

A teoria antropológica do didático: primórdio de uma trajetória direcionada à prática de ensino de matemática

The anthropological theory of the didactic: beginning of a trajectory directed to
the practice of teaching of mathematics

VERILDA SPERIDIÃO KLUTH¹

SADDO AG ALMOULOU²

Resumo

Este ensaio teórico retrata parte da pesquisa de pós-doutorado sobre fundamentos da didática francesa e da fenomenologia: aproximações e afastamentos entre as propostas de Chevallard e Husserl e seus desdobramentos. O texto tem como objetivo apresentar a Teoria Antropológica do Didático (TAD) em seus aspectos fundamentais, sua finalidade e seu alcance no âmbito do ensino de matemática. A metodologia de compreensão e interpretação dos artigos estudados foi inspirada na hermenêutica filosófica fenomenológica. Uma das principais contribuições desta pesquisa é que na perspectiva aberta pela TAD, poderemos tecer afirmações sobre o fazer matemático e provocar modificações neste fazer que dizem respeito a praxeologia de sala de aula em si e sobre a aprendizagem do aprendiz do caminho matemático por ela traçado.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático; conhecimento; praxeologia; avaliação.

Abstract

This theoretical essay portrays part of the postdoctoral research on the foundations of French didactics and phenomenology: approximations and departures between the proposals of Chevallard and Husserl and their unfolding. The aim of the text is to present the Anthropological Theory of Didactics (TAD) in its fundamental aspects, its purpose and its scope in the teaching of mathematics. The methodology of understanding and interpretation of the articles studied was inspired by phenomenological philosophical hermeneutics. One of the main contributions of this research is that in the perspective opened by the TAD, we can make affirmations about the mathematical doing and to cause modifications in this making that relate to the praxeologia of classroom itself and on the apprentice learning of the mathematical path traced by it.

Key words: Anthropological Theory of Didactics, knowledge, praxeology; evaluation.

¹ Professora Associada da Universidade Federal de São Paulo – Campus Diadema. Responsável pela pesquisa de Pós-doutorado intitulado fundamentos da didática francesa e da fenomenologia: aproximações e afastamentos entre as propostas de Chevallard e Husserl e seus desdobramentos: verilda@nlk.com.br

² Professor do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Supervisor do pós-doutorado. E-mail: saddoag@pucsp.br

Introdução

Este ensaio teórico retrata parte da pesquisa de pós-doutorado sobre fundamentos da didática francesa e da fenomenologia: aproximações e afastamentos entre as propostas de Chevallard e Husserl e seus desdobramentos desenvolvida no Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC/SP sob a supervisão do Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud.

A metodologia de compreensão e interpretação dos artigos estudados para escrita deste ensaio e para a realização da pesquisa como um todo está sendo inspirada na hermenêutica filosófica fenomenológica de Gadamer (1997) como círculo hermenêutico e apresentada em Kluth (2007) e Kluth (2017) como compreensão/interpretação que se dá na estrutura de perguntas que vão se pondo durante a pesquisa e de respostas que vão se apresentando durante a análise dos textos elencados para a pesquisa.

Dos estudos realizados compreendemos que Chevallard (1982, 1991a, 1991b, 1996, 1998, 2013) explicita conceitos fundamentais que sustentam a Didática da Matemática como uma ciência e como o terreno fértil para a Teoria Antropológica do Didático fundamentada na teorização da Transposição Didática, a qual flui para a Antropologia Didática do Conhecimento. Nesses trabalhos, afloram o conceito de Transposição Didática como o fio condutor da teorização e a análise dos elementos que dão origem ao didático como construções institucionais. Na análise, posta nos artigos acima citados, é destacada a busca pela concordância entre o sistema educacional e os ambientes que articulam os interesses de cada uma de suas partes, que têm como centro operacional no processo de Transposição Didática a *noosfera*, aonde é determinado *o saber a ser ensinado* que deverá posteriormente ir sendo transmutado em *saber ensinado* pelo sistema de ensino, sistema didático e seus agentes. O estudo e análise do processo da Transposição Didática no âmbito do ensino da matemática levam à compreensão do autor que o balizador das idas e vindas dos saberes matemáticos ensinados é a própria epistemologia do corpo do conhecimento da matemática quando alinhada com a intenção didática de ensinar ao propor encaminhamentos que, supostamente, levem à aprendizagem dos objetos elencados para serem ensinados.

Embasados nas compreensões, sintetizadas acima, advindas de estudos anteriormente realizados sobre os conceitos e teorizações primordiais da Teoria Antropológica do

Didático, perguntamo-nos neste momento de nossa pesquisa sobre: Há uma proposta de como construir a Transposição Didática em termos de uma metodologia de análise ou ainda de “como” partindo do conhecimento acadêmico chega-se ao conhecimento ensinado? O autor apresenta uma proposta operacional e analítica para a realização do alinhamento do epistemológico com o didático que vai se metamorfoseando no processo da Transposição Didática? Este alinhamento atinge o fazer docente em sala de aula, aonde, no nosso entender, demarca-se a consolidação de um didático que estabiliza um saber ensinado, mesmo que não determine, necessariamente, a consolidação do fim da Transposição Didática? Como corrigir os desgastes do saber no processo de Transposição Didática, que se inicia e se fortifica na *noosfera* tendo como origem o saber sábio, a ser ensinado, e fim na sala de aula como saber ensinado tendo como parâmetro a epistemologia da matemática? O que de epistemologia matemática aflora do pensamento de Chevallard?

Buscaremos respostas a essas questões na Teoria Antropológica do Didático elaborada por Chevallard, mas antes teceremos algumas considerações suplementares sobre a relação do conhecimento com a Didática da Matemática na abordagem antropológica que sustentam a Antropologia Didática do Conhecimento, a qual coloca o didático no centro da discussão da didática da Matemática originando a Teoria Antropológica do Didático.

Antropologia didática do conhecimento

No sentido de contextualizar o sistema didático no sistema de ensino e, conseqüentemente, vincula-lo ao saber, Chevallard (1996) modela a intenção didática presente em uma instituição I como sendo a manifestação da formação de várias instituições, as quais o autor denomina de sistemas didáticos (SD).

Um sistema didático comporta um ou vários sujeitos de I, os quais podem ocupar a posição de professor P, um ou vários sujeitos de I que ocupam a posição de aluno *a* e finalmente um objeto O, pertencentes a $P_I(a)$ que representa o conjunto dos *investimentos didáticos* para I. Desta forma um sistema didático pressupõe pelo menos três “termos”: professor, aluno e um ou vários *investimentos didáticos*. Para o funcionamento e a permanência de um sistema didático é necessário que algumas condições sejam

satisfeitas. Uma destas condições é, para o autor, o estabelecimento de um contrato didático alinhado ao *contrato institucional*³, cujo ponto de partida seja seguro. Assim,

Para que um SD funcione, é necessário que, em cada instante – relativamente próprio de SD como instituição –, exista um conjunto de objetos institucionais que, para os sujeitos do SD, sejam naturais. Ou seja, objetos O, tais que as relações institucionais $R_i(p, O)$ (em que $p = a, P$) sejam localmente estáveis. Por outras palavras, é minimamente necessário que exista um meio. (CHEVALLARD, 1996, p. 135)

O meio não se restringe a um dado com o qual se inicia a aprendizagem, mas deve ser tomado como sendo sempre em construção, pois segundo o autor, o próprio meio deixa-se remodelar durante o funcionamento de um *sistema didático*. Desta forma o autor acrescenta:

A evolução do meio implica que, subjetivamente, o universo transparente, natural, estabilizado – isto é, o meio – em que o sujeito se habituou a viver se opacifica, se embrulhe e se encha subitamente de incertezas – antes de recuperar, eventualmente, a sua transparência subjetiva originária, critério de uma aprendizagem que terminou. (CHEVALLARD, 1996, p. 137)

Na visão do autor, o meio é a condição *sine qua non* das aprendizagens e que ele pode também, em alguns casos, desempenhar o papel de obstáculo cognitivo inultrapassável. O autor chama ainda a atenção para uma outra condição de funcionalidade dos sistemas didáticos que é a existência do sistema de ensino, pois os sistemas didáticos não podem existir no vazio.

O importante é perceber que a formação de um sistema didático – seja ele qual for pressupõe um ambiente sistêmico, cujo papel é, essencialmente, criar todo um conjunto de condições necessárias à existência do sistema didático. (CHEVALLARD, 1996, p. 139)

Com este pano de fundo sobre o sistema didático, Chevallard (2002) retoma os elementos da teorização da Transposição Didática, posta em seus trabalhos anteriores, que desembocam na Didática da Matemática “antropologizada”, a qual abre-se para as ligações orgânicas tecidas pelos homens em torno da ação do ensinar e do aprender matemática tomando-as prioridades legítimas, epistemologicamente significativas e potencialmente férteis.

³ Chevallard (1996) define *contrato institucional* relativo a I no tempo t como o conjunto dos pares (O, $R_i(O,t)$), em que O é o objeto da relação institucional em um tempo t que englobam todas as alternâncias da relação.

A retomada, em questão, tem o objetivo de explicitar com maiores detalhes a relação do conhecimento com a Didática da Matemática, dando destaque ao objeto do conhecimento posto nas relações que se constroem no sistema didático. Para isto, o autor retoma o modelo teórico construído na Transposição Didática e ressignifica seus elementos no sentido de explicitar as relações pessoais e institucionais com o saber. Neste movimento, o autor esclarece aspectos cognitivos de como o saber está implícito nas relações entre o sujeito, a instituição e o objeto objetivando a elaboração da Teoria Antropologia do Didático, na qual também está inclusa a análise das práticas de ensino que posteriormente serão tratadas neste texto.

Sem contrapor-se ao que já havia descrito sobre os elementos da teorização que afirmam as condições de existência do objeto nas relações individuais e institucionais calçadas na ideia de que "Um objeto só existe por que é objeto de conhecimento". (CHEVALLARD, 2002, p. 128), o autor expande sua definição afirmando agora que todo trabalho, isto é, todo produto intencional da atividade humana, é um objeto. (CHEVALLARD, 2002, p. 1). Em se tratando do corpo do conhecimento matemático, tanto o número sete, enquanto conceito, como o algarismo sete são objetos na Teoria Antropológica do Didático. A relação do indivíduo⁴ x com o objeto o , $R(x, o)$, designa todas as interações que o indivíduo possa ter com o objeto. As interações podem ser as mais diversas possíveis como: manipular, sonhar, falar, etc. Dada a dependência de existência do objeto estar depositada na efetivação da relação com o indivíduo, o autor afirma que $R(x, o) \neq \emptyset$. A isto, acrescenta ainda uma terceira noção:

A terceira noção fundamental, a de pessoa, é então o par formado por um indivíduo x e o sistema de suas relações pessoais $R(x, o)$, em um dado momento da história de x . A palavra pessoa, como usada aqui, não deve levar à ilusão: todo indivíduo é uma pessoa, inclusive a criança muito pequena, o bebê (etimologicamente, aquele que ainda não fala). É claro que, com o tempo, o sistema de relações pessoais de x evolui: objetos que não existiam para ele começam a existir; outros deixam de existir; com relação a outros, finalmente, a relação pessoal de x muda. Nesta evolução, o invariante é o indivíduo; o que muda é a pessoa. (CHEVALLARD, 2002, p. 1)

Disto decorre que o universo cognitivo de uma pessoa x é o conjunto $U(x) = \{(o, R(x, o)) / R(x, o) \neq \emptyset\}$. O autor adverte que o termo cognitivo não tem o sentido usual da concepção intelectualista. Porém, não explicita a qual concepção de cognitivo se refere.

⁴ Salientamos que o termo anteriormente usado pelo autor era sujeito, agora, passa a ser indivíduo.

O exposto acima é uma parte da explicitação da formação e evolução do universo cognitivo de uma pessoa. Segundo o autor, é preciso estendê-la às relações institucionais, para que possamos compreender de modo abrangente as origens das mudanças que ocorrem nas relações considerando que instituições são classes ou estabelecimentos de todos os tipos. Por exemplo, a sala de aula é uma instituição cujas posições essenciais são as de professor e alunos, a família é uma instituição, etc.

Para Chevallard (2002), o universo cognitivo $U(x)$ de um indivíduo está diretamente vinculado a trabalhos em que o objeto da relação é constitutivo, e que resida em certas instituições onde o sujeito venha a ocupar uma posição. Exemplifica sua afirmação: a criança quando nasce está sujeita a múltiplas instituições, como por exemplo a família, a linguagem e outras. “De modo geral, é por suas sujeições, pelo fato de estar sujeito a uma multidão de instituições, que o indivíduo x é constituído como pessoa.” (CHEVALLARD, 2002, p. 2, tradução nossa)

Ao conjunto de explicações dadas até o momento sobre os aspectos cognitivos das relações pessoais, denominadas por Chevallard, de Teoria do Conhecimento, vai ser transferida para as instituições considerando: 1) a relação institucional $R_I(p, o)$ é a relação com o objeto o , que idealmente deveria ser a relação dos sujeitos de I na posição p . 2) bom sujeito de I na posição p significa que a relação pessoal do sujeito, $R(x, o)$, está em conformidade com $R_I(p, o)$. Baseado nestas duas proposições tem-se a seguinte transferência do universo cognitivo de uma pessoa ao universo cognitivo relativo ao institucional:

Quanto a uma pessoa x , falamos então do universo cognitivo da posição p de I , $UI(p) = \{(o, R_I(p, o)) / R_I(p, o) \neq \emptyset\}$, e, por extensão, o universo cognitivo de I , $U(I) = p UI(p)$. Em particular, se existe uma posição p de I tal que $R_I(p, o) \neq \emptyset$, dizemos que I sabe o . Para muitos objetos, temos $R_I(p, o) = \emptyset$: os sujeitos de I na posição p não têm, então, como conhecer o . (CHEVALLARD, 2002, p. 2-3)

Há, para Chevallard (2002), uma troca entre os universos cognitivos pessoais e institucionais, assim, nossas relações pessoais, em geral, são fruto de sujeições institucionais e, reciprocamente, os produtos gerados nas instituições não podem existir sem os sujeitos. Desta forma, as relações pessoais surgem de uma pluralidade de relações institucionais, em consequência disto, um sujeito é, quase sempre, um sujeito *não bom* para uma determinada instituição, o que muitas vezes possibilita a abertura de espaço à criatividade na instituição na qual o sujeito ocupa uma posição. Este modo de estruturar

o cognitivo leva o autor a afirmar: “A pessoa é um emergente de suas subjugações passadas e presentes, às quais nunca pode ser reduzida”. (CHEVALLARD, 2002, p. 4) Nas descrições acima, pode-se notar uma extensão do significado do termo saber, enquanto verbo. Segundo Chevallard, isto deve-se ao fato de que o verbo não designa uma única maneira de conhecer um objeto, mas uma pluralidade indefinida de maneiras. O autor exemplifica: “Eu conheço um ator de cinema tão famoso no sentido em que todo mundo o conhece; mas não o conheço da maneira como seus filhos o conhecem.” (CHEVALLARD, 2002, p. 4). Para o autor, isto deflagra a relatividade institucional do conhecimento causada pela infinidade de formas de “conhecer”, assim como, pela falta de uma boa relação que seja universal e que abarque todas as relações possíveis com o objeto. Desta forma, existe uma institucionalização das relações institucionais, ou seja, a retomada e a continuação dos processos pelos quais essas foram forjadas, um fenômeno que surge, segundo o autor, de um universo cognitivo. Por outro lado, os sujeitos de uma instituição poderão exercer uma pressão instrucional sobre as mesmas para modificá-las. O autor alerta ainda que esta relatividade do conhecimento constatada nas instituições tem reflexos em seus processos de avaliação institucional.

Em se tratando, agora, dos modos de conhecer um mesmo objeto, estes possibilitam, segundo Chevallard (2002), em termos de uma organização curricular de ensino, que um mesmo objeto seja tratado em séries escolares ou até mesmo em níveis de escolaridades diferentes de várias maneiras. O autor exemplifica sua afirmação com um problema do cálculo do preço resultante de um aumento de 20% aplicado ao preço de 240 F. Apresenta duas soluções. Ora utilizando proporcionalidade, ora usando a forma fracionária, que resulta em um número racional: $20\% = 0,2$.

Chevallard (2002) salienta que a atual cultura parece não querer aceitar que 20% é um número. Ou seja, que $20\% \times 240 = 0,2 \times 240$. O que denota a permanência de uma cultura institucional dominante. Essa ocorrência e outras são analisadas pelo autor como não-conformidade da relação institucional com a relação que o sujeito x possa ter com o objeto o .

[...] os exemplos anteriores ilustram um caso importante de não conformidade: aquele em que x não sabe manipular o de acordo com uma certa técnica ou, mais precisamente, em que ele ignora o jeito certo de fazer segundo I, mesmo sabendo como realizar a tarefa proposta, mas à sua maneira, que, mais do que nunca, é apenas a maneira de fazer algo específico de uma outra instituição. (CHEVALLARD, 2002, p. 7)

As não-conformidades acarretam ações formativas que tendem a adequar as pessoas ao papel atribuído por I aos seus sujeitos x na posição p , denominadas pelo autor de *formação institucional dos sujeitos de I na posição p*. " Em particular, a expressão "*formação escolar*" refere-se, de forma restritiva, à formação dada pela Escola ao aluno, no contexto da escola ou em conexão com ela." (CHEVALLARD, 2002, p. 7). Na perspectiva do autor, a formação não está somente restrita à *formação escolar* tradicionalmente entendida como *formação formal*, assim admite outras formações que são as chamadas *formação informal*.

Conformar as relações de uma pessoa a um objeto o , como os objetos de formação, portanto, objetos institucionais, segundo o autor, é conformar as relações da pessoa a objetos w que condicionem, de várias maneiras, a implementação da relação idealizada pela instituição. Para o autor, a distinção entre o objeto o e os objetos w está manifesta na distinção entre as disciplinas. Por exemplo: primeiro aprende-se a ler. As habilidades adquiridas com a leitura serão meios essenciais para a continuação da formação. Para além disto,

No que se refere a matemática, aqui encontramos, em termos subjetivos, o fato objetivo de que, em sala de aula, organizações matemáticas previamente construídas fornecem ferramenta para a construção de novas organizações matemáticas, ou seja, objetos constituintes das organizações didáticas a partir dos quais nascerão, essas organizações matemáticas: objetos matemáticos assumem constantemente o status de objetos didáticos. (CHEVALLARD, 2002. p. 8)

A despeito do que foi dito, a disciplina matemática também cumpre o papel de ser ela própria um meio de formação⁵, o que na avaliação do autor poderá aumentar ou destruir antigas sujeições das pessoas do aluno e do professor e mais do que isto inibir a possibilidade de que novas relações sejam estabelecidas, pois

A incapacidade de ver que, por trás do que pode parecer não-conhecimento, esconde-se uma certa forma de conhecimento, isto é, uma relação pessoal determinada, e talvez resistente, não é apenas a causa possível de um julgamento, às vezes, injustamente depreciativo. Na condução da formação, tal cegueira pode levar o formador a ignorar a sujeição do formado a relações que, eventualmente, funcionarão sem que soubesse e silenciosamente como tantos obstáculos à evolução desejada de suas relações pessoais. (CHEVALLARD, 2002, p. 10)

Entendemos por essas articulações de ideias que o autor quer dizer que didaticamente se trabalha com base nas relações estabelecidas, mas também deseja-se levar o sujeito a

⁵ Formar-se é disciplinar-se a si mesmo. (CHEVALLARD, 2002, p. 9)

novas relações. Neste processo há uma mudança que toma o que o sujeito tinha com o status de meio, de realidade com propriedades estáveis, para um outro universo ainda cheio de incertezas, pois

[...] qualquer formação é potencialmente destrutiva das relações pessoais que poderiam impedir a implantação de relações visadas, enquanto na direção oposta, reforça algumas relações antigas que funcionam como ponto de apoio da formação planejada. [...]. (CHEVALLARD, 2002, p. 11)

Portanto, na organização de uma formação deveria estar implícita a identificação das sujeições dos sujeitos da formação e a identificação de quais delas poderão funcionar como obstáculo ou como apoio à formação. Isto se estende também para os professores, quando enraizados e cristalizados em suas práticas.

Desta forma, Chevallard conclui que o papel da didática passa pela desconstrução da ideia de difusão do conhecimento e da difusão radial, em que o professor se torna o centro de difusão que irradia o conhecimento para os destinatários pretendidos – os alunos, pois o aprendizado é uma mudança que deve ser assumida por todos, professor, alunos, país, amigos de classe, etc. Para o autor, este descompasso de compreensão sobre a didática pode ser causado pela relação que se tem com o próprio conhecimento, em que é valorizada sua utilidade pública ou privada, em suma, nas palavras do autor, pela sua capacidade de tornar a vida boa. A força desta argumentação afugenta o surgimento de questionamentos adequados sobre as propostas matemáticas difundidas que fortalecem, às vezes, culturas institucionais cristalizadas. Exemplifica evocando o pensar grego sobre as frações.

O autor apresenta o seguinte problema: Três cadernos de um determinado modelo custam E 2,55. Quanto vai custar 9 cadernos do mesmo modelo? Para realização desta tarefa, não há necessidade de sabermos o custo de um caderno, assim desviamos-nos da operação de divisão de números racionais, pois enxergar que 9 é múltiplo de 3 é bastante trivial e o preço total será $E 2,55 \times 3 = E 7,65$.

A seguir, Chevallard (2002) considera outra tarefa: Três cadernos de um determinado modelo custam E 2,55. Quanto vai custar 11 cadernos do mesmo modelo? O mais comum é resolvermos passando pelo custo da unidade $E 2,55 : 3 = E 0,85$, e, o custo total será $E 0,85 \times 11 = E 9,35$. Porém, poder-se-ia também construir uma solução que não passasse pelo custo da unidade, repetindo o mesmo modo que na tarefa anterior. Ou seja, $E 2,55 \times 11/3$, onde $11/3$ é entendido por “um certo número de vezes”. Nota-se assim que este modo

de construir a solução é a mesma para o múltiplo dos inteiros como para múltiplos de racionais. Ou seja, os pensamentos que envolvem os dois cálculos da tarefa são diferentes e colocam em destaque uma nova maneira de resolução através de conceitos atuais e não tão apegados aqueles dos gregos com pouca dedicação aos números fracionários e, enraizados na noção de unidade.

Vê-se nos exemplos acima que o conhecimento é uma ferramenta para fabricar respostas a perguntas, e não somente para ser difundido. É neste momento que Chevallard dá uma definição de didática. “A didática é a ciência da difusão por meio do estudo do conhecimento e práticas em grupos humanos.” (CHEVALLARD, 2002. p. 16).

Desta forma, o estudo e a difusão educacional de saberes não poderão estar desvinculados da difusão realizada por outras instituições que interagem com os alunos do sistema considerado, até mesmo por que, conforme afirma o autor, as difusões, principalmente aquelas que estão sob o dogma da comunicação com custo conceitual desprezível, podem influenciar no processo didático.

Para o autor, o currículo matemático atual é marcado por um confinamento que leva a um autismo disciplinar. Na sua avaliação, isto levou a perda de sentido das obras matemáticas ensinadas, tanto para os alunos como para os professores. Esta degradação é o colapso da dialética das perguntas e respostas, ora por que as perguntas são colocadas quase em tom de brincadeira, ora pela ausência de trabalho adequado a estas perguntas, e ainda, pelas respostas prontas como construções culturais escolares.

Entendemos que o caminho sugerido pelo autor para reanimar a dialética da pergunta e resposta é a do estudo do didático, enquanto produto e ação a ser efetuada, impulsionado pela intenção didática de ensinar algo para alguém.

A praxeologia: o apogeu da teoria antropológica do didático

Chevallard (1998) inicia seu artigo sobre a análise das práticas de ensino, que compõe a Teoria Antropológica do Didático, denominada pelo autor de praxeologia⁶, justificando o adjetivo “antropológica” da denominação de sua teoria, uma vez que o termo parece

⁶ **Praxeologia** é o estudo dos fatores que levam as pessoas a atingir seus propósitos. Portanto, trata-se da ciência ou a teoria geral da ação humana. Acessível em 17/10/2018: <https://www.dicionarioinformal.com.br/praxeologia/>

proclamar uma exclusividade não esclarecida aos olhos de alguns críticos. Declara o autor:

O ponto crucial a esse respeito, cujas implicações descobrimos gradualmente, é que o TAD situa a atividade matemática e, portanto, a atividade de estudo em matemática, no conjunto das atividades humanas e instituições sociais. Mas, esse viés epistemológico leva quem se sujeitou a atravessar em todos os sentidos - ou até mesmo ignorar - muitas fronteiras institucionais dentro dos quais é habitual permanecer, porque, normalmente, respeita-se a divisão do mundo social que as instituições estabelecidas, e a cultura atual que espalha as mensagens à sociedade, nos apresentam como evidentes, quase natural e, em última instância, obrigadas. (CHEVALLARD, 1998, p. 1)

O autor acrescenta, ainda, que toda atividade humana pode ser considerada em um único modelo. A este modelo Chevallard deu o nome de *praxeologia*. Alerta ainda para o fato de que essa hipótese é genérica e que a matemática, assim como outras ciências, terá que ser reconhecida em sua especialidade.

Para explicitar seu modelo, Chevallard (1998) expressa as atividades humanas em termos de tarefas a serem cumpridas e anunciadas por meio de um verbo. Dá como exemplo de tarefa no âmbito da matemática: a tarefa iniciada pelo verbo "calcular"; inaugura-se assim um gênero de tarefa matemática, pois ele agrega vários tipos de tarefa expressos como calcular: calcular o valor exato de uma expressão numérica; calcular o valor de uma expressão contendo a letra x quando se dá a x um valor determinado; ou ainda quando propomos o cálculo de uma integral ou cálculo com vetores. O mesmo ocorrerá com o verbo demonstrar, que origina um novo gênero de tarefa que vão se subdividir em tipos de tarefas.

Finalmente, tarefas, tipos de tarefas, gênero de tarefas não são dados da natureza: são "artefatos", "obras", construções institucionais, cuja reconstrução em uma instituição, por exemplo, em uma classe, é um problema por si só, que é o objeto da didática. (CHEVALLARD, 1998, p. 2)

No nosso entendimento, nesta citação está implícito o que Chevallard designa com a palavra "didático" na Teoria Antropológica do Didático. Por *didático* poderá ser entendido todos os artefatos, obras, ou seja, construções institucionais que compõem os chamados *investimentos didáticos* (CHEVALLARD, 1996) e que estão expressos em um discurso, portador de um *logos*.

Chevallard (1998) contempla, inicialmente, as características estáticas das praxeologias implícitas no didático da matemática, agora pensado como tarefa a ser cumprida e fatores que levam a realização praxeológica.

Assim, uma praxeologia relativa a uma tarefa T requer uma maneira de realiza-la, denominada aqui de *técnica* - τ , no sentido de *saber fazer* simbolizado de $[T/\tau]$, um bloco prático-técnico referente a uma parte da tarefa T de um determinado tipo. Com isto temos o alcance da técnica. Por exemplo: o alcance das técnicas operacionais dos números fracassa a partir de certa extensão dos números, o que define o alcance da técnica até então trabalhada.

É comum, nas instituições, serem naturalizadas técnicas de resolução para um tipo de tarefa. Por exemplo: a escrita de um binômio como $ax+b$ poderia ser $a[x-(-b/a)]$ que nos conduziriam ao cálculo de possíveis valores de x caso conhecidos a e b ou ainda a análise das condições de possibilidade deste cálculo.

Entendido como *logos*, o discurso racional sobre uma *técnica*, denominado *tecnologia*, tem como um de seus objetivos justificar a *técnica*. Lembrando que o estilo de racionalidade que envolve uma instituição ao longo de sua história pode variar.

Afirma o autor, que tradicionalmente ocorre que, no ensino fundamental, um mesmo discurso racional tem duas funções: a de encontrar o resultado – *função de técnica* e de justificar – *função de tecnologia*. Exemplifica: "Se 8 caramelos custam 10 francos, 24 caramelos, ou seja, 3 vezes 8 caramelos, custarão 3 vezes mais, é dizer, 3 vezes 10 francos. Porém a *função tecnológica* é a de explicar, de fazer inteligível, de clarear a *técnica*. Ou seja, de expor "os por quês" de a *técnica* ser correta para aquele tipo de tarefa. Daí temos que as justificativas predominam, tradicionalmente, por meio de demonstrações. Acrescenta-se a *função tecnológica* a função de *produção de técnicas*.

É assim que a tecnologia de números fracionários (quocientes de inteiros) nos permite gerar uma técnica que classifica o que foi visto anteriormente com relação aos preços dos caramelos e que especifica o seguinte esquema discursivo: "Se a coisas valem b francos, então x coisas, isto é x/a vezes a coisas, valerão x/a vezes mais, isto é, x/a vezes b francos. "Assim se dirá: "11 caramelos custam $11/8$ vezes mais (que 8 caramelos), isto é, $11/8$ vezes 10 francos (= 13,75 francos) "; e, por uma ousada extensão do significado da expressão: "3 caramelos custam $3/8$ vezes mais (que 8 caramelos), isto é, $3/8$ vezes 10 francos (= 3,75 francos). (Será indicado que é: $3/8 \times 10$ francos = $11/8 \times 10$ francos - $8/8 \times 10$ francos = 13,75 francos - 10 francos = 3,75 francos). Mais corretamente, será simplesmente dito que " x coisas, é x/a vezes a coisas", etc. (CHEVALLARD, 1998, p. 4).

Porém, o discurso tecnológico contém afirmações que poderão ser explicitadas por um nível superior de justificativa, que é o da *teoria*.

A natureza da *teoria*, segundo o autor, flutua nos diversos campos do conhecimento e em determinados momentos históricos. Assim evidências metafísicas podem se converter em afirmações teóricas positivas. Mas, em geral, os enunciados teóricos aparecem frequentemente “abstratos” e “separados” das preocupações dos *tecnólogos* e *técnicos*.

Os três níveis apresentados, a *técnica*, a *tecnologia* e a *teoria*, como explicitados, segundo o autor, dão conta das atividades que se quer analisar dentro da TAD.

O que até aqui temos sobre a *praxeologia* proposta na TAD é que uma atividade matemática está sendo tomada como uma *tarefa* a ser realizada pelo humano e que esta realização pode ser analisada na perspectiva da *técnica* (τ), da *tecnologia* (θ) e da *teoria* (Θ) colocadas em discursos expressos em símbolos matemáticos e numa sintaxe matemática⁷. Desta forma, a epistemologia da matemática se apresenta em um viés organizacional, quando tomado pelas três funções explicitadas, consideradas pelo autor, como funções estruturantes do fazer matemática implícito nas tarefas. Com isto o *saber* e o *saber fazer*, que compõem a praxeologia, mostram-se intrinsecamente ligados e expressos na simbologia $[T/\tau/\theta/\Theta]$, onde o bloco $[\theta/\Theta]$ é o saber e $[T/\tau]$ o saber fazer. Cabe aqui lembrar que para Chevallard (1996) objetos do saber são:

[...] objetos que podem ser *apreendidos*, e podem ser *ensinados*; mais, não podem ser *conhecidos* sem terem sido *apreendidos*. Por outro lado, podem ser *utilizados* e para existirem, têm de ser *produzido*. [...] Qualquer saber S está associado a uma instituição de produção de S. (p. 148)

Ainda sobre o modo como os vínculos entre *técnica*, *tecnologia* e *teoria* estão descritos na TAD. Uma praxeologia $[T/\tau/\theta/\Theta]$ é dita completa, ao abarcar a tarefa e os três fatores que compõem o estudo envolvendo uma determinada *tecnologia*. Porém, está também implícito na TAD, que uma determinada *tecnologia* (θ_j) cuja *teoria* é Θ , poderá ser a *tecnologia* de várias *técnicas* relativas a várias tarefas. Essa praxeologia define uma *organização local*. Ela é chamada de *praxeologia local*. Por outro lado, podemos ter ainda uma determinada *teoria* que abranja várias *tecnologias*, que por sua vez abranjam várias *técnicas* e várias tarefas. Neste caso teremos uma *organização regional*, e a *praxeologia* é regional. A agregação de várias praxeologias regionais definirá uma organização global em uma dada instituição.

⁷ Simbologia matemática por estarmos tratando neste artigo do saber matemático e de saber fazer matemática.

Como vimos, é certo que, na maioria dos casos, o tipo de tarefa precede geneticamente ao bloco $[\theta/\Theta]$, porém do ponto de vista estrutural o bloco do saber $[\theta/\Theta]$ permite gerar técnica de uma determinada tarefa. Disto tem – se que o bloco *saber fazer*, $[T/\tau]$, é uma simples aplicação do bloco $[\theta/\Theta]$.

Não obstante, corre-se o risco de que a *tecnologia* se reduza a uma simples solicitação de princípios, o que sublima a teoria. Por esta razão e por ser a praxeologia, aqui apresentada, de cunho genérico, ou seja, aplica-se a vários saberes, que Chevallard (1999) aponta para a necessidade do aprofundamento de sua constituição, principalmente em se tratando de estudos empíricos e de análise de dados de observação. Com isto, o autor finda o que no início anunciamos como sendo a teorização das características estáticas da *praxeologia*. As características dinâmicas da praxeologia estão, para o autor, diretamente vinculadas à dinâmica intrínseca às instituições ao realizarem as transposições institucionais, onde tarefas e técnicas são extintas e novas tarefas e técnicas são implementadas. Exemplifica suas afirmações lembrando a reforma da matemática moderna, onde ocorreram retiradas de numerosos elementos teóricos e tecnológicos pertencentes à matemática “clássica”, como a teoria das razões e proporções. Assim como também são incorporadas novas aquisições como a noção de função.

Desde que se dispone de la noción de *función*, y más particularmente de la noción de función *lineal*, así como de las notaciones funcionales usuales, se puede retomar el problema de los 3 caramelos en estos términos: siendo f lineal, si $f(8) = 10$, entonces, $f(3) = f(3/8 \times 8) = 3/8 \times f(8) = 3/8 \times 10 = \dots$ (CHEVALLARD, 1999, p. 227)

Para o autor, as transposições institucionais podem enriquecer as praxeologias sociais existentes se adaptadas a certas condições institucionais inéditas.

Posto os aspectos estáticos e dinâmicos da praxeologia, o autor passa a apresentar aspectos da análise das práticas de ensino.

A expressão analisar as práticas de ensino se refere a uma problemática ampla em torno de um objeto de ensino e esquematizada por tarefas a serem cumpridas: T₁) *observar* o objeto; T₂) *descrever e analisar* o objeto; T₃) *avaliar* o objeto e T₄) *desenvolver* o objeto. O centro do estudo será *descrever e analisar o objeto*.

O objeto de estudo, como por exemplo: um tema de estudo matemático, deverá ser considerado em primeiro lugar como uma *realidade matemática* que pode ser construída em uma aula de matemática onde estudar-se-á o tema. Este estudo caracteriza-se como

uma praxeologia matemática ou *organização matemática* (OM) e em segundo lugar a maneira pela qual o estudo do tema pode ser realizado, caracterizado como praxeologia didática ou *organização didática* (OD).

Chevallard (1998) traz como exemplo a *praxeologia matemática* sobre a divisão de inteiros, a qual partindo do enunciado do teorema que trata da divisão Euclidiana em \mathbb{Z} , unicidade da divisão e do resto, aplicações deste à aritmética e apresentando o resultado tecnológico principal da OM_{div} . Com este pano de fundo, o autor apresenta uma sugestão sobre um tipo de tarefa. Para finalizar o estudo, o autor busca por possíveis técnicas para a resolução da tarefa apresentada. Neste estudo, o autor encontra técnicas em obras matemáticas que não estavam justificadas diretamente no estudo do tecnológico prévio realizado e conclui que:

Mesmo que apenas esboçado, o exemplo anterior mostra em particular que o componente tecnológico de uma organização matemática muda com os tipos de tarefas e com as técnicas que se pretende produzir, justificar, explicar. (CHEVALLARD, 1998, p. 11)

A organização didática, na visão do autor (1998), dá respostas a perguntas que não tem respostas imediatas, chamadas por ele de perguntas e respostas fortes, uma vez que elas suscitam o empreendimento de realizar uma tarefa e, portanto, dizem respeito a construção de uma praxeologia. Quando à problematização posta, como por exemplo: Como determinar uma longitude, a praxeologia em questão diz respeito a uma organização matemática a ser construída.

Esta construção pode ser pessoal ou coletiva e se dá através do estudo da questão proposta relativa a tarefa T, $\hat{\sigma}_T$. “Se constituye así lo que se denominará aquí un sistema de estudio o sistema didáctico, denominado $\Sigma = S(X;\tau_T)$ (con, eventualmente, $X = \{x\}$)”. (CHEVALLARD, 1999, p. 234). No caso de ser coletivo, os estudos poderão ser orientados por um ajudante ou um diretor e será simbolizado por $\Sigma = S(X;y;\hat{\sigma}_T)$ (o $\Sigma = S(X;Y;\hat{\sigma}_T)$) compondo um sistema didático.

Assim coerentemente com o já afirmado “Três lugares: é o sistema didático. Uma relação ternária: é a relação didática. (CHEVALLARD, 1982, p. 3)⁸, entendemos que o sistema didático é composto por aluno, professor e o estudo de tarefas. O que significa que o

⁸ Trois places donc : c'est le *système didactique*. Une relation ternaire : c'est la *relation didactique*. (chevallard, 1982, p.3)

adjetivo didático em Chevallard está associado ao substantivo estudo e ao verbo estudar. É “ Una préstamo del griego didaktikos, “propio para instruir”, “relativo a la enseñanza”, de didaktos, adjetivo verbal de didaskein, “ensinar, hacer saber. ” (CHEVALLARD, 1999, p. 234-235). Desta forma as praxeologias tem por missão questionar, através de estudos, sem se desvincular da premissa de que cada instituição define a sua própria noção de estudo.

Pois, em contraste com o mundo sábio, aquele aonde o saber é constituído, aonde responder perguntas é *criar* uma resposta, de modo geral, no sistema de ensino estudar é estudar uma resposta já validada e posta em uma obra. Desta forma estudar

Es estudiar una obra existente em otra parte de la sociedad, para reconstruirla, transportarla a la institución que sirva de habitat al estudio. El pasaje del estudio de una cuestión al estudio de una reposta –de una obra – no se hace sin algunas modificaciones de la noción de estudio. (CHEVALLARD, 1999, p. 235)

Para exemplificar as modificações que podem ocorrer, Chevallard toma a questão: Como demonstrar que $\alpha = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ é irracional? e apresenta uma técnica como resposta a pergunta colocada. Elevando ao quadrado os dois membros da equação chega-se a expressão $\frac{66-\alpha^2}{24} = \sqrt{6}$. Para que esta expressão seja verdadeira, alfa tem que ser irracional. Uma vez esclarecida o vínculo da didática a palavra estudo e como o estudo está sendo entendido na didática da matemática e nas praxeologias matemáticas por ela construídas, o autor passa a apresentar as *organizações didáticas (praxeologias didáticas)* propriamente ditas.

Tomando o estudo como um tema central para discutir a organização didática, Chevallard (1999) afirma que o “como” estudar vai depender do conteúdo didático e que a questão sobre o que seria específico da didática, nos remete a pergunta o que seria específico da matemática ou de qualquer outra disciplina. O autor chama a atenção para a oposição entre o genérico-específico do conteúdo como uma estrutura fractal, partes que se encontram e se diferenciam em diferentes níveis da análise didática. Qualquer que seja o objeto haverá uma especificidade que funda o tipo didático, que não será isolado institucionalmente, pois relaciona-se em certo nível de generalidade com a didática da escola inteira. Assim “Por organização didática, compreenderemos, a priori, todos os

tipos de tarefas, técnicas, tecnologias, etc., chamadas pelo estudo concreto em uma instituição concreta.” (CHEVALLARD, 1998, p. 17)⁹

O autor salienta que a TAD leva a examinar questões localizadas no eixo especificidade-generalidade como aquelas de organizações locais matemáticas, mais próximas da generalização e que são considerados como escolhas pedagógicas ou políticas e que ficam usualmente fora do questionamento da didática da matemática.

Nos sistemas didáticos escolares, as tarefas integradas a uma praxeologia matemática são tradicionalmente realizadas por um só indivíduo – o aluno, porém para aprender a realizar a tarefa ele recebe a ajuda do professor. Desta forma, as tarefas didáticas devem ser cooperativas e realizadas por várias pessoas- os atores da tarefa.

Algunos de estos gestos serán vistos con tareas completas. t´, para cuja realización x actuará (momentáneamente) em autonomía relativa em relación a los otros actores de la tarea. El conjunto de estas tareas, subconjunto del papel de xi, cuando se realiza t según ô, es denominado el topos de xi em t. (Chevallard, 1999, p. 239)

Na sala de aula haverá também o topo do professor, que é o seu lugar na elaboração e realização da praxeologia. Como por exemplo: construção da tarefa, condução da aplicação de praxeologias, execução da avaliação da praxeologia e do desenvolvimento das tarefas realizadas pelos alunos. Um ponto frágil desta dinâmica é aquele que dá lugar aos alunos, para que eles não se sintam como figurantes sem um verdadeiro papel durante o estudo. O que quer dizer que por traz de toda atividade do professor deve-se perceber a atividade do aluno. Para além disto, a organização didática escolar tem ainda a incumbência de examinar a qualidade e quantidade do trabalho autônomo exigido do aluno.

O autor, descreve a organização didática como momentos de estudo caracterizados pela realidade funcional do estudo, antes de ser uma realidade cronológica. O modelo dos momentos didáticos oferece dois instrumentais para o professor, uma vez que este é o diretor e ator da situação didática e algumas vezes também o seu designer.

Assim, o modelo é uma grade para analisar os processos didáticos, e também explicita claramente a problemática da realização dos diferentes momentos de estudo.

⁹ Par organisation didactique, on entendra donc *a priori* l’ensemble des types de tâches, des techniques, des technologies, etc., *appelés par l’étude concrète en une institution concrète*.

No nosso entender, todos os momentos de estudo, enquanto ação a ser desenvolvida, são respostas a perguntas que subjazem suas finalidades. Assim, o primeiro momento pode ser um reencontro, um primeiro contato com uma tarefa de uma obra O. Sua realização persegue ou dá respostas a perguntas como: O que se encontra em um primeiro contato com uma organização? Para responder esta pergunta o designer do momento tem que considerar os pontos de vista do organizador da tarefa da obra O, do aluno e do próprio professor. Há casos onde o professor acumula funções, construindo ele próprio a tarefa. Outras perguntas delineiam este momento de estudo como: quais as formas possíveis deste primeiro encontro? Sua resposta pode ser a apresentação cultural-mimética do objeto estudado na tarefa, ou ainda, numa forma mais consistente ser um discurso sobre a razão de ser do objeto (ou objetos) em questão, ou seja, explicar sobre os motivos que levaram a construção do objeto.

O segundo momento de estudo se constitui pela exploração do tipo de tarefa e sua elaboração técnica. A técnica de resolução de uma tarefa ou problema é para o autor um embrião de uma técnica para tarefas e problemas do mesmo tipo.

Assim, nasce uma dialética fundamental: estudar os problemas é um meio de criar e desenvolver uma técnica relacionada a problemas do mesmo tipo, uma técnica que por sua vez será o meio para resolver problemas desse tipo de maneira quase rotineira. (CHEVALLARD, 1998, p. 21)

O terceiro momento de estudo se constitui em torno do bloco tecnológico-teórico. Que propicia a tecedura de uma relação com outros momentos técnicos-teóricos já estudados anteriormente, ou ainda a possibilidade de criação de um entorno técnico-teórico relacionado à técnica elaborada anteriormente. Desta forma, para o autor, os problemas ou tarefas estudadas podem ser consideradas como aplicações do bloco técnico-teórico.

O quarto momento é dedicado ao trabalho com a técnica no sentido de aprimorá-la enquanto técnica associando-a a tarefas adequadas qualitativamente e quantitativamente.

O quinto momento é o da institucionalização da organização matemática (ou praxeologia matemática). Este momento tem como objetivo distinguir os elementos que foram usados na construção no sentido de classificá-los como elementos que de fato se integram à organização matemática e aqueles que podem ser descartados. Segundo o autor, este momento é importante pois através dele o aluno fica ciente do que é necessário conhecer para resolver a tarefa estudada ou o tipo de tarefa estudada.

O sexto momento é o da avaliação que se articula com o momento da institucionalização. A pergunta que permeia este momento é: Quanto vale, de fato, a organização matemática que se construiu e se institucionalizou? A técnica utilizada é por si só potente, manejável, segura, robusta? O direcionamento destas perguntas, segundo o autor, amplia a avaliação clássica de relações pessoais. Pois, “por trás da clássica avaliação das relações pessoais, isto é, por trás da avaliação de “pessoas, “está a avaliação *da norma em si* – a relação institucional que serve de referência. (CHEVALLARD, 1998, p. 22-23), assim a avaliação proposta é formadora não de uma pessoa, mas de uma praxeologia. Ela destaca o estudo, incentivará a retomada dos momentos didáticos e talvez de toda jornada didática.

Quanto ao modo de conduzir a avaliação, Chevallard afirma:

Embora obviamente não há a possibilidade de adotar uma problemática de recusa de julgar, ainda é necessário refletir sobre o uso apropriado da *suspensão do julgamento - a epochê dos estóicos*. Em particular, a análise (e, antes disso, a observação) não deve se tornar, sub-repticiamente, avaliação. É certamente verdade que o estado de suspensão do julgamento normalmente constitui a substância de toda vida institucional, sobre a qual se elevam os juízos de valor. Mas devemos repetir aqui que devemos saber como alocar um tempo - o de observação e análise - para a suspensão do julgamento; e um tempo apropriado - o da avaliação - para a quase vital necessidade de julgar. (CHEVALLARD, 1998, p. 24, tradução nossa)

Entendemos que a *epochê dos estóicos*, na afirmação do autor, esteja diretamente ligada a valores atribuídos que já estão institucionalizados e que podem ser apenas convenções expressas em juízos, sendo assim, estes podem através da suspensão destes juízos serem revisitados e, quiçá, reformulados.

Para direcionar o momento de avaliação, o autor sugere como esta deve ser realizada seguindo os elementos propostos na organização praxeológica, assim um tipo de tarefa deve ser avaliado pelo: 1) *critério da identificação* através de perguntas como: os tipos de tarefa estão bem classificados?; 2) *critério da razão* através de perguntas como: as razões de ser das tarefas estão bem explicitadas?; 3) *critério de permanência* as tarefas são pertinentes na visão dos alunos para a atualidade?

Quanto à avaliação de técnicas, as perguntas, norteadoras da avaliação, podem ser: as técnicas se elaboram efetivamente ou são somente delineadas? São suficientemente inteligíveis?

Da mesma forma o autor propõe algumas perguntas que poderão ser o norte da avaliação das tecnologias, como: as formas de justificação utilizada são parecidas com as formas canônicas em matemática? Se adaptam a suas condições de utilização?

Conforme o explicitado sobre avaliação de uma organização didática, ela constitui, segundo o autor, em um dos motores para o desenvolvimento nas investigações didáticas. No entanto resta ainda tecer alguns comentários sobre o desenvolvimento da avaliação de uma organização didática que abrange o trabalho tecnológico-teórico a ser realizado posteriormente.

Um dos princípios que deve ser contemplado na construção deste trabalho é o da heterogeneidade histórica e institucional, pois nenhuma praxeologia, existente ou por ser construída, pertence a uma época totalmente fechada e, no outro extremo, toda "inovação", segundo o autor traz consigo algo do tradicionalmente colocado. Desta forma organizações didáticas obsoletas podem vir a ser retomadas ou até mesmo podem ser inovadas.

Consequentemente, as atividades de desenvolvimento terão que se basear em uma pesquisa qualitativamente ampla, tanto em diacronia como em sincronia, para a qual o recente desenvolvimento de poderosos meios de comunicação e informação (Internet, etc.) pode dar novo vigor hoje. (CHEVALLARD, 1998, p. 28)

O segundo princípio que deve ser contemplado na construção do trabalho tecnológico-teórico sobre a organização didática é o da noção de desenvolvimento próximo que é aquele que, na visão do autor, busca questionar a realidade observável e ir ao encontro de realidades possíveis.

Compreensões advindas da leitura sobre a teoria antropológica do didático

No ensejo de trazermos para o leitor as compreensões advindas do estudo realizado sobre a Teoria Antropológica do Didático considerando suas raízes na Didática da Matemática numa abordagem antropológica, iniciaremos nossos comentários com considerações gerais para depois nos dirigirmos as possíveis respostas às questões colocadas no início do texto.

Destacamos aqui uma característica, por nós observada, sobre o modo de teorizar de Chevallard, que nos parece atender um modo estruturalista de teorizar, no sentido de

apresentar um modelo, no qual poderão ser incorporadas especificações do objeto em questão.

Tomemos, por exemplo, a relação do sujeito com o objeto que inaugura a existência do objeto como conhecimento e, portanto, assumi a característica de ser uma relação cognitiva. O que está sendo afirmado pelo autor é a possibilidade de acontecer a relação, sem, no entanto, entrar na questão de *como* este cognitivo se dá para o sujeito da relação. O autor somente se pronuncia afirmando que não se trata ali, naquele momento, da concepção intelectualista ao referir-se ao cognitivo. No nosso entender, o que está sendo afirmado é que extraída esta corrente filosófica, qualquer outra poderia explicitar o acontecer da relação em termos cognitivos.

Este mesmo movimento estruturalista reflete-se nos vínculos explicitados entre a relação pessoal e a relação institucional. O autor afirma a possibilidade dos vínculos entre as referidas relações, sem, no entanto, explicitar *como* estes vínculos se constituem e o que sustenta a permanência dos mesmos. Daí, mais uma vez, a estrutura apresentada está aberta a especificações sobre o acontecer dos vínculos das relações.

Identificamos, também, o mesmo modo na teorização da organização didática, quando o autor a vinculava ao termo *estudo*. Pois, Chevallard afirma que o modo como o estudo deva ocorrer é uma determinação da instituição que dele lança mão, desde que o estudo questione o objeto e busque respostas nas obras que tratem do objeto estudado. Entendemos que a natureza do estudo, ou melhor dizendo a natureza do estudar, que estaria sendo respondida pela questão: o que é estudar enquanto metodologia para o ensino de matemática, intenção primeira da didática da matemática? não está colocada no trabalho do autor. Esta resposta fica em aberto, mesmo que o autor diga que o que se espera do estudo é que ele conduza aquele que estuda ao saber ensinado - no caso do aluno, ou ao saber a ser ensinado - no caso do professor. Assim, não fica suficientemente explicitado nos textos estudados para a escrita deste artigo - *o que é estudar*.

O que queremos dizer com isto é que a construção do procedimento didático enquanto estudo está aberta a várias interpretações sobre o que é o estudar uma obra e mais do que isto, o que ela é em relação ao conhecimento que transmite e qual seria o seu papel no estudo, na transmissão do conhecimento matemático e transmissão do didático que ocorrem no seio das instituições didáticas.

Feitas essas considerações passaremos agora a descrever nossas compreensões sobre as interrogações postas no início do artigo que norteiam a trajetória da pesquisa aqui apresentada.

A resposta dada acima neste texto à questão: o que de epistemologia matemática aflora da Teoria Antropológica do Didático? que afirma, ter ela um viés da organização matemática, quando tomada pelas três funções que exercem a técnica, a tecnológica e a teoria, consideradas pelo autor, como funções estruturantes do fazer matemática implícito nas tarefas, tem como pano de fundo a concepção de epistemologia de ser ela uma

[...] disciplina cujo objeto é a ciência – sem ser propriamente uma “filosofia das ciências” ou uma “teoria do conhecimento”. (embora o termo tenha servido de sinônimo à gnosiologia). A epistemologia estuda de maneira crítica os princípios, as hipóteses gerais, as conclusões das várias ciências para delas apreciar o valor e o alcance objetivo. (DUROZOI; ROUSSEL, 1993, p. 158)

Desta forma, entendemos que tendo Chevallard, o objetivo de analisar as praxeologias do ensino de matemática via tarefas a serem realizadas, ele as organiza buscando no solo matemático, ao qual elas fazem referência, uma articulação entre os diversos momentos históricos tanto do desenvolvimento matemático em termos de técnica, de suas justificativas e da teorização das mesmas, como em outras obras que fazem referência ao assunto tratado na tarefa considerando a episteme de cada época, associada ao estado de evolução dos objetos matemáticos e simultaneamente sincronizando-os com as exigências didáticas postas no momento em que a tarefa deva ser realizada. Daí a necessidade de definir duas praxeologias que seguissem uma mesma estruturação: a matemática e a didática, para que elas pudessem dialogar entre si.

No nosso entender é na avaliação da praxeologia como um todo que se tem a possibilidade de confirmar ou não a sincronização desejada entre as praxeologias matemática e didática. É desta forma que entendemos que o autor busca o alinhamento do epistemológico da matemática com o didático, a saber, pela avaliação da praxeologia efetuada no âmbito do ensino de matemática. Vemos com isto que o alinhamento alcança a sala de aula, pois é ela que consolida, ou não, o tão almejado fazer matemático exigido na tarefa.

Embora, a TAD tenha seu foco numa perspectiva de prática docente, que para além de analisar seu próprio fazer também leva em conta, de maneira crítica, os níveis superiores de determinação didática como: tópico, tema, setores organizacionais e domínio de saberes das instituições de ensino, e a própria disciplinas (Chevallard, 2002a), ela não traz

em seu bojo um instrumental analítico que possa responder questões que digam respeito aos fatores que propulsionam o start e o desenrolar da transposição didática que ocorre na noosfera, uma vez que estes fatores não, necessariamente, façam parte de construções institucionais regidas por uma mesma lógica de desenvolvimento que a sugerida pela praxeologia de Chevallard. A análise proposta pela TAD toma as construções institucionalizadas como matéria primeira num movimento de análise retroativo, sem ater-se aos fatores que possivelmente tenham causado desvios do saber matemático. A teoria parte de tarefas didáticas matemáticas postas nas bibliografias em busca de técnicas, tecnologias e teorias correlatas e adaptadas as necessidades didáticas ou cria tarefas a serem cumpridas, cuja criação segue a mesma estrutura posta no modelo praxeológico, o qual articula técnicas, tecnologias e teorias.

A afirmação acima em nada desprestigia o valor cultural, social e de ensino da TAD. Ela esclarece o alcance do potencial da teoria e o seu alinhamento com seu próprio objetivo, uma vez que essa teoria dá um grande passo na direção da recuperação do sentido matemático, posto no corpo de conhecimento matemático, situando-o no ensino da matemática.

Ainda, a atividade matemática, mirada sob o prisma de tarefas correlatas à matemática a serem executadas por um grupo de pessoas que pertencem a uma instituição didática, a qual define as características do estudo a ser realizado, tem seus sustentáculos nos conhecimentos institucionalizados, tanto aqueles que se referem ao sistema didático quanto aqueles se referem à matemática. No horizonte aberta pela TAD, poderemos tecer afirmações sobre o fazer matemático e provocar modificações no fazer matemático da sala de aula que dizem respeito a praxeologia em si e se o aluno conseguiu seguir o caminho traçado por ela.

Entendemos que nestas circunstância, caso o aluno consiga compreender os passos que realizou no decorrer da praxeologia aplicada, pode-se afirmar que a praxeologia exercitada oportunizou o conhecimento de conteúdos que compõem sua própria organização, que por abuso de linguagem chamaremos aqui de *episteme*¹⁰ *da praxeologia* – a qual por construção deve ser condizente com aspectos epistemológicos da construção do corpo de conhecimento matemático que incluem também as inferências lógicas,

¹⁰ Episteme, entendida aqui, como um conjunto de conhecimento - tecnico, tecnológico e teórico – metodicamente construído e direcionado à sala de aula.

explicitas nas demonstrações matemáticas. Desta forma, a TAD poderá provocar uma reformulação ou propiciar a efetivação da relação do aluno com a matemática institucionalizada, ao expor significados matemáticos atribuídos por aquele que elaborou a praxeologia, que deveriam, em última análise corrigir os “desgastes” do saber matemático que ocorrem na transposição didática no âmbito da noosfera, mesmo sem saber o que os provocou, dado que a TAD não abarca o processo da Transposição Didática como um todo, mas potencializa a análise do didático em curso no ensino de matemática.

Referências

CHEVALLARD, Y. **Pourquoi la transposition didactique?** *Communication au Séminaire de didactique et de pédagogie des mathématiques* de l’IMAG, Université scientifique et médicale de Grenoble. Paru dans les *Actes* de l’année 1981-1982, p.167-194, 1982. Recuperado em 18 de julho de 2014 de <http://yves.chevallard.free.fr/>

_____ **Sobre a teoria da transposição didática:** algumas considerações introdutórias 1 (on didactic transposition theory: some introductory notes). Texto apresentado durante o Simpósio Internacional de Pesquisa e Desenvolvimento em Educação Matemática, Bratislava, Tchecoslováquia, 1988. Traduzido por Cleonice Puggian (cleo.puggian@gmail.com) com permissão do autor. In *Revista de educação, ciências e Matemática*, v.3. n. 2 maio/agosto, 2013, p. 1-14. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/On_Didactic_Transposition_Theory.pdf. Acesso em 24/04/2018:

_____ **La transposicion didáctica – Del saber sábio al saber enseñado.** 1998. Disponível em: <file:///C:/Users/Familia/Documents/Pós-Doutorado/plan-de-la-ens.-y-ev.-del-aprend.-i.pdf>. Acesso em 30/04/2018.

_____ **La Transposition Didatique - du savoir savant ao savoir enseigné.** La Pensée Sauvage, Edition. 1991a.

_____ Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. In: **Institut de Recherche mathématiques de Rennes**, 1991, fascicule S6 “Vième école d’été didactique des mathématiques et de l’informatique” 1991b. p. 160-162.

_____ Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. (org.). **Didática das Matemáticas**. Tradução: Maria José figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 115-152.

_____ El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didático. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 19, n.2, 1999. p. 221-266.

_____ **Analyse des Pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l’approche anthropologique.** 1998. Disponível em:

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27 Acesso em 25/04/2018.

_____ **Approche Anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques.** Communication aux *3es Journées d'étude franco-québécoises* (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Disponível em: yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_au_savoir.pdf. Acesso em: 30/05/2018.

_____ **Organizer l'Etude 1. Structures & Fonctions.** 2002 a. Disponível em: yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Organiser_1_etude_3.pdf. Acesso em: 30/05/2018

DUROZOI, G.; ROUSSEL, A. **Dicionário de Filosofia.** Tradução: Marina Appenzeller. Campinas: Papiros, 1993.

GADAMER, H- G. **Verdade e Método** – Traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica. Tradução: Flávio Paulo Meurer. Revisão da tradução: Ênio Paulo Giachini. Petrópolis: Vozes, 1997.

KLUTH, V. S. **As estruturas da álgebra** – uma investigação fenomenológica. Saarbrücken: Nova edições Acadêmicas, 2017.

_____, V. S. O Movimento da construção das estruturas da álgebra: uma visada fenomenológica. **Bolema.** Rio Claro (SP), Ano 20, n. 28, 2007. p. 95-113.