

Étude d'un processus de transposition didactique interne : cas de la réception par un professeur d'un PER monodisciplinaire et finalisé

KARINE BERNAD¹

Abstract. This ongoing research is a contribution to the study of the praxeological equipment which would be useful to a teacher that would intend to implement a study and research course with the help of a written document, designed by a team of teachers and researchers, and of discussions with the same team.

Résumé. La recherche en cours que nous présentons ici vise à être une contribution à l'étude de l'équipement praxéologique utile pour un professeur projetant de mettre en œuvre un parcours d'étude et de recherche qu'il s'est approprié à l'aide d'un document écrit et d'interactions avec une équipe de chercheurs et d'enseignants l'ayant conçu.

Notre travail de thèse débutée en novembre 2013 porte sur des questions relatives à la réception de *parcours d'étude et de recherche* (PER) monodisciplinaires en mathématiques et finalisés par l'étude des programmes officiels (Chevallard 2011a).

1. Introduction : des conditions de l'enquête

En 2005 a débuté une recherche nationale *Activités mathématiques et parcours d'étude et de recherche dans l'enseignement secondaire* (AMPERES)² initiée par la Commission Inter IREM³ Didactique et soutenue par l'Institut français d'éducation (IFÉ-ENS de Lyon). L'objectif poursuivi est de faire vivre les mathématiques des programmes comme productions de réponses à des questions qui, porteuses des *raisons d'être* des savoirs à enseigner, sont instruites par l'étude et la recherche. Dans le texte introductif à ce projet (Matheron & Noirfalise 2007), est affirmée la volonté de s'extraire du *paradigme de l'inventaire des savoirs* (Chevallard 2009) pour entrer dans un *paradigme d'étude et de recherche*. Un présupposé fort de cette recherche est de considérer les notions d'*activité d'étude et de recherche* (AER) et de PER, issues de la théorie anthropologique du didactique (TAD), comme des moyens pour faire évoluer l'enseignement ordinaire. À l'issue d'un travail collectif suivant un processus itératif alternant phases d'expérimentations et phases d'analyses didactiques, sont élaborées des propositions d'enseignement dont certaines s'appuient sur cette modélisation. Afin d'être qualifiée de PER, un dispositif didactique vise l'étude d'une question *génératrice*, permettant la rencontre d'un certain nombre d'organisations mathématiques qui fonctionnent comme outils de production de réponses à la question de départ, ainsi qu'à d'autres sous-questions qui en découlent. Par

¹ ADEF, Université Aix-Marseille, France – bernad.karine@gmail.com

² Pour plus d'informations, on peut consulter l'adresse suivante : <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/>

³ Institut de Recherche de l'Enseignement des Mathématiques. Le réseau des IREM possède un site à l'adresse suivante : <http://www.univ-irem.fr/>.

exemple, la question *génératrice* « comment simplifier un programme de calcul ? » conduit à l'étude des savoirs relevant de l'algèbre élémentaire, qu'Yves Chevallard propose de définir comme « la science des programmes de calcul (sur les nombres), et en particulier la science du calcul sur les programmes de calcul »⁴. La proposition d'enseignement sur laquelle se centre notre travail repose sur la recherche de réponses à la question « comment simplifier un programme de calcul du type $+ b - c$, b et c étant deux nombres entiers donnés ? » s'insère ainsi dans l'étude des savoirs algébriques du collège.

La mise en place de tels dispositifs didactiques dans des classes « ordinaires » soulève de nombreuses interrogations (Matheron & Noirfalise 2011) provenant essentiellement du fait qu'ils se démarquent des formes didactiques courantes (cours magistral, cours dialogué, ostension déguisée). Nous avons fait le choix de nous concentrer sur les aspects spécifiques de l'*écologie du didactique* (Artaud 1999) que la perturbation introduite par un enseignement sous forme de PER monodisciplinaires en mathématiques et finalisés permet de mettre en évidence. Notre recherche concerne l'étude des conditions favorisant l'implantation d'une telle forme d'enseignement, en tenant compte des contraintes pesant sur le système éducatif actuel. Aussi n'abordons-nous pas l'analyse, l'évaluation et le développement d'un PER, ce qui nous conduirait à nous questionner, par exemple, sur le pouvoir générateur de la question initiale, sur la portée des techniques proposées.

Dans cette communication nous proposons de décrire l'évolution du questionnement qui a permis de dégager une problématique et le développement d'une enquête.

2. Vers une problématique de recherche : un dispositif d'observation

À l'origine de notre étude se pose le problème de la reproductibilité d'un PER : *qu'est-ce qui est attendu en termes de reproductibilité d'une ingénierie ?*

Michèle Artigue (2011) rappelle un des résultats de son travail de thèse paru en 1984 : « les régularités ne peuvent être espérées dans un fonctionnement autonome au niveau des trajectoires des élèves ou des classes mais, au mieux, au niveau supérieur de leurs structures » (p. 21). Cette observation l'a conduite à « formuler un principe d'incertitude entre reproductibilité interne et reproductibilité externe, c'est-à-dire entre une reproductibilité préservant la dynamique externe de la trajectoire ou histoire de classe, et une reproductibilité préservant la signification des connaissances mathématiques mises en œuvre » (p. 21). Ainsi a-t-on saisi l'existence d'une tension entre deux difficultés : la difficulté de conserver la reproductibilité interne, qui se situe au niveau du sens visé et la difficulté à la faire vivre transposée dans le système éducatif. Dans le cadre de la TAD, l'échelle des niveaux de codétermination didactique (Chevallard 2002) facilite la prise en compte des contraintes et des conditions de la réception et de la diffusion des praxéologies mathématiques et didactiques à l'école, mais aussi dans toutes les institutions qui ont un rapport avec elle.

⁴ Ceci est développé dans le séminaire, tenu en 2006-2007, destiné aux enseignants de mathématiques stagiaires, à la page 167 du fichier téléchargeable à partir du lien : yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Seminaire_2006-2007.pdf.

Dès 2011, date de sa création, l'IFÉ a placé au centre de son programme scientifique un dispositif expérimental, les *Lieux d'éducation associés*⁵ (LéA). À l'origine de chacun de ces lieux, existe un questionnement sur des enjeux d'apprentissage, d'enseignement et d'éducation que partagent praticiens et chercheurs. Depuis 2012, trois professeurs d'un même collège de Marseille, participants au projet AMPERES, que nous désignerons par y_1 , y_2 et y_3 , forment, avec Yves Matheron, chercheur ξ , le LéA *Collège Marseilleveyre*. Ces professeurs, ξ et nous-mêmes, *E*, étudient la question *Q* de la possibilité d'un enseignement d'une grande partie du programme sous forme de PER. Des réunions de régulation, organisées dans les locaux de l'établissement, ont lieu chaque quinzaine. Pour Yves Matheron et Serge Quilio (2014), une telle coopération consiste à partir de ce que « les conditions et contraintes systémiques autorisent, de ce qu'on suppose possible de la part des professeurs, de ce qu'ils ont construit à partir de leur expérience professionnelle et de ce qu'ils pourraient en faire. Il s'agit ainsi de travailler dans ce qu'on pourrait désigner du terme de "Zone Proximale de Développement Professionnel", celle-ci s'enrichissant des échanges lors des moments de régulation avec les chercheurs » (p. 84). Aussi un tel LéA génère-t-il *localement* pour la mise en place de tels PER de nouvelles conditions sous certaines contraintes pour l'enseignement des mathématiques que réalisent les professeurs impliqués. En outre il participe également à la nécessaire reconnaissance de deux positions principales, celles d'enseignant et de chercheur associé à l'IFÉ, ainsi que de leurs influences réciproques.

Deux professeurs, que nous nommons y_1 et y_2 , ont rejoint ce groupe depuis septembre 2014 et se sont engagés dans la mise en œuvre d'un PER visant l'enseignement des nombres relatifs en 5^e. Ils disposent d'un document⁶ qui constitue une mise en texte de ce PER nommé $O_{\text{PER-LéA}}$ en référence à la notion d'œuvre (Chevallard, 1991). Il contient des informations permettant à l'enseignant d'anticiper des décisions qu'il aura fort probablement à prendre. Selon la catégorisation proposée par Gisèle Cirade (2006), ce document contient à la fois les organisations mathématiques à mettre en place, des *mathématiques pour l'enseignant*, nécessaires pour s'engager dans l'enseignement des *mathématiques à enseigner* et des *mathématiques pour l'enseignement*, utiles pour la conception et la réalisation de cette proposition d'enseignement. En effet, il est, par exemple, mentionné le processus de « réification » (Sfard 1995), qui éclaire certains aspects de l'activité mathématique, notamment en algèbre. Le choix de la *question génératrice* et de la *raison d'être* du savoir visé est argumenté. On y trouve une description⁷ des organisations mathématiques et didactiques attendues pour lesquelles des éléments technologiques sont explicités. L'une des conditions de cette enquête est de faire fonctionner ce dispositif comme une institution permettant d'observer les praxéologies didactiques de ces deux enseignants qui exercent chacun dans un établissement différent et n'ont pas participé à la conception de ce PER. Ainsi nous est offerte la possibilité d'étudier la question de sa prise en mains via l'étude de $O_{\text{PER-LéA}}$, avec un accès *inédit* aux

⁵ Pour une information plus complète, on pourra consulter le site des LéA à l'adresse : <http://ife.ens-lyon.fr/lea>

⁶ On emploie le mot document dans son acception la plus large tel qu'il est défini par le Littré comme une « chose qui enseigne ou qui renseigne ».

⁷ Une version antérieure à ce document écrit, qui comporte 51 pages, est téléchargeable à partir du lien : <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/relatifs.pdf>

questions qui se posent aux professeurs n'ayant pas a priori d'expérience dans une telle forme d'enseignement.

3. La problématique primordiale

Pour mieux situer nos premiers questionnements, nous revenons à ce que Guy Brousseau (2006) écrivait à propos de *l'épistémologie pratique des enseignants* :

Pour prendre les décisions qui s'imposent à eux, les professeurs utilisent explicitement ou implicitement toutes sortes de connaissances, de méthodes, et de croyances sur la façon de trouver, d'apprendre, ou d'organiser un savoir. Ce bagage épistémologique est essentiellement construit empiriquement pour répondre aux conditions didactiques, conditions très spécifiques de la nécessité d'enseigner quelque chose à quelqu'un qui n'en voit pas vraiment la nécessité. [...] Ce que croient le professeur, les élèves ou les parents sur ce qu'il convient de faire pour enseigner, apprendre ou comprendre les « savoirs transmis » joue le rôle d'une *épistémologie* pratique qu'il est impossible d'ignorer et d'éliminer. L'épistémologie philosophique ou scientifique est loin de pouvoir prétendre jouer ce rôle. [...] Il est essentiel au contraire de la respecter, de la comprendre et donc de l'étudier expérimentalement comme un phénomène « naturel ». (pp. 2-3)

Notre étude se place dans cette perspective. Plus spécifiquement, elle s'inscrit dans une problématique primordiale (Chevallard 2011b) et vise à être une contribution à l'étude de la question suivante :

Quel équipement praxéologique peut-il être jugé indispensable ou simplement utile afin qu'un enseignant accomplisse le projet de mettre en place, dans une classe de 5^e (élèves de 12-13 ans) d'un collège français, telle organisation mathématique régionale autour du secteur *Nombres relatifs entiers et décimaux : sens et calculs* ?

4. Le dispositif d'enquête

4.1. Deux problèmes praxéologiques du professeur

Pour donner une description de cette enquête, on considère qu'il s'agit d'étudier ce que fait le professeur pour résoudre deux problèmes qui se posent à lui.

L'un des problèmes praxéologiques du professeur est d'apporter une réponse à la question Q_1 :

Comment, à partir du document $O_{PER-L\acute{E}A}$, se préparer à la mise en œuvre en classe de tel PER ?

Le professeur conduit alors un travail de transposition didactique interne qui rend nécessaire la création d'un milieu didactique, c'est-à-dire d'un ensemble de ressources utiles à la production de sa réponse. La TAD (Chevallard 2011c) distingue cinq « gestes de base » impliqués dans la fabrication de la réponse R . Le premier est l'observation de réponses R^\diamond existant « dans la culture » ainsi que des ressources utiles pour les travailler. Le second est l'analyse de ces réponses, pour laquelle sont sollicités les outils recueillis dans le milieu ainsi que la mise à l'épreuve des réponses R^\diamond . Le troisième est l'évaluation des réponses R^\diamond ainsi observées puis analysées. Une technique que y_1 et y_2 mettent en œuvre habituellement peut se laisser décomposer selon ce schéma : ils commencent par consulter les programmes officiels, puis regardent les réponses *déjà présentes* en se référant à des manuels, des sites internet. Il leur arrive aussi de s'appuyer sur des documents rédigés par des collègues *plus expérimentés*. Après ce temps d'observation, s'enclenche un processus d'analyse qui leur permet d'évaluer et

sélectionner ce qu'ils conserveront pour produire et développer une réponse à la question initiale. Par exemple, lors d'un entretien organisé en amont de la passation du PER, y_1 explique ainsi les étapes suivies pour préparer un cours :

Étape 1 : regarder dans les programmes ce qu'on demande de travailler dans le chapitre, les compétences. Puis, avant je travaillais beaucoup avec les manuels, maintenant moins, je vais sur internet. En fonction du cours et de ce que j'en ai fait avec mes élèves, je vais avoir mes propres idées dessus. Ce n'est pas forcément activité de découverte à chaque séance.

Dans notre étude, on notera O_{y_i} le document écrit par y_i pour lui-même en vue de disposer d'une réponse à la question Q_1 , posant le problème de la préparation à la réalisation effective du PER. De plus, les échanges au sein du LéA participent d'une aide destinée à y_1 et y_2 pour l'étude de la question Q_1 . Les enseignants ont pu poser des questions et demander des précisions sur le déroulement de certaines phases. C'est un aspect que nous ne pourrions pas développer ici. En TAD la notion de système didactique s'appliquant bien au-delà de l'institution scolaire ordinaire, nous choisissons de considérer le LéA comme un dispositif didactique, se notant $S(\xi, E; y_i, y_j; Q)$, dans lequel les chercheurs ξ, E et les enseignants y_i, y_j étudient la question de faire vivre au sein d'une classe tel PER. Pour cette enquête, les éléments issus de l'analyse de $O_{PER-LéA}$ sont confrontés avec ceux issus des documents O_{y_1} et O_{y_2} en développant le questionnement suivant :

Que contient le document $O_{PER-LéA}$ pour aider l'enseignant à mettre en place l'organisation mathématique en jeu ? Qu'est-ce qui est explicité ? Quels sont les ajustements réalisés par les enseignants à partir de $O_{PER-LéA}$ qui leur est fourni pour produire leur propre document O_{y_1} et O_{y_2} ?

Considérons maintenant un second problème Q_2 qui se pose au professeur :

Comment mettre en place, dans la classe, l'organisation mathématique et l'organisation didactique visées ?

Il s'agit, pour la position de chercheur, de déterminer dans quelle mesure tel enseignant parvient à mettre en œuvre le PER de manière à ce que soient développées certaines dimensions spécifiques attachées à un PER : notamment, un élargissement du *topos* des élèves afin qu'ils parviennent à construire sous la direction du professeur l'organisation mathématique visée. Les écarts entre ce qui est *préconisé* dans $O_{PER-LéA}$ puis *retenu* dans les documents personnels des deux professeurs et les mises en œuvre effectives deviennent des objets d'étude. Par exemple, le processus d'étude dans lequel le professeur s'engage pour résoudre les deux problèmes (préparation et réalisation de son projet) peut également s'étudier en termes de déploiement de sept dialectiques que Yves Chevillard (2009) a proposées pour modéliser une démarche d'étude et de recherche. Si l'on examine alors le document O_{y_1} de y_1 , on s'aperçoit que l'étude du document $O_{PER-LéA}$ n'a guère permis de développer une *dialectique de l'excription et l'inscription*. De longs passages ont été recopiés, le document O_{y_1} de y_1 reste très proche du document ressource qui l'a engendré. Ce professeur a qualifié à plusieurs reprises, en entretien et en réunion, le document $O_{PER-LéA}$ comme étant « clés en main ». On peut ainsi faire l'hypothèse que ce professeur a développé une *dialectique des médias et des milieux* de faible amplitude pour se préparer à la réalisation effective. On peut également penser que les conditions propres au dispositif d'accompagnement des professeurs du LéA induisent un désir

d'adéquation de leur projet à la mise en texte du PER fournie ; d'où certainement un moindre développement de la *dialectique du parachutiste et du truffier* (Kim 2015).

Les modifications que provoquent ces dispositifs tant au niveau du contrat didactique habituel dans la classe qu'au niveau de la position de professeur engagé dans un tel projet mettront en évidence aussi bien les conditions qui ont pu être créées pour la mise en place du PER, que les contraintes émanant des différents niveaux de codétermination didactique qui en empêchent, par exemple, un élargissement du *topos* des élèves.

Après avoir explicité des aspects méthodologiques de cette enquête, nous présenterons ici une brève analyse des organisations praxéologiques présentes dans une classe à deux moments différents.

4.2. L'observation et l'analyse de deux processus de transposition didactique interne

Séances de classe couvrant l'ensemble du PER et séances de régulation entre enseignants et chercheurs sont filmées. Des entretiens individuels ont été organisés avant et après sa mise en œuvre. Ce corpus de données audiovisuelles est complété par le recueil de documents écrits O_{y1} et O_{y2} que nous avons déjà mentionnés, des comptes rendus écrits pour l'enquêteur *E* au cours de la réalisation du PER et en fin de passation.

La méthodologie suivie pour observer et analyser les systèmes didactiques en jeu se rapproche du paradigme indiciaire développé par Carlo Ginzburg (1986). Spécialiste de micro-histoire, il s'est attaché à la question de l'exploitation des traces utiles à la reconstruction de faits historiques. Dans le cadre de cette recherche, on recueille des traces qui, confrontées au cadre théorique et aux phénomènes que la théorie des situations didactiques et la TAD ont identifiés, pourront se constituer en indices donnant des informations sur ces systèmes didactiques et permettront d'accéder à des traces de certaines dimensions des praxéologies de ces enseignants. Ce paradigme s'apparente à une approche clinique pour laquelle Francia Leutenegger (2000) établit comme principe le fait qu'elle ne soit « possible que si les symptômes peuvent être rattachés à des signes faisant sens vis à vis des savoirs établis, de théories » (p. 220). Il en découle la nécessaire conjonction d'« une idée de pluralité des faits observés » et d'« une idée de réduction de l'incertitude quant à leur interprétation, par la confrontation des événements⁸ les uns avec les autres en des séries qui, dès lors, deviennent signifiantes » (p. 220). De son côté C. Ginzburg (1986) souligne l'importance de l'anomalie :

L'historien doit partir de l'« hypothèse que chez tout individu quel qu'il soit, et même le plus anomal (et peut-être tout individu l'est-il, ou du moins peut-il apparaître comme tel) coexistent des éléments partagés par un nombre variable (entre plusieurs milliards et zéro) d'individus. L'anomalie sera le résultat des réactions réciproques entre tous ces éléments. Ainsi, parler d'anomalie de manière absolue n'a aucun sens. Ce qui a du sens en revanche c'est d'évoquer des anomalies ou des écarts par rapport à une certaine perspective ». (p. 359)

Dans le cadre de cette enquête, l'implémentation du PER dans les deux classes observées et le dispositif *LéA* créent une perturbation dans les systèmes didactiques, donnent à voir des anomalies afin d'en faire émerger le fonctionnement « ordinaire » et ainsi se constituent en

⁸ Leutenegger (2000) précise : « Dans l'institution de recherche, le chercheur est tenu de se donner un certain nombre d'observables. Les *faits* sont les lieux de possibles observables. Par référence à Foucault, je les nommerai des *événements*. Ils sont, eux aussi, des objets empiriques appartenant aux deux institutions ». (p. 228)

dispositifs producteurs de traces de certains faits. On constitue de la sorte un *système de traces* afin de comprendre les conditions de fonctionnement de chacun des systèmes didactiques observés. Pour ce faire, on s'accorde un temps long et on s'est donné divers lieux pour le recueil de données. Le dispositif d'enquête mis en place permet de relever des traces des éléments constituant les rapports personnels des professeurs vis-à-vis des mathématiques, de leur enseignement, et de leur apprentissage à travers l'examen des discours oraux de y_1 et y_2 tenus en réunion, en entretien et en classe, ainsi que de leurs discours écrits en amont, au cours et après la passation du PER.

Nous ne pouvons exposer dans ce texte le détail des faits relevés dans les deux classes observées. Nous proposons donc d'analyser chez l'un des enseignants deux moments *cruciaux* dont la réalisation s'est effectuée au cours des premières séances du PER.

4.3. Étude de l'organisation d'une rencontre avec la problématique d'une tâche

Nous avons choisi d'analyser dans l'une des classes observées un épisode durant lequel la classe s'intéresse à cinq calculs du type $a + b - c$, pour $a \geq c - b$ avec a , b et c décimaux positifs. Sont étudiés *conjointement* deux types de tâches T_1 et T_2 qui consistent respectivement à effectuer mentalement un calcul du type $a + b - c$, a , b et c étant des nombres entiers naturels donnés et à déterminer un programme de calcul, le plus simple possible, équivalent à $a + b - c$. Ce type de tâches T_2 porte la raison d'être choisie dans *OPER-LEA*, les nombres relatifs étant considérés comme opérateurs additifs ou soustractifs obtenus par équivalence d'un programme de calcul afin de rendre plus commode des calculs.

Le professeur y_1 accorde un temps de travail individuel d'une durée de trois minutes pour rechercher quatre calculs : $2650 + 219 - 215$; $23 + 12,3 - 2,3$; $4374 + 62 - 61$; $4374 + 61 - 62$. La technique selon laquelle on ajoute à a le résultat de $b - c$, utilisée à ce moment-là, est bloquée au quatrième calcul. Le dernier calcul problématique, c étant supérieur à b , est donné sans que les calculs précédents aient été corrigés collectivement. Un milieu suffisamment riche n'est pas aménagé pour qu'existe un moment durant lequel devrait se dérouler une discussion portant sur des résultats contradictoires obtenus pour ce dernier calcul. La mise en confrontation des deux derniers calculs ne vit pas dans le *topos* des élèves mais se situe dans celui du professeur. Voici ce qu'il dit :

Si je reprends les deux derniers calculs [$4374 + 62 - 61$ et $4374 + 61 - 62$], (*s'adressant à un élève*) tu as dit : vous vous êtes trompé vous avez remis le même. En fait je n'ai pas mis le même.

On se rend compte que [...] si celui-là revient à ajouter 1, celui-là intuitivement, vous avez envie de dire, revient à enlever 1, à soustraire 1.

Le professeur laisse de côté le fait que l'on est amené à soustraire un nombre plus grand que celui qu'on ajoute. Rapidement s'arrête le moment d'exploration et de constitution de techniques relatif à T_2 . De ce fait l'activité mathématique est principalement dédiée au développement de la dimension technologique et à l'institutionnalisation de la technique « par emprunt » permettant d'effectuer ce calcul en écrivant 4374 sous forme de la somme $4373 + 1$. On voit ensuite un élève voulant appliquer cette technique à l'un des premiers calculs non problématiques. Cette intervention peut s'interpréter comme relevant du fait que la nécessité d'élaborer une nouvelle technique ou de reprendre une technique ancienne dans de nouvelles conditions n'a pas été suffisamment éprouvée. La rencontre avec la problématique de la tâche

n'a pas eu lieu. Le professeur indique : « si tu veux, pour résumer. Quand le nombre est plus grand [...] Ah c'est ça qu'il te manquait ». Dix minutes s'étant écoulées, il institutionnalise : « C'était ça qui nous a posé problème et qui faisait que notre stratégie habituelle ne marchait pas ». En effet, les praxéologies didactiques activées par ce professeur n'ont pas permis la dévolution aux élèves de la dimension technologique relative aux types de tâches étudiés. Il dit ensuite : « je ne suis en train d'écrire que les étapes de calcul que vous faites dans votre tête. L'idée c'est d'écrire le résultat ». Il répète : « je décris juste les étapes. Mais l'idée c'est juste de faire du calcul mental ». Ainsi, il place l'activité de la classe au niveau « faire du calcul mental ». De l'analyse de cet épisode, il ressort que le professeur ne régule pas de manière *adéquate* les rapports que les élèves établissent avec le milieu de travail : l'activité de la classe, d'abord soumise à une accélération du temps didactique, n'est pas maintenue sur l'observation de faits mathématiques *cruciaux*, puis elle est ralentie en négligeant la dimension technologique de l'organisation mathématique visée. Une telle organisation didactique ne permet pas la réalisation du moment exploratoire, de constitution de techniques relatives à T_2 , en interrelation avec le moment de constitution du bloc technologico-théorique associé à T_1 . Regardons maintenant un fragment de l'organisation mathématique associée à T_2 , type de tâches portant la *raison d'être*.

4.4. Effets du logocentrisme

Dans le document *OPER-LÉA* est décrite l'émergence d'une technique associée T_2 , qui consiste à oraliser le programme de calcul $+ b - c$, calculer la différence d entre b et c et annoncer : additionner d dans le cas où $c > b$ soit soustraire d dans le cas où $c < b$. L'examen du discours de l'enseignant tenu en classe laisse entrevoir que l'oralisation du programme de calcul n'y assume pas la fonction de technique. Par exemple, y_1 dit : « si on devait faire la phrase, ce serait quoi ? La phrase qui nous sert *un peu* de justification » (nous soulignons). On retrouve là ce que Marianna Bosch et Marie-Jeanne Perrin-Glorian (2013) décrivent lorsqu'elles évoquent les effets du logocentrisme :

Notre culture tend à octroyer au discours une valence sémiotique qui semble effacer sa valence instrumentale, nous portant à considérer les mots comme des signes ou signifiants d'autres objets, au lieu de les entendre aussi comme des entités techniques, nécessaires pour mettre en œuvre certains types de tâches – y compris les types de tâches qui consistent à désigner de nouvelles entités ou à produire de nouvelles significations.

L'identification du raisonnement avec le discours marque ce que Derrida a nommé le *logocentrisme* de la culture occidentale, étroitement lié au *phonologisme* comme priorisation aussi du discours oral face à l'écrit. (p. 288)

Mais, comment l'enseignant prend-il en compte l'ensemble des outils ostensifs discursifs ou non dans le processus de construction et d'appropriation des organisations mathématiques par les élèves ?

Au cours de la séance suivante, il est prévu que le professeur apporte une nouvelle notation, comme par exemple $+ 45 - 46 = - 1$: « C'est une notation que je te montre, il n'y a rien à comprendre ». Une minute plus tard, il va jusqu'à déclarer : « là (*en montrant la phrase*) c'est écrit en français, là (*en montrant l'égalité*) c'est écrit en maths » ; puis : « je n'ai fait que vous transmettre, vous apprendre à traduire le français en maths ». Selon y_1 , cette notation porte

essentiellement l'intérêt de « résumer » la phrase dite. Ceci témoigne d'une manifestation du phénomène selon lequel la valence instrumentale de l'ostensif scriptural est péjorée et que le discours oral porte le *sens*. On peut également s'interroger sur le rapport que le professeur entretient à l'un des non ostensifs associés, la notion de *programme de calcul*. Au cours de l'entretien réalisé en juin 2015, pour répondre à la demande de *E* de s'exprimer sur la mise en œuvre du PER, l'enseignant explique : « j'ai vraiment ressenti cette compréhension en accordéon chez les élèves où il y a des moments où j'ai trouvé des étapes très faciles, trop faciles : par exemple le début sur les programmes de calculs. J'ai jamais vu un chapitre aussi facile, ça je l'ai entendu ». La notion de programme de calcul apparaît-elle « évidente » au professeur ?

5. Conclusion et perspectives

S'appuyant sur une analyse des contraintes qui pèsent sur l'implémentation de PER de ce type, ce travail vise à montrer à quel point l'introduction de nouveaux dispositifs d'enseignement perturbe les conditions ordinaires de l'enseignement et devrait provoquer de nouveaux besoins mathématiques et didactiques. Nos premières analyses mettent en évidence que le fait de vouloir engager une classe dans un *paradigme d'étude et de recherche* ne semble pas pouvoir se faire sans heurts ni sans la construction d'un dispositif particulier de formation des professeurs. Les contraintes sont ici très fortement liées à l'état actuel de la profession, où le paradigme de l'étude scolaire dominant est celui de l'*inventaire des œuvres*. Les praxéologies didactiques observées montrent des difficultés à faire vivre en interrelation les moments exploratoire et technologique, à impulser des moments de négociation de la topogénèse entre les deux instances, *professeur* et *élèves*.

Une seconde observation concerne l'impact d'une contrainte, du niveau de la *société*, le logocentrisme, phénomène dont on postule ici qu'il a pu empêcher de développer une organisation mathématique complète. Comment amener l'enseignant à se questionner sur la raison d'être des nombres relatifs choisie pour cette transposition et l'écologie des ostensifs qui instrumentent les praxéologies didactico-mathématiques ?

Une autre contrainte mérite d'être mentionnée : l'*habitus* de la rétrocognition. Au cours d'un entretien après la passation du PER, lorsque *E* demande à *y*₁ d'expliciter ce qui pourrait le décider à organiser un temps d'étude individuelle, voici ce qu'il déclare : « de toute façon pour moi, si je leur donne un truc, il faut qu'ils soient capables de le faire. Je ne me vois pas leur demander un truc en sachant qu'ils ne vont pas y arriver ». On voit dans son discours l'expression du mode d'étude rétrocognitif selon lequel on ne peut engager les élèves dans une tâche mathématique que s'ils ont une probabilité forte de la réussir en convoquant leurs connaissances antérieures. Cet *habitus* induit ici une réticence à leur accorder un temps de travail individuel.

Nous espérons que cette enquête nous conduira à l'identification de *types* de difficultés que rencontre le *métier d'enseignant* et permettra la formulation de besoins praxéologiques.

Références

Artaud, M. (1999). Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B.

- Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Eds), Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques (pp. 101-139). Caen : ARDM et IUFM.
- Artigue, M. (2011). L'ingénierie didactique comme thème d'étude. Dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds). *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 15-25). Grenoble : La Pensée sauvage éditions.
- Bosch, M. & Perrin-Glorian, M.-J. (2013). Le langage dans les situations et les institutions. Essai de croisement de points de vue TAD et TS. Dans A. Bronner et al. (Eds), *Questions vives en didactique des mathématiques : problème de la profession d'enseignant, rôle du langage* (pp. 267-312). Grenoble : La pensée sauvage.
- Brousseau G. (2006). Épistémologie et formation des professeurs. <http://guy-brousseau.com/1463/epistemologie-et-formation-des-professeurs-2006/>
- Chevallard, Y. (1991). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Publications mathématiques et informatiques de Rennes*, (S6), 160-163.
- Chevallard Y. (2002). Organiser l'étude. Structures & fonctions. Dans Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds) (pp. 3-22) *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (2009, mai). Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER. Conférence prononcée aux Journées Ampère tenues à l'INRP, Lyon. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=155&var_recherche=infrastructure+didactique
- Chevallard, Y. (2011a). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. Dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 81-108). Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.
- Chevallard, Y. (2011b, janvier). Les problématiques de la recherche en didactique à la lumière de la TAD. Exposé prononcé dans le cadre du Séminaire de l'ACADIS (ADEF), Marseille. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_Acadis_28-01-2011_Notes1.pdf
- Chevallard, Y. (2011c). Journal du Séminaire TAD-IDD 2010-2011. Séance 4 du 11 mars 2011. <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2010-2011-4.pdf>
- Cirade, G. (2006). Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel, thèse de doctorat, Marseille : université Aix-Marseille I. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709>
- Ginzburg, C. (2010). Mythes emblèmes traces. Morphologie et histoire. Lagrasse : Verdier. (Édition originale 1986)
- Leutenegger, F. (2000). Construction d'une "clinique" pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(2), 209-250.

- Matheron, Y., & Noirfalise, R. (2007). Une recherche de la Commission inter-IREM (CII) didactique soutenue par l'INRP : Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'AER et de PER. Educmath/ressources/cdamperes/matheron_noirfalise. pdf
- Matheron, Y & Noirfalise, R., (2011). Du développement vers la recherche : quelques résultats, issus du projet (CD)AMPERES, relatifs à la mise en oeuvre de PER dans le système d'enseignement secondaire, *Un panorama de la TAD* (pp. 57-76) III Congreso Internacional sobre la TAD (Sant Hilari Sacalm, 25-29 enero 2010) Barcelone, Espagne : Conferencias CRM (10) Documents, Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra.
- Matheron, Y. & Quilio, S. (2014). L'accès au milieu scolaire pour l'élaboration et l'expérimentation d'ingénieries didactiques de recherche : conditions et contraintes. Le dispositif des LÉA (Lieux d'Éducation Associés à l'IFÉ). Dans A.-C. Mathé & E. Mounier (Eds), Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2014 (pp. 80-91).<http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS15004.pdf>
- Sfard, A. (1995). The Development of Algebra: Confronting Historical and Psychological Perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.