ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p357-369

La teoría socioepistemológica, la teoría antropológica de lo didáctico y el problema de la constitución del saber

LIANGGI ESPINOZA RAMÍREZ[1]
ANDREA VERGARA GÓMEZ[2]

Abstract. In this article we develop an approach between the socioepistemological theory and the anthropological theory of didactics from the analysis of the knowledge constitution problem (study of its origins, evolution and transversality).

Resumen. En este artículo desarrollamos un acercamiento entre la teoría socioepistemológica y la teoría antropológica de lo didáctico desde el análisis del problema de la constitución del saber (el estudio de su génesis, evolución y transversalidad).

1. Introducción

En este artículo proponemos un ejercicio de diálogo entre dos importantes teorías de la didáctica de la matemática, la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) y la teoría socioepistemológica de la matemática educativa (TSME). María Trigueros, Marianna Bosch y Josep Gascón (2011) plantean que el diálogo entre teorías no es una tarea trivial. Considerando los problemas que estudia cada teoría, así como sus componentes teóricas y metodológicas, los autores plantean que el reto es analizar las teorías sin violentar sus supuestos ontológicos y metodológicos. También sostienen que no es posible comparar dos teorías a través del contraste entre los resultados que se obtienen cuando se aborda un problema didáctico específico, dado que los hechos empíricos no son autónomos a las teorías que los estudian. En efecto, se considera que son las propias teorías las que construyen los problemas que abordan.

M. Trigueros, M. Bosch y J. Gascón (2011) también sostienen que no es posible integrar nociones extraídas de una teoría en otra, puesto que cada noción toma sentido sólo en el sistema conceptual concreto y problemática específica que le dio origen. En efecto, cada programa de investigación posee un entramado lógico interno que lo vuelve pertinente para explicar y analizar cierto tipo de problemáticas y no otras (Lakatos, 1982). A su vez, las teorías no sólo sustentan la validez de un resultado científico, brindan una manera de abordarlo y sitúan su impacto, sino que también proveen una manera de ver las problemáticas de investigación (Espinoza & Cantoral, 2010). En suma, en el diálogo entre teorías, hay que evitar tanto analizar un mismo problema didáctico con diferentes teorías, así como realizar comparaciones directas entre sus constructos teóricos. Por el contrario, se requiere considerar todo el entramado teórico

[1] Universidad de Valparaíso, Chile – leanggi@gmail.com
[2] Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile– andrea.vergara.gomez@gmail.com

El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza
Eje 1. *La TAD ante otros enfoques en didáctica*

y metodológico que opera de manera sistémica en el estudio de los problemas específicos de cada teoría (Trigueros, Bosch & Gascón, 2011).

En el estudio de teorías, también es importante considerar sus ejemplos. En efecto, Ricardo Cantoral y José López (2010) proponen como categorías de análisis de las teorías, además del problema que estudian, la construcción de conceptos y la lucha por la hegemonía, el análisis de sus ejemplos. En algunos casos estos:

> « son mostrados como entidades que sirven para validar una tesis; también se los usa para exhibir cómo es que lo que ya ha sido establecido, en verdad no funciona; ejemplos de otro tipo son lo que, precisamente, hacen válida la crítica que proponen [...]. En un sentido amplio son el tipo de ejemplos que Kuhn llamaría paradigmáticos ». (p. 107)

Estos ejemplos paradigmáticos, señalan los autores, que acompañan a la tesis central, son usados de manera cercana a la teoría, son citados de manera continua y rara vez son criticados dentro de las teorías respectivas. En definitiva, los ejemplos son importantes dado que estos muestran la amplitud, fertilidad y alcance de cada teoría (Espinoza, 2009).

A su vez, es importante considerar los escenarios en los que las teorías fueron producidas. En efecto, la construcción teórica no ocurre en el vacío, más bien, siempre obedece a un contexto (Lakatos, 1993). Planteamientos contemporáneos en filosofía de la ciencia, han señalado la necesidad de entender la racionalidad de manera contextualizada (Toulmin, 2003, citado en Chamizo, 2007). Esto es, entender los principios normativos del razonamiento en los contextos específicos en que se realiza una inferencia (Huang, 2008). Siguiendo esto, sostenemos que las teorías están, de alguna u otra forma, permeadas por condiciones sociales, culturales, históricas, económicas, políticas y éticas concretas de los escenarios en los que estas son producidas. Un reto, por tanto, es considerar dónde, cuándo y para qué se produjeron sus constructos teóricos. Un ejemplo de esto es la investigación de Lianggi Espinoza y William Campillay (2010), quienes analizan la teoría de situaciones didácticas considerando el contexto educativo francés, y problematizan su utilización para contextos latinoamericanos.

En relación al desarrollo de nuevas teorías, Michèle Artigue (1998) señaló que los enfoques cognitivos y epistemológicos clásicos en los años noventa fueron insuficientes para explicar los fenómenos didácticos de la educación superior. Motivo por el cual se hizo necesario integrar aproximaciones que permitieran tomar en cuenta de mejor manera el papel desempeñado por las coerciones, así como por las fuerzas institucionales y culturales, en los problemas de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Al respecto, tanto la TAD como la TSME abordan estos aspectos a través de la consideración de la génesis (producción), desarrollo (difusión) y transversalidad (usos) del saber matemático. Estos son elementos que conforman parte central de sus problematizaciones teóricas. En efecto, al atender al problema del significado desde una mirada pragmática (D´Amore, 2005), están interesadas en explorar la *génesis* del conocimiento matemático desde la actividad humana (Chevallard, 1999; Cordero, 2001). También les interesa entender, en su *desarrollo*, las transformaciones que sufre el saber al atravesar las instituciones sociales (Chevallard, 1992), así como su circulación hacia discursos académicos y escolares (Cantoral, 1990, 1995). Además, les interesa indagar la *transversalidad* del saber, esto es, los diversos usos que tiene el conocimiento en un conjunto de prácticas humanas (Cantoral, 2013) o instituciones sociales (Chevallard, 1999).

Considerando que entender la especificidad de la mirada teórica es un paso fundamental para el diálogo entre teorías, el propósito de este artículo es discutir las miradas específicas de la TAD y la TSME en torno a la génesis, el desarrollo y la transversalidad del saber matemático. Buscando no violentar los supuestos ontológicos y metodológicos de ambas teorías (Trigueros, Bosch & Gascón, 2011) realizamos el análisis con un enfoque exclusivamente descriptivo. Asimismo, en la discusión de los resultados, no se buscó realizar una confrontación o comparación entre ambas teorías. Por el contrario, se indaga la especificidad con la que, desde cada teoría, se aborda la producción, difusión y usos del saber matemático. Se analizaron artículos realizados desde ambos marcos teóricos. Buscando tener una muestra amplia y representativa en el tiempo, se seleccionaron investigaciones de distintos autores y publicadas en distintos años. Se eligieron de manera focalizada las publicaciones de los principales exponentes de cada teoría, en la TAD, a Yves Chevallard, y en la TSME, a Ricardo Cantoral. Las obras consultadas fueron las siguientes:

– En la TAD: Mariana Bosch y Josep Gascón (2005), Corine Castela y Avenilde Romo-Vázquez (2011), Yves Chevallard (1985, 1999, 2006, 2012), Olda Covián y Avenilde Romo-Vásquez (2014), Francisco Javier García y Geoffrey Wake (2010), Miguel Gómez (2005), Verónica Parra y María Rita Otero (2011), María Trigueros, Mariana Bosch y Josep Gascón (2011), María Trigueros y Rafael Martínez–Planell (2015).

– En la TSME: Ricardo Cantoral (1990, 1995, 1999, 2001, 2011, 2013), Ricardo Cantoral, Rosa María Farfán, Javier Lezama, Gustavo Martínez-Sierra (2006), Olda Covián (2005), Lianggi Espinoza (2009, 2014), Lianggi Espinoza y Ricardo Cantoral (2010), Gisela Montiel (2005), Estanislao Sierra (2008), Daniela Soto (2010), Francisco Cordero, Claudia Méndez, Teresa Parra y Rosario Pérez (2014).

A continuación, presentamos de manera breve el camino trazado en el tiempo por cada teoría. Después analizamos cómo desde cada teoría se estudia la génesis, el desarrollo y la transversalidad del saber matemático. Finalizamos con la discusión y las conclusiones.

2. El camino trazado por cada teoría

Comenzamos nuestro análisis explicando de manera concisa las nociones teóricas de ambas teorías así como su desarrollo en el tiempo. Si el lector desea profundizar en la TAD recomendamos leer a Y. Chevallard (1999; 2012). Si desea profundizar en la TSME recomendamos leer a R. Cantoral (2013).

2.1. La Teoría Antropológica de lo Didáctico

La TAD tiene su origen en los estudios de transposición didáctica. La investigación germinal de Yves Chevallard consistió precisamente en el estudio de la transposición de la noción de distancia desde la comunidad de los matemáticos hacia los programas educativos franceses. Las investigaciones de la TAD tienen por objetivo describir y explicar los fenómenos de transformación del conocimiento desde su producción hasta su enseñanza (Bosch & Gascón, 2005). La teoría se presenta bajo el nombre de teoría antropológica de lo didáctico en los años noventa, donde se extiende el alcance de los fenómenos didácticos contemplados en los años ochenta, sosteniendo que la actividad matemática es una actividad humana que varía en función de las instituciones en la que está inmersa (Chevallard, 1999). Y con base en el estudio de los efectos transpositivos del saber, analizados desde el rol que juegan las instituciones en este proceso, se propone un modelo único para su explicación e indagación: la praxeología. Así se sostiene que « toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se resume con la palabra de praxeología » (Chevallard, 1999, p.222).

Una praxeología [T, τ, θ, Θ] está conformada por tipos de tareas (T), técnicas (τ), tecnologías (θ) y teorías (Θ). La tarea es lo que se hace, la técnica es la manera de hacer la tarea, la tecnología es aquello que justifica, explica y produce técnicas, y la teoría es, a su vez, la que justifica, explica y produce a la tecnología. De esta manera, se distingue un bloque práctico técnico (T, τ) y otro bloque tecnológico teórico (θ,Θ). En un sentido amplio, cada vez que está la posibilidad de enfrentar un tipo de tarea que resulta problemática, se abre la necesidad de explicitar y estudiar una teoría, una tecnología y una técnica (no necesariamente en este orden), de modo que éstas pasan a ser objetos de consulta y/o reconstrucción, presentándose de manera conectada. A partir de la componente tecnológica es posible identificar condiciones y limitaciones que influyen en la existencia o ausencia de técnicas en las instituciones (Chevallard, 2012). De esta manera, el uso de la noción de la praxeología otorga un modelo fundamental para organizar los elementos del conocimiento y así estudiar sus transformaciones, a la vez que explicita los fenómenos de transposición.

Cabe señalar, que el modelo antropológico permite estudiar las dinámicas de movilidad y transformación de las praxeologías, reconociendo que las praxeologías envejecen, resurgen, se perfeccionan o degradan, de acuerdo a cómo son consideradas en términos del funcionamiento de una institución en particular (Chevallard, 1999). Así, en la TAD, se habla de transposición de I' a I cuando una institución importa una praxeología desde otra institución, induciendo en ellas determinadas modificaciones adaptativas (Chevallard, 1999). De esta manera, la variabilidad institucional y la noción de praxeología son ideas teóricas centrales dentro de la TAD.

2.2. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La TSME tiene su origen en investigaciones realizadas en los años ochenta en México, en donde se estudió el problema de la constitución de ideas científicas entre los siglos XVI y XIX estudiando las obras originales, la didáctica de antaño y el uso del conocimiento matemático en prácticas de referencia ligadas a la labor científica de la época (Cantoral, 1990). Al preguntarse sobre los elementos que hicieron posible la construcción del cálculo y análisis matemático, R. Cantoral (1990) exploró sus raíces históricas, sociales y culturales. Se sostiene así que tanto la enseñanza como el aprendizaje del cálculo no pueden desvincularse de las prácticas que le dan sentido y significado: cambio, variación y predicción (Cantoral, 2001).

A un nivel teórico, R. Cantoral (1990) estudia mecanismos funcionales que operan en relación simbiótica entre las nociones de *predicción* propia de las ciencias físicas y de la ingeniería, y de lo *analítico*, peculiar de las matemáticas (Cantoral, 2001). Estos tienen un carácter normativo sobre la constitución del conocimiento. Desde estas ideas se asume que las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción de conocimiento (Cantoral, 2001). La práctica social no es lo que los individuos hacen, sino « aquello que les hace hacer lo que hacen » (Covián, 2005, p.185). Es decir, no es la actividad humana reflexiva o la reflexión sobre la práctica, más bien es aquello que las norma (Cantoral et al., 2006). Estas se expresan en los planos individuales, colectivos e históricos, operan al nivel de la civilización y están basadas en necesidades fundamentales insalvables. Norman la reflexión, el discurso, la acción y proveen identidad. Son insustanciales pero inferibles, normativas aunque no deterministas (Cantoral, 2013).

Desde estas ideas, la TSME propone una descentración de los objetos matemáticos para privilegiar el estudio de epistemologías de prácticas asociadas a su construcción (Montiel, 2005). Siguiendo a R. Cantoral (2013), la TSME plantea el estudio del saber social, histórica y culturalmente situado. Estudia en el saber « su naturaleza epistemológica (sobre la forma en que conocemos), su tesitura sociocultural (el énfasis puesto en el valor del uso), los planos de lo cognitivo (las funciones adaptativas) y los modos de trasmisión vía la enseñanza (la herencia cultural) » (p.53). Reconoce y legitima cualquier forma de saber, sea este culto, técnico o popular. Desde la TSME se ha estudiado la construcción social del conocimiento matemático en comunidades indígenas, científicas y profesionales, en personas con discapacidad y niños con talento, en escenarios de difusión de la ciencia y en comunidades juveniles urbanas, como el caso de los artistas circenses.

3. Génesis, desarrollo y transversalidad del saber matemático en ambas teorías

A continuación presentamos cómo, la TAD y la TSME, abordan la génesis, desarrollo y transversalidad del saber matemático. En primer lugar, su *génesis* responde a la pregunta ¿cómo el saber llega a ser? Aborda aspectos relativos a su producción y naturaleza, situándose en contextos, intencionalidades y prácticas específicas. A su vez, su *desarrollo* responde a la pregunta ¿cómo el saber es difundido? Aborda aspectos sobre su devenir histórico y sus tránsitos hacia y entre discursos disciplinares y escolares. Finalmente, su *transversalidad* responde a la pregunta ¿cómo este saber vive en diversas actividades humanas? Aborda su uso en diversos ámbitos científicos, técnicos, artísticos y cotidianos. De manera sintética, a la génesis, desarrollo y transversalidad del saber matemático lo denominamos como el proceso de constitución del saber.

3.1. Acerca de la génesis del saber matemático: ¿Cómo el saber llega a ser?

Considerando esta pregunta desde la perspectiva de la TAD, se puede apreciar que esta, desde el estudio de la transposición didáctica, pone en el centro de su análisis los procesos de transformación que sufre el saber sabio en medio de un sistema didáctico. Michel Verret (1975, en Gómez, 2005) sostiene que el saber sabio, al pasar a ser un saber a enseñar, se autonomiza de su producción y elaboración, generándose una distancia entre su invención y su trasmisión. Y. Chevallard (1991) sostiene que la segmentación del saber matemático en unidades de estudio produce la descontextualización del saber, su extracción de la red de problemáticas y de los problemas que le dan sentido completo. Michel Develay (1992, citado en Gómez, 2005), en la misma línea argumentativa, sostiene que la desincretización y despersonalización del saber sabio conducen a su deshistorización, al ignorar su contexto y condiciones de emergencia.

También, Samuel Joshua y Jean-Jacques Dupin (1993, citado en Gómez, 2005) plantean que la transposición didáctica oscurece los procesos reales que han conducido a la elaboración de los saberes. Se extrae al saber sabio del medio epistemológico en el que estaba anclado. Por tanto, al ser olvidada su razón de ser, esta debe ser retomada por medio del estudio antropológico. Se propone que desde la praxeología se puede ver todo un modelo paradigmático acerca de cómo se da el proceso de constitución de saber sabio y cómo este proceso depende del factor institucional. De esta manera el origen y naturaleza del saber sabio están determinados por su estructura praxeológica.

La premisa que sostiene la TAD es que la génesis del saber sabio está en el abordaje de tareas problemáticas, posicionándose en un paradigma pragmático en torno al significado de los objetos (D´Amore, 2005). Es lo que expresa Y. Chevallard (2006) cuando sostiene que la interrogante « what is the object of that knowledge ?» (p.22) es la que orienta la descripción y el análisis de las actividades humanas en torno a la matemática.

En el caso de la TSME se sostiene que el conocimiento matemático, inclusive el avanzado, tiene un origen y una función social asociada a un conjunto de prácticas humanas socialmente establecidas (Cantoral, 2001). Estas son las que le dan sentido y significado. Se asume el saber o los saberes como procesos deliberados para el uso compartido de conocimiento, como « mecanismos constructivos, altamente sofisticados, de naturaleza social, que se caracterizan por producir interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura » (Cantoral, 2013, p.53). ¿Cómo el saber llega a ser? Explicaremos esto a través de dos ejemplos:

En el ejemplo del cálculo y análisis matemático se sostiene que la práctica de predecir ejerce un rol generativo y normativo. R. Cantoral (1999) sostiene que Galileo, Newton, Euler, Laplace, Lagrange, Einstein y otros matematizaron la naturaleza a través de estudiar el carácter estable del cambio desde su experiencia sensible con el mundo, la cual también está en nuestro mundo mediato: plantas, bacterias, economía, temperatura y en una gran cantidad de situaciones cotidianas. El cambio existe autónomamente a nuestras elaboraciones teóricas. « Primero se siente, después se concibe, y finalmente adquiere sentido a través de objetos abstractos y sus relaciones » (Cantoral, 1999, p.45). Así es como la mayoría de las nociones matemáticas gestadas entre los siglos XVI y XIX son antecedidas y acompañadas por prácticas (estudio del cambio, variación, anticipación, predicción, acumulación, etc.) que definen el sentido, significación, y naturaleza germinal del saber matemático.

Y sobre el uso de conocimientos culturales relativos al problema de la medición (medir, contar, comparar, etc.) en una comunidad indígena en México, Estanislao Sierra (2008) explica cómo las unidades de medida son producidas culturalmente y conservadas por mecanismos de trasmisión generacional del conocimiento. Según el uso y costumbres de los pueblos originarios son los ancianos los que conservan los patrones de medida usados en el pueblo para la compra-venta. Los ancianos aprenden las medidas de sus antepasados. Los interesados en fabricar nuevos moldes deben ir con ellos y copiarlos idénticamente. Y esto mismo se puede ver en otros entornos culturales, como es el caso de la cultura hebrea antigua. Así, E. Sierra (2008) concluye que medir es una actividad producida socialmente que termina siendo normativa para la comunidad.

3.2. Acerca del desarrollo del saber matemático: ¿Cómo el saber es difundido?

Es mediante la transposición didáctica (problematización de la transformación del saber en su tránsito entre instituciones) que se estudian los procesos de difusión del saber en la TAD. Cada vez que una praxeología, producida en una institución I, es importada o reproducida por una institución I´, pasa por modificaciones adaptativas que determinan cierta transposición didáctica (Chevallard, 1999). Así un contenido de saber sabio sufre adaptaciones que lo vuelven apto para ser un objeto de enseñanza (Chevallard, 1985). Y. Chevallard (2002) sostiene que este proceso pone de manifiesto la ecología de las organizaciones matemáticas y didácticas, que pueden ser explicadas mediante los denominados niveles de codeterminación. Estos niveles son de carácter jerárquico, de modo que los superiores prescriben las condiciones y limitaciones para la escolarización del saber. Una de las consecuencias de esta verticalidad es la parcelación del saber en unidades de estudio. El así denominado monumentalismo del saber genera, entre otras cosas, que sus razones de ser se hagan invisibles (Chevallard, 2012).

Estas razones de ser pueden ser indagadas y entendidas a través del estudio praxeológico. La praxeología está compuesta por un bloque teórico y otro práctico, y son las tareas las que detonan una organización praxeológica. Dado un tipo de tareas se generan técnicas para enfrentarlas, y consecuentemente todo un aparato tecnológico y teórico. De esta manera, la praxeología tiene un bloque práctico técnico (el saber hacer de alguna manera) y un bloque tecnológico-teórico (discurso que describe, legitima y explica a la praxis) (Chevallard, 1999, 2012).

En el caso de la TSME, se conciben las matemáticas como aquel saber que vive de manera funcional y transversal en diversas disciplinas (Cantoral, 2013), el cual, se vuelve conocimiento cuando se sistematiza en obras disciplinares y/o didácticas. De aquí que se reconozca una relación imbricada entre producciones científicas y didácticas. L. Espinoza (2009), profundizando el estudio de la intencionalidad de difusión en las obras antiguas, evidencia cómo las producciones matemáticas en los siglos XVIII y XIX son permeadas por la historia de vida de sus escritores y por los contextos históricos en los que fueron producidos. Explica cómo el estallido de la revolución francesa y la derrota de Napoleón en Waterloo fueron acontecimientos que incidieron significativamente en la generación de instituciones educativas y la consecuente producción de obras matemático-didácticas. Se evidenció que el debate ideológico de la época incidió en la epistemología intrínseca de estas producciones matemáticas.

Así, por ejemplo, las obras *Analyse des Infiniment Petits pour l'Intelligence des Lignes Courbes* de L´Hospital, *Théorie des fonctions analytiques* de Lagrange y *Cours d'Analyse de l'Ecole Royale Polytechnique* de Cauchy, son obras matemático-didácticas, síntesis de los saberes matemáticos producidos y usados en su época, que fueron producidas con el propósito de volverlos objetos susceptibles de ser enseñados y aprendidos en una dinámica escolarizada. Estas están afectadas por intencionalidades didácticas que inciden en su organización y estructura. De aquí que estas obras sabias estén llenas de justificación práctica funcional e intencionalidad didáctica.

En la TSME se estudia el problema de la escolarización de los saberes desde el constructo *discurso matemático escolar*. Siguiendo a Daniela Soto (2010), el discurso matemático escolar no es la función discursiva del aula o la matemática escolar, sino que es un paradigma, un sistema de razón que atomiza los conceptos, tiene un carácter hegemónico, concibe la matemática como un conocimiento acabado, soslaya aspectos sociales, contextuales y culturales del conocimiento, establece un sentido utilitario del conocimiento, y delinea ciertas formas de actuar, razonar, dar significados y/o argumentar, excluyendo otras. Por tanto, este ejerce violencia simbólica y genera procesos de exclusión.

3.3. Acerca de la transversalidad del saber matemático: ¿Cómo vive este saber en diversas actividades humanas?

La gran mayoría de investigaciones en la TAD aluden a praxeologías que consideran elementos en referencia a la institución de los matemáticos. Así, las técnicas, tecnologías y teorías de las praxeologías estudiadas suelen circunscribirse a algún tópico de la matemática formal. A pesar de lo anterior, cuando la noción de transposición fue usada en otras disciplinas, se cuestionó al *saber sabio* como el único y último referente del saber a enseñar (Gómez, 2005). Esto ha abierto un camino a la ampliación teórica y conceptual.

Y. Chevallard (2012) plantea que « los elementos de conocimiento son producto de construcciones humanas, su lugar y función varían según los lugares, las sociedades y los momentos históricos » (p.3), según los contextos sociales en las que son producidas, difundidas o enseñadas. Esto se denomina relativismo institucional. Y. Chevallard (1999) considera que la frontera entre lo matemático y lo no-matemático es indecisa e históricamente evolutiva. Siguiendo esta línea, recientemente se ha propuesto resucitar el espíritu epistemológico de las matemáticas mixtas (Chevallard, 2012) en el sentido de apreciar el valor substancial de la articulación de las matemáticas con otras disciplinas en la búsqueda de soluciones por parte del ser humano.

Ejemplo de esta articulación es la investigación de Corine Castela y Avenilde Romo Vázquez (2011), que desarrolla un modelo praxeológico que busca dar cobertura a saberes con finalidad práctica en instituciones usuarias no necesariamente matemáticas. Como se mencionó en el párrafo anterior, desde la TAD se reconoce que las fronteras entre disciplinas no son transparentes y siempre son susceptibles de ser cuestionadas. Por ello, si bien, las investigaciones suelen referir la validez teórica del conocimiento matemático de acuerdo a lo establecido por la institución de los matemáticos, la incorporación del uso de los recorridos de estudio e investigación (REI) (Chevallard, 2006) ha permitido enfrentar el problema de la monumentalización del saber (Corica & Otero, 2016) y las restricciones institucionales. De esta forma, los REI constituyen modelos abiertos para tratar la amplitud y diversidad de praxeologías que pueden surgir en una comunidad de aprendizaje, lo que interpretamos como una forma de abordar la transversalidad.

En el caso de la TSME, el entendimiento de saber como conocimiento en uso (Cantoral, 2013) permite sostener que el saber matemático vive transversalmente en diversos ámbitos, sea esto en la historia de las ciencias y las artes, en contextos profesionales, cotidianos, científicos-tecnológicos, étnico-culturales, etc. Y en estos ámbitos se concibe la matemática « como un saber funcional donde su validez se reconoce en su contexto y está ligada a la experiencia » (Covián, 2005, p.184). Desde esta base, se asume que el saber matemático es uno de los cimientos fundamentales del conocimiento humano (Espinoza, 2014). Por esto, se busca legitimar toda forma de saber, sea este culto, técnico o popular (Cantoral, 2013).

La transversalidad en la TSME puede ser estudiada desde las prácticas de referencia. Estas son la expresión material e ideológica de un paradigma, lo cual incluye aspectos de lo ideológico, lo disciplinar y lo cultural. (Cantoral, 2013). La práctica de referencia sitúa la intencionalidad, adquisición, desarrollo, alcance, finalidad, interacciones y procesos creativos de la práctica. Su carácter paradigmático incide en cómo los individuos, colectivos y culturas se aproximan, producen, adquieren y comparten los saberes producidos desde la práctica (Espinoza, 2014).

4. Discusión y conclusión

En función del análisis, la TAD y la TSME tienen varios puntos de proximidad. Ambas surgen de investigaciones realizadas en los años ochenta, vieron la luz en los años noventa, y parten situando a la actividad matemática como actividad humana (Chevallard, 1999; Cordero, 2001). Comparten, entre otros aspectos, la premisa pragmática en relación a la naturaleza del saber, la mirada amplia constitutiva del saber matemático, y la crítica a la manera en que es presentada la matemática escolar. En relación al problema de la constitución del saber, la TAD pone su énfasis en describir y explicar los fenómenos de transformación del conocimiento desde su producción hasta su enseñanza (Bosh & Gascón, 2005). A su vez, la TSME lo pone en el rol que juegan las prácticas que anteceden y acompañan la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral, 2013).

En relación a la manera de ver al saber matemático, la TAD, en el estudio de la transposición didáctica, reconoce distintos tipos de saberes: el saber *sabio*, el saber *a enseñar*, el saber *enseñado* y el saber *aprendido*. En la praxeología se problematiza la constitución del saber desde la combinación de un bloque práctico-técnico (saber-hacer) y otro bloque tecnológico-teórico (saber). Así, se acentúa que todas las disciplinas tratan de saberes constituidos por mecanismos que relacionan práctica con teoría. Esta manera de entender al saber es funcional, entre otras cosas, para describir y situar su relatividad institucional, cuestión central en la conceptualización teórica de la TAD. Por otra parte, la TSME problematiza al saber desde epistemologías y anidaciones de prácticas (prácticas socialmente compartidas, prácticas de referencia y prácticas sociales). Al hacer esto pone el acento en aquello que antecede y acompaña al conocimiento, aquello que propicia su construcción. Esta manera de evaluar es funcional para entender cómo el saber vive transversalmente en distintas prácticas, tanto del pasado como del presente. De esta manera, así como para la TAD no se miraría al saber sin un saber-hacer o vice-versa, en la TSME no se vería una noción matemática sin una práctica que la antecede y regula ese proceso.

La manera de ver al saber depende de la manera en la que se conciben las instituciones en las que este se gesta, desarrolla y transita. En las investigaciones realizadas en la TAD, desde sus ejemplos, predomina el análisis de instituciones desarrolladas en las que ya se ha constituido el bloque tecnológico teórico. Estas investigaciones suelen analizar la variabilidad institucional en el presente, donde las instituciones están en un proceso de madurez en su constitución. A su vez, en las realizadas desde la TSME, al profundizar en los procesos de génesis y desarrollo del saber, las investigaciones suelen tratar con instituciones en procesos germinales de constitución. De ahí que continuamente se haga referencia a la noción de comunidad (Cordero, Méndez, Parra & Pérez, 2014) y a los procesos de institucionalización (Sierra, 2008). Al estudiar la génesis del cálculo y del análisis matemático se encuentran las incipientes comunidades de matemáticos o ingenieros matemáticos (Cantoral, 1990). Y al estudiar las prácticas cotidianas se encuentran instituciones incluso milenarias pero que no avanzan hacia una institucionalidad como la de las disciplinas académicas (Covián, 2005; Sierra, 2008; Espinoza, 2014). Por tanto, así como no es común encontrar estudios en la TAD que estudien la génesis de un saber matemático en la historia, tampoco es común en la TSME estudiar el saber en su proceso final ni poner el énfasis en los procesos de institucionalización –en el sentido de Brousseau– en el aula.

Consideramos que la diferencia descrita en las maneras de ver el saber matemático en ambas teorías radica en gran parte en la naturaleza de los primeros ejemplos paradigmáticos, las investigaciones germinales, que acompañaron la génesis de ambas teorías. En la TAD fue el estudio de la transposición de la noción de distancia, desde su creación en el ámbito del cálculo funcional (año 1906) hasta su incorporación en los programas franceses (año 1971). En la TSME fue el estudio de la evolución de la analiticidad de las funciones desde el siglo XVI hasta el siglo XIX. En el siglo XX la matemática ya está constituida como ciencia autónoma, mientras que entre los siglos XVI al XIX la matemática como cuerpo teórico está en un progresivo proceso de constitución, entrelazado con las ciencias de su época. Recién en el siglo XIX aparecen las bases para su autonomía (Espinoza, 2009). En el siglo XX la frontera entre la institución de los matemáticos y las otras disciplinas está establecida, pero en los siglos anteriores las fronteras son difusas y las disciplinas híbridas. Es el tránsito de una sociedad que concebía la unidad del conocimiento y que avanzó hacia su fragmentación (Espinoza, 2014). Por tanto, lo que se entiende por matemáticas es hermenéuticamente diferente en el siglo XX y en los siglos anteriores.

A su vez, sostenemos que la especificidad en la manera de ver al saber matemático también está vinculada a la naturaleza de los contextos sociales y culturales en los que surgieron y se han desarrollado estas teorías. Mientras que los principales exponentes de la TAD son franceses y españoles, los de la TSME son mexicanos. El contexto educativo y el ámbito institucional del conocimiento francés se diferencian de manera significativa del contexto latinoamericano (Espinoza & Campillay, 2010). En particular, Francia tiene una rica y fuerte tradición del desarrollo de la matemática occidental, si bien actualmente se está enfrentando a un reto importante en relación a la educación multicultural, causado por los fenómenos migratorios contemporáneos. Su sistema educativo es mucho más homogéneo que los de países como México. En estas condiciones, consideramos que la estructura praxeológica del saber que propugna la TAD es propicia para un análisis del saber en instituciones más maduras donde los individuos están sujetos a instituciones que viven la estabilidad (Chevallard, 1999). A su vez, en México, por ejemplo, se estima que se hablan unas 364 lenguas sin considerar dialectos (INEGI, 2008). Esta riqueza cultural, de la mano de los elevados índices de desigualdad social, plantean la necesidad de superar los sistemas educativos globalizantes en pro de modelos educativos más contextualizados que puedan dar respuestas educativas a la diversidad social y cultural. De aquí la necesidad de entender la matemática más allá de lo que nos permiten ver los procesos de disciplinarización tradicionales de la matemática, reconociendo y legitimando toda forma de saber, sea este culto, técnico o popular (Cantoral, 2013). De esta manera, consideramos que esta variable de contexto es fundamental para entender las teorías en didáctica de la matemática (Espinoza & Campillay, 2010).

En este artículo se exploró la especificidad del abordaje teórico con la que la TAD y la TSME abordan el problema de la constitución del saber matemático. Esta especificidad está relacionada tanto con sus ejemplos paradigmáticos como con los contextos socioculturales en los que estas teorías fueron gestadas. De esta manera, se concluye que la riqueza y particularidad de cada teoría radica en la mirada que subyace en ellas hacia el saber matemático.

Agradecimientos

Agradecemos el financiamiento de esta investigación por parte de CONICYT + PAI / Concurso nacional apoyo al retorno de investigadores/as desde el extranjero, convocatoria 2014 + FOLIO 82140031, Gobierno de Chile.

Referencias

Artigue, M. (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y los cambios curriculares? *Relime*, *1*(1), 40-55.

Bosch, M. & Gascón, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. En Mercier, A. et Margolinas, C. (Coord.), *Balises en Didactique des Mathématiques*, (pp. 107-122), La Pensée Sauvage : Grenoble.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Editorial Gidesa.

Cantoral, R. (2011). *Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología*. Simposio en Matemática Educativa, 22 – 26 agosto 2011. D. F., México: CICATA-IPN.

Cantoral, R. & López-Flores, J. (2010). La Socioepistemología: Un estudio de su racionalidad. *Paradigma 31* (1), 103-122.

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., & Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Relime. vol. especial*, 83-102.

Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa. Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. (1999). Pensamiento y lenguaje variacional en la enseñanza contemporánea. En G. García (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 12* (pp. 41-48). Bogotá: Universidad Nacional.

Cantoral, R. (1995). Acerca de las contribuciones actuales de una didáctica de antaño: el caso de la serie de Taylor. *Mathesis 11*(1), 55-101.

Cantoral, R. (1990). *Categorías relativas a la apropiación de una base de significaciones propia del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analítica*. Tesis de Doctorado no publicada. México: Cinvestav-IPN.

Castela C. & Romo Vázquez, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 31*(1), 79-130.

Chamiso, J. (2007). Las aportaciones de Toulmin a la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las ciencias 25*(1), 133-146.

Chevallard, Y. (2012). *Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counterparadigm*. Recuperado http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/RL_Chevallard.pdf

Chevallard, Y. (2006). *Steps towards a new epistemology in mathematics education*.
http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_2_Plenaries.pdf#page=3

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-266.

Chevallard, Y. (1985). *La transposición didáctica, del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique Grupo Editor.

Cordero, F., Méndez, C., Parra, T., & Pérez, R. (2014). Atención a la Diversidad. La Matemática Educativa y la Teoría Socioepistemológica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática 7*(3), 71-90.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo: una espistemología a través de la actividad humana. *Relime 4*(2), 103-128.

Corica, A. & Otero, M. (2016). Análisis de un dispositivo didáctico formulado por estudiantes de profesorado en matemática en un curso de formación basado en el paradigma de la investigación. *Perspectiva educacional 55*(2), 21-37.

Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de Maestría no publicada. México: Cinvestav-IPN.

Covián, O. & Romo-Vásquez, A. (2014). Modelo praxeológico extendido una herramienta para analizar las matemáticas en la práctica: el caso de la vivienda Maya y levantamiento y trazo topográfico. *Boletim de Educação Matemática. 28* (48), 128-148.

D´Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México: Editorial Reverte.

Espinoza, L. (2014). *La desescolarización del saber: su construcción social desde el malabarismo y las artes circenses*. Tesis doctoral no publicada. México: Cinvestav-IPN.

Espinoza, R. & Campillay, W. (2010). La teoría de situaciones didácticas en latinoamérica, ¿funciona?. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 24* (pp. 881-888). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Espinoza, L. & Cantoral, R. (2010). Una caracterización de los contextos de significación desde la Socioepistemología. En P. Lestón (Ed), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 24* (pp. 889-896). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Espinoza, L. (2009) *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada. México: Cinvestav-IPN.

García, F.J., Wake, G. (2010). Estableciendo diálogos entre diferentes marcos teóricos: de los procesos narrativos a la teoría antropológica de lo didáctico. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 315-326). Lleida: SEIEM.

Gómez, M. (2005). La transposición didáctica: Historia de un concepto. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos 1*, 83-115.

Huang, X. (2008). *De la racionalidad tradicional a la racionalidad contextualizada*. México DF: Publicaciones Cruz O., S.A.

INEGI (2008). *Catálogo de lenguas indígenas nacionales: variantes linguísticas de México y sus autodenominaciones y referencias geoestadísticas*, INALI, México. Recuperado http://www.cdi.gob.mx/lenguamaterna/catalogo_lenguas_indigenas_mexico_2008.pdf

Lakatos, I. (1982) *Pruebas y Refutaciones: La lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Editorial Alianza

Lakatos, I (1993). La metodología de los Programas de investigación científica. Madrid: Editorial Alianza.

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica*. Tesis doctoral no publicada. México: Cicata-IPN.

Parra, V., & Otero, M. (2011). Praxeologías didácticas en la universidad y el fenómeno del «encierro»: un estudio de caso relativo al límite y continuidad de funciones. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage, M. Larguier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 719-742). Barcelona: Centre de Recerca Matemática.

Trigueros, M., Bosch M. & Gascón, J. (2011). Tres modalidades de diálogo entre APOS y TAD. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage, M. Larguier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 77-116). Barcelona: Centre de Recerca Matemática.

Trigueros, M. & Martínez–Planell, R. (2015). Las funciones de dos variables: análisis mediante los resultados del diálogo entre la teoría APOS y la TAD. *Enseñanza de las Ciencias*, *33*(2), 157-171.

Sierra, E. (2008). *Pesas y medidas: Un estudio socioepistemológico. El caso Metlatónoc*. Tesis de maestría no publicada. México: UAG.

Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada. México: Cinvestav-IPN.