estranhamente, o refrigerante é caro demais se pensarmos no seu valor na vida real e isso pode ser um ponto a ser discutido quando esse problema fosse levado para sala de aula como proposta de atividade. Segundo Chica (2001), é importante darmos espaços para os alunos questionarem os problemas produzidos e refletir sobre eles. Esse é um caminho para se pensar na melhoria dos problemas formulados.

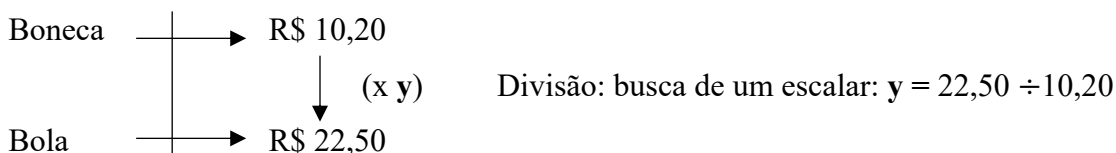
Por fim, a proposta do aluno A08-10, que tem como processo resolutivo a “divisão: busca de um escalar”, também apresenta corretamente a inserção da Comparação Multiplicativa, no campo da divisão. Essa foi a única produção nesse plano de fundo, dentre todas as 24 indicadas inicialmente.

Figura 9 - Problema do aluno A08-10



Fonte: Arquivo dos autores.

Conforme narra o problema, Bruna é uma menina que tem uma boneca e uma bola. A boneca custa R\$ 10,20 e a bola R\$ 22,50. A personagem quer saber quantas “vezes mais” é o valor da bola em relação ao valor da boneca. Nesse sentido, evidencia-se a necessidade de se obter um operador-escalar (y). Vejamos como se esquematiza esse problema.



Dessa forma, o trabalho com esse problema, nas aulas de matemática, poderia levar o aluno a encontrar um operador-escalar (sem dimensão) que representaria quantas “vezes mais” é o valor da bola em comparação à boneca. Nesse problema, a resposta seria, aproximadamente, “2 vezes mais”.

Para além dessas análises, buscamos, também, nesta Dimensão Epistemológica, verificar quantas das 24 formulações possibilitariam discussões relativas aos seus enunciados, resoluções ou soluções. Com base nos dados e análises, identificamos o total de 8 problemas. Vale lembrar que todos os problemas formulados, quando trabalhados nas aulas de matemática, poderiam gerar questionamentos com relação à solução encontrada, pois, em sua maioria, não representavam valores similares aos da vida real. Abaixo, apresentaremos breves análises de apenas quatro dessas produções, a fim de mostrar que elas poderiam ser potencialmente educativas, mesmo apresentando problemas estruturais (falta de pergunta, de dados, coerência, etc). Os 3 problemas que completam o tocante de

27 formulações, não eram de Estrutura Multiplicativa e, portanto, não foram considerados durante as discussões.

O problema de A09-11 falava da compra de brinquedo em uma loja, cujo personagem chamado Matheus não tinha levado dinheiro. Foi informado que o brinquedo custava R\$ 750,00 e o outro custava “2 vezes mais”. A pergunta do problema era: “Vamos ajudar ele?” Dessa maneira, não era possível saber o que exatamente deveria ser feito no problema. Assim, faltava uma pergunta mais definida e que pudesse orientar a resolução. Não muito diferente, o problema de A11-10 narrou a compra de um jarro de flor em uma floricultura. Foram dadas algumas informações relacionadas aos preços das flores e pediu-se apenas para ajudar a personagem Larissa a escolher uma delas. Faltava, portanto, uma pergunta para o problema e as expressões “vezes mais” e “vezes menos” para configurar um problema de Comparação Multiplicativa.

A proposta de A03-10 não apresentava uma pergunta para o problema. Retratava a compra de controle de vídeo games, jogos e DVD, trazia o valor de um dos produtos com o qual se poderia encontrar os demais preços. Sem a pergunta, não havia possibilidade de resolvê-lo. Algo similar aconteceu com a formulação de A26-11 quando redigiu a história de uma compra de brinquedos, trazia as expressões “vezes mais” e “vezes menos” para caracterizar as relações entre os preços, mas era ausente de pergunta.

Conforme foi sugerido nas orientações de aplicação, escolhemos 4 problemas e os discutimos em sala de aula. No decorrer das discussões, os alunos apresentavam os caminhos para resolvê-los, identificavam possíveis erros que supostamente não possibilitariam iniciar as resoluções, faziam as devidas correções, além de apontarem ser legal e divertido conhecer o problema do colega e resolvê-lo.

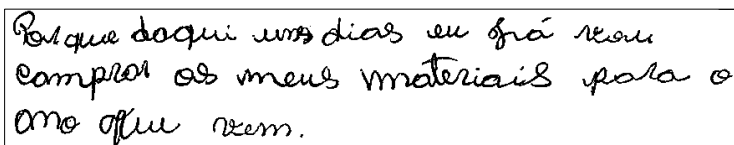
Portanto, todas as 24 formulações se constituíram de problemas interessantes de serem trabalhados em sala de aula, uma vez que poderiam oportunizar a reflexão e o aprendizado da Comparação Multiplicativa, desenvolvendo a capacidade crítica.

Outras Especificações	Que seja atribuídos nomes aos personagens e outras possibilidades de contextos para apresentação da comparação multiplicativa.
	Que os alunos expressem, nos problemas formulados, seus interesses pessoais.

A Dimensão “Outras Especificações”, recorte do Quadro 1, retrata análises no campo das justificativas dos problemas formulados e demais aspectos na sua construção. Como discorrido anteriormente, os problemas formulados pelos alunos envolveram diferentes

contextos (reais ou imaginários). Foram produções sobre compras de brinquedos, de roupas, de utensílio para a cozinha, de aparelhos eletrônicos (notebook, celular, roteador), de bebidas, de comidas, de flores em uma floricultura e de material escolar, ou seja, produtos e situações próximas da vida dos alunos. Cada contexto e personagens escolhidos carregaram consigo motivações pessoais de cada elaborador, como podemos ver nos Recortes 1 e 2.

Recorte 12 - Justificativa do aluno A12-10

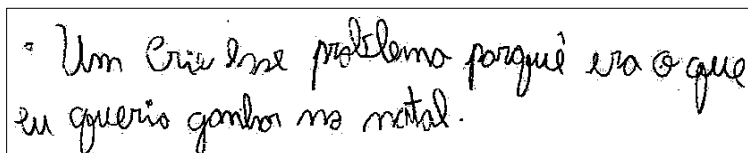


Porque daqui uns dias eu vou comprar os meus materiais para o ano que vem.

Fonte: Arquivo dos autores.

No Recorte 1, o aluno A12-10 manifesta sua justificativa apontando que o seu problema retrata a compra de materiais escolares que ele já estava pensando em adquirir para o próximo ano. Assim, seu problema abarca uma situação real, trazendo motivação e interesses em descobrir respostas.

Recorte 2 - Justificativa do aluno A15-11

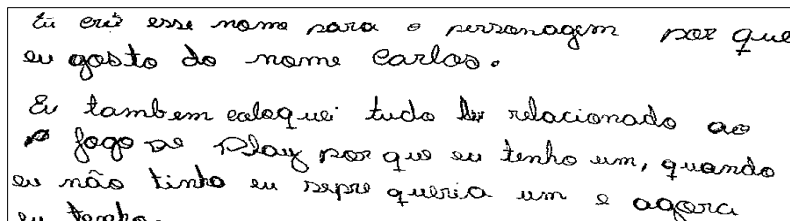


Um crise esse problema porque era o que eu queria ganhar no natal.

Fonte: Arquivo dos autores

Assim como no Recorte 1, a justificativa apresentada no Recorte 2, de A15-11, está no escopo do porquê de alguns produtos escolhidos na formulação. Outros alunos também demonstraram seus interesses pessoais quanto a escolha dos produtos, e apontaram, também, como veremos no Recorte 3, os motivos pela escolha dos personagens.

Recorte 3 - Justificativa do aluno A03-10



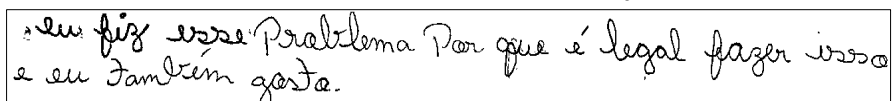
Eu eu esse nome para o personagem por que eu gosto do nome Carlos.
E também porque: tudo relacionado ao jogo de Play por que eu tenho um, quando eu não tinha eu sempre queria um e agora eu tenho.

Fonte: Arquivo dos autores.

Algumas justificativas ultrapassaram as barreiras do “Por que formulei meu problema desse jeito?” e apresentaram, também, possíveis indícios de terem aprendido matemática com a prática de Formulação de Problemas. Além disso, ressaltaram — a que tudo indica

— terem gostado de formular problemas de matemática e dos estudos sobre Comparação Multiplicativa. Vejamos o posicionamento dos alunos A26-11, A04-10, A01-10, nos Recortes 4, 5 e 6, abaixo.

Recorte 4 - Justificativa do aluno A26-11

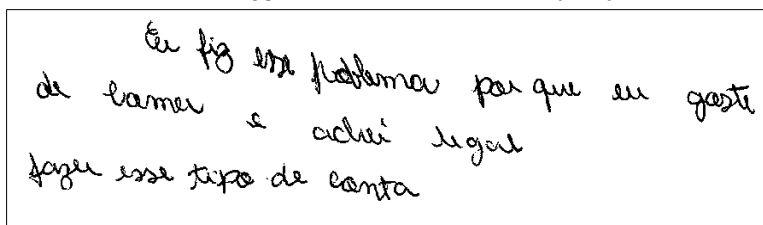


eu fiz esse problema por que é legal fazer isso e eu também gosto.

Fonte: Arquivo dos autores.

Na justificativa acima, o aluno A26-11 demonstrou seu gosto pela prática de formulação de problemas quando afirmou que é “legal fazer isso”. Não muito diferente, mas, agora, no campo dos estudos de Comparação Multiplicativa, o aluno A04-10 (Recorte 5) apontou ter gostado de trabalhar com os cálculos envolvendo “vezes mais” e “vezes menos”, característicos das situações dessa classe de problemas.

Recorte 53 - Justificativa do aluno A04-10

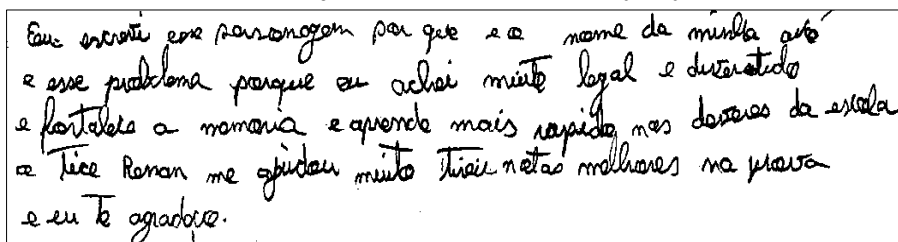


eu fiz esse problema por que eu gosto de fazer esse tipo de conta e achei legal

Fonte: Arquivo dos autores.

Quando mencionamos que a prática de formulação de problemas contribuiu, de alguma forma, para a aprendizagem matemática, nos retratávamos ao que anuncia a justificativa do aluno A01-10, no Recorte 6. Percebemos que, para além de ser legal e divertido formular problemas, o aluno denunciou que é um processo que ajuda a “aprender mais rápido”, agradecendo, inclusive, ao autor da pesquisa pelas melhores notas obtidas nas provas.

Recorte 64 - Justificativa do aluno A01-10



Eu gostei esse personagem por que o nome da minha avó e esse problema porque eu achei muito legal e divertido e fortalece a memória e aprende mais rápido mas do que da escola e Tere Roman me ajudou muito tirar notas melhores na prova e eu te agradeço.

Fonte: Arquivo dos autores.

Assim, mais uma vez, evidenciamos os interesses pessoais dos alunos nas suas formulações e pela prática de Formulação de Problemas. É muito gratificante perceber

que ela foi bem recebida nas aulas de matemática e pôde motivá-los a se envolverem em discussões e na resolução de problemas (4 formulações discutidas em sala de aula).

Considerações finais

A partir das discussões realizadas no decorrer deste trabalho, percebemos que formular problemas em sala de aula proporcionou o envolvimento dos alunos em sua própria aprendizagem, desenvolvendo a capacidade crítico-reflexiva, o pensamento, a lógica matemática e abriu caminho para se pensar na relação entre as operações de multiplicação e divisão em situações cotidianas. Durante a elaboração, notou-se que os alunos se envolviam em investigação, a partir do momento em que se colocavam como produtores de problemas para os quais foi necessário refletir, agir e expressar suas ideias por meio de suas escritas, desenvolvendo a criatividade e leitura.

As análises indicaram que a proposta de formulação, intitulada “...Vezeis mais...Vezeis menos...”, contribuiu para que os alunos formulassem os seus problemas e que esses fossem de Comparação Multiplicativa. As produções dos estudantes carregaram consigo motivações e interesses, sinalizando que, ao formularem problemas, apropriam-se de suas vivências na tentativa de serem respondidas pela matemática.

A proposta apresentada neste trabalho sinaliza mais um caminho, além de tantos outros apresentados por outros autores, para se pensar a Formulação de Problemas nas aulas de matemática, quando se utiliza de uma história que envolveu os estudantes em uma situação de Comparação Multiplicativa.

Referências

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. In: BRUN, J. (Org). *Didactique des Mathématiques*. Lauseanne-Paris: Delachaux, 1996).

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis/SC, 2008, v. 3, p. 62-77.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. da. Engenharia didática: evolução e diversidade. *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis/SC, 2012, v. 7, n. 2, p. 22-52.

ALTOÉ, R. O; FREITAS, R. C. de O. *Formulação de problemas: multiplicação e divisão*. Vitória: Ifes, 2017. 22 p.

ALTOÉ, R. O. *Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas*. 2017. 227 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

BOAVIDA, A. M. R. *et al.* A Experiência Matemática no Ensino Básico. *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Lisboa, 2008.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2001, p. 87-97.

DANTE, L. R. *Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

D'AMORE, B. *Il problema di matematica nella pratica didattica*. 1. ed. Modena: Digital Docet, 2014.

DINIZ, M. I. Resolução de Problemas e Comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.) *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2001, p. 87-97.

MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. 2. ed. ampl. – [Reimpr]. São Paulo: E.P.U., 2015.

NCTM. *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's*. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*, 1980.

NCTM. *Professional Standards: for School Mathematics*. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*, 1991.

PAIS, L. C. *Didática da matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematical*. vol. 14, n. 1, 1994, p. 19-28.

VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino de matemática na escola elementar*. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. rev. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014. 322p.

Texto recebido: 04/07/2018
Texto aprovado: 30/04/2019