ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p491-512

Resolução de Problemas e o *software* GeoGebra: um caminho para a compreensão das funções seno e cosseno[1]

Problem Solving and GeoGebra software: a path for understanding of sine and cosine functions

---

JULIANA MENEGHELLI[2]
JANAÍNA POFFO POSSAMAI[3]

Resumo

Esse artigo apresenta uma pesquisa que tem como objetivo avaliar as implicações da utilização do software GeoGebra em uma abordagem de Resolução de Problemas, para a compreensão das funções seno e cosseno. Para tanto, inicialmente discute-se a utilização de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática, numa perspectiva de possibilitar um ambiente de investigação. Na sequência, apresenta-se a análise de uma atividade, realizada com uma turma de segundo ano do Ensino Médio, na qual avalia-se as contribuições e as dificuldades de se construir os conceitos relativos às funções seno e cosseno. Os resultados indicam que essa abordagem metodológica permite o desenvolvimento da autonomia e de uma cultura de trabalho colaborativo na construção dos conceitos, bem como sugerem que esse processo investigativo não seria possível sem o uso de recursos tecnológicos.

Palavras-chave: *Resolução de Problemas, GeoGebra, Funções trigonométricas.*

Abstract

This paper has a research that objective to use GeoGebra software in a problem solving approach, for an understanding of the sine and cosine functions. To this end, the use of technological resources in Mathematics classes are discussed, with a view to enabling research. The following is an analysis of an activity, carried out with a second year class in High School, in the area of skills and competences evaluation. The results of the methodology research thus allow the development of autonomy and a collaborative work culture in the construction of concepts, as well as the investigative process would not be possible without the use of technological resources.

Keywords: *Problem Solving, GeoGebra, Trigonometrics Functions.*

---

[1] Este artigo é resultado da pesquisa de mestrado do primeiro autor sob orientação do segundo autor
[2] Doutora em Engenharia de Produção – UFSC, docente do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau – FURB, e-mail: janainap@furb.br
[3] Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – FURB, Universidade Regional de Blumenau, e-mail: juliana.meneghelli18@gmail.com

Introdução

Atualmente, são diversos os recursos tecnológicos digitais (computadores, *smartphones*, *tablets*, GPS, etc.) disponibilizados e oferecidos à sociedade com o intuito de auxiliar nas diversas atividades do dia a dia, sejam elas profissionais ou de lazer. Os recorrentes avanços da tecnologia buscam melhorar ainda mais as funções destes recursos, a fim de facilitar e agilizar as atividades de seus usuários. Eles modificam a vida cotidiana das pessoas, o modo de pensar, agir, trabalhar e, para o cenário educacional, podem propiciar novas formas de ensinar e aprender.

Os avanços tecnológicos sempre tiveram um lugar de destaque na sociedade e, desta forma, é imprescindível que estes cheguem ao campo educacional, possibilitando mudanças e melhorias no processo de ensino e aprendizagem. As principais alterações destes avanços são observadas nas qualificações profissionais e na forma com que as pessoas convivem na sociedade diariamente; como trabalham, informam-se e a forma como se comunicam com outras pessoas e com o mundo (KENSKY, 2007).

Ao se discutir sobre a utilização de recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas, tem-se o computador, o *tablet* e o *smartphone* como as principais ferramentas. Borba e Penteado (2003), ao se referirem ao uso do computador na Educação, afirmam que este se constitui como um dos caminhos para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, uma vez que permite com que eles atuem como sujeitos ativos no processo de aprendizagem.

Além do uso dos recursos tecnológicos, como uma possibilidade de oportunizar um ambiente de aprendizagem onde os estudantes sejam os principais protagonistas do processo, tem-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, através da Resolução de Problemas, que se constitui como um dos caminhos para se fazer e aprender Matemática com sentido (compreensão).

Nessa perspectiva, este artigo tem como objetivo avaliar as implicações de uma proposta de atividade, que tem como ambiente de investigação o *software* GeoGebra, numa abordagem da Resolução de Problemas, para a construção das características referentes às funções trigonométricas seno e cosseno.

O uso de recursos tecnológicos no ensino da matemática

O ensino da Matemática é agraciado de forma especial quando se fala na inserção de recursos tecnológicos, visto que existe uma quantidade significativa de *softwares* educativos que podem ser utilizados e explorados com o intuito de promover um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo, onde aconteça a compreensão dos conceitos pretendidos.

De acordo com Oliveira e Fernandes (2011) e Moran (2013), a utilização de recursos tecnológicos nos processos de ensino pode propiciar um espaço de aprendizagem rico e significativo, nos quais os estudantes podem atuar como protagonistas na construção da própria aprendizagem.

Ressalta-se que, quando nos referimos a um ambiente de aprendizagem significativo, o mesmo está fundamentado na ideia de aprendizagem com significado, proposta por Van de Walle (2009), isto é, uma aprendizagem com sentido e compreensão. Na concepção do autor, para que a Matemática tenha sentido para o estudante, é necessário que ele avance além do saber e de conhecer informações; é mais do que ser capaz de seguir um procedimento ou utilizar um algoritmo. Uma marca da compreensão matemática é a de que o estudante tenha a capacidade de justificar por que uma resposta é correta ou porque uma regra matemática faz sentido.

Segundo Melo e Antunes (2002), a inserção dos recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas, principalmente o computador, já propiciaram uma considerável transformação no processo de ensino e aprendizagem, visto que oportunizam diferentes abordagens de ensino através dos muitos programas e *softwares* voltados para auxiliar neste processo.

Ao discutir-se sobre a inserção dos recursos tecnológicos nas práticas pedagógicas, um ponto de destaque é o papel do professor diante deste cenário, visto que sua principal tarefa não é mais a de transmitir o conhecimento. De acordo com Mercado (2002), ao professor cabe a tarefa de estar comprometido com o processo de ensino e aprendizagem. Ele deve ser conhecedor das reais capacidades, potencialidades e limitações do recurso tecnológico que deseja utilizar em sua prática pedagógica, para que o mesmo venha a contribuir de forma positiva para a aprendizagem, além de transformar o estudante em sujeito ativo na construção do seu conhecimento.

Moran (2013, p. 34) destaca que:

> Não podemos dar tudo pronto no processo de ensino e aprendizagem. Aprender exige envolver-se, pesquisar, ir atrás, produzir novas sínteses, é fruto de descobertas. O modelo de passar conteúdo e cobrar a sua devolução é insuficiente. Com tanta informação disponível, o importante para o educador é encontrar a ponte motivadora para que o aluno desperte e saia do estado passivo, de espectador. Aprender hoje é buscar, comparar, pesquisar, produzir, comunicar. Só a aprendizagem viva e motivadora ajuda a progredir.

Para Borba e Penteado (2003), a utilização de recursos tecnológicos como computadores munidos de *softwares* no ensino da Matemática traz para o centro da aprendizagem a visualização das propriedades, bem como, enfatizam a experimentação. Com relação a experimentação, os autores destacam que esta torna-se algo fundamental para o processo de ensino e aprendizagem e invertem a ordem da forma tradicional de ensino, permitindo uma nova ordem: primeiro a investigação e, posteriormente, a teorização.

Ao referir-se ao ensino da Matemática e a utilização de recursos tecnológicos, destaca-se o uso do *software* GeoGebra. O GeoGebra é um *software* educacional livre, de geometria dinâmica, disponível e bem aceito por professores e estudantes da Educação Básica e Ensino Superior, que tem o intuito de auxiliar na compreensão de conceitos matemáticos, bem como proporcionar um ambiente de aprendizagem mais rico, dinâmico e interativo (CRUZ; QUARTIERI; MAMAN, 2018).

São muitas as vantagens de se utilizar o GeoGebra, das quais destaca-se o fato de permitir aos seus usuários a realização de manipulações em suas construções, preservando as características iniciais, visando uma melhor exploração e visualização das propriedades do objeto que se deseja estudar.

De acordo com Pereira (2012), o *software* GeoGebra possui algumas características que fortalecem a organização de espaços de aprendizagem investigativos e ressalta que a utilização de *softwares* de geometria dinâmica possibilita a agilidade na investigação, uma vez que uma construção manual levaria muito mais tempo para criar forma do que quando construída em algum *software*. Além disso, ressalta que a utilização destes propicia a interatividade do estudante com o objeto que está sendo construído/analisado. Dentro desta perspectiva, o autor ainda acrescenta que "O trabalho com software de geometria dinâmica modifica o ambiente da aula e potencializa a criação de conjecturas durante o ensino e aprendizagem [...]" (PEREIRA, 2012, p. 31).

Nessa mesma linha de pensamento, Rosa (2015, p. 17) afirma que:

> [...] o Geogebra é um articulador que se insere na relação professor-aluno-matemática e catalisa o processo. Se usado com planejamento adequado, só existem ganhos para ambos os lados. O professor tem um atrativo nas suas aulas, torna-as mais dinâmicas, atuais, qualificadas, precisas e de maior credibilidade. O aluno, por sua vez, tem uma ferramenta de precisão que

> representa com muita eficiência régua, compasso, transferidor, papel milimetrado, calculadora e outros acessórios. As vantagens aos alunos se estendem no aperfeiçoamento das habilidades de construir, manipular, observar, concluir, refazer, analisar, comprovar, deduzir, demonstrar, e outras.

A autora ainda ressalta que as construções realizadas no GeoGebra são construções fidedignas e, como permitem a manipulação, propiciam atividades como: provar conjecturas e demonstrações matemáticas, a explicação de teoremas, explicação de conceitos, entre outras. Assim, identifica-se o GeoGebra como uma ferramenta importante para a aprendizagem de conceitos matemáticos, uma vez que permite ao estudante a participação de forma ativa no processo de ensino e aprendizagem através da manipulação dos objetos, onde o mesmo pode investigar o que está acontecendo com a construção e, a partir disso, levantar suas hipóteses em relação ao que visualizou.

Com relação ao uso do GeoGebra no estudo da Trigonometria, principalmente no que se refere às funções trigonométricas, Delfino (2015) considera o *software* GeoGebra como um instrumento de mediação no processo de ensino e aprendizagem destes conceitos, uma vez que sua utilização pode auxiliar os estudantes na compreensão das características e alterações provocadas por cada uma das constantes destas funções.

Assim sendo, percebe-se que, diante do imenso potencial pedagógico oferecido pelo *software*, seria um desfalque a sua não utilização nas práticas pedagógicas, visto que o mesmo oferece possibilidades de ampliação da aprendizagem (DANTAS, 2013). Nesse sentido, vê-se o GeoGebra como uma importante ferramenta pedagógica, que pode propiciar aos estudantes um processo de ensino e aprendizagem mais significativo, criativo e construtivo. No entanto, convém salientar que, para a obtenção de resultados positivos na aprendizagem, faz-se necessário uma articulação entre *software* e conteúdo a ser estudado, bem como um planejamento das atividades.

Metodologia da pesquisa

Com o intuito de verificar as implicações de uma proposta de atividade, que tem como ambiente de investigação o *software* GeoGebra, dentro de uma abordagem norteada pela Resolução de Problemas para a construção das características referentes às funções trigonométricas seno e cosseno, planejou-se uma sequência de atividades para serem aplicadas em uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública.

Desenvolveu-se uma sequência de problemas, cujos novos conhecimentos pretendidos foram as características relacionadas às funções trigonométricas seno e cosseno.

Participaram da aplicação 27 estudantes, que atuaram em 13 grupos mediados pela pesquisadora e o professor de Matemática da instituição.

A pesquisa desenvolvida caracteriza-se de natureza qualitativa, da modalidade investigação-ação, para a qual foi adotado o ciclo básico de 4 etapas proposto por Tripp (2005, p. 446) que começa com "a identificação do problema, o planejamento de uma solução, sua implementação, seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia". Os instrumentos de coleta e análise de dados se constituíram através de três ferramentas de registros: diário de campo, documentos (registro das resoluções e construção no *software* GeoGebra) e gravações.

A seleção dos problemas foi norteada pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, sendo a abordagem orientada pelas pesquisas de Allevato e Onuchic (2014). Nessa concepção, a resolução de problemas não é usada para aplicar a Matemática ensinada, mas sim para aprender um novo conceito ou procedimento.

No Quadro 1 apresentam-se as etapas/partes que constituem as atividades do Momento denominado *Movimentos Cíclicos*, discutido nesse artigo, e que tiveram como intuito compreender e estruturar as características das funções seno e cosseno.

Quadro 1 – organização das atividades

Etapa	**Atividade**
	Ativar conhecimentos prévios
Parte 1	Função seno
Parte 2	Função cosseno
Parte 3	Comparando as funções seno e cosseno
Parte 4	Generalizando
Parte 5	Construindo gráficos

Fonte: Acervo da pesquisa

Nessa sequência de atividades, com contexto na própria Matemática, foram elaboradas e manipuladas construções no *software* GeoGebra, com o intuito de promover um ambiente dinâmico onde as constantes puderam ser modificadas e as hipóteses testadas, na busca de padrões e relações que permitissem caracterizar as funções seno e cosseno. Assim, pretendeu-se que os estudantes construíssem, como resultado da resolução dos problemas propostos, a identificação das funções seno e cosseno, relacionando a lei de formação, parâmetros gráficos e suas principais características.

Análise da aplicação

Para a construção das características das funções seno e cosseno apresentou-se uma sequência de problemas, que constitui o *Momento 01* do Produto Educacional[4] que é parte da dissertação intitulada "Resolução de Problemas e o *software* GeoGebra: um caminho para o ensino das funções trigonométricas seno e cosseno".

Esta sequência de problemas, estruturada em 5 Partes, sendo que em cada uma delas pretendia-se construir um conceito com base na resolução dos problemas propostos, conduziu o estudante a problematizar determinadas características destas funções, como domínio, conjunto-imagem, período, sinais e a alteração provocada por cada uma das constantes a, b, c e d no gráfico da função do tipo $f(x) = a \cdot sen(bx + c) + d$ e $g(x) = a \cdot \cos(bx + c) + d$, utilizando o *software* GeoGebra.

A aplicação da sequência de problemas, fundamentada na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, foi norteada pelo roteiro de trabalho proposto por Allevato e Onuchic (2014).

Seguindo o roteiro proposto, inicialmente, os estudantes, cada qual em seu grupo, realizaram a leitura do problema, buscando interpretá-lo, para então iniciar o processo de resolução. A pesquisadora e o professor acompanharam os grupos durante a leitura e esclareceram as dúvidas referentes à sua interpretação.

Após realizada a leitura, os grupos iniciaram o processo de resolução. A pesquisadora acompanhou o processo, analisou a atuação dos estudantes e incentivou a troca de ideias entre eles, buscando instigar um trabalho colaborativo. Durante a resolução dos problemas, também mediou e auxiliou os grupos que não haviam compreendido as orientações de como realizar a construção no *software* GeoGebra. Cabe ressaltar que todas as orientações referentes ao uso do *software* estavam descritas nos Apêndices do Caderno entregue aos estudantes. No entanto, muitos grupos mostraram-se inseguros e acabaram chamando a pesquisadora para validar a construção realizada. Para esclarecimento de dúvidas relacionadas com a resolução dos problemas, a pesquisadora atuou ouvindo atentamente e fazendo perguntas que possibilitassem entender as ideias dos estudantes e incentivá-los a testar suas hipóteses.

[4] O Produto Educacional pode ser acessado em https://bu.furb.br//docs/DS/2018/365400_2_1.pdf

Ao final das resoluções, cada um dos grupos apresentou oralmente as soluções obtidas e estas foram discutidas com a turma, com o intuito de buscar um consenso sobre o que foi exposto. Os estudantes defenderam seus pontos de vista, argumentando e apresentando as construções realizadas no *software* GeoGebra. Após a busca de um consenso sobre as resoluções apresentadas, a pesquisadora realizou a formalização do conteúdo, registrando no quadro os conceitos/procedimentos resultantes de cada problema, utilizando nomenclatura adequada.

Seguindo essa estruturação, o *Momento 01* iniciou com uma atividade que teve como objetivo a compreensão do conceito de período. Para a compreensão do conceito de período, foram apresentados dois exemplos de movimentos cíclicos (rotação da Terra em torno do Sol e movimento do pêndulo de um relógio), bem como um vídeo intitulado *Movimentos Cíclicos*[5]. Na discussão dessa etapa, os estudantes listaram situações do mundo real que consideravam de natureza cíclica, onde apareceram respostas inusitadas como mastigar, o movimento da roda do carro, das lâminas do liquidificador e da hélice do helicóptero.

Na sequência, antes de iniciar as atividades para a problematização dos conceitos de função seno e cosseno, propôs-se uma atividade com a finalidade de ativar os conhecimentos prévios dos estudantes, relacionados com domínio e conjunto-imagem de uma função, uma vez que, conforme destaca Van de Walle (2009, p. 42), “Os instrumentos que usamos para construir a compreensão são as nossas ideias já existentes, o conhecimento que já possuímos”.

Nesta etapa os estudantes relataram não lembrar dos conceitos e então foram orientados a pesquisar e registrar com suas palavras o que compreendiam. Na sequência esses registros foram discutidos pelo grupo. Analisando as respostas apresentadas nos registros dos grupos, constatou-se que, apesar de não relembrarem de imediato os conceitos já estudados, alguns estudantes possuíam conhecimentos prévios, sendo a compreensão identificada pela conexão entre as ideias, relacionando a noção de função através de conjuntos, da representação algébrica e geométrica, utilizando exemplificações e transcrevendo suas argumentações matemáticas para a linguagem usual, como pode-se verificar nas respostas de alguns grupos:

[5] Vídeo desenvolvido como parte do Produto Educacional dessa dissertação, disponível em < https://youtu.be/pVrWtvQs51s>.

> "O domínio de uma função de A em B é sempre o próprio conjunto de partida, ou seja, o próprio conjunto de A, se for uma função de A em B; A imagem da função são os pontos de chegada das setas".

> "Em uma função de A em B, o domínio é o conjunto A, podemos ver pelo eixo x em um gráfico; a imagem são os elementos de B que estão associados em algum elemento de A".

> "Domínio de uma função é o conjunto onde a função é definida, onde estão os elementos que utilizamos como 'x' na função (valores de x), reais; Imagem de uma função: intervalo de variação de uma função".

> "Domínio de uma função: conjunto de valores possíveis das abscissas (x), ou seja, região do universo em que a função pode ser definida; Imagem de uma função: conjunto de valores das ordenadas (y) resultantes da aplicação da função f(x), ou seja, lei de associação mencionada".

Outros estudantes registram um fazer mecânico na conceituação, evidenciando que possuíam uma "*compreensão instrumental* – ideias que estão isoladas e, assim, essencialmente sem significado" (VAN DE WALLE, 2009, p. 45, grifo do autor).

> "Domínio de uma função: Representado por todos os elementos do conjunto A; Imagem de uma função: correspondência entre ambos conjuntos (A e B)".

Quanto ao conceito de período de uma função, os estudantes também pesquisaram na *internet* e registraram que o período corresponde ao intervalo de repetição dos movimentos, espaço em que o movimento volta a se repetir. Diante destas respostas, pode-se perceber que a maioria dos grupos conseguiu expressar a noção de período de uma função.

Essa etapa inicial teve como objetivo ativar os conhecimentos prévios dos estudantes, de modo a transferir para novas situações as ideias já aprendidas, o que vem ao encontro da indicação de Van de Walle (2009, p. 61) de que essas "[...] questões iniciais trazem as ideias necessárias à tarefa para o nível de consciência dos alunos".

Finalizada essa atividade, as seguintes foram organizadas em quatro partes, sendo que em cada uma delas pretendeu-se construir um conceito, com base na resolução dos problemas propostos. Nas Partes 1 e 2, pretendeu-se caracterizar as funções seno e cosseno, relacionando as representações gráfica e analítica; na Parte 3, essas funções foram comparadas. Por fim, o problema teve um fechamento com a Parte 4, quando os estudantes criaram padrões e generalizam as conclusões. Nesse sentido, a proposta foi de que os estudantes descobrissem conceitos e procedimentos matemáticos, sem aceitá-los passiva e cegamente.

Além disso, para a finalização do Momento 01, houve a Parte 5, onde pretendeu-se possibilitar a compreensão dos estudantes quanto às alterações provocadas por mais de uma constante simultaneamente em uma lei de formação. Desta forma, propôs-se a construção de 6 gráficos de funções trigonométricas, onde os mesmos foram sendo construídos de forma gradativa, analisando-se as alterações provocadas.

A Parte 1 teve como objetivo construir o gráfico da função seno, identificar seu comportamento, bem como o domínio, conjunto-imagem e o período da mesma. Para iniciar, os estudantes abriram o *software* GeoGebra e foi solicitado que alterassem as dimensões do eixo *x* para -2π a 2π, a distância para $\frac{\pi}{2}$ e que construíssem a função $f(x) = sen(x)$, digitando a expressão algébrica no *campo de entrada*. Nesta etapa, mesmo consultando o Apêndice do Caderno, os estudantes demonstraram insegurança, solicitando a presença do professor e da pesquisadora para verificar se a construção estava correta. Isso se deve ao fato da representação geométrica construída não ser de domínio dos estudantes, ou seja, era um objeto matemático novo para eles. Contribuiu também, o fato de o conteúdo não ser apresentado pelo professor, mas sim, este sendo objeto de investigação dos estudantes. Dessa forma, houve um estranhamento inicial.

Inserida a função $f(x) = sen(x)$, os estudantes tiveram que determinar o domínio, o conjunto-imagem e o período. Na identificação do domínio da função, os estudantes registraram apenas os pontos do eixo *x* cujo valor era indicado na escala.

Diante desta situação, a pesquisadora construiu no GeoGebra o gráfico da $f\left(x\right) = sen\left(x\right)$ juntamente com os pontos coordenados. Foi então discutido que, se o domínio da função fosse apenas composto pelos pontos destacados, a curva não existiria no intervalo entre um ponto e outro. Além disso, também foi pedido que os estudantes diminuíssem o *zoom* para verificar que a função é definida fora do intervalo de -2π a 2π. A partir dessa discussão, os estudantes compreenderam que o domínio da função correspondia então ao conjunto dos números reais.

Com relação a identificação do conjunto-imagem da função, $f(x) = sen(x)$, apenas dois grupos não responderam que o conjunto-imagem da função é $\mathrm{Im} = [-1,1]$. Um grupo colocou que o conjunto-imagem da função são os pontos $\mathrm{Im} = \{-1, 0, 1\}$ e o outro escreveu que "*y* é a imagem". Esses dois grupos evidenciaram uma compreensão ainda mecânica dos conceitos de domínio e conjunto-imagem, pois não conseguiram estabelecer as conexões com a função representada graficamente.

Quanto à identificação do período da função, os estudantes encontraram dificuldades, solicitando então o auxílio da pesquisadora. Eles tinham a ideia de que o período correspondia ao intervalo em que a curva voltava a se repetir, mas não estavam conseguindo representar matematicamente a repetição observada na senoide. A maioria dos estudantes verificou a repetição analisando o eixo *x*, mas não sabia como expressar essa informação. Quando questionados em que ponto do eixo *x* a função voltava a se repetir, alguns grupos disseram que era no π, no entanto, quando a pesquisadora questionou se o comportamento da função, a partir do π, era o mesmo que no intervalo de 0 a π, os grupos relataram que não, uma vez que de 0 a π a curva da função encontrava-se acima do eixo *x*, enquanto que de π a 2π a mesma encontrava-se abaixo do eixo *x*. A partir desta observação, concluíram que o período da função seno é 2π.

Na sequência, pretendeu-se identificar os sinais da função seno para cada um dos quadrantes a partir do círculo trigonométrico, bem como analisar essa informação no próprio gráfico da função construído no *software* GeoGebra. Para a realização desta atividade, foi disponibilizado aos estudantes o aplicativo "Círculo Trigonométrico[6]".

Todos os grupos identificaram de forma correta o sinal da função, positivo ou negativo, para cada um dos quadrantes, visto que já haviam discutido isso em aulas anteriores, quando estudaram a Trigonometria no círculo trigonométrico. Foi solicitado também que os grupos registrassem como esta informação poderia ser analisada no gráfico da função $f(x) = sen(x)$ construído no GeoGebra.

A maioria dos grupos identificou que a função é positiva no intervalo em que a curva se encontra acima do eixo *x* (parte positiva do eixo *y*) e negativa no intervalo em que se encontra na abaixo do eixo *x* (parte negativa do eixo *y*). Um dos grupos buscou fazer a relação do sinal da função, a partir do gráfico, com os quadrantes do círculo trigonométrico. O registro do grupo, encontra-se ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Sinais da função seno

No primeiro quadrante o seno é positivo, no segundo o seno é positivo, no terceiro o seno é negativo e no quarto quadrante o seno é negativo. De 0 até π a curva da função está positiva (1º quadrante), de -2π até -π a curva da função está positiva (2º quadrante), de -π até 0 e de π até 2π a curva da função estão negativos (3º e 4º quadrante).

Fonte: Acervo da pesquisa

[6] Aplicativo desenvolvido, pelas autoras, como parte do Produto Educacional dessa dissertação, disponível em <https://ggbm.at/ySFzCwR9>.

Pode-se perceber a partir do relato deste grupo, um equívoco na relação entre os quadrantes. Inicialmente eles indicam o sinal com base nos quadrantes, onde encontra-se a extremidade do arco cujo comprimento é a medida do ângulo. Na sequência, a associação do quadrante foi realizada com base na representação da função no plano cartesiano.

O próximo tópico da atividade visava analisar o gráfico das funções $f(x) = sen(x)$ e $h(x) = -sen(x)$ no mesmo plano cartesiano e a partir da construção dos seus gráficos, identificar qual a relação existente entre as duas funções. Alguns grupos registraram que as funções eram paralelas. Quando questionado a um dos grupos que identificou que as duas funções eram paralelas, o porquê de tal constatação, o mesmo explicou que para alguns valores do eixo x as funções eram paralelas pois mantinham a distância em posições contrárias, sendo que em outros, elas se encontravam, mantendo desta forma, um comportamento alternado. O grupo registrou no caderno que:

> "No ponto O eles se encontram, no ponto $\frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$ eles ficam paralelas e assim sucessivamente".

Quando a pesquisadora verificou o erro, ao invés de apontá-lo, como tradicionalmente ocorre nas aulas, a intervenção ocorreu por meio de questionamentos, solicitando que justificassem a resposta dada. Então o grupo relatou a condição de paralelismo tomando como exemplo duas retas:

> "Duas retas quando são paralelas não se encontram, desta forma não possuem pontos em comum e mantêm sempre a distância".

A partir da própria necessidade de justificar, eles concluíram que as funções não poderiam ser paralelas, uma vez que tinham pontos em comum, e então voltaram a estruturar a solução apresentada.

Essa abordagem da pesquisadora vai ao encontro das orientações descritas por Onuchic e Allevato (2011, p. 84):

> O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador.

Outros grupos relataram que as funções eram contrárias; opostas; mudavam de sentido, mantendo o comportamento apenas contrário. Outros grupos lembraram do conceito de simetria e identificaram que as duas funções eram simétricas.

> "Quando algum período de $f(x) = sen(x)$ for positivo, o mesmo período em $h(x) = -sen(x)$ será negativo".
> "A função é simétrica a outra, mantém um padrão, dado um eixo, a figura é igual nos dois lados".

A abordagem dos erros, de conceito ou de linguagem para expressar as ideias, por meio de questionamentos que os levassem a refletir e reestruturar as soluções apresentadas, permitiu que se progredisse no sentido de que "uma confiança coletiva deve ser estabelecida com a compreensão de que é certo cometer erros. Os estudantes têm de perceber que os erros são uma oportunidade para crescimento quando são descobertos e explicados" (VAN DE WALLE, 2009, p. 50).

Nas questões seguintes, o objetivo era identificar qual a alteração provocada por cada uma das constantes das funções do tipo $g(x) = a \cdot sen(bx + c) + d$, comparando o seu gráfico com o gráfico da função $f(x) = sen(x)$, utilizando para isso, a ferramenta *controle deslizante* do GeoGebra.

Para a discussão das análises, diversas representações foram indicadas para obtenção da solução, de modo que os estudantes tiveram que mudar de uma para outra. A Figura 2 apresenta tabelas utilizadas para registrar e identificar as alterações que as constantes provocavam no gráfico.

Figura 2 – Alteração provocada pelas constantes *a* e *c* no gráfico da função

Valor de *a*	Alteração no gráfico
0,2	alterou a imagem de 0,2 até 0,2
0,4	alterou a imagem de -0,4 até 0,4
0,5	alterou a imagem de -0,5 até 0,5
1,5	alterou a imagem de -1,5 até 1,5
2,0	alterou a imagem de -2,0 até 2,0
4,0	alterou a imagem de -4,0 até 4,0

Valor de *c*	Alteração no gráfico
–2	move-se para a direita
–1	move-se para à direita
1	move-se para à esquerda
2	move-se para à esquerda

Fonte: Acervo da pesquisa

Na sequência, a análise da tabela era registrada em forma de texto, fazendo com que os estudantes tivessem que justificar suas conclusões, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3 – Alteração provocada pela constante *a*

4.2. Qual a alteração que a constante *a* promove no gráfico da função?

O conjunto imagem. se aumentamos a A, a imagem também aumenta, conforme diminuimos a A, a imagem diminui até se tornar negativa e aumentar.

Fonte: Acervo da pesquisa

Verificou-se que alguns dos grupos que tomaram como critério de análise valores positivos e negativos para a constante *a* encontraram dificuldades em expressar a relação, uma vez que a amplitude do gráfico é aumentada verticalmente quando $|a| > 1$ e se comprime verticalmente quando $|a| < 1$. Um dos grupos, em diálogo com a pesquisadora, expressou a relação entre o valor e a alteração considerando valores maiores que 1, valores entre 0 e 1 e valores menores que 0:

> "Quando o valor da constante *a* é maior do que 1, a curva do gráfico aumenta. Quando o valor da constante está entre 0 e 1, a curva da função diminui e para valores menores que 0 a curva da função volta a aumentar, porém com a curva ao contrário".

Um dos grupos, no registro da tabela, analisou as alterações do gráfico tomando como critério apenas o domínio, o conjunto-imagem e o período, conforme ilustra a Figura 4.

Figura 4 – Alteração provocada pela constante *c*

Valor de *c*	Alteração no gráfico
–2	$D(g) = \{\mathbb{R}\}$ $Im(g) = \{-1, 1\}$ $P = 2\pi$
–1	$D(g) = \{\mathbb{R}\}$ $Im(g) = \{-1, 1\}$ $P = 2\pi$
1	$D(g) = \{\mathbb{R}\}$ $Im(g) = \{-1, 1\}$ $P = 2\pi$
2	$D(g) = \{\mathbb{R}\}$ $Im(g) = \{-1, 1\}$ $P = 2\pi$

Fonte: Acervo da pesquisa

Na escrita, o grupo incluiu em sua análise a alteração provocada no deslocamento horizontal do gráfico, evidenciando a importância do uso de diferentes formas de registrar e representar as soluções de um problema. Nesse sentido, corrobora Van de Walle (2009, p. 23) ao indicar que "Os símbolos, figuras, tabelas, gráficos e diagramas são métodos poderosos de expressar ideias e relações matemáticas. [...] Mudar de uma representação para outra é um modo importante de ampliar a compreensão de uma ideia".

No caso da constante *b*, além das discussões orientadas por tabelas e registros escritos, os estudantes também pesquisaram no livro de Matemática utilizado em sala e na *internet* pela fórmula que permite determinar o período de uma função trigonométrica. Todos os grupos encontraram a fórmula $T = \frac{2\pi}{b}$ e substituíram os valores de b da tabela na fórmula do período. Os grupos compararam o período da função identificado no gráfico com o valor calculado a partir da fórmula.

Analisando os registros, percebe-se que os estudantes expressam suas ideias com base em uma linguagem cotidiana e é importante, no momento da *formalização dos conceitos*, que o professor realize a conversão para termos matemáticos adequados, enfatizando a compatibilidade entre os saberes informais e científicos. Van de Walle (2009, p. 76) ressalta que:

> As convenções sociais de simbolismo e de terminologia (nomenclatura) importantes em matemática nunca serão desenvolvidas por pensamento reflexivo. [...] O importante é oferecer esses símbolos e palavras apenas quando os alunos precisarem deles ou os acharem úteis. Como uma regra geral, o simbolismo e a terminologia só devem ser introduzidos depois de os conceitos serem desenvolvidos, como um meio de expressar ou nomear ideias. Eles raramente devem ser apresentados de início ou como coisas a serem memorizadas.

Por vezes também há necessidade de questionar os estudantes para compreender o significado atribuído às palavras utilizadas, como aconteceu no registro para a constante *d*:

> “Quando diminuímos o valor de D, a função desce, e quando aumentamos a valor de D, a função sobe”.

Como o parâmetro inicial da constante *d* era o valor zero, alguns estudantes, ao se referir aos valores negativos, escreveram “quando diminuímos o valor” e para valores positivos “aumentamos o valor”, bem como “a função desce e sobe” para identificar o deslocamento vertical.

Na Parte 3 da atividade, que teve por objetivo identificar a diferença entre a curva da função seno e cosseno, os estudantes identificaram que a maioria das características eram as mesmas, ou seja, $D = {}^{\sim}$, $\mathrm{Im} = [-1,1]$ e $p = 2\pi$ para ambas as funções, sendo a diferença relacionada ao gráfico. Para tanto, os estudantes inseriram as duas funções $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = \cos(x)$ no *software* GeoGebra para analisar seus comportamentos.

Todas as equipes identificaram que a diferença entre as duas funções corresponde ao "ponto de início", ou seja, para $x = 0$ a função seno tem imagem 0, enquanto a função cosseno tem imagem 1.

> "Elas não estão sobrepostas, uma está a frente da outra".
> "As duas funções possuem a mesma imagem, com períodos iguais. A diferença entre elas pode ser vista quando a função *f* está em 0 a função *g* é 1, e esta alteração ocorre devido o seno e cosseno dos valores".

Duas equipes identificaram que existe um deslocamento em relação ao eixo *x* que diferencia a função seno da função cosseno. Uma das equipes mencionou apenas o deslocamento, enquanto que a outra identificou também a quantidade de unidades que uma função está deslocada em relação a outra, conforme mostra a Figura 5.

Figura 5 – Diferença entre a curva da função seno e cosseno

No ponto inicial a função f(x) = sen(x) = 0 e a função g(x) = cos(x) = 1. Elas tem a mesmo curva porém a função g(x) = cos(x) é deslocado pro esquerda.

Podemos diferencialas pois a função seno começa em 0 no eixo y, e a função cosseno começa em 1. Outra diferença é que a função cosseno está deslocado em uma distância de π/2 à esquerda em relação a função seno.

Fonte: Acervo da pesquisa

A Parte 4 do Momento 01 consistiu em generalizar as alterações provocadas pelas constantes. Todos os grupos identificaram que a constante *a* provoca alteração no conjunto-imagem. Alguns estudantes mencionaram um crescimento vertical da função para $a > 0$ e que a função diminui para $a < 0$. Mesmo que estas conclusões não estivessem todas corretas, percebeu-se que estes estudantes identificaram a ideia de amplitude, mesmo não mencionando o termo. Outros grupos registraram a relação entre o valor da constante e a alteração no conjunto-imagem da função, sendo que dois deles pesquisaram pelo termo correto para registrar essa alteração:

> "Quando A maior que 1 a imagem aumenta. Quando A entre 1 e 0 diminui. Quando menor que 0 aumenta, porém, alterando os sinais".
>
> "É a imagem; quando $a > 0$, quanto maior for seu valor maior será a imagem, quando $a < 0$, quanto menor for seu valor maior será a imagem".
>
> "Ambos têm a mesma imagem e a alteração é a mesma. Conforme aumenta o número sua amplitude aumenta e diminuindo o número a amplitude diminui".

Na identificação da relação entre a alteração sofrida no gráfico e o valor da constante *b*, assim como para a constante *a*, alguns estudantes tomaram como parâmetro valores maiores e menores do que zero, quando o adequado seria valores em módulo menores e maiores que 1. Nesse aspecto percebeu-se que é necessário reestruturar a proposta da atividade referente as constantes *a* e *b*, atribuindo não apenas valores positivos, mas também negativos, cujo módulo seja maior e menor que 1. Ainda, na pergunta, é necessário incluir que sejam analisadas as alterações para valor em módulo entre 0 e 1 e maiores que 1.

Relativo à alteração provocada pela constante *c*, dois grupos registraram que alterando o valor dessa "o ponto em que o gráfico se inicia é modificado, ou seja, para c = 0, quando $x = 0$ tem-se a função seno com imagem 0 e a cosseno, imagem 1, sendo esses valores alterados dependendo do valor atribuído à constante *c*". Os demais grupos registraram que a constante promove um deslocamento horizontal da função, sendo que para $c > 0$ o gráfico das funções é deslocado para a esquerda e para $c < 0$ o gráfico é deslocado para a direita.

Com relação à alteração provocada pela constante *d* no gráfico das funções, os estudantes identificaram que conforme aumentavam o valor de *d,* o gráfico da função era deslocado para cima e quando diminuíam o valor de *d*, o gráfico era deslocado para baixo, provocando a partir deste deslocamento uma alteração na imagem da função. Nem todos os estudantes registraram ambas as informações. Alguns deles consideraram apenas o deslocamento, enquanto outros citaram também a alteração no conjunto-imagem.

No momento da discussão entre os grupos sobre as conclusões obtidas, a pesquisadora provocou questionamentos que os fizessem justificar como analisaram o domínio, o conjunto-imagem e período de uma função a partir de seu gráfico, bem como, o que concluíram em relação as alterações provocadas pelas constantes no gráfico das funções seno e cosseno. Também foi enfatizado que a função cosseno não se trata de uma nova curva, mas corresponde a da função seno deslocada $\frac{\pi}{2}$ unidades para a direita.

Após a formalização das conclusões aconteceu a Parte 5, onde novos problemas foram propostos, com o intuito de promover o entendimento de como seria a representação gráfica de uma função com mais de uma constante sendo incluída, possibilitando que fosse analisado o nível de compreensão dos estudantes a respeito dos elementos essenciais do conteúdo e que os mesmos solidificassem a aprendizagem que foi construída, aprofundando e ampliando as compreensões (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Nessa parte da atividade foi proposta a construção de seis gráficos, solicitando que inicialmente fosse realizada uma análise de quais alterações ocorreriam no gráfico. Na sequência os estudantes foram orientados a determinar alguns pontos coordenados a partir de valores de ângulos notáveis *x*. Estas informações foram organizadas na forma de pontos, inseridos no GeoGebra e, posteriormente, a função correspondente também foi inserida, para que assim, os estudantes visualizassem se os pontos determinados correspondiam à função.

A construção dos gráficos aconteceu em etapas, para visualizar a alteração provocada por cada uma das constante de forma gradativa, ou seja, para uma função do tipo $f(x) = a \cdot sen(x) + d$, primeiro propôs-se que os estudantes determinassem alguns pontos coordenados para a função $f(x) = sen(x)$, inserissem estes pontos no GeoGebra e, em seguida, a função $f(x) = sen(x)$. Este processo foi repetido para a construção do gráfico da função $f(x) = a \cdot sen(x)$, bem como, para a construção do gráfico da função $f(x) = a \cdot sen(x) + d$.

Os estudantes conseguiram, em suas análises antes da construção dos gráficos, identificar as alterações que ocorreriam, como ilustra o registro de dois grupos para o gráfico da função $f(x) = 2 \cdot sen(x) + 3$:

> "A constante de valor 2 vai duplicar a imagem, e a constante de valor 3 colocar a imagem 3 unidades acima".
>
> "Quando 2 multiplica seno, irá dobrar a imagem. Quando se acrescentar o 3 a imagem se deslocará para cima".

Foi verificada dificuldade na compreensão da função $z(x) = sen(2x)$, pois no momento da construção dos gráficos alguns estudantes usaram como abscissa os valores do arco 2*x*, mas ao construírem a curva pela representação algébrica no GeoGebra perceberam o erro e analisando os dados fizeram as correções. No caso da função $q(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$, no qual também houveram registros de erro, a abscissa de cada ponto foi considerada pelo arco $x - \frac{\pi}{4}$. Além disso, o conhecimento prévio relativo à soma de frações necessitou de intervenção em alguns grupos. Pode-se verificar que os erros nesse processo eram verificados e analisados pelos próprios estudantes, uma vez que usavam o software GeoGebra para validar suas conclusões.

Dessa forma, ressalta-se que o uso de recursos tecnológicos no desenvolvimento dessas atividades é indispensável, pois além de possibilitar a otimização do tempo de aula, também permite um processo de investigação e avaliação de soluções.

Considerações finais

Ao começar a resolução das atividades propostas, percebeu-se certa resistência dos estudantes, uma vez que não estavam habituados a trabalhar com uma abordagem de ensino através da Resolução de Problemas. Os estudantes estavam acostumados a primeiro receber as explicações do professor a respeito do conteúdo para, em seguida, resolver atividades que pudessem auxiliar na compreensão do mesmo, ou seja, estavam familiarizados com a forma tradicional de ensino, onde o protagonista do processo é o professor e os estudantes, os receptores de informações.

No início da realização das atividades, os estudantes mostraram-se inseguros e solicitavam, na maioria das vezes, o professor e a pesquisadora, para validação da solução encontrada, para então, prosseguir na resolução. Porém, com o decorrer das aulas, começaram a validar as soluções com auxílio do próprio *software* e pelas discussões do grupo, desenvolvendo confiança em suas próprias decisões e testando suas hipóteses, demandando cada vez menos a presença do professor e da pesquisadora. Nesse sentido convém salientar que, conforme ressalta Van de Walle (2009), o desenvolvimento da autonomia, da segurança e da criatividade na Resolução de Problemas constitui-se como um processo demorado e gradativo, ou seja, estas habilidades não serão desenvolvidas de uma aula para a outra, é preciso oportunizar momentos para que as mesmas se desenvolvam e sejam aprimoradas.

Verificou-se que os estudantes passaram a desenvolver uma cultura de trabalho colaborativo, uma vez que discutiam e trocavam ideais no decorrer do processo de resolução. Vale destacar que os grupos eram constituídos de dois estudantes, no máximo três, o que facilitou o envolvimento de todos na discussão em grupo. No entanto, por ser a primeira vez que os estudantes trabalharam na perspectiva da Resolução de Problemas e solicitavam muito o acompanhamento da pesquisadora, o grande número de grupos dificultou o atendimento a todos eles, sendo que por vezes um grupo ficava esperando pela mediação da pesquisadora e do professor. Nesse sentido, sugere-se que nas primeiras abordagens na perspectiva da Resolução de Problemas sejam formados menos grupos (com mais estudantes por grupo) e, conforme essa prática se torna comum aos estudantes e esses adquirem mais autonomia, que sejam constituídos mais grupos (duplas ou trios).

Após a resolução das atividades do Momento 01, verificaram-se os primeiros ganhos de uma abordagem de ensino através da Resolução de Problemas. Os estudantes levantaram hipóteses, avaliaram suas próprias soluções e as dos colegas do grupo, passaram a construir a ideia de erro como parte integrante do processo de construção dos caminhos de solução e a justificar e argumentar matematicamente suas escolhas, isto é, estavam atuando como protagonistas no processo de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, pode-se dizer que os estudantes, através dos problemas propostos e por eles resolvidos, fizeram matemática em sala de aula, com sentido e compreensão.

Nesse processo destaca-se a importância do resgate dos conhecimentos prévios, bem como a do papel do professor, que atua efetuando questionamentos que possibilitem ao estudante ter mais confiança em explorar suas ideias, bem como os encorajar a verificar e testar suas soluções.

As dificuldades dessas atividades resumiram-se na linguagem matemática, como uma barreira para que os estudantes conseguissem expressar o seu entendimento dos conceitos explorados e na particularidade da linguagem do *software*, principalmente no que diz respeito a digitar os comandos no *Campo de Entrada*, que demanda alguma adaptação (ponto para representação decimal, vírgula para coordenadas). Outras dificuldades possibilitaram perceber a necessidade de alterar algumas questões propostas, deixando mais explícito o que era pretendido.

Destaca-se que a abordagem dos problemas no contexto explorado só foi possível porque os estudantes fizeram uso de recursos tecnológicos para investigação das características das funções seno e cosseno. Se as atividades tivessem sido desenvolvidas manualmente, o foco não estaria na compreensão matemática dos conceitos, mas na realização dos processos complementares (construção dos gráficos). Conforme destaca Pereira (2012, p. 32) "As características do Geogebra potencializam a constituição de cenários para a investigação, nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico". É a utilização destes recursos tecnológicos e suas potencialidades que fazem com que o processo de ensino e aprendizagem seja um espaço rico de construção de conceitos e protagonismo dos estudantes.

Conforme já apontado por Delfino (2015) em sua pesquisa, a utilização do GeoGebra na aprendizagem das funções trigonométricas contribui para este processo, uma vez que facilita a “compreensão dos alunos sobre os movimentos que o gráfico das funções trigonométricas realiza ao variar seus coeficientes”.

Para que ocorra a compreensão dos conceitos e características matemáticas, é essencial que o estudante consiga estabelecer um significado ao que lhe está sendo apresentado. Nesse sentido, verifica-se que a utilização de recursos tecnológicos transforma o processo de ensino e aprendizagem, mudando a forma com que os sujeitos constroem o conhecimento.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: LOURDES DE LA ROSA ONUCHIC (2014) (Org.). *Resolução de Problemas*: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

CRUZ, Romildo Pereira da; QUARTIERI, Marli Teresinha; MAMAM, Andréia Spessatto de. Software GeoGebra proporcionando o ensino de funções trigonométricas no ensino superior. *Dynamis*, v. 24, n. 2, p. 78-95, 2018. Disponível em: https://proxy.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/7243/3998. Acesso em: 28 jan. 2019.

DANTAS, Aleksandre Saraiva. *O uso do GeoGebra no ensino de trigonometria: uma experiência com alunos do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte*. 2013. 78 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2013.

DELFINO, Marcos Rodrigo da Silva. *O ensino da trigonometria via GeoGebra e Aplicações*. 2015. 78 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

KENSKI, Vani Moreira. *Educação e Tecnologias*: O novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007.

MELO, Manoel Messias Moreira; ANTUNES, Márcia Cristina Tenório. Software livre na educação. In: MERCADO, Luís Paulo Leopoldo (Org.). *Novas tecnologias na educação*: reflexões sobre a prática. Maceió: Edufal, 2002. p. 63-86.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo. Formação docente e novas tecnologias. In: MERCADO, Luís Paulo Leopoldo (Org.). *Novas tecnologias na educação*: reflexões sobre a prática. Maceió: Edufal, 2002. p. 11-28.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias. In: MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda

Aparecida. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 21. ed. Campinas: Papirus, 2013. p. 11-72.

OLIVEIRA, Gerson Pastre de; FERNANDES, Ricardo Uchoa. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, [S.l.], v. 12, n. 3, fev. 2011. ISSN 1983-3156.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes.. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.73-98, dez. 2011.

PEREIRA, Thales de Lélis Martins. *O uso do software geogebra em uma escola pública*: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio. 2012. 122 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

ROSA, Carlos Eduardo da. *Estudos de introdução à trigonometria com uso de tecnologias*. 2015. 21 f. Monografia (Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e pesquisa*, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005.

VAN DE WALLE, John A. *Matemática no ensino Fundamental*: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

Texto recebido: 23/10/2018
Texto aprovado: 03/06/2019