ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p370-381

Magnitudes y medidas: un recorrido de estudio e investigación para la práctica profesional

JOSÉ VALÉRIO GOMES DA SILVA[1]
MARLENE ALVES DIAS[2]

Abstract. This research aims at identifying the expected institutional and existing relations for the teaching and learning of perimeter and area notions in order to check how students and construction professionals use such knowledge in contextualized tasks when they work with *adidactic* situations by using different sources for the completion of the study. The theoretical framework is the anthropological theory of didactics. The research is divided into three stages: the documentary research; semi-structured interviews; and a pilot intervention study and research path. The results indicate privilege in situations of measurement, evidence on the importance of mathematics in people's studies and professions. The intervention exposes difficulties of dissociation between area and perimeter, assignment of units of measurement and the use of estimates for these notions.

Resumen. La presente investigación tiene como objeto identificar las relaciones institucionales esperadas y existentes para la enseñanza y el aprendizaje de las nociones de área y perímetro para comprobar cómo estudiantes y profesionales del campo de la construcción civil utilizan estos conocimientos en tareas contextualizadas, cuando estos trabajan en situaciones adidácticas, utilizando distintas fuentes de ayuda al estudio. El marco teórico es el de la teoría antropológica de lo didáctico. La investigación se divide en tres fases: una investigación documental; entrevistas semiestructuradas y una intervención piloto del un recorrido de estudio e investigación. Los resultados demuestran que se privilegian las situaciones de medida que implican área y perímetro, evidencia de la importancia de las matemáticas en sus estudios y profesiones. La intervención expone dificultades de disociación entre área y perímetro, de atribución de unidades de medida y del uso de estimaciones para dichas nociones.

1. Introducción

Las matemáticas desempeñan un papel importante para los estudiantes de educación obligatoria (6-17 años) y en la formación de profesionales, por ejemplo, en las profesiones relacionadas con la construcción civil. Muchas veces este hecho no es visible para estudiantes y profesionales. Al considerar la construcción civil, podemos pensar en el campo de las magnitudes y medidas (MM), en particular, en las nociones de área y perímetro que se utilizan mucho en los cursos de formación: de Albañilería, de Edificaciones, de Ingeniería Civil, entre otros.

Al estudiar el perímetro o el área de superficies planas, que está presente en el universo de la construcción civil, nos encontramos con situaciones que exceden el espacio del aula, pero que están presentes en el día a día, como por ejemplo « ¿cuántos metros cuadrados de baldosas necesitamos comprar para colocar en el suelo del aula? ». Son frecuentes las situaciones de este tipo y, en general, los estudiantes no lo consideran como un caso asociado a los aprendizajes escolares.

Esto nos llevó a la pregunta de la investigación:

[1] Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil – valerio.gomes@yahoo.com.br
[2] Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil– maralvesdias@gmail.com

> ¿Cuál es la importancia del estudio del área y del perímetro en cuanto a magnitud y medida cuando se consideran los conocimientos necesarios para los profesionales de la construcción civil?

En un intento de dar respuesta a esta cuestión, escogimos como marco teórico la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), lo que nos ayudó en la definición de la problemática, de los objetivos y de la metodología de investigación que describimos a continuación.

2. Problemática, objetivos y metodología de la investigación

2.1. La problemática de la investigación

Una vez considerada la pregunta de investigación y seleccionado el marco teórico que debe sustentar su estudio, elaboramos como problemática: el estudio de las relaciones institucionales esperadas y existentes en la enseñanza y el aprendizaje de las nociones del bloque MM, en particular, las nociones de área y perímetro desarrolladas en la educación obligatoria. Estas relaciones permiten identificar las relaciones personales de los estudiantes del campo de la construcción civil (jóvenes de 15-17 años y adultos) para construir un *recorrido de estudio e investigación* (REI) adaptado a las condiciones reales de estudiantes de los cursos de ingeniería civil y de los cursos técnicos en edificaciones y relacionado con el tratamiento de tareas con las que ellos se encuentran en el transcurso de su vida profesional.

2.2. Objetivo de la investigación

Identificar las relaciones institucionales esperadas y existentes para la enseñanza y el aprendizaje de las nociones de área y perímetro para comprobar cómo los estudiantes de la enseñanza media en Brasil (EMB), (15-17 años) y del campo de la construcción civil utilizan estos conocimientos en tareas contextualizadas cuando trabajan en situaciones a-didácticas utilizando distintas fuentes de ayuda al estudio.

Para alcanzar el objetivo presentado anteriormente, consideramos la siguiente metodología.

2.3. Metodología de la investigación

En el presente estudio nos centramos específicamente en las nociones de área y perímetro, que se introducen y desarrollan inicialmente en la enseñanza fundamental/obligatoria en Brasil (EFB), (estudiantes de 6 -14 años) y se utilizan como herramientas explícitas para el desarrollo de tareas contextualizadas en las enseñanzas media, técnica y superior en Brasil.

Así, para dar respuesta a nuestra pregunta de investigación, dividimos este estudio en tres fases:

> En la *primera fase* realizamos una investigación documental, cuyo foco fue la identificación de las relaciones institucionales esperadas y existentes. El análisis de las relaciones institucionales esperadas se realizó a través de documentos oficiales, a saber: propuestas curriculares nacionales para la EFB (Brasil, 1998), EMB (Brasil, 2006), plan de enseñanza para el técnico en edificaciones, y proyecto pedagógico del curso de ingeniería civil.
>
> El análisis de las relaciones institucionales existentes se realizó mediante el estudio de un libro de texto (LT), Luiz Roberto Dante (2012), indicado por el programa nacional del libro didáctico (PNLD), Brasil (2013). Seleccionamos esta colección ya que había sido indicada varias veces por el PNLD para la EFB y la EMB.

Para el análisis del LT construimos la siguiente tabla de análisis que sigue el modelo propuesto por Marlene Alves Dias (1998) para los *tipos de tareas* indicadas para la enseñanza de las nociones de área y perímetro.

Perímetro

– $T_{p.1}$: Calcular el perímetro de figuras planas;

– $T_{p,2}$: Calcular la longitud de un lado de un polígono, dadas la medida del perímetro y la medida de los otros lados;

– $T_{p,3}$: Determinar el perímetro de una figura poligonal construida sobre una rejilla;

– $T_{p,4}$: Comparar el perímetro de dos o más figuras planas;

– $T_{p,5}$: Construir figuras planas específicas implicando la noción de perímetro;

– $T_{p,6}$: Medir el contorno de una figura plana;

– $T_{p,7}$: Efectuar operaciones fundamentales utilizando la medida del perímetro de figuras planas.

Área

– $T_{A.1}$: Calcular el área de figuras planas;

– $T_{A,2}$: Calcular la longitud de un lado, de una altura o de una diagonal de una figura plana conociendo su área;

– $T_{A,3}$: Calcular el área total de la superficie de un cubo o de un paralelepípedo o una pirámide o un prisma cualquiera;

– $T_{A,4}$: Determinar el área de una figura plana mediante el enlosado de unidades de área;

– $T_{A,5}$: Construir figuras planas específicas implicando la noción de área;

– $T_{A,6}$: Comparar el área de figuras planas;

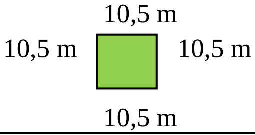
– $T_{A,7}$: Convertir unidades de área;

– $T_{A,8}$: Escoger la unidad de área más adecuada;

– $T_{A,9}$: Utilizar la noción de medida de área de figuras planas para resolver situaciones contextualizadas;

– $T_{A,10}$: Evaluar la medida del área de figuras geométricas planas.

En función de las variables de estos tipos de tareas, por ejemplo, para la noción de área, tenemos la aplicación de la tabla de análisis siguiente:

Tipo de Tarea 1 (T_1): Calcular el área de figuras planas.	
Ejemplo (Dante (2012), 6º año, p. 301, pregunta 23 d): Determinar el área de una zona cuadrada cuyo lado mide: d) 10,5 m.	
Técnicas(τ):	τ_{11}: Utilizamos la fórmula para el cálculo del área del cuadrado.
	τ_{12}: Dibujamos el cuadrado con la medida del lado y calculamos el área multiplicando la base por la altura del cuadrado. 
Tecnología (θ):	Operaciones de multiplicación y potenciación con números decimales y racionales, la definición de cuadrado y la fórmula para el cálculo del área de un cuadrado.
Teoría (Θ):	La tarea se sitúa en el ámbito de MM, de hecho la teoría que sustenta la tecnología es la de las operaciones algebraicas

	elementales y el cálculo.
Ostensivos:	Dados en el enunciado de la tarea: Ostensivo de representación numérica.
	Manipulados en la solución de la tarea: Ostensivos de representación numérica e iconos geométricos.
No ostensivos:	Evocados en la solución de la tarea: Los no ostensivos son las nociones de área y de cuadrado.
Cuadro(s):	Donde se enuncia la tarea: Cuadro numérico y algebraico.
	Donde se resuelve la tarea: Cuadro numérico, algebraico y geométrico.
Nivel de conocimientos esperados de los estudiantes:	Movilizables en relación con la noción de área de un cuadrado.
	Disponibles en la utilización de las operaciones de multiplicación y potenciación de números racionales.

Tabla 1. Ejemplo de una aplicación de la tabla de análisis.

Aquí la noción de objetos ostensivos y no ostensivos se refiere al trabajo de Yves Chevallard (1994); la noción de cuadro sigue la definición de Regine Douady (1984) y la definición de los niveles de conocimiento esperados en los estudiantes sigue la definición de Aline Robert (1998).

En la *segunda fase* realizamos un estudio sobre la importancia de las matemáticas con profesionales y estudiantes brasileños de la construcción civil mediante entrevistas semiestructuradas. Las entrevistas estaban compuestas por una parte relativa al perfil de la persona entrevistada y otra con preguntas orientadoras que podrían desencadenar en otras preguntas. Cada guión de entrevista contiene 5 o 6 preguntas específicas para cada persona entrevistada.

La *tercera fase* de la investigación corresponde al cruce de los resultados de la primera y la segunda fases y nos ayudará en la construcción del REI, o sea, a la fase de intervención. Hasta el momento, solo hemos realizado una intervención piloto con un grupo de estudiantes de primer año de la EMB (15-16 años). Esta intervención corresponde a un trabajo de ingeniería didáctica con un REI.

El REI piloto se llevó a cabo con estudiantes voluntarios organizados en parejas aleatorias a los que se propuso un proceso de discusión, argumentación y presentación de las respuestas desarrolladas a partir de la cuestión generatriz.

3. Modelo epistemológico de referencia

Según Marianna Bosch y Josep Gascón (2007) la noción de modelo epistemológico de referencia (MER) corresponde a un modelo de elaboración de nuevas propuestas de organización, así como también sirve de referencia para los análisis de las « epistemologías espontáneas ».

Consideramos como MER para nuestro estudio los trabajos de Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1992) e Yves Chevallard y Marianna Bosch (2001, 2002) implicando el dominio de las MM y las nociones de área y perímetro. Estas investigaciones tienen el objetivo de ayudarnos a identificar distintas formas de trabajo, su importancia en los distintos contextos y la evolución histórica de dichas nociones.

Para M. J. Perrin-Glorian (1992) el problema matemático de interés para la investigación es la comparación del lugar ocupado por las superficies en el plano, y como facilitador de dicha comparación, la posibilidad de asociar a una superficie un número que permita comprender el lugar ocupado por esta, de forma que se sustituya la comparación de las superficies por la de números.

De ese modo, el problema matemático se traduce por la definición de una *función medida (μ)* del conjunto de las superficies planas en IR^+ (para el cual añadimos un valor infinito si no nos limitamos a superficies limitadas) que verifican « buenas propiedades » de aditividad, unicidad e invariancia en el momento del desplazamiento.

De ese modo, M. J. Perrin-Glorian hace referencia al enfoque del problema teórico de la medida de las áreas según André Revuz (1958), que la autora presenta de la siguiente forma:

> Deseamos que μ verifique las siguientes propiedades:
> – si $S1$ y $S2$ son disjuntas, entonces $\mu (S1 \cup S2) = \mu (S1) + \mu (S2)$
> – $\mu (S) \geq 0$ para todo S
> – μ es invariable por isometría: para cualquier isometría g, y cualquier superficie S, $\mu(g(S)) = \mu(S)$.

Es importante observar que μ solo puede ser definida por un coeficiente de proporcionalidad próximo: si μ es adecuado, para todo $\lambda \in IR_+$, $\lambda \mu$ también debe ser adecuado. Podemos demostrar que, para cada polígono convexo A, existe una y solo una aplicación μ definida sobre el conjunto de los polígonos, cumpliendo las propiedades anteriores y de modo que $\mu(A)=1$. El conjunto de las superficies medibles por μ, que no depende de la elección de A, es el conjunto de las superficies.

El número entero asociado a las superficies mesurables por μ no depende de la elección de A, se trata del conjunto de superficies cuadradas. En la mayoría de los casos, asociamos la superficie A a la de un cuadrado.

En las investigaciones de Y. Chevallard y M. Bosch (2001) sobre MM, los autores muestran la relación institucional desarrollada en Francia para el estudio de algunas magnitudes geométricas, como las de área, perímetro y volumen, que se desarrollan según la tabla 2.

Dominio	Sixième (11-12 años)	Cinquième (12-13 años)	Quatrième (13-14 años)	Troisième (14-15 años)
Magnitudes y medidas	Perímetro y área de un rectángulo, área de un triángulo rectángulo, longitud de un círculo, volumen de un paralelepípedo rectángulo a partir de una planificación.	Suma de ángulos de un rectángulo. Área del paralelogramo, del triángulo, del disco. Medida de tiempo. Área lateral y volumen de un prisma recto, de un cilindro de revolución.	Magnitudes cociente corrientes. Volumen de una pirámide, volumen y área lateral de un cono de revolución.	Magnitudes compuestas. Área de esfera, volumen de la esfera.

Tabla 2. Distribución de los temas del dominio de las magnitudes y medidas en el *collège* en Francia.

En *sixième*, se espera que los alumnos se familiaricen con el uso de las magnitudes más usuales (longitudes, ángulos, áreas, volúmenes, intervalo de tiempo). Los trabajos geométricos deben constituir, en particular, un soporte de las actividades numéricas conjuntas (magnitudes y medidas).

Para la *quatrième*, se espera que los alumnos adquieran la representación de objetos geométricos usuales del plano y el espacio, del cálculo de las magnitudes asociadas a los objetos con la ayuda de las fórmulas de áreas o de volúmenes, y que puedan estudiar las variaciones de una magnitud en función de otra. Las magnitudes cociente también se tratan en este nivel.

Para las clases de *cinquième* y *quatrième*, se pone énfasis en la noción de proporcionalidad. En *troisième* los objetivos del trabajo geométrico siguen siendo los de los cursos anteriores.

Y. Chevallard y M. Bosch (2002) explican que el objetivo principal del estudio de las magnitudes y medidas es la matematización de las nociones de especie/tipo/tipología y de sistema de magnitudes, con una atención particular a las necesidades numéricas relacionadas con estas magnitudes. Desde esta perspectiva, los autores consideran la función μ definida anteriormente.

Según los autores, la matemática escolar olvida la noción de magnitud como propiedad matemática por sí misma. Por ello, es preciso introducir las matemáticas en el mundo que nos rodea, lo que implica considerar el mundo de las magnitudes, para ello, de acuerdo con Y. Chevallard y M. Bosch (2002), es necesario recordar que el mismo objeto es en general el soporte de magnitudes de distintas especies, usuales o no, lo que necesita ser considerado para la enseñanza.

Para formalizar estas ideas Y. Chevallard y M. Bosch (2002) proponen una organización, de acuerdo con el trabajo de M. J. Perrin-Glorian (1992), que supone la definición de la aplicación o función medida μ, junto con la definición de sus propiedades.

Y. Chevallard y M. Bosch (2002) aclaran además que una magnitud es « todo lo que puede ser aumentado o disminuido como el ancho de un camino, la velocidad de un vehículo, etc. ». Y para las magnitudes matemáticas es preciso que « se pueda definir [también] la igualdad y la suma » como, por ejemplo, para « las superficies, los volúmenes, los ángulos, etc. ».

Considerando estos trabajos de investigación como elementos constituyentes de nuestro MER presentaremos a continuación los resultados de los análisis de las relaciones institucionales y del estudio sobre la importancia de las matemáticas con profesionales y estudiantes de la construcción civil que nos ayudaron a desarrollar y analizar el REI.

4. Resultados de los análisis de la primera y segunda fase

4.1. Relaciones institucionales esperadas

Recordemos rápidamente que las relaciones institucionales esperadas corresponden a las indicaciones de las propuestas nacionales para la enseñanza de las nociones de área y perímetro. Observamos que el documento de la EFB, Brasil (1998), indica que el estudio del dominio de las MM proporciona una mayor comprensión de los conceptos relativos al dominio de espacio y la forma, ayudando a la introducción de la idea de proporcionalidad y escala.

Empieza con la noción de longitud y se da énfasis en el reconocimiento de las magnitudes mesurables, como longitud, masa y capacidad; la elaboración de estrategias personales de medida; la utilización de informaciones sobre el tiempo y la temperatura; la utilización de instrumentos de medición usuales o no; la estimación de resultados expresados mediante representaciones convencionales o no.

En la EFB, identificamos en el documento (Brasil, 1998) que las nociones de área y perímetro no se tratan explícitamente. Aquí estas ideas ya se consideran como herramientas explícitas para el desarrollo de nuevos conocimientos. Estos documentos orientan a que el estudio de los temas del campo de las MM deba ser realizado mediante situaciones contextualizadas con aplicaciones prácticas dentro de otros campos de conocimiento como actividades comerciales y lectura de mapas, plantas y croquis.

Además, se propone el trabajo como técnica de conteo de unidades con unidades estandarizadas y con sistemas habituales de medición, de determinación de estimaciones adecuadas para determinadas medidas, con especial atención a la aproximación de medidas y al uso de instrumentos de medición.

Los resultados encontrados hasta aquí indican que las orientaciones de los documentos nacionales para la EFB están en consonancia con los estudios que nosotros consideramos constituyentes del MER.

En cuanto la EMB, Brasil (2006), señala la necesidad de una revisión de los conocimientos ya trabajados en la EFB y su ampliación, o sea en términos de la TAD, la exploración de nuevos tipos de tareas y la elaboración de nuevas técnicas, con sus respectivas tecnologías y teorías, lo que puede permitir la consolidación de las nociones aprendidas en las etapas anteriores, como área, perímetro y volumen. También está indicado un trabajo más específico sobre las demostraciones.

Así, una vez más observamos que las orientaciones para el desarrollo de las matemáticas en la EMB, cuando se considera el campo de las MM, recoge parcialmente los elementos del MER.

En la enseñanza técnica en edificaciones, se observó que se da énfasis al desarrollo de competencias de tipo « participar en la elaboración del presupuesto », lo que exige modelos de interpretación como: cuantificar la mano de obra y los materiales, tasar materiales y equipamientos, elaborar costes directos e indirectos, calcular beneficios y gastos indirectos, realizar análisis críticos de presupuesto y proponer alternativas más económicas. Así, implícitamente las nociones de área y perímetro son conocimientos necesarios para la ejecución de algunas de dichas tareas.

En cuanto al curso de ingeniería civil, según los documentos oficiales, se indica el estímulo a las prácticas de estudios independientes y de investigación, apuntando a una progresiva autonomía profesional e intelectual del estudiante. Esto viabiliza el desarrollo de un REI junto con estos estudiantes y se puede así mostrar la importancia de esta nueva metodología de trabajo, en particular, para los cursos de formación profesional.

A continuación, presentamos los resultados del análisis de las relaciones institucionales existentes.

4.2. Relaciones institucionales existentes

El objetivo de este tema es analizar las relaciones institucionales existentes para la enseñanza y el aprendizaje de las nociones de área y perímetro en los materiales didácticos disponibles, con el fin de identificar las praxeologías propuestas para ser enseñadas.

En el presente artículo solo analizamos el LT de L. R. Dante (2012) indicado para el 6º año (estudiantes de 11-12 años) de la EFB.

En el presente LT identificamos seis tipos de tareas que implican la noción de perímetro entre las siete presentadas en la tabla de análisis.

Observamos además que en L. R. Dante (2012) existe un número limitado de tareas sobre el perímetro que implican cuadricular, estimaciones y comparaciones y para las cuales es preciso explicar las unidades de medida, lo que no se ajusta a la propuesta institucional. Además, es importante observar que el autor da prioridad a las tareas en las cuales las figuras son todas poligonales, haciendo hincapié en los rectángulos y cuadrados.

Para noción de área, L. R. Dante (2008) comienza determinando el área de un rectángulo mediante enlosado y la asocia al producto de la longitud de los lados, lo que le permite determinar el área de cualquier rectángulo. Las fórmulas para el cálculo de las áreas del cuadrado, paralelogramo, triángulo, trapecio y rombo se deducen a partir del área del rectángulo. Existen pocas actividades que implican rejillas y para las dos presentadas, son solo cuadriculadas, lo que deja a cargo del profesor proponer tareas de aproximaciones relacionadas con la noción de área de figuras planas irregulares. Una vez más observamos que el trabajo con rejillas es reducido y que no es conforme a la propuesta institucional.

Aunque todas las tareas presentadas en la tabla de análisis aparecen en L. R. Dante (2012), sin embargo, falta considerar algunos aspectos importantes propuestos en los documentos oficiales, por ejemplo, en T_1, calcular el área de figuras planas irregulares utilizando la aproximación.

Además, debe destacarse que L. R. Dante (2012) introduce la noción de área discutiendo dos ejemplos que se corresponden con la tarea T_4 para la cual se discuten las técnicas con sus respectivas tecnologías, o sea, se consideran los momentos de exploración del tipo de tarea y de elaboración de la técnica y de la tecnología.

Es importante observar que el autor propone dos tareas asociadas a la relación entre las nociones de área y perímetro y estas se dejan a cargo de los alumnos. Esto puede exigir la construcción de nuevas tareas por el profesor según el desarrollo de sus estudiantes, lo que podría ser una propuesta interesante como trabajo de investigación para los estudiantes. Pero sabemos que este tipo de tareas acaban por desaparecer del aula, lo que denota la poca importancia que le atribuye el autor.

4.3. La importancia de las matemáticas para los estudiantes y profesionales de la construcción civil

Ahora el objetivo es identificar cuál es la importancia de las matemáticas para un grupo de profesionales y estudiantes de la construcción civil.

Las entrevistas con profesores, estudiantes y coordinadores se realizaron en dos instituciones de enseñanza: en una unidad del SENAI (servicio nacional de aprendizaje industrial) y en una universidad privada, ambas en São Paulo, Brasil.

Realizamos las entrevistas semiestructuradas, cuyas preguntas orientadoras se presentarán a lo largo de los análisis. Los participantes eran estudiantes y profesionales de los cursos de Albañilería (7), Edificaciones (5) e Ingeniería Civil (5).

En el presente artículo los resultados o conclusiones del análisis de las respuestas recogidas todavía son preliminares; no obstante, apuntan discusiones importantes con futuras profundizaciones en el análisis.

La primera pregunta para todos los participantes en las entrevistas era en torno a la importancia de las matemáticas en sus estudios o en su profesión. Los estudiantes y profesionales de los cursos de Albañilería y Edificaciones fueron unánimes expresando que las matemáticas eran importantes para sus profesiones.

Esta importancia estaba siempre asociada a la noción de medida, haciendo una relación directa con la cantidad de materiales. Era evidente la preocupación para que el presupuesto se realizara de forma correcta. La noción de área y de perímetro fue citada informalmente por algunas personas en la entrevista.

En relación con las respuestas de los entrevistados del curso de Ingeniería Civil, más allá de que todos señalaran la importancia de las matemáticas, quedó claro que la dificultad de los alumnos en esta disciplina era su falta de base.

Así, nos parece que algunos alumnos de los cursos de Edificaciones e Ingeniería Civil todavía presentan dificultades en relación con las nociones de área y perímetro.

A continuación, presentamos los elementos del REI desarrollado para ser trabajado con estudiantes de educación básica o de los cursos de formación profesional para la construcción civil.

5. Recorrido de estudio y investigación

Aquí el objetivo es presentar el REI que se diseñó, desarrolló y experimentó como intervención piloto en un grupo de doce estudiantes del primer año de la EMB.

Inicialmente observamos que un REI supone que debemos comenzar desde una pregunta generadora que, según Y. Chevallard (2009) tiene que poder generar un cuestionamiento que puede implicar varios campos del saber.

Elaboramos la pregunta generadora utilizada en la intervención piloto: Se quiere construir una « edícula » (pequeña estancia anexa, inicialmente para el servicio muy típico en Brasil), sin coste de mano de obra, en un terreno. La « edícula » estará compuesta por tres estancias: una cocina, una habitación y un baño. ¿Cuál es la cantidad mínima de materiales de construcción que se pueden utilizar en esta obra para un coste total entre 45.000 y 50.000 reales (11.000 y 12.000 euros aproximadamente)?

La etapa anterior a la aplicación del REI es la realización de un análisis previo de preguntas y respuestas derivadas de la pregunta generadora. Describiremos aquí este análisis a partir del mapa de cuestiones y respuestas que nos servirá de MER previo para establecer un universo de posibles recorridos.

Elegimos dos grupos de variables que ayudarán a responder a esta pregunta generadora: primer grupo – coste de la obra, tipo de terreno, altura del techo y segundo grupo – la disposición de las habitaciones, más otros que pueden aparecer en el momento de la aplicación.

A partir de estas variables elaboramos tres preguntas derivadas. Q_1: ¿Cuál es la forma del terreno? – Q_2: ¿Cuánto mide la altura del techo de la casa? y Q_3:¿Cuál es la disposición de las tres estancias?

Para Q_1 consideramos: rectangular, cuadrada y poligonal; en relación con Q_2 pueden surgir las medidas estancias (de 2,8 m a 3 m) o medidas fuera de este intervalo; y para Q_3 pueden surgir respuestas de organización de las estancias ya utilizadas u otras distribuciones creadas por los que intervienen.

Definida la forma del terreno, la medida de la altura del techo y la disposición de las estancias, consideramos la siguiente pregunta: Q_4: ¿Cuál es el modelo de casa adecuado para nuestro coste?

La pregunta Q_4 supone las siguientes variables: dimensiones del terreno y de la casa; dimensiones y medida de la altura del techo de cada estancia; cubierta paralela o no al piso; tipo de material adecuado para el presupuesto dado, cubierta de tejas o losas.

Después de pensar en algunas de las variables para la pregunta Q_4 surge una Q_5: ¿Cuál es la cantidad de material necesario para la construcción de la casa? Como variables que influyen en la respuesta de Q_5, tenemos cantidades de: losetas; azulejos; tuberías; losas y/o tejas; losetas del rodapié, yeso para el techo y su moldura; carpintería; herrajes; materiales eléctricos, materiales hidráulicos; gravas; cemento; ladrillos; arenas u otros.

Una vez definidas estas variables, se puede pensar en la obra por sectores, a saber: albañilería, electricidad, hidráulica, acabados y otros. Centrándose detalladamente en el sector de los acabados, se identifican las siguientes preguntas:

Q_{51}: ¿Cuántas losas y/o tejas necesitamos? ¿Cuál es su coste?

Q_{52}: ¿Cuánta moldura de yeso necesitamos? ¿Cuál es su coste?

Q_{53}: ¿Cuántos azulejos necesitamos? ¿Cuál es su coste?

Q_{54}: ¿Cuántas losetas necesitamos? ¿Cuál es su coste?

Q_{55}: ¿Cuántas losetas para el zócalo necesitamos? ¿Cuál es su coste?

Todas o una parte de estas preguntas deben ser respondidas para las estancias de la casa, lo que conduce a sumar los costes de todos los sectores, lo que corresponde a la respuesta de la pregunta generadora, denominada « respuesta corazón » en Y. Chevallard (2009). La configuración de estas cuestiones se muestra en la figura 1.

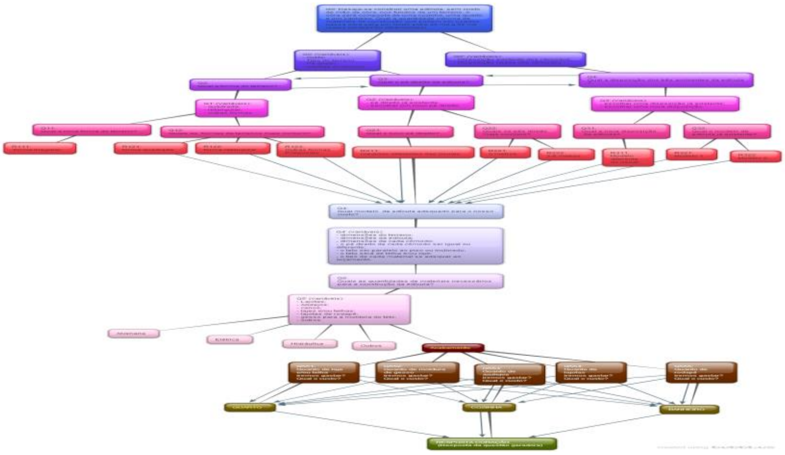


Figura 1. Configuración de las cuestiones en el mapa.

6. Resultados de la intervención piloto

Se llevó a cabo una intervención piloto del REI presentado anteriormente con un grupo de doce alumnos voluntarios de primer año de la EMB, que estudian en una escuela pública de tiempo completo de São Paulo, Brasil. Los estudiantes fueron reclutados aleatoriamente y para la realización del REI fueron divididos en seis parejas y trabajaron en una sala de informática utilizando un ordenador para cada pareja.

Para la previsión fueron previstos seis encuentros de 1h y 40min en horarios distintos con el fin de no perjudicar el funcionamiento normal de las actividades escolares. Además de los alumnos, estaban presentes en los momentos de intervención: el profesor mediador (el investigador), una profesora regional que actuó como observadora, un cursillista de informática y un profesional de la filmación. Los datos fueron recogidos mediante filmaciones y material escrito.

Cada encuentro estaba formado por tres momentos: investigación en Internet, estudio dirigido cuando se tenía alguna pregunta que debía tratarse y presentación de la producción por cada pareja.

Como resultado preliminar identificamos dificultades asociadas a la comprensión de las nociones de: orden de magnitud; escala; relacionar área o perímetro con unidades adecuadas; distinción entre el cálculo de área y el de perímetro. A pesar de las dificultades, los estudiantes fueron capaces de utilizar métodos no escolares para los cálculos de áreas y perímetros.

5. Consideraciones finales

El MER sugerido en este artículo sirvió de fundamento para las organizaciones didácticas desarrolladas y analizadas en el REI piloto, posibilitando a los estudiantes de la EMB experimentar nuevas formas de trabajo matemático.

El estudio de las relaciones institucionales en la enseñanza y el aprendizaje de las nociones de área y perímetro en la educación básica permitió identificar la importancia que los documentos oficiales brasileños investigados atribuyen al dominio de las magnitudes y medidas, proponiendo que las nociones estudiadas en torno a la magnitud se relacionen con cuestiones del mundo.

Para el grupo de personas entrevistadas en la investigación, la importancia de las matemáticas era evidente, a pesar de que los profesores de los cursos implicados reconocieron que tenían dificultades con temas matemáticos básicos. Entre ellos, están las nociones de área y perímetro, como también la comprensión de otros temas específicos del curso. Esta importancia se percibe en la intervención piloto por el elevado nivel de implicación del grupo de estudiantes en la búsqueda de dar respuesta a la pregunta generadora.

En los momentos de la aplicación del REI piloto percibimos la importancia de ampliar el número de sesiones para que poder desarrollar las discusiones planteadas por los estudiantes. Fue posible encontrar en las respuestas de los alumnos nuevas formas de tratamiento de las nociones implicadas en la intervención.

Referencias

Bosch, M. & Gascón J. (2007). Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: de los “talleres de prácticas matemáticas” a lós “recorridos de estudio e investigación”. En A. Bronner (Ed.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d’action* (pp. 1-10). Montpellier, Francia : IUFM.

Brasil. (1997). Ministério da educação. Secretaria de educação fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais*: *matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. (2005). Ministério da educação. Secretaria de educação fundamental. *Orientações curriculares do ensino médio: matemática*. Brasília: MEC/SEMT.

Brasil. (2013). Ministério da educação. Secretaria de educação fundamental. *Guia nacional do livro didático* (6º - 9º ano) – PNLD 2014. Brasília: MEC/SEF.

Chevallard, Y. (1994). Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. *Actes du Séminaire de l'Associazione Mathesis pour l'année.*

Chevallard, Y. & Bosch, M. (2001). Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie I. Une atlantide oubliée. *Petit x, 55*, 5-32. http://yves.chevallard.free.fr /spip/spip/article.php3?id_article=45

Chevallard, Y. & Bosch, M. (2002). Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie II. Mathématisations. *Petit x, 59*, 43-76. http://yves.chevallard.free.fr /spip/spip/article.php3?id_article=45

Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER : problèmes et avancées*. UMR ADEF. Toulouse, Francia.

Dante, L. R. (2012). *Projeto Teláris – Matemática (6º ano do EF)*. 1ª edição. São Paulo: Ática.

Dias, M. A. (1998). *Problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique"dans l'enseignement de l'algèbre linéaire*. Thèse doctorat en mathématiques. Université Paris 7.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. Thèse doctorat d'état. Université Paris 7.

Perrin-Glorian, M.- J. (1992). *Aires de surfaces planes et nombres decimaux. Questions didactiques liees aux élèves em difficulte aux niveaux CM-6 ème*. Thèse doctorat en mathematiques. Université Paris 7.

Revuz, A. (1959). Théorie de l'intégration. *Bulletin de l'A.P.M.E.P. nº 196, 198, 199*.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 18* (2) p.139-190.

SENAI (2014). *Plano do curso de edificações*. Escola SENAI « orlando laviero ferraiuolo » – unidade Tatuapé – SP.