

Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista

A hypothetical learning trajectory about trigonometric functions in a constructivist perspective

ARMANDO TRALDI JR¹
LUCIANE SANTOS ROSEMBAUM²

Resumo

Neste artigo é discutido como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com o planejamento do ensino de Funções Trigonométricas; como as pesquisas na área de Educação Matemática podem contribuir para a organização do ensino e como a atuação do professor se revela no que se refere às atividades de planejamento do ensino de forma compatível com uma perspectiva construtivista. O artigo tem como fundamentação teórica os estudos de Simon (1995) sobre o uso de THA no ensino de Matemática. Os resultados indicaram que o uso de pesquisas contribui para a organização do ensino; que a THA elaborada não foi suficiente para que a aprendizagem ocorresse, pois a atuação do professor teve papel decisivo na mediação da construção do conhecimento dos seus alunos.

Palavras-chave: Funções Trigonométricas. Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Perspectiva Construtivista.

Abstract

In this paper we discuss how to compatibilize the constructivist perspectives of learning with the planning of Trigonometric Functions; teaching the as researches in mathematics education field , may contribute to the organization of the teaching, as the performance of teachers of mathematics is revealed, with regard to planning activities in the teaching consistent with a constructivist view of learning. Its theoretical of Simon (1995) on the use of HLT in teaching mathematics. The results led us to conclude that the use of research contributes to the education organization; the HLT is not prepared enough for learning to occur, because the teacher performance has a decisive role in mediating the construction of knowledge` students.

Key Words: Trigonometric Functions. Hypothetical Learning Trajectory. Mathematics Education. Constructivist Perspective.

Introdução

Este artigo é parte de uma pesquisa de Mestrado Profissional, realizada com a participação de dois professores de Matemática e setenta alunos do segundo ano do Ensino Médio. A investigação integra o projeto “Construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio: uma pesquisa colaborativa entre pesquisadores e professores”, desenvolvido com a participação de mestrandos, doutorandos, pesquisadores, e professores de Matemática de Ensino Médio da rede pública estadual de São Paulo.

¹ PUC/SP e IFSP – atraldi@pucsp.br

² SEE-SP - lusrosenbaum@terra.com.br

O objetivo das pesquisas desenvolvidas nesse projeto é o de construir, analisar e avaliar situações de ensino-aprendizagem em relação a diferentes expectativas de aprendizagem do Ensino Médio, a partir da construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem (THA). Segundo Simon (1995), as THAs consistem de estabelecimento de objetivos para a aprendizagem dos estudantes, de tarefas matemáticas para promover a aprendizagem, e do levantamento de hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos. Neste artigo apresentamos o processo de construção, discussão e avaliação de uma THA sobre Funções Trigonométricas.

Os estudos de Brito e Morey (2004) evidenciam que a formação dos professores não explora competências e habilidades para o desenvolvimento deste tema. Geralmente, quando esse estudo é realizado, sua abordagem é superficial, deixando de incluir itens importantes do conteúdo. Deixa a mesmo de enfrentar questões como: Por que é melhor utilizar o círculo trigonométrico com o raio unitário? Por que o número de voltas no círculo pode ser infinito? No que implica a alteração da posição dos parâmetros na representação da função, como por exemplo, $f(x)=2 + \text{sen}(x)$, $f(x) = 2\text{sen}(x)$ e $f(x) = \text{sen}(2x)$?

Segundo esses mesmo autores os professores apresentam dificuldades em questões elementares como simetria e semelhança. Eles destacam que na realização de atividades relacionadas a esses temas “alguns professores traçaram dois triângulos retângulos quaisquer e justificaram que esses eram semelhantes apenas pelo fato de ambos terem um ângulo reto.” (Ibid, p. 66). Nesse sentido um dos alvos desta pesquisa foi contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores participantes do estudo, ora denominados parceiros, ao propor uma THA construída a partir de resultados de pesquisas sobre o tema. E ainda objetivou, a partir do desenvolvimento da THA em sala de aula, verificar possíveis mudanças necessárias na mesma após o encerramento do trabalho com os alunos.

Pesquisas como de Lindegger (2000), Nascimento (2005), Costa (1997), Briguenti (1994, 1998), Klein (2009), Brito e Morey (2004), Martins (2009), Barbosa (2009) e Borges (2009), recomendam a abordagem dos conceitos de trigonometria a partir de situações-problema relacionadas ao cotidiano; trabalho em equipe de modo a permitir a troca de pontos de vista; e o uso de computador para visualização e compreensão das funções trigonométricas. São sugeridos revisões de temas importantes, tais como conjunto Domínio, conjunto Imagem e múltiplas representações semióticas de uma função.

Considerando essas diferentes pesquisas elaboramos uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA), a partir do texto proposto pelo pesquisador Martin A. Simon, de 1995, e outro de Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez, de 2007, onde é apresentada a noção THA, como parte do modelo de Ciclo de Ensino de Matemática.

Utilizamos também pressupostos da concepção construtivista de aprendizagem que norteiam os trabalhos de Martin Simon para aproximar os professores de tal metodologia de ensino, que ainda se apresenta muito aquém de ser aplicada nas salas de aula e aportes teóricos sobre o uso de pesquisa educacional na prática do professor.

Desenvolvemos um estudo com dois professores e 70 alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Estado de São Paulo. A pesquisa realizada, de natureza qualitativa Bogdan e Biklen (1994), em sua dinâmica conta com coleta de dados por meio de observações das aulas, entrevistas com professores parceiros e alunos participantes do projeto e protocolos realizados pelos estudantes.

A investigação foi desenvolvida em duas etapas. A primeira teve início com a análise de documentos curriculares do Ensino Médio e revisão bibliográfica em teses, dissertações e artigos referentes ao ensino e aprendizagem de Funções Trigonométricas. Embasados no quadro teórico e nos resultados das pesquisas, elaboramos as atividades que constituem a THA. Ainda nessa etapa, realizamos as entrevistas com os professores parceiros, para a caracterização dos mesmos, apresentação do projeto e discussão de propostas de mudanças da THA.

A segunda etapa iniciou com o desenvolvimento da THA em sala de aula pelos professores parceiros, seguida de discussões entre eles e a professora pesquisadora sobre o andamento das atividades. Ao final, foram realizadas entrevistas com os alunos para obtermos suas impressões sobre as atividades que compunham a trajetória e com os professores parceiros para discussão dos resultados alcançados e sugestões de alterações. A partir da análise dos dados coletados e sugestões apresentadas pelos professores, elaboramos a terceira versão da THA e a síntese das considerações observadas.

Construtivismo

Pesquisadores como Coll e Solé (2009) defendem a concepção construtivista como um instrumento para análise de situações educativas que também pode ser utilizado para a tomada de decisões referentes ao planejamento, aplicação e avaliação do ensino. Para os autores, o Construtivismo subsidia a elaboração das situações de aprendizagem ao

analisar e buscar recursos que visam compreender por que o aluno não aprende e como o professor deve desenvolver estratégias para tentar ensiná-lo. Segundo os autores, a concepção construtivista não deve ser utilizada como um manual a ser seguido, mas como um conjunto de diretrizes que auxiliam na tomada de decisões sobre o ensino. Assim é preciso adequá-la às metas de aprendizagem e ao contexto em que será aplicada.

Autores como Pires (2009) e Simon (1995) criticam a interpretação errada, simplista e vaga da concepção construtivista: de que o professor deve deixar os alunos à vontade, para interagirem e aprenderem.

Concordamos plenamente com Simon quando considera excessivamente simplista aproveitar a conexão do construtivismo para o ensino com a romântica noção de ‘deixar os alunos sozinhos e eles construirão seu conhecimento matemático’. Ou então: ‘Colocar alunos em grupos e deixá-los socializar o modo como eles resolvem seus problemas’. (PIRES, 2009, p. 154)

Coll e Solé (2009) argumentam que o aluno aprende e constrói seu conhecimento a partir da ajuda do professor, que deve conduzir as aprendizagens e fornecer auxílio que varia em quantidade, tipo e qualidade para atender à necessidade de cada aluno. Essa ajuda pode partir de uma simples atenção, socialização de um conteúdo, às demonstrações minuciosas. Ainda convergindo para essa mesma concepção de aprendizagem, Mauri (2009) afirma que os alunos são aprendizes ativos que constroem o próprio conhecimento. A autora se refere à concepção errônea da teoria construtivista: quando professores abandonam os alunos à própria sorte ao acreditarem que se “ajudarem” os aprendizes estarão dando pistas ou respostas que deveriam ser conquistadas pelos alunos.

Outro tema frequente nesta literatura é o papel reflexivo do professor. Como refere Onrubia (2009), o docente deve ser um profissional reflexivo mesmo após o planejamento das situações de ensino e precisa observar a execução das atividades para avaliar sua aplicação e, quando preciso, efetuar alterações e ajustes para a melhor execução das mesmas.

Solé (1991, apud ZABALA, 2009) defende que o clima da aula deve propiciar aceitação e respeito mútuo em que todos se sintam desafiados a aprender e confiantes para pedir ajuda quando necessário; o planejamento das atividades deve prover recursos para que o aluno consiga usar de forma autônoma o material de modo a permitir que o professor faça intervenções apenas para alunos com maiores dificuldades; as execuções das tarefas devem fomentar a autoestima do educando de modo que ele venha a atribuir um

significado à atividade e comportar-se de modo ativo, autônomo e motivado na busca pelo conhecimento.

Trajectoria(s) hipotética(s) de aprendizagem, segundo Simon.

Há quinze anos, Simon (1995) afirmou que vários estudos comprovavam que o construtivismo indicaria caminhos que auxiliavam a compreensão de como ocorre à aprendizagem, mas mesmo com os resultados de pesquisa em mãos pouco havia sido feito para a reconstrução de uma Pedagogia da Matemática.

Nos dias atuais encontramos um panorama semelhante no artigo de Pires (2009), que corrobora com as observações que Simon apregoou em 1995 ao afirmar que ainda não é uma tradição na comunidade de educadores matemáticos brasileiros o debate e a pesquisa sobre questões curriculares. A autora ressalta que parte bastante significativa das pesquisas na área de Educação Matemática desenvolvidas nas últimas décadas situam-se no campo da Didática da Matemática com influência da abordagem construtivista, porém:

Os resultados dessas pesquisas, contudo, não têm influência direta na elaboração ou ressignificação de propostas de ensino compatíveis com as informações que as pesquisas indicam a respeito das formas de aprendizagem dos alunos. (PIRES, 2009, p. 149)

Comentamos no início deste artigo que a concepção construtivista não pretende fornecer modelos de aulas, o construtivismo provê preciosas contribuições acerca de como se processam as aprendizagens e deve ser utilizado para promover mudanças na Pedagogia da Matemática (SIMON, 1995). Para tal, esse autor destaca que o construtivismo traz contribuições que vão além do trabalho do professor e aborda temas como currículo na práxis, construído em sala de aula, o desenvolvimento de materiais didáticos e a elaboração de pesquisas na área educacional.

Simon (1995) desenvolveu o Ciclo de Ensino de Matemática (Figura 1), para apresentar um modelo que representa as relações cíclicas entre os conhecimentos do professor, pensamento e reflexões e tomada de atitudes. O ciclo é uma proposta de formulação dos modelos de ensino e é necessário uma vez que o objetivo inicialmente planejado muitas vezes necessita ser alterado para melhor se adaptar ao grupo de aprendizes. Segundo Simon (1995), quando um determinado tema é desenvolvido em sala de aula, as atividades elaboradas anteriormente podem sofrer ajustes em consequência das observações do professor em relação às atitudes dos alunos. O termo Ciclo de Ensino assim se justifica, pois quando o professor tece observações a respeito do uso da

atividade e demanda esforços para elaborar novas, o ciclo se inicia, caracterizando assim as relações cíclicas.

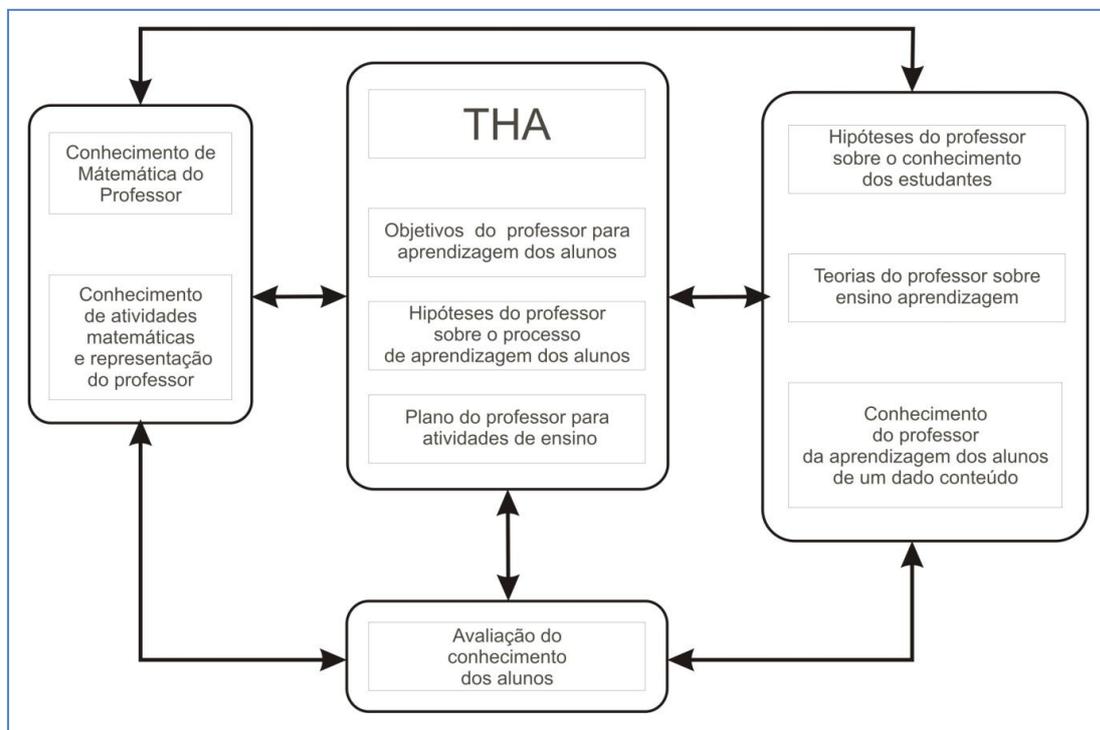


Figura 1: Ciclo de Ensino da Matemática, THA – adaptado (SIMON, 1995, p. 56).

Em seu texto, Simon (1995) destaca os domínios do conhecimento do professor necessários para o desenvolvimento de atividades de aprendizagem: conhecimento do ensino a respeito do conceito a ser desenvolvido (provindo de pesquisas, livros ou da própria experiência docente); conhecimento de materiais e recursos disponíveis para o desenvolvimento do tema e conhecimento de variadas atividades que permitem melhor compreensão do assunto.

A expressão Trajetória Hipotética de Aprendizagem, cunhado por Simon (1995), tem especial relevância para compreender o pensamento do autor. A trajetória se refere aos caminhos que os alunos devem seguir para a construção dos conhecimentos pretendidos. Para o autor, o termo “hipotético” compreende duas perspectivas: a que entende que o professor tem acesso apenas às hipóteses dos conhecimentos dos alunos, isto é, não consegue acessar diretamente o conhecimento dos aprendizes e a outra perspectiva, para fazer referência ao prognóstico, à expectativa do professor, a respeito de como a aprendizagem será processada pelos alunos.

A pesquisa educacional na prática do professor

Os estudos de Zeichner (1998) indicam que os professores participantes de pesquisas educacionais sentem que os pesquisadores acadêmicos são insensíveis à realidade do âmbito escolar e frequentemente se sentem explorados pelos pesquisadores universitários. Nos estudos de Passos (2007), encontramos uma importante tendência, nos últimos anos, de articulações entre os pesquisadores da academia e os professores da escola básica. A autora faz uma análise de anais de encontros de pesquisadores brasileiros nos últimos anos para justificar tal argumento. Um dos pontos destacados por ela refere-se ao fato de que os professores novatos ou com condições precárias de trabalho são os que menos se interessam pelos resultados de pesquisa ou a eles têm acesso. Outro ponto elencado por Passos (2007), também comentado por Zeichner (1998), se refere à linguagem acadêmica usada nas pesquisas, que pode justificar o afastamento dos professores, que vêem sua prática descontextualizada.

No que diz respeito ao trabalho com as noções relativas à trigonometria, encontramos nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) uma recomendação à atenção à transição do seno e cosseno no triângulo retângulo, para o seno e o cosseno definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário, com medida em radianos. Segundo estas orientações, na construção dos gráficos referentes às funções trigonométricas, os alunos precisam entender que, quando se escreve $f(x) = \text{sen}(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos.

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo “São Paulo faz escola” (SÃO PAULO, 2009) implantada em abril de 2008, criou uma base curricular comum para toda a rede de ensino estadual para os níveis de Ensino Fundamental – Ciclo II e Médio. Há uma preocupação em evitar impor o currículo aos professores. O documento recomenda as situações de aprendizagem, mas permite ao professor, a partir da realidade de cada escola, respeitando suas circunstâncias e seus projetos, privilegiar mais ou menos cada tema, determinando seus centros de interesse e detendo-se mais em alguns deles, sem excluir os demais.

Pesquisas sobre o uso de Trajetórias Hipotéticas de Matemática desenvolvidas no projeto

Relatamos neste item os principais resultados alcançados pelas pesquisas desenvolvidas no projeto “Construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio: uma pesquisa colaborativa entre pesquisadores e professores”.

A pesquisa de Angiolin (2009) desenvolveu a THA sobre funções exponenciais. Cabral (2009) investigou a THA sobre probabilidade. Outro trabalho analisado foi a dissertação de mestrado de Lima (2009) que desenvolveu uma THA sobre funções logarítmicas. Os estudos de Luna (2009) foram realizados a partir da construção de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem sobre conteúdos da Geometria Espacial. Na investigação de Mesquita (2009) a pesquisadora desenvolveu uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções polinomiais do 2.º grau. O trabalho de Freitas (2010) teve por objetivo construir, discutir e avaliar a construção de uma THA a respeito do tema isometrias. A pesquisa de Tonnetti (2010) investigou o uso de THA no ensino de Estatística.

Encontramos um ponto em comum entre todos os pesquisadores: a atuação do professor. Os resultados dão indícios de que a THA não foi o principal instrumento para a aprendizagem, mas o desempenho do professor e suas concepções sobre como ensinar Matemática. Autores como Lima (2009, p. 187) destacam que *“a dificuldade e o despreparo dos professores em trabalhar com essa perspectiva, por mais que se esforçassem. Demonstração de que a perspectiva construtivista é pouco ou nada utilizada no ambiente escolar”*.

O papel mediador do professor e a interação com os alunos são citados por Angiolin (2009, p. 129) *“o professor constantemente proporcionou um espaço maior de comunicação em sala de aula criou-se um ambiente em que os alunos puderam interagir com o professor e com as atividades”*.

As pesquisas que integram o projeto trouxeram à tona a dificuldade dos professores em trabalhar com a perspectiva construtivista em consequência da concepção dos docentes como “transmissores de conhecimentos”.

A THA sobre Funções Trigonométricas

Inicialmente fizemos um levantamento a respeito das dificuldades que os alunos apresentam no aprendizado de funções trigonométricas, a partir dos estudos de

Lindegger (2000), Nascimento (2005), Costa (1997), Briguenti (1994, 1998), Klein (2009), Brito e Morey (2004), Martins (2009), Barbosa (2009) e Borges (2009). Destacamos as seguintes dificuldades: na simplificação de notação, no uso de instrumentos, na formulação de hipóteses, no conhecimento de funções e a dificuldade na construção dos gráficos das funções trigonométricas. Esses resultados foram o eixo norteador para a escolha das atividades da THA e serviram de base para a elaboração da mesma, buscando:

- Despertar os conhecimentos já existentes nos alunos de razões trigonométricas nos ângulos agudos para facilitar a transição para o círculo trigonométrico;
- Utilizar instrumentos de construção e medição para que o aluno associe as representações gráfica, algébrica e figural das funções trigonométricas e potencializar a construção do conhecimento do aluno referente ao objeto matemático Funções Trigonométricas;
- Reconhecer propriedades das funções trigonométricas a partir do círculo trigonométrico e da representação gráfica;
- Identificar gráficos que descrevem funções trigonométricas e reconhecer uma função trigonométrica a partir do seu gráfico;
- Resolver situações de aprendizagem contextualizadas e interdisciplinares;
- Utilizar recursos tecnológicos (*software* Geogebra e calculadora científica) a fim de contribuir para a formulação de conjecturas e validação de respostas.

Como o tema funções trigonométricas pode ser abordado fazendo uma ligação entre o eixo Geometria e Medidas e o eixo Número e Funções, procuramos apresentar atividades que permitissem aos alunos articular esses eixos e superar as dificuldades comuns em cada área temática.

Fazemos também a hipótese de que o uso de materiais manipulativos e *software* estimularam o desenvolvimento do pensamento reflexivo dos alunos que construíram conjecturas que eram comprovadas ou refutadas após a discussão coletiva.

Na sequência que construímos para a THA a ser trabalhada, a primeira atividade de aprendizagem propôs a transição das razões trigonométricas no triângulo retângulo para o círculo trigonométrico. Na segunda atividade, empregamos material manipulativo

para obter a razão π . As tarefas desta atividade propunham a associação de cada ponto do círculo trigonométrico à um número da reta real.

A terceira atividade teve como objetivo determinar o seno, o cosseno, tangente, de um arco no círculo trigonométrico, por meio de projeções nos eixos das funções utilizando instrumentos de construção. O desempenho no uso de calculadoras científicas para calcular as funções trigonométricas foi o foco da quarta atividade. Procuramos apresentar tarefas que preconizaram os arcos na representação em graus e também em radianos.

Na quinta atividade apresentamos o estudo da função seno. Antes de começar a representação gráfica da função, os alunos manipularam um ponto no círculo trigonométrico com dois objetivos: familiarização com o software *Geogebra* e verificação que, à medida que o ponto percorre a circunferência, os valores das funções seno, cosseno e tangente e seus respectivos gráficos, eram modificados. Nas tarefas seguintes os alunos deveriam observar o comportamento do gráfico da função $y=\text{sen}(x)$ e suas transformações para reproduzirem em papel.

Na sexta atividade iniciamos o estudo da função cosseno, que pressupôs duas abordagens: no laboratório de informática, tal qual a quinta atividade, ou o professor com o recurso de um retroprojetor pode construir os gráficos no *Geogebra* e exibir para os alunos copiarem no papel. A segunda abordagem pode dar a impressão de não ser motivadora, mas pode ser necessária para conseguir retomar as características da função seno que por ventura alguns alunos não conseguiram compreender.

O estudo da função tangente foi a proposta da sétima atividade, com duas abordagens: no laboratório de informática ou com o recurso de um retroprojetor e do software *Geogebra* para construção dos gráficos.

Finalmente, na oitava atividade apresentamos as equações e inequações trigonométricas. Nesse momento propusemos algumas situações-problema contextualizadas que envolvem a resolução de equações trigonométricas.

Estudo realizado

Participaram da pesquisa 70 alunos, de 15 a 18 anos, do 2º ano do Ensino Médio e dois professores (uma mulher e um homem). Alunos e professores de escola pública. A professora tinha dez anos de magistério e o professor 22 anos de magistério e ele atua

também em escola particular. Designaremos os dois de Professora I e Professor II, respectivamente.

Apresentaremos a seguir a categorização para a análise da atuação dos professores parceiros e dos alunos durante o desenvolvimento da THA. As informações estão baseadas nas observações das aulas, gravações em áudio, protocolos dos alunos e entrevistas realizadas com os professores parceiros e alunos.

Clima de gestão da classe

A professora I manteve a atitude de gestora de aprendizagens na maioria das atividades. Administrava a aula, fornecendo instruções iniciais para todos, intervindo apenas nas duplas que necessitavam de ajuda e provocando questionamentos e conjecturas com algumas mediações durante a atividade, o que caracteriza uma postura construtivista, que provocou maior interesse e autonomia na realização das atividades.

Percebemos que a participação dos alunos aumentou consideravelmente durante o desenvolvimento da THA. No início, apenas chamavam a professora, depois começaram a participar da aula coletivamente, formulando os questionamentos em voz alta, para que toda a turma pudesse acompanhar as conjecturas e dúvidas detectadas.

Pudemos observar que a professora tinha dúvidas em relação ao conteúdo e que quando sentia mais segurança quanto ao conteúdo melhor o apresentava, mais autonomia tinha para desenvolvê-lo e mais autonomia possibilitava aos alunos. Em contrapartida, quando sentia maior fragilidade em relação ao seu conhecimento, resgatava a postura de transmiti-lo, talvez para evitar muitas intervenções dos alunos.

O professor II poucas vezes optou pela orientação coletiva e, quando o fazia, sempre solicitava a um grupo de alunos que fosse à lousa fazer a correção.

O professor deixava os alunos resolvendo as atividades por um tempo além do necessário, e como não explicava para todos da sala, percebemos que ele repetia a mesma instrução várias vezes. A sala era indisciplinada e extremamente dependente do professor, e tal atitude do docente causava mais desinteresse e os alunos na maioria das vezes só aguardavam que o professor apresentasse a resposta.

Percebemos que o professor sentia dificuldade relativamente ao conteúdo matemático e também que não lia as atividades previamente, como consequência não desenvolvia as aulas como o previsto e muitas vezes apenas discutia os temas superficialmente.

Em diversos momentos o professor relatou que não conseguia ter uma postura construtivista, declarando-se sentir-se mais seguro com a atitude “transmitindo o conhecimento”. Afirmou não conseguir mediar os questionamentos, normalmente dava as respostas mesmo sem ser solicitado.

Interesse dos alunos pelas atividades

Os alunos da professora I inicialmente resolviam as atividades individualmente, e antes de solicitar a intervenção da professora, validavam ou refutavam os resultados com os colegas. Nas primeiras observações os alunos estavam organizados em duplas e alguns demonstravam certo desinteresse. Depois que a pesquisadora adaptou as atividades para serem resolvidas individualmente, houve um interesse visível na execução das mesmas e os alunos se sentiram mais confiantes na busca de soluções.

A interação entre os alunos da professora I é consequência de dois fatores: o respeito que eles apresentam uns com os outros e a gestão da sala pela professora. Quando algum aluno apresentava um comentário importante, ela socializava com a sala. Quando a atividade era indicada para ser desenvolvida individualmente, os alunos realizavam cada um na sua folha de atividade, mas se preocupavam em verificar com os colegas os resultados.

Durante o desenvolvimento das atividades, os alunos do professor II não apresentaram o mesmo empenho. A maioria dos alunos se interessou pelas atividades no início da trajetória. Porém, como eram extremamente dependentes do professor, o chamavam constantemente, e esse às vezes esclarecia as dúvidas resolvendo a atividade, descaracterizando o desenvolvimento da THA.

Os alunos do professor II apresentaram graves problemas de relacionamento. A interação não ocorreu como o esperado e percebemos que foi um dos fatos responsáveis pelo professor não terminar o desenvolvimento de toda THA.

Dificuldades observadas e possíveis causas

A professora I não apresentou maiores dificuldades no conteúdo matemático, mas sim no uso de tecnologias. Tanto para a calculadora científica que declarou não estar acostumada, como ao software para construção de gráficos que não conhecia. Percebemos que o desenvolvimento da THA permitiu romper barreiras ao uso e tornou a experiência significativa para a professora.

O professor II apresentou maiores dificuldades com o conteúdo matemático. Por essa razão, diversas vezes foi necessário que a pesquisadora fizesse intervenções e concluísse

a sistematização nos momentos em que os alunos apresentavam dúvidas que o professor não soube sanar. Algumas dificuldades quanto ao uso da calculadora e o software foram previstas, porém não imaginávamos que seriam necessárias tantas interferências.

A partir da observação das aulas, pudemos perceber que o professor II apresentou grande dificuldade na adaptação ao método. Não estava acostumado a administrar a aprendizagem dos alunos. Fazia poucos questionamentos e não fazia uso das intervenções e conjecturas dos alunos para enriquecer a discussão coletiva. Nas questões que exigiam experimentação ou testar hipóteses, os alunos ficavam apenas em discussões superficiais, aguardando o professor “dar a resposta”.

Os alunos da professora I apresentaram maior desembaraço no uso de instrumentos de medição e construção. Como esta dificuldade havia sido identificada em pesquisas relatadas na revisão bibliográfica, elaboramos várias atividades que proporcionassem o desenvolvimento de tais habilidades. Observamos que no decorrer das semanas estas dificuldades foram superadas pela maioria dos alunos participantes do projeto. Nas primeiras atividades os alunos eram muito dependentes da professora, à medida que as semanas iam passando, foi nítida a diferença e que a autonomia, os questionamentos e o interesse dos alunos apresentaram notável aumento.

Os alunos do professor II apresentaram dificuldades no uso de instrumentos de medição e construção. No decorrer das semanas, alguns alunos superaram essas dificuldades. Os alunos do professor não se adaptaram muito bem ao método construtivista. Nas atividades de levantar hipóteses e experimentação, as discussões eram superficiais e dificilmente os alunos tentavam conjecturar sobre as respostas. Podemos inferir que uma das causas foi a falta de adaptação do professor da turma à abordagem. Como afirmamos o professor declarara não ser construtivista, tal postura possivelmente influenciou a adequação dos alunos. Outra hipótese é que a sala não conseguiu desenvolver a interação e o diálogo nem entre alunos e professor e muito menos entre os alunos em virtude da indisciplina.

Interação professor x aluno

Durante as aulas da professora I, percebemos que a mesma sempre atendia todos os alunos, porém nas primeiras atividades trabalhava mais com aqueles que a buscavam, havendo pouco incentivo por parte dela com os alunos que não tentavam realizar as atividades. No decorrer das semanas percebemos que os alunos que inicialmente eram desinteressados e indisciplinados começaram a fazer as atividades.

Os alunos do professor II fizeram algumas conjecturas apenas após muitas intervenções do professor ou da pesquisadora. Por serem extremamente dependentes do professor, aguardavam a resposta e não compreendiam que teriam melhores resultados se tentassem alcançá-la sozinhos. O professor fazia questionamentos superficiais, as perguntas apenas induziam os alunos e não conseguia mediar às aprendizagens.

A opinião dos alunos sobre as atividades

Da Professora I

Percebemos que os alunos da Professora I demonstraram interesse em participar das atividades. No início alguns não estavam fazendo as tarefas, como comentamos anteriormente, porém depois percebemos o empenho dos alunos na execução das atividades.

A seguir trechos em que fica evidente o interesse dos alunos pelas atividades:

“O pessoal descobriu como a matemática é mais interessante. Todos gostaram de ter uma nova experiência, mudar um pouco a forma de aprender matemática. O conteúdo foi o mesmo, mas as formas foram diferentes.”

“A gente sempre via que não havia interesse. Fazia quem queria, quem gostava de matemática. Hoje não a maioria, não vou falar que todos, porque sempre há exceção. Mas a maioria faz porque tá entendendo, porque ta aprendendo.”

No depoimento da aluna, podemos notar que os alunos se sentiram valorizados em participar do projeto:

“Não ser mais um ensino médio com um simples projeto, mas sim o segundo que se destaca em um interessante e diferente projeto, que com certeza irá, mudar todo o sentido de aprendizagem do segundo ano.”

É possível inferir que os alunos já tiveram contato com alguns instrumentos, porém não estavam habituados a fazer atividades com material manipulativo. Pelos depoimentos, percebemos que a experiência foi significativa. Porém ainda há uma resistência ao uso da calculadora.

“Até o uso da calculadora. Foi um desafio para todo mundo. Até para mim que não sabia mexer. Eu ia lá lendo o manual e ia fazendo. Eu não entendia uma coisa que a aluna I ia entendendo, daí ela me passava eu passava para ela. Nós interagíamos e descobríamos juntos entre os alunos.”

O uso do software despertou o interesse dos alunos. Percebemos que iniciar o uso no laboratório e depois dar continuidade com o projetor em sala de aula foi muito

proveitoso e atendeu à necessidade de sistematizar os conhecimentos. Alguns alunos instalaram o software em casa como relatado nos dois comentários a seguir:

“O software foi muito bom. Nós conseguimos ver direitinho. Em casa fiz as funções seno, cosseno e tangente. Foi importante levar para o laboratório, pois nós conseguimos mexer no Geogebra. E na sala porque todos estavam na sala e tinham melhor compreensão.”

“A visualização economizou tempo, dando mais espaço para aprender mais coisas.”

Pelos depoimentos dos alunos podemos perceber que a professora mudou a atuação em sala de aula. Alguns relatos demonstram que a professora começou a adotar o construtivismo, questionando mais os alunos e iniciando os temas de modo diferenciado.

“Com a professora não era assim. Era chegou a isso ponto final. Abriu um espaço melhor para o aluno interagir na aula. Eu vi muito aluno participando, ta quietinho, não fala, mas ta absorvendo. Coisas que muitas vezes o professor não percebe.”

“Foi diferente. Ela foi passando atividade por atividade, como nós fazíamos. Não explicando e façam! Mas lendo o enunciado e falando: Gente, o que vocês acham? O que quer dizer isso? O que quer dizer aquilo? Essa interação foi feita hoje.”

Um indício de contribuição da THA: podemos inferir nos depoimentos abaixo que demonstram a mudança no relacionamento entre professor e alunos:

“Mas a gente aprendeu a respeitar mais o professor, saber a hora de falar, saber a hora de interagir. E dar espaço tanto para o professor, quanto para os colegas.”

Pudemos perceber que os objetivos que almejávamos com o trabalho em equipe foram alcançados. Os alunos discutiram, validavam os resultados e desenvolviam a autonomia.

“Eu gostei porque se eu tenho uma dúvida a gente discute sobre aquilo e consegue ver como o colega conseguiu desenvolver a atividade. Outro jeito de fazer a atividade e conseguir entender melhor. Não tinha trabalhado assim em matemática. Se eu tivesse alguma dúvida eu perguntava para o colega, ia trocando informações. Formas de resolver determinada questão. Não era cola. Formas que o meu colega desenvolvia e eu desenvolvi de outro. Mas olhando aquela forma poderia ser melhor para mim.”

“Foi um avanço, um aprendizado. A gente não aprendeu só o que é tangente, o que é cosseno. A gente aprendeu a respeitar, a ouvir e a falar. “

A autoconfiança é citada como uma característica que foi desenvolvida com a THA:

“Eu achar que eu posso, é uma coisa. Eu confiar que eu posso realizar algo é outra.

Professor II

Os depoimentos abaixo comprovam o que percebemos durante as observações: os alunos foram aprendendo a utilizar os instrumentos durante o desenvolvimento da THA.

“A minha opinião é que tinha instrumentos que a gente não sabia mexer e aprendeu, porque tinha os colegas e os professores.”

Percebemos opiniões diferentes quanto ao uso do software. Enquanto uns gostaram, outros preferiam o uso da lousa provavelmente por serem muito dependentes da explicação do professor.

“O software é legal para poder ver de outro jeito que não tem só na lousa para sentir o que era melhor. Na lousa era melhor. A gente só foi uma vez no laboratório.”

A aluna C instalou o software *Geogebra* em casa e construiu alguns gráficos. Relata que foi orientada pela pesquisadora a usar o software:

“Quando você passou para o Geogebra, eu baixei em casa. Eu não conseguia, não sabia e ficava nervosa. Porque era quinta. Tinha que passar a sexta, sábado e domingo... Até segunda, na próxima aula. Imagine aquilo na minha cabeça batendo. E eu com medo de desmanchar o gráfico que você tinha feito. Mas ela falou... Eu tinha medo. Era só isso. Pode ser usado em casa também. Auxiliando o aluno a explorar o programa e tirar suas próprias dúvidas ou conhecer coisas novas que não foram propostas pelo projeto.”

Os relatos a seguir demonstram que os alunos perceberam que o professor não se adaptou ao método construtivista e que apresentava dificuldades em conteúdo matemático:

“No projeto ele estava tão aluado, tadinho. A gente perguntava, ele falava e ia para outro lado. E ele nem sabia o que a gente tava perguntando.”

“O professor mesmo não tem dom de falar e você entender na hora. Eu não sei se ele não interagiu com a atividade ou a atividade não interagiu com ele.. Não sei então, ele não sabia muito dizer. A gente ia mais pelo enunciado. Ele só concordava.”

“Quando eu tô começando a entender ele fala a resposta. Não culpo ele, porque tem bastante alunos.”

A aluna C foi, várias vezes, à lousa, quando solicitada pelo professor. Percebeu que o professor apresentava falhas no conhecimento matemático:

“Eu ia bastante para a lousa porque o professor não sabia usar os instrumentos. Ele não tinha noção básica. Ele tinha noção básica da trigonometria. E não sabia se aprofundar muito. Notei desde o primeiro momento.”

Pudemos perceber que os objetivos que almejávamos com o trabalho em equipe não foram alcançados com essa turma. Em raras oportunidades observamos que os alunos discutiram, validavam os resultados e desenvolviam a autonomia. Poucos depoimentos foram favoráveis ao trabalho em dupla. Comentamos anteriormente que os alunos apresentam sérios problemas de relacionamento, pudemos inferir que essa seja uma das causas para essa estratégia não ter sido adequada.

“Os alunos carregam outros alunos nas costas. Eu estava com uma dupla, vi que estava fazendo tudo sozinha e mudei a dupla. Com a aluna A foi mais ou menos. Ela é uma pessoa inteligente. Eu não curti muito à tarde...”

Foi possível observar que muitos alunos não acreditavam na capacidade de aprender, se sentiam desprezados e alguns não acreditavam que conseguiam aprender.

“Tem sala que é popular porque tem bons alunos. Tudo eles jogavam nas nossas costas (2B). Quando a gente queria fazer alguma coisa: Ah não, o 2A já vai fazer. Quando a gente teve alguma ideia e queria apresentar aos professores: nesse dia o 2A vai fazer... Que dia vai ter prova? Ah num vou poder vir porque vai ter num sei o que com o 2A. Aí, mudavam o dia da prova. Tudo era o 2A, a gente ficava revoltado.”

Novos conhecimentos dos professores parceiros

Segundo Simon (1995) o Ciclo de Ensino de Matemática tem início e término no conhecimento do professor e representa as relações cíclicas entre seus conhecimentos, pensamentos e reflexões e tomada de atitudes.

Após o desenvolvimento da THA, entrevistamos os professores para obter suas impressões sobre o desenvolvimento das atividades. A entrevista foi semiestruturada, e o questionário utilizado faz parte do anexo. A seguir apresentamos a análise das entrevistas e trechos que servem para justificarem nossas reflexões.

O depoimento da professora I indica que a mesma fez uma reflexão sobre a sua atuação ao relatar que dominava o conteúdo, porém fez alterações na didática. Segundo a docente, houve mudanças na metodologia em outras séries que leciona. Para a professora, a abordagem construtivista contribuiu na melhora da participação e da aprendizagem dos alunos.

“Me ajudou muito a pensar sobre a minha didática em sala de aula sobre como transmitir conhecimento. Porque na verdade a gente não tem que transmitir o conhecimento a gente tem que pegar o conhecimento do aluno e amadurecer, transformá-lo. Então aprendi bastante. Entendi bem mais o construtivismo.”

“Alunos construindo conhecimento, fez com que melhorasse a aprendizagem. De acordo com o passar dos exercícios, das atividades comparando a aprendizagem com anos anteriores do mesmo tema. A construção dos gráficos. A diferença entre um e outro.”

Nas primeiras aulas da THA a professora I fez um comentário que demonstrava sua impressão negativa quanto ao uso da calculadora. Percebemos que a professora mudou sua concepção sobre tal instrumento. O uso do software *Geogebra* foi muito importante para a professora para visualizarem os gráficos.

“Eu nunca tinha usado o software, adorei. Facilitou bastante na construção dos gráficos para os alunos verem. Participarem da construção. Deu para entender os parâmetros. A atividade do círculo trigonométrico foi muito importante para eles visualizarem os gráficos. Para eles verem de acordo com o ângulo que vai andando e aumentando para eles verem como vai ficando a construção do gráfico.”

Uma das questões deste presente estudo tem a intenção de responder como as pesquisas na área de Educação Matemática podem contribuir para a organização do ensino de funções trigonométricas. Notamos, não apenas pelos resultados obtidos com os professores, mas também pelo relato a seguir, que conseguimos diminuir a distância entre as produções acadêmicas a professora I:

“Se eu for pensar como as pesquisas de matemática, nunca chega nada a mim. Nunca chega nada na escola. Então como eu posso dizer se contribui comigo ou não, se não chega na escola. E agora ajudou bastante e fiquei até curiosa para pesquisar. Só que tem que ir até lá (na PUC) para folhear? “

Os pressupostos construtivistas recomendam que o professor deve mediar as aprendizagens. Notamos que a professora I se adaptou ao método e mudou consideravelmente a qualidade das intervenções. A própria relata que mudou os questionamentos na aula de Matemática, percebeu que antes suas perguntas eram superficiais:

“Me ajudou bastante a crescer. Crescer no modo de poder avaliar, de questionar os alunos. Eu passei a questionar mais. Porque geralmente eu faço questionamento, mas não com tanta frequência.”

A professora I declara que se surpreendeu com o desempenho dos alunos em algumas tarefas. Tal como nosso quadro teórico (SOLÉ, 2009) o olhar do professor é responsável pelo desempenho dos estudantes:

“Algumas atividades me surpreenderam, porque algumas os alunos conseguiram. Normalmente, você não deixa ele pensar: ia acabar dando dicas.”

Segundo os autores Coll e Solé (2009), duas características são importantes para o aluno no método construtivista: a autonomia e a autoestima. Podemos inferir a partir do depoimento da professora I:

“Sim. A THA contribuiu bastante para desenvolver a autonomia. A THA os deixou bem confortáveis pra poder resolver e fazer os exercícios. Como toda aula eu fazia uma retomada com eles e eles viam que eles estavam sabendo o assunto isso facilitava para eles fazerem a resolução, ficavam mais confortáveis pra poder resolver. Contribuiu com a autoconfiança dele.”

Acreditamos que a participação no projeto contribuiu para o desenvolvimento profissional da professora I. Quando questionada se havia participado de uma formação, teceu o seguinte comentário: *“Claro que eu fiz. Eu participei dela. Essa formação foi maravilhosa. Nunca foi tão fácil.”*

O desenvolvimento da THA trouxe para o professor II uma nova visão a respeito do Construtivismo. Segundo o docente, a abordagem torna mais fácil que o aluno *“trabalhe a própria construção do conhecimento.”* O docente relatou que gostou do construtivismo, porém não sabe usar esta estratégia:

“A gente tem o construtivismo meio que deixa fazer, mas num é deixa fazer. É mostrar um caminho.”

“Eu gostei de trabalhar. Você percebeu que eu não sei trabalhar desse jeito do projeto.”

Na seguinte declaração do professor é possível perceber que a participação no projeto trouxe contribuições não apenas para a turma participante, mas também em outras turmas que leciona:

“Uma coisa mais concreta, assimila melhor. Fixa melhor. Talvez esse trabalho tenha contribuído para eu melhorar lá na sexta-série.”

Uma reflexão importante feita pelo professor II acerca do método construtivista é o fato de propor que:

“O professor deve instigar os alunos. A gente que é da geração tradicional, como professor peca muito nesse sentido de querer dar respostas. Nesse sentido cresci um pouquinho.”

Ambos os professores apresentaram pouca familiaridade no uso de tecnologias no ensino de Matemática, mas enquanto a professora I se esforçou para explorar o software, o professor II não tentou ministrar a aula com esse recurso.

“Eu achei excelente. Você fez divinamente na lousa, maravilhoso. Foi muito claro, conciso. É outra coisa. Tanto você como eu nos surpreendemos por eles não terem... preferirem à lousa. É estranho. Mas acho que numa turma “normal” vai preferir no software. Eu acho que a vantagem é que deixou de ser uma coisa abstrata. Foi mais concreto. Deu para visualizar, perceber o que acontece com o gráfico da função.”

Percebemos que o professor tinha uma visão negativa da sala, e justificava dar as respostas por não acreditar nos alunos. Porém o próprio afirma que mudou sua concepção graças à abordagem construtivista. No seguinte trecho apresentamos o relato que fundamenta esta análise:

“O aluno é capaz. Muitas vezes a gente acha que não é. Nesse ímpeto a gente dá a resposta, não tem paciência. No tradicional eu não percebia isso.”

Considerações finais

Neste artigo pretendíamos demonstrar o Ciclo de Ensino de Matemática, proposto por Martim Simon (1995), em ação. Os vários componentes do ciclo sofreram transformações nos professores parceiros e na pesquisadora. Inferimos que todos ampliaram seus conhecimentos matemáticos sobre funções trigonométricas e que alguns itens específicos relacionados ao tema eram desconhecidos inclusive pelos professores. A identificação dos objetivos de aprendizagem dos alunos propiciou mudanças nos professores parceiros que compreenderam quais objetivos pretendiam alcançar e levantar hipóteses sobre o processo de aprendizagem de funções trigonométricas. O acesso às teorias do ensino da Matemática, em especial quanto ao uso de THA, e de como as teorias de ensino e aprendizagem podem contribuir em sala de aula foi uma das principais mudanças ocorridas nos professores parceiros. Não nos referimos apenas à compreensão do Construtivismo, mas também as discussões acerca das teorias da Didática da Matemática que permearam todos os meses de contato da pesquisadora com

os docentes. Depoimentos dos professores indicaram que pretendem fazer uso da THA nas próximas oportunidades de desenvolver o tema.

Podemos usar o conceito de hipotético de Simon (1995) e estender para as hipóteses de atuação do professor. Ao elaborarmos a THA tínhamos uma suposição de como seria desenvolvida. Porém a atuação do professor compromete seus resultados. Deste modo, mesmo apresentando atividades planejadas, ocorreram momentos em que fomos surpreendidos com contribuições valorosas e também com decepções que poderiam ser evitadas com o uso adequado das atividades.

Como recomendado por Coll e Solé (2009), percebemos que as intervenções dos professores foram responsáveis pelos resultados. Nos momentos em que a aula era conduzida de acordo com a abordagem construtivista, pudemos notar maior autonomia dos alunos, que quando a quantidade de auxílio era excessiva ou o professor não orientava adequadamente, não tinham autonomia ou aguardavam a resposta.

Concordamos com Simon (1995), que apenas com o conhecimento matemático é possível interpretar a linguagem, as dúvidas, as conjecturas e as ações dos alunos. O professor deve conhecer os objetivos de aprendizagem que espera alcançar, para que possa modificar a THA quando perceber que os alunos se distanciaram de suas metas ou quando uma determinada atividade não for adequada aos seus alunos.

Para o bom desenvolvimento das atividades planejadas, os professores devem “comunicar-se” com as observações dos alunos, não apenas por meio das dúvidas apresentadas, mas principalmente as conjecturas que fizeram. Um ambiente de aprendizagem, em que ocorre a interação entre o professor e alunos, propicia o empenho de todos na construção dos conhecimentos.

A principal característica do professor, como mediador da aprendizagem do aluno, é a mais difícil de ser colocada em prática. O professor que pretende adotar a postura construtivista em sala de aula e que muitas vezes consegue desenvolver as atividades com tal abordagem, acaba recorrendo ao método tradicional em algumas circunstâncias como: o tempo escasso, a falta de domínio do conteúdo matemático, a indisciplina dos alunos e outras causas.

Um importante resultado conquistado junto aos professores, com suas respectivas peculiaridades, foi o envolvimento em atividades que propiciaram integrar o conteúdo funções trigonométricas à tecnologia. A oportunidade de vivenciar a potencialidade pedagógica de recursos como software *Geogebra* e a calculadora científica demonstrou para o professor as contribuições que as tecnologias trazem aos processos de

aprendizagem. As atividades possibilitaram o uso das tecnologias como ferramenta que permite aos alunos, manipular, testar e conjecturar com o objetivo de conhecer os temas desenvolvidos.

Nos discursos dos professores parceiros foram identificados alguns resultados das contribuições do presente estudo para o desenvolvimento profissional dos professores. A participação no projeto provocou em ambos, uma reflexão sobre a prática, promoveu a tomada de consciência dos processos de aprendizagem; ampliando e enriquecendo seus conhecimentos.

Os resultados obtidos nos levaram a concluir que o uso de pesquisas em Educação Matemática contribui para a organização do ensino de funções trigonométricas, no entanto carece de criar meios de levar tais pesquisas para os professores (ZEICHNER, 1998; PASSOS, 2006). Verificou-se que embora as THA's sejam potencialmente ricas, é complexa a tarefa de elaboração de atividades para que se efetive uma aprendizagem numa perspectiva construtivista (GÓMEZ, P. & LUPIÁÑEZ, 2007). Constatamos que a participação em tarefas que envolvem o uso de tecnologia e manipulação de materiais potencializa o aprendizado de funções trigonométricas. Porém, a THA elaborada não foi suficiente para que a aprendizagem ocorra, pois a atuação do professor teve papel decisivo na mediação da construção do conhecimento dos alunos. Da mesma forma vivenciamos que a interação e a participação entre alunos e professor foram essenciais para uma aprendizagem significativa.

Conseguimos avanços em como trazer os resultados de pesquisas para os professores em atuação nas escolas. Na elaboração da THA partimos das recomendações que os investigadores fizeram sobre as principais dificuldades dos alunos e professores e procuramos fazer uso dos avanços que foram feitos nas teorias de ensino e aprendizagem. Assim, demonstramos aos professores parceiros, como elaborar situações de ensino fazendo uso destes resultados. Porém, é preciso ressaltar que as pesquisas sobre funções trigonométricas ainda são escassas, boa parte se limita às razões trigonométricas de ângulos agudos. Notamos que esse tema é pouco explorado, novos estudos poderiam responder questões como: as razões trigonométricas de ângulos agudos são pré-requisitos para o aprendizado de funções trigonométricas? Ou ainda, o desenvolvimento dos conteúdos relativos às funções trigonométricas, sem a introdução das razões trigonométricas de ângulos agudos, pode diminuir a tendência de professores e alunos em converter arcos em radianos para ângulos em graus? Como a defasagem no conceito de funções compromete o aprendizado das funções trigonométricas?

Contudo, partindo de uma situação hipotética, em que o número de pesquisas sobre as funções trigonométricas fosse maior, com resultados que indicassem recomendações que implicariam em melhorias no processo de ensino e aprendizagem, como os professores acessariam tal conhecimento? Como potencializar o uso desses resultados de pesquisas? Este estudo, e as outras pesquisas do projeto que fazemos parte, ratificam que é possível levar os resultados de pesquisa ao professores, porém há uma limitação à propagação desse projeto em grande escala. Então como poderíamos sensibilizar os professores que não participaram de tal experiência a fazer uso dos resultados, não apenas da presente investigação, mas também de outras no campo do Ensino de Matemática?

Para responder tal impasse, apresentamos mais uma questão a ser respondida em futuras investigações: é possível estender o uso de THA com a organização de oficinas de formação para os professores? Nessas, pesquisadores experientes teriam o papel de formadores, com a responsabilidade pela coordenação de grupos de professores, que teriam a missão de elaborar pequenas sequências de ensino, ou THA reduzidas, a fim apresentar aos professores o mundo dos pesquisadores e como este pode trazer implicações para a sala de aula.

Referências

- ANGIOLIN, A. G. Trajetórias hipotéticas de aprendizagem sobre funções exponenciais. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), PUC/SP, 2009.
- BARBOSA, A. A. Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem relacionadas às razões e às Funções Trigonométricas, visando uma perspectiva construtivista. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação: uma introdução as teoria e aos métodos. Tradução de Maria J. Álvares, Sara B. dos Santos e Telmo M. Batista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORGES, C. F. Transição das razões trigonométricas do triângulo retângulo para o círculo trigonométrico: uma sequência para ensino. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.
- BRASIL Secretaria de Educação Básica, Orientações Curriculares para o Ensino Médio, Brasília: MEC, 2006.
- BRIGUENTI, M. J. L. Ensino e aprendizagem da trigonometria: novas perspectivas da educação matemática. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), UNESP, Rio Claro, 1994.

_____. Alterando o ensino da trigonometria em escolas públicas de nível médio, a representação de algumas professoras. Tese (Doutorado em Educação), UNESP, Marília, 1998.

BRITO, A. J.; MOREY, B. B. Trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental Horizontes, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 65-70, jan./jun, 2004.

CABRAL JUNIOR, R. S. Abordagem das Noções Iniciais de Probabilidade em uma Perspectiva Construtivista. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.

COLL, C.; SOLÉ, I. Os professores e a concepção construtivista in O construtivismo na sala de aula. Trad. Claudia Schilling São Paulo: Ática, 2009.

COSTA, N. M. L. Funções seno e cosseno: uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), PUC/SP, 1997.

FREITAS, A. L. V. Ensinar e aprender transformações isométricas no ensino médio. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2010.

GÓMEZ, P. y LUPIÁÑEZ, J. L. Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. PNA, 1(2), 79-98, 2007.

KLEIN, M. É. Z. O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais. Dissertação (mestrado em Educação em Ciências e Matemática), PUC/RS, 2009.

LIMA, P. O. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções logarítmicas. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.

LINDEGGER, L. R. M. Construindo os conceitos básicos da trigonometria no triângulo, uma proposta a partir da manipulação de modelos. Dissertação (mestrado em Educação Matemática), PUC/SP, 2000.

LUNA, M. F. A. Estudo das Trajetórias Hipotéticas da Aprendizagem de Geometria Espacial para o Ensino Médio na Perspectiva Construtivista. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.

MARTINS, V. L. O. F. Atribuindo significado ao Seno e Cosseno utilizando o software Cabri Gèomètre. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC/SP, 2003.

MAURI, T. O que faz com que o aluno e a aluna aprendam os conteúdos escolares?, in O construtivismo na sala de aula. Trad. Claudia Schilling São Paulo: Ática, 2009.

MESQUITA, M. A. N. Ensinar e aprender funções polinomiais do 2.o grau, no ensino médio: construindo trajetórias. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2009.

NASCIMENTO, A. Z. Uma sequencia de ensino para a construção de uma tabela trigonométrica. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2005.

- ONRUBIA, J. Ensinar: criar zonas de desenvolvimento proximal e nelas intervir in *O construtivismo na sala de aula*. Trad. Claudia Schilling São Paulo: Ática, 2009.
- PASSOS, L. F. A relação professor–pesquisador: conquistas, repercussões e embates da pesquisa colaborativa *Horizontes*, v. 25, n. 1, p. 55-62, jan./jun. 2007
- PIRES, C. M. C. Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 11, p. 145-166, 2009.
- ROSENBAUM, L. S. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – PUC/SP, 2010.
- SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação Caderno do professor: matemática, Ensino Médio – 2a série, volume 1 São Paulo: SEE, 2009.
- SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145, 1995.
- TONNETTI, A. C. Trajetórias hipotéticas de aprendizagem em estatística no ensino médio. Dissertação (mestrado em Ensino de Matemática), PUC/SP, 2010.
- ZABALA, A. Os enfoques didáticos in *O construtivismo na sala de aula*. Trad. Claudia Schilling São Paulo: Ática, 2009.
- ZEICHNER, K. M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. En. GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D. & PEREIRA, E. M. A. *Cartografia do trabalho docente: professor (a) pesquisador (a)*. Campinas: Mercado de Letras. p. 207-236, 1998.