

A pesquisa como possibilidade para significar conceitos matemáticos abordados em cálculo numérico

Research as a possibility to make meaning of mathematical concepts addressed in numerical calculus

La investigación como una posibilidad para significar conceptos matemáticos abordados en cálculo numérico

Cintia Terezinha Barbosa Peixoto¹

Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS)
Doutorado em Educação em Ciências e Matemática - PUC-RS
<https://orcid.org/0000-0002-6957-8463>

Isabel Cristina Machado de Lara²

Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS)
Doutorado em Educação em Ciências e Matemática - PUC-RS.
<https://orcid.org/0000-0002-0574-8590>

Resumo

Este artigo apresenta, em uma abordagem qualitativa, um estudo de caso no qual descreve uma proposta pedagógica realizada por estudantes de Cálculo Numérico de uma instituição de nível superior do sul do país. A proposta foi desenvolvida segundo os pressupostos teóricos da pesquisa como princípio pedagógico e teve como objetivo identificar a percepção dos estudantes quanto à compreensão do significado de um conceito ao aprenderem como utilizá-lo em um contexto específico de sua vivência acadêmica. Com base nos trabalhos e testemunhos apresentados, e em Wittgenstein, este estudo mostra que as condições de sentido e significado dos conceitos matemáticos abordados em Cálculo Numérico podem ocorrer quando o estudante conhece diferentes usos desses conceitos em seus respectivos cursos de graduação ou futura profissão.

¹ cintia.peixoto3@gmail.com.

² isabel.lara@puhrs.br.

Palavras Chave: Cálculo Numérico, Jogos de Linguagem, Pesquisa como Princípio Pedagógico.

Abstract

This article presents, in a qualitative approach, a case study in which it describes a pedagogical proposal carried out by students of Numerical Calculus at a higher education institution in the south of the country. The proposal was developed according to the theoretical assumptions of the research as a pedagogical principle and aimed to identify the students' perception regarding the understanding of the meaning of a concept when learning how to use it in a specific context of their academic experience. Based on the works and testimonies presented and on Wittgenstein, it shows that the conditions of sense and meaning of the mathematical concepts covered in Numerical Calculus can occur when the student knows their different uses in their respective undergraduate courses or future profession.

Keywords: Numerical calculus, Language games, Research as a pedagogical principle.

Resumen

Este artículo presenta, en un enfoque cualitativo, un estudio de caso en el que describe una propuesta pedagógica llevada a cabo por estudiantes de Cálculo Numérico en una institución de educación superior en el sur del país. La propuesta se desarrolló a partir de los supuestos teóricos de la investigación como principio pedagógico y tuvo como objetivo identificar la percepción de los estudiantes sobre la comprensión del significado de un concepto al aprender a utilizarlo en un contexto específico de su experiencia académica. Basado en los trabajos y testimonios presentados y en Wittgenstein, muestra que las condiciones de sentido y significado de los conceptos matemáticos estudiados en el Cálculo Numérico pueden ocurrir

cuando el estudiante conoce diferentes usos de estos conceptos en sus respectivos cursos de pregrado o futura profesión.

Palabras clave: Cálculo numérico, Juegos de lenguaje, Investigación como principio pedagógico.

A Pesquisa como Possibilidade para Significar Conceitos Matemáticos Abordados em Cálculo Numérico

No âmbito da Educação em nível superior, encontram-se variadas pesquisas sobre as causas da evasão e da repetência em disciplinas oferecidas em diversos cursos de graduação, bem como estratégias pedagógicas para a melhora do desempenho dos estudantes nessas disciplinas (Lobo et al., 2007, Martins, 2007). Ainda assim, há muito o que avançar no sentido de compreender os processos de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Superior, em particular nas disciplinas de Cálculo Numérico, componente curricular de vários cursos de Engenharia.

As disciplinas de Cálculo Numérico, frequentemente ministradas por professores graduados em Matemática, têm como um de seus objetivos apresentar aos estudantes diversos métodos numéricos para a resolução de problemas em uma linguagem própria da Matemática Acadêmica³, com suas próprias regras, significados e conceitos. Nos cursos de Engenharia, muitos desses métodos são utilizados em outras disciplinas da grade curricular, chamadas disciplinas específicas, mas com outras denominações e outras regras de uso que podem, ou não, ter semelhanças com a forma utilizada pelo professor de Cálculo Numérico em suas aulas.

Um estudante de Engenharia que já cursou a referida disciplina pode não reconhecer os conceitos matemáticos desenvolvidos exclusivamente em uma linguagem matemática, supostamente neutra e generalista, quando tais conceitos aparecem em um formato diferente daquele utilizado nas aulas. Esperar que o estudante, por si só, reconheça os elementos matemáticos aprendidos na disciplina de Cálculo Numérico em diferentes contextos revela uma concepção essencialista da linguagem matemática. Ou seja, uma visão em que a linguagem matemática proporcionaria uma significação precisa para conceitos e expressões, isenta de ambiguidades e independentes do contexto.

³ A Matemática Acadêmica é considerada “[...] como corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais.” (Moreira, 2004, p. 18).

Atividades pedagógicas em Educação Matemática, com essa perspectiva, são aquelas em que “[...] procura-se os significados dos objetos matemáticos em alguma realidade independente da própria linguagem Matemática.” (Gottschalk, 2004, p. 315). Nessa visão metafísica, um conceito teria um significado essencial por trás da multiplicidade de usos em diferentes situações.

Em contraponto, as ideias de Wittgenstein, apresentadas em sua segunda fase, problematizam uma linguagem universal, de modo que se pode pensar em diferentes linguagens geradas por diversos usos em variadas formas de vida. Afirma o filósofo: “Chamarei de “jogo de linguagem” também a totalidade formada pela linguagem e pelas atividades pelas quais ela vem entrelaçada.” (Wittgenstein, 2014, p.19). Nessa perspectiva, Gottschalk (2004, p. 319) afirma que

[...] com o conceito “jogo de linguagem” [grifos da autora] Wittgenstein lança luz sobre relações de nossa linguagem, ao utilizar jogos como objetos de comparação, ou seja, através de suas semelhanças e diferenças, chama a atenção para os diferentes usos de nossos conceitos em nossas formas de vida sem recorrer a entidades extra-linguísticas.

Desse modo, ao vincular a linguagem às atividades com as quais está relacionada, Wittgenstein atribui à mesma, uma forte relação com o seu uso. Nessa visão pragmática da linguagem, uma única palavra pode ter diferentes significações, visto que “[...] a significação de uma palavra é seu uso na linguagem.” (Wittgenstein, 2014, p. 38). Os diversos usos de uma mesma expressão ou palavra geram diferentes significados por atenderem a regras de uso específicas à cada situação ou contexto, sendo que essas regras são estabelecidas socialmente e de forma conceitual. No âmbito do ensino e da aprendizagem, o filósofo procura abordar os questionamentos sobre a natureza do conhecimento matemático que surgem ao acreditar-se que as proposições matemáticas possam refletir o funcionamento transcendente da mente humana, desconsiderando-se o contexto e as formas de uso de tais proposições.

Nesse sentido, as condições de sentido e significado dos conceitos matemáticos se dão quando o estudante se apropria dos esquemas teóricos específicos naquela forma de linguagem, não necessariamente em outra. Para efeito deste artigo, caracteriza-se cada curso de Engenharia como uma forma de vida diferente, com seus respectivos *jogos de linguagem*, assim como a Matemática Acadêmica. Esses diferentes usos dos conceitos matemáticos, nesses diferentes *jogos de linguagem*, costumam apresentar semelhanças e dissemelhanças uns com os outros.

Poder-se-ia supor que é função do professor de Matemática, em especial, de Cálculo Numérico, conhecer diferentes usos dos conceitos matemáticos abordados por ele nas diferentes engenharias para que o estudante possa dar significado a esses conceitos. No entanto, para que se possa participar de um *jogo de linguagem*, é necessário estar inserido no grupo em que esse jogo acontece, e o professor de Cálculo Numérico geralmente não faz parte da *forma de vida*⁴ dos estudantes de engenharia. Diante disso, o próprio estudante pode ser quem fará a busca dos diferentes usos dos conceitos matemáticos em seus respectivos cursos de graduação, visto que ele faz ou fará parte dessa *forma de vida*.

Nessa perspectiva, para o possível reconhecimento de diferentes formas de uso dos conceitos estudados em Cálculo Numérico e seus respectivos *jogos de linguagem*, os estudantes de três turmas de uma universidade particular do sul do país realizaram uma atividade de pesquisa, buscando formas de uso de, pelo menos, um dos métodos apresentados nas aulas de Cálculo Numérico em seus respectivos cursos de formação acadêmica. Além disso, por meio de narrativas, os estudantes apontaram suas respectivas percepções quanto à compreensão dos conceitos pesquisados.

A escolha por esse tipo de atividade pedagógica levou em conta o fato de que algumas pesquisas revelam que atividades de ensino de cunho investigativo contribuem

⁴ “O conceito de formas de vida é composto por duas dimensões: a biológica e a cultural. Desse modo, diferentemente de um contexto, as formas de vida não são perceptíveis apenas com a observação, é preciso ‘viver’ [grifos do autor] a forma de vida.” (Spaniol apud Condé, 1998, p. 103).

significativamente para o desenvolvimento do pensamento matemático e a compreensão de conceitos novos, ainda que a maior parte desses estudos se dê a nível básico de ensino. (Ponte, 2013). Nessa linha, Henriques (2008) defende a necessidade da realização de estudos que visem compreender os processos matemáticos utilizados pelos alunos na resolução de atividades de investigação no Ensino Superior.

Corroborando essas ideias, (Demo, 2015, p. 18) sugere que o educador deve assumir como princípio pedagógico o incentivo à pesquisa por parte dos estudantes, “[...] tendo como objetivo maior fazer dele um parceiro de trabalho, ativo, participativo, produtivo, reconstrutivo, para que possa fazer e fazer-se oportunidade.”. O autor defende que para o professor não basta ser um profissional da pesquisa, mas um profissional da educação pela pesquisa, no sentido de tornar a pesquisa uma constante em sua sala de aula. De modo que o estudante passe da posição daquele que não age, mas apenas ouve e recebe o conhecimento (posição de objeto) aquele que busca o conhecimento (posição de sujeito). À medida que o estudante se transforma em sujeito ativo ele poderá adquirir a independência crítica, tornando-se questionador da realidade e renovador do conhecimento. O autor denomina esse questionamento de “reconstrutivo” e argumenta que o questionamento reconstrutivo é o cerne da pesquisa, que por sua vez é o cerne da educação. Esse princípio pode servir ao educador tanto do Ensino Básico quanto do Ensino Superior.

Há ainda, nos documentos oficiais que regem o sistema de educação brasileiro, o entendimento de que o professor universitário deve incentivar o trabalho de pesquisa e a investigação científica. Na Lei de Diretrizes e Bases da Educação, nº 9394, capítulo IV, (1996), tem-se como diretriz para o Ensino Superior “[...] incentivar o trabalho de pesquisa e investigação científica, visando o desenvolvimento da ciência e da tecnologia e da criação e difusão da cultura, e, desse modo, desenvolver o entendimento do homem e do meio em que vive.”

Considerando-se que as concepções de Demo (2009; 2011; 2015) acerca da “Pesquisa como Princípio Pedagógico” e suas principais funções nos processos de ensino e aprendizagem apontam um caminho seguro para atender a essas demandas, o trabalho de investigação proposto aos estudantes foi de pesquisa no sentido do Educar pela Pesquisa defendido pelo autor.

Baseando-se nos trabalhos apresentados pelos estudantes, bem como nos seus depoimentos, o objetivo deste artigo é analisar, à luz do referencial teórico, a percepção dos estudantes participantes da pesquisa quanto a compreensão do significado de um conceito ao aprenderem como utilizá-lo em um contexto específico de sua vivência acadêmica e, ainda, procurar entender a influência que a atividade pedagógica exerceu no aprendizado dos estudantes acerca de conceitos matemáticos abordados na disciplina de Cálculo Numérico.

Uma vez que este estudo analisou casos concretos em sua particularidade temporal e local, inseridos em uma realidade que só pode ser entendida de forma contextualizada, optou-se por uma abordagem do tipo qualitativa na sua variante de estudo de caso, conforme (Flick, 2004). Cada caso é constituído por uma dupla de estudantes participantes da pesquisa, os dados foram recolhidos ao longo do primeiro semestre do ano letivo de 2016 por meio de observação participante, registros escritos e orais dos trabalhos apresentados pelos estudantes e das narrativas escritas pelos mesmos. Para análise, relacionam-se a fundamentação teórica e a percepção dos estudantes trazidas à tona por meio dos dados coletados procurando-se responder a seguinte questão norteadora: o conhecimento e/ou reconhecimento de diferentes formas de uso dos conceitos matemáticos abordados em Cálculo Numérico em contextos específicos pode trazer maior compreensão acerca desses conceitos?

A organização do artigo se deu da seguinte forma: na primeira parte apresentam-se considerações sobre a importância da linguagem nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, enfatizando-se os conceitos apresentados por Wittgenstein em “Investigações

Filosóficas”; na segunda parte, apresenta-se a descrição da atividade pedagógica realizada; na terceira parte descrevem-se e analisam-se os principais resultados obtidos junto aos estudantes participantes da pesquisa e, nas considerações finais, as pesquisadoras procuram responder ao questionamento central dessa pesquisa de caso, articulando-se os resultados apresentados na terceira parte com o referencial teórico.

Linguagem

O fato de alguns estudantes de Engenharia que já cursaram a disciplina de Cálculo Numérico não reconhecerem os conceitos estudados na disciplina quando esses aparecem em outras situações diz respeito, em parte, às expressões linguísticas referentes a esses que mudam conforme o contexto em que são aplicadas. A linguagem tem papel fundamental na aprendizagem, uma vez que os acordos linguísticos ou as regras de uso das expressões mudam a cada *forma de vida* e, para ter acesso a essas informações, é necessário diálogo e argumentação.

Para Ramos (2002), a argumentação faz parte de nossa vida em sociedade, pois as questões são resolvidas pela conversa, empregando-se o diálogo. O autor aponta a relação entre a argumentação e a aprendizagem, afirmando: “Não havendo diálogo tornam-se impossíveis os acordos. [...] quando é restrito o espaço para argumentar, também é restrito o produto desse processo: a aprendizagem de um conhecimento novo.” (Ramos, 2002, p. 28).

A comunicação, oral ou escrita, é fundamental para que se possa tomar conhecimento dos modos de uso das expressões linguísticas em diferentes contextos, permitindo aos estudantes, em particular de Cálculo Numérico, o uso e manuseio dessas expressões. Habermas, em sua teoria da ação comunicativa, enfatiza que todos os sujeitos têm capacidade de linguagem. Para o autor, “[...] a linguagem assume as funções de alcançar entendimento, coordenar ações, e socializar indivíduos [...]” (Habermas, 2001, apud Bannell, 2013, p. 75).

A linguagem em uma dimensão história e contextualizada só pode ser entendida, conforme Habermas, “[...] se reconhecemos a chamada ‘virada linguística’ [grifos do autor] na filosofia contemporânea, ou seja, o *insight* fundamental de que somos seres linguísticos e que sempre nos encontramos dentro da linguagem e da cultura, sem nenhum ponto de referência fora delas.” (Bannell, 2013, p. 19).

Nesse sentido, Wittgenstein (2014, p. 38), um dos principais filósofos da *virada linguística*⁵, assume que “[...] o significado de uma palavra é o seu uso na linguagem [...]”, ou seja, conforme (Condé, 1998, p. 88). “[...] a significação de uma palavra é dada a partir do uso que dela fazemos em diferentes situações e contextos.” Percebe-se a linguagem como um produto cultural e, portanto, seu entendimento deve ser feito considerando-se o contexto dos sujeitos que estiverem participando do *jogo de linguagem*, em particular no ambiente acadêmico.

As definições de *formas de vida* e de *jogos de linguagem* estão fortemente interligadas, pois “[...] representar uma linguagem equivale a representar uma forma de vida.” (Wittgenstein, 2014, p. 23). As *formas de vida* só podem ser entendidas mediante um contexto social, dentro de uma determinada cultura, se compreendermos a cultura como “[...] o conjunto de mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento compartilhados por indivíduos vivendo num determinado tempo e espaço.” (D’ambrosio, 2012, p. 22).

O contexto da sala de aula de Cálculo Numérico e o da sala de aula de uma disciplina específica de um curso de Engenharia são diferentes, bem como o contexto profissional dos egressos desses cursos. Dessa forma, os *jogos de linguagem* são diferentes nessas *formas de vida*, podendo ter semelhanças entre si, o que Wittgenstein chama de *semelhanças de família*. A expressão *semelhança de família* diz respeito a “[...] uma complexa rede de semelhanças que

⁵“A virada-linguística poderia “[...] ser associada a um movimento de desconstrução da universalidade e eternidade dos fundamentos do conhecimento. [...] Nesta perspectiva filosófica, [...] o conhecimento é algo em que temos razões de natureza social para acreditar, e que sua justificativa é um acometimento social que envolve um acordo entre as pessoas.” (Vilela, 2013, p. 29).

se sobrepõe e se entrecruzam, do mesmo modo que os membros de uma família se parecem uns com os outros sobre diferentes aspectos.” (Glock, 1998, p. 325).

O professor da disciplina de Cálculo Numérico, por exemplo, costuma utilizar uma linguagem própria da Matemática Acadêmica com suas regras de uso que são coerentes aos seus *jogos de linguagem*. No entanto, o conhecimento desses jogos de linguagem específicos não garante que o estudante possa participar ativamente de um outro *jogo de linguagem* em que esses conceitos matemáticos estejam presentes, visto que a abordagem de um conceito matemático em um determinado *jogo de linguagem* aponta alguns aspectos desse conceito e não sua totalidade.

Cada *forma de vida* incorpora regras de uso das expressões linguísticas, ao que o filósofo denomina *Regras Gramaticais*⁶. Essas regras atendem às necessidades lógicas que surgem das práticas nessas *formas de vida*. Nas palavras de Condé (1998, p. 110),

[...] segundo Wittgenstein, aprender a significação de uma expressão não se restringe a denominar objetos, mas principalmente a operar, através de regras gramaticais, as expressões que constituem as significações, isto é, aprender a significação de uma expressão é aprender a operar com regras gramaticais. Nesse sentido, uma mudança de regra implica mudança de significação, pois a mudança de regra acarreta a mudança no uso. E é o uso que constitui a significação.

Wittgenstein problematiza a natureza do conhecimento matemático, colocando sob suspeita a crença de que as proposições matemáticas possam refletir o funcionamento transcendente da mente humana ou um consenso na descrição da realidade empírica. Nesse sentido, “[...] caracteriza o conhecimento matemático como um *jogo de linguagem* totalmente distinto dos jogos das ciências empíricas, das ciências cognitivas e mesmo das ciências sociais.” (Gottschalk, 2004, p. 328). A Matemática, segundo as ideias de Wittgenstein (2014), é uma família de atividades com propósitos dependentes do contexto.

⁶ “Wittgenstein caracteriza a Gramática, o sistema de regras que fornece os padrões para o uso correto das palavras, como nosso “método” ou “forma de representação.” (Glock, 1998, p. 168).

Considerando-se essas reflexões, Gottschalk (2008, p. 87) afirma que o papel de aprender é o de comparar seu modo usual de empregar certa imagem com outro, ou seja, é o de “*ser capaz de ver de outra maneira*” [grifos da autora]. Nesse sentido, o estudante, por meio da pesquisa, pode se tornar agente de seu aprendizado ao comparar o modo de emprego das expressões linguísticas utilizadas pelos professores de Matemática em outros contextos.

Proposta Pedagógica

A disciplina de Cálculo Numérico na Universidade participante da pesquisa tem duração de um semestre. É uma disciplina que compõe o currículo de vários cursos de formação acadêmica, em particular das Engenharias. Tem como um de seus objetivos auxiliar os estudantes na resolução de problemas de Engenharia que são formulados matematicamente e que exigem computadores ou calculadoras para a efetiva solução por meio de métodos numéricos. Além disso, visa avaliar a qualidade do resultado obtido.

A proposta pedagógica foi realizada no primeiro semestre de 2016 com três turmas de Cálculo Numérico, cada uma contendo cerca de sessenta estudantes. Na primeira parte da disciplina, a professora pesquisadora apresentou os métodos numéricos com as linguagens específicas do Cálculo Numérico, ou seja, da Matemática Acadêmica, e as respectivas formas de uso. Procurou estabelecer, junto aos estudantes, condições de significado no contexto matemático e foram realizadas aulas com diferentes metodologias e com uso do laboratório de informática. Nessa abordagem, compararam-se os conceitos estudados nessa disciplina com outras disciplinas de Matemática, como os Cálculos Diferencial e Integral, já cursados pela maioria dos estudantes participantes da pesquisa.

Cumprida essa etapa haveria, por parte dos estudantes, uma apropriação dos métodos numéricos e de seus pressupostos teóricos. Vale ressaltar que a linguagem predominante, até então, foi a linguagem estabelecida pela Matemática Acadêmica, salvo alguns exemplos de aplicação em áreas de conhecimento específicas.

De acordo com Wittgenstein, aprende-se o significado de uma palavra quando se aprende como utilizá-las em um determinado contexto, segundo as regras de uso estabelecidas nesse contexto. Nesse sentido, Wittgenstein (2014) propõe uma noção de linguagem que, ao invés de servir apenas como intermediária entre pensamento e realidade, na descrição de objetos ou pensamentos, é tomada como se fossem jogos, com suas respectivas regras. Só se pode jogar um jogo mediante as regras de uso desse jogo. Com base nisso, aponta-se que até esse ponto da proposta, o estudante estaria apto a resolver os problemas matemáticos propostos pela professora da disciplina de Cálculo Numérico. Em outras palavras, estaria apto a “jogar esse jogo” tendo condições de “fazer lances no jogo”, aos quais os professores chamam de soluções. No entanto, seguindo a epistemologia proposta por Wittgenstein (2014) não se pode esperar que o estudante, por si só, reconheça os elementos matemáticos aprendidos na disciplina de Cálculo Numérico em diferentes contextos, independentemente da linguagem.

A linguagem exerce um papel fundamental na apropriação dos conceitos, visto que os mesmos métodos numéricos em outras *formas de vida*, em particular, nas engenharias, apresentam um *jogo de linguagem* específico que pode ter ou não semelhanças com aqueles estabelecidos pelo professor de Matemática. Diante disso, estabelece-se a necessidade do estudante vir a conhecer os *jogos de linguagem* utilizados em seus respectivos cursos de graduação no que se refere aos métodos estudados na disciplina de Cálculo Numérico.

A busca por esses diferentes *jogos de linguagem* dos conceitos trabalhados em Cálculo Numérico foi desenvolvida por meio da pesquisa, visto que, a pesquisa como princípio educativo têm sido discutida entre os pesquisadores da área da educação por sua importância para qualificação dos processos de ensino e aprendizagem (Demo, 2011; 2015; Ponte, 2013; Ramos, 2002).

Mais especificamente, na segunda metade da disciplina os estudantes realizaram um trabalho de pesquisa em duplas, cujos fragmentos serão representados nesta análise por D1,

D2, D3, ..., D32⁷. A dupla deveria escolher pelo menos um dos métodos estudados nas aulas de Cálculo Numérico e buscar uma situação problema específica da profissão na qual está se graduando (em que esse método é utilizado), buscando reconhecer as formas de linguagem com suas respectivas regras de uso.

Os conteúdos de Cálculo Numérico presentes nos trabalhos dos estudantes estão relacionados no quadro abaixo, sendo que alguns trabalhos trataram de mais de um assunto.

Tabela 1.

Frequência dos conteúdos de Cálculo Numérico utilizados pelos estudantes

Conteúdo abordado	Frequência
Ajuste de Curvas	17
Erros de Arredondamento	4
Integração Numérica	2
Interpolação	4
Método da Bissecção	1
Método da Secante	1
Método de Newton Rapson	5
Sistemas Lineares	1

Observa-se um predomínio do assunto *Ajuste de Curvas*, o que se deve ao fato de, além de haver muitas aplicações desse tópico nas engenharias, ser o assunto que estava sendo estudado no momento da construção da pesquisa por parte dos estudantes.

Os trinta e dois trabalhos selecionados foram realizados por estudantes de diferentes cursos de Engenharia, conforme descrito na tabela abaixo.

⁷ Foram apresentados mais de 60 trabalhos, no entanto, para efeito deste artigo foram escolhidos os 32 que mais se aproximaram da proposta pedagógica.

Tabela 2.

Frequência de estudantes por curso

Curso	Frequência
Engenharia Civil	16
Engenharia de Controle de Automação	2
Engenharia Elétrica	1
Engenharia Mecânica	5
Engenharia de Produção	8

Fonte: Elaborado pelas autoras

Na fase de busca das aplicações, alguns estudantes apresentaram insegurança, havendo a necessidade da professora pesquisadora lhes orientar em relação às possíveis formas de se obterem os dados necessários para a realização do trabalho. A respeito disso, Demo (2015, p. 25) afirma: “A *procura de material* [grifos do autor] será um início instigador. Significa instigar o aluno a ter iniciativa, [...]. Visa-se superar a regra comum de receber as coisas prontas [...]”.

Escolhida a situação problema, os estudantes produziram um material escrito com suas respectivas interpretações, atividade em que “[...] começa despontar o sujeito com proposta própria [...]” (Demo, 2015, p. 28). Segundo Demo (2015, p. 19), essa dinâmica de saber fazer e refazer um texto, saindo da posição de leitor para autor, com elaboração própria avança para o “[...] saber pensar e o aprender a aprender.”.

Além disso, cada dupla de estudantes/pesquisadores apresentou o seu trabalho para toda a turma de modo sucinto, relatando aos colegas as formas de uso específicas do método escolhido. O professor, nesse contexto, tem o papel de “[...] garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação realizada e estimular os alunos a questionarem-se mutuamente.” (Ponte, 2013, p. 41). A etapa da discussão é, para Ponte (2013), fundamental para um maior entendimento do significado de investigar e comunicar. Adicionado a isso, para o estudante “[...] perceber que aquilo que ele vai fazer vai ser mostrado

aos colegas, confere ao seu trabalho um caráter público, o que constitui para ele, simultaneamente, um estímulo e uma valorização pessoal.” (Ponte, 2013, p.29).

Nessa etapa é importante, segundo Ponte (2013), que o professor busque um equilíbrio entre a autonomia necessária aos estudantes para lhes garantir a sua autoria e que o trabalho seja significativo do ponto de vista dos objetivos da disciplina.

A avaliação do trabalho levou em conta tanto a produção textual quanto a apresentação para a turma. Todas as etapas foram explicadas previamente, bem como os critérios avaliação.

Principais resultados

Foi possível estabelecer, durante algumas apresentações feitas pelos estudantes, semelhanças e dissimilaridades entre as regras de uso dos métodos numéricos apresentados na disciplina de Cálculo Numérico e as regras utilizadas nas aplicações nos cursos de Engenharia. A regra utilizada, por exemplo, para o arredondamento é diferente para cada uma dessas *formas de vida*, como pode ser observado no trabalho dos estudantes da dupla D1 do curso de Engenharia de Produção.

Os referidos estudantes modelaram um problema de uma indústria em que um deles era funcionário, com o objetivo de minimizar o custo de um determinado produto. O critério de arredondamento do resultado que eles utilizaram foi aquele aprendido na disciplina de Cálculo Numérico, ou seja, o arredondamento é feito por critérios de ordem numérica: decide-se quantas casas decimais o número deve ter e observa-se o próximo algarismo, se este algarismo for menor que cinco arredonda-se para o número imediatamente menor, se igual ou maior que cinco, arredonda-se para o número imediatamente maior. Contudo, para maior lucro da indústria, o número deveria ser arredondado de outro modo: o número de algarismos significativos é definido pelo contexto, ou seja, devem ser usadas apenas duas casas decimais, pois a informação está em reais (moeda nacional) e o arredondamento deve ser sempre para o número maior mais próximo, de modo a evitar prejuízos. Percebe-se que a regra de

arredondamento é estabelecida pelo uso que se faz do número (quantidade) naquele contexto específico, não como ensinada na disciplina de Cálculo Numérico.

Ainda sobre arredondamento numérico, os estudantes de Engenharia de Produção da dupla D2 abordaram os impactos financeiros que podem ocorrer por erros de arredondamento. Eles simularam um investimento de R\$ 100.000,00 em dois bancos com e sem arredondamento das taxas de juros. Após comparação dos resultados, concluíram que:

[...] até em finanças pessoais e empresariais existem, com maior ou menor grau, erros de arredondamentos e truncamento. Esses erros, em alguns casos, geram maiores benefícios para uma parte dos tratantes e conseqüentemente prejuízo à outra.” Estudantes da dupla D2 (comunicação pessoal, junho de 2016).

As regras de uso do arredondamento aprendidas em suas vivências acadêmicas, aplicadas em um exemplo prático possibilitou, além de condições de significado, a capacidade crítica para escolher entre um ou outro investimento.

As condições de significado do arredondamento numérico promoveram a análise crítica de situações problema também no trabalho da dupla D3, do curso de Engenharia Civil, em que os estudantes trataram dos preços de combustível. Eles observaram que geralmente, em vendas de combustível, o número de casas decimais mostradas ao consumidor não é a mesma usada nos cálculos dos preços que o consumidor paga pelo combustível: “Muitos postos de combustíveis mostram no máximo quatro dígitos significativos e omitem o restante, sendo assim o consumidor ‘é enganado’ [grifo dos estudantes].”. Estudantes da dupla D3 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Para exemplificar, apresentaram a figura 1 abaixo, o que gerou uma discussão acerca do número de casas decimais utilizadas naquele contexto e em outros semelhantes. Concluiu-se que, no caso dos Postos de Combustível, a diferença numérica ocorrida no valor final, devido ao arredondamento, é irrelevante ao consumidor. Mas, em outros contextos, essa diferença pode ser considerada muito grande.

Figura 1.

Preços de Combustível (Trabalho da dupla D3)



Pode-se aprofundar essa discussão com o trabalho dos estudantes de Engenharia Civil da dupla D4, que pesquisaram sobre o acidente que ocorreu em junho de 1996, com um foguete não pilotado - Ariane 5 - lançado pela Agência Espacial Europeia que se autodestruíu apenas trinta e nove segundos após seu lançamento da base de Kourou, Guiana Francesa, por erros de arredondamento nos cálculos. Uma das conclusões que chegaram é a de que “[...] desconhecer o método de arredondamento dos dados calculados pode ser fatal, principalmente na engenharia”. Estudantes da dupla D4 (comunicação pessoal, junho de 2016).

O mesmo tema (o foguete Ariane) foi apresentado no trabalho da dupla D5, estudantes de Engenharia de Produção que afirmaram ter escolhido esse assunto pelo seguinte motivo: “[...] pudemos ter noção das consequências causadas por uma falha, que pode ter dimensões muito grandes e destruir com projetos”. Estudantes da dupla D5 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Vale ressaltar que um dos objetivos da proposta pedagógica foi o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, uma vez que havia liberdade de escolha em relação ao que iriam pesquisar. Dessa forma, puderam direcionar sua pesquisa a elementos de seu interesse ou de sua vivência naquele momento. Foi possível observar esse direcionamento no relato de um dos estudantes do quinto semestre de Engenharia Civil da dupla D6, cujo assunto escolhido foi

Análise da Estabilidade de Sistemas Estruturais. Com o intuito de justificar a escolha do tema de pesquisa (que ocorreu após várias buscas), o estudante afirmou:

No meio de todas essas informações adquiridas, a que eu achei mais relevante para abordar nesse artigo foi a utilização do Método de Newton-Rapson na Estabilidade Estrutural, por se tratar de um assunto muito atual, tendo em vista que recentemente houve a queda da ciclovia no Rio de Janeiro ocasionada por problemas estruturais⁸. Estudantes da dupla D6 (comunicação pessoal, junho de 2016).

No conjunto de todos os trabalhos apresentados observou-se que os *jogos de linguagem* apresentados pelos estudantes eram específicos a cada engenharia, como pode ser observado no trabalho da dupla D7, estudantes de Engenharia Civil:

O cálculo do momento fletor⁹ é muito importante para sabermos o valor da armadura a ser colocada em uma viga, e a importância desta é devido à baixa resistência do concreto à tração. Quanto mais preciso for este valor, menores serão os gastos da construção. Estudantes da dupla D7 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Essa dupla mostrou um exemplo de aplicação do método de *Iteração de Newton* para o cálculo do deslocamento e do Momento Fletor de uma Viga. No contexto específico escolhido por eles, a linguagem utilizada fazia sentido, porém para os estudantes de outros cursos e para a professora foi necessário que eles explicassem as formas de uso dessa linguagem e sua relação com os conceitos de Cálculo Numérico. Após a abordagem da dupla D7 foi possível entender melhor a aplicabilidade do método de *Newton Rapson* e ampliar a compreensão do método.

Como mais um exemplo, tem-se o trabalho dos estudantes do quarto semestre de Engenharia Civil, dupla D8, que escolheram o assunto *Ajuste de Curvas* em um experimento de Fadiga em Pavimento Asfáltico. De acordo com os estudantes, a pesquisa desenvolvida “[...] apresentou um estudo sobre a viabilidade técnica para execução da pavimentação de uma pista

⁸ Desabamento da ciclovia Tim Maia, na cidade do Rio de Janeiro, em 21 de abril de 2016.

⁹ O momento fletor representa o efeito de flexão (ou dobramento) em uma seção transversal de uma barra.

experimental em via urbana a fim de comprovar a viabilidade de incorporação de borracha reciclada de pneus ao concreto asfáltico.”. Estudantes da dupla D8 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Para o entendimento dos demais colegas e da professora a dupla precisou apresentar as *semelhanças de família*, entre o método numérico *Ajuste de Curvas* e seu uso específico na análise da viabilidade da utilização de borracha reciclável de pneus na recuperação de asfalto.

Em vários trabalhos, os estudantes analisaram gráficos e tabelas na linguagem específica da aplicação, mas com semelhanças com a linguagem dos gráficos e tabelas estudados nas aulas de Cálculo Numérico. A interpretação desses dados exigiu dos estudantes a compreensão tanto das regras e dos *jogos de linguagem* da Matemática Acadêmica quanto das regras e dos *jogos de linguagem* da aplicação escolhida. Esse processo possibilitou um maior entendimento do método numérico e da análise de gráficos e tabelas pelo sentido prático que assumem em diferentes aplicações.

Em grande parte dos trabalhos, os estudantes afirmaram que os conceitos tratados em Cálculo Numérico eram necessários para seus cursos de graduação e o conhecimento das aplicações específicas ajudou-os a significar esses conceitos, como pode ser observado no relato dos estudantes da dupla D8 do curso de Engenharia Civil:

O trabalho foi de extrema importância para a nossa formação acadêmica, pois a partir de resultados obtidos experimentalmente, calculamos um padrão, uma tendência, para entendermos o que aconteceria em valores desconhecidos. Isto se encaixa em diversas atividades que enfrentaremos em nossa vida profissional. Estudantes da dupla D8 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Corroborando esse depoimento, os estudantes da dupla D9, pertencentes ao mesmo curso afirmaram que:

Na faculdade de engenharia, os estudantes possuem várias disciplinas que exigem experimentos em laboratório, os quais podem conter erros que não afetem toda a qualidade do trabalho. Para que a tarefa não tenha que ser refeita, ocupando tempo e desperdiçando material, pode-se utilizar métodos da disciplina de Cálculo Numérico a

fim de ajustar os dados anteriores. Estudantes da dupla D9 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Reforçando a ideia do desenvolvimento da autonomia por meio do trabalho de pesquisa, tem-se o relato de outro estudante do quinto semestre de Engenharia Civil, da dupla D10, cujo assunto escolhido foi Dureza de materiais¹⁰:

Antes de estudar cálculo numérico eu não imaginava como era feito o ajuste para ensaios em peças com espessura muito pequenas. Nós aprendemos a simplesmente jogar em fórmulas ou éramos obrigados a utilizar outro método de ensaio. Agora, com essa pesquisa, pude aprender um pouco mais de onde saem os fundamentos para tais fórmulas e até é possível determinar o tipo de função que se dá nos ensaios sem a necessidade de usar o que foi predeterminado. Estudantes da dupla D10 (comunicação pessoal, junho de 2016).

No relato acima o estudante afirma que a disciplina de Cálculo Numérico possibilitou que ele viesse a conhecer como era feito o ajuste em peças com estruturas muito pequenas. Vale salientar que por parte da professora/pesquisadora foi apresentado o método geral e que todas essas especificações e formas particulares de uso foram feitos pelos estudantes no decorrer de seu trabalho de investigação.

No trabalho de pesquisa da dupla D11, estudantes de Engenharia Civil, cujo tema escolhido foi Aplicação do Método de *Ajuste de Curvas* na Disciplina de Ondas e Física Moderna, observou-se um amadurecimento na visão de Ciência e Matemática. Isso ficou aparente ao afirmarem que “[...] podemos notar que a função que **melhor se ajusta** [grifo nosso] para o caso estudado é a função quadrática.”. Estudantes da dupla D11 (comunicação pessoal, junho de 2016).

Nessa expressão, eles revelam um amadurecimento por perceberam que a função que melhor se adapta ao problema é aquela **escolhida** pelo pesquisador, conforme a necessidade naquele momento e que, com os mesmos dados, **outras escolhas poderiam ser feitas**, em

¹⁰ Os estudantes pesquisados, em seu trabalho, definem *dureza* como a grandeza utilizada para medir a resistência à penetração ou a resistência à deformação de um material.

outros contextos. Os estudantes afirmaram, em sua apresentação oral, que antes de realizarem o trabalho tinham uma ideia em relação às equações e às funções matemáticas como algo exato e único que correspondesse à realidade. A apresentação desse trabalho motivou uma discussão acerca de como se dá o conhecimento científico, extrapolando positivamente os objetivos iniciais da professora/pesquisadora.

No entanto, ressalta-se que algumas duplas fizeram um trabalho de cópia de artigos, sem a devida reflexão e análise dos dados revelando o quão distante a pesquisa está da sala de aula do Ensino Superior, ainda nos dias de hoje. Entre esses trabalhos, apenas a dupla D12, que abordou a Utilização de Métodos Numéricos para Análise de Estruturas Atirantadas¹¹, reconheceu a superficialidade de seu trabalho e a necessidade a aprofundar o estudo do artigo escolhido por eles:

[...] há uma complexidade a respeito de deduções e estudos sobre o assunto e sobre os materiais em questão, por isso encontramos certas dificuldades na questão do entendimento num contexto geral, e para maiores esclarecimentos deve-se fazer um estudo mais aprofundado em cima do artigo, que segue no referencial bibliográfico, e do assunto em geral. Estudantes da dupla D12 (comunicação pessoal, junho de 2016).

As demais duplas que não atingiram os propósitos da atividade pedagógica pareciam não ter consciência disso.

Considerações Finais

No âmbito dos cursos de graduação, o Cálculo Numérico pode ser um primeiro contato com o estudo qualitativo e quantitativo de soluções aproximadas via algoritmos numéricos para problemas modelados de forma matemática. Esses problemas têm uma linguagem própria do contexto em que estão inseridos e por isso, muitas vezes, o estudante apresenta dificuldades em identificar os possíveis métodos numéricos aprendidos na disciplina que poderiam ser

¹¹ Segundo os estudantes são estruturas usualmente utilizadas em coberturas e pontes.

utilizados na resolução, visto que, esses métodos geralmente são apresentados na linguagem da Matemática Acadêmica.

Segundo as considerações de Wittgenstein (2014), em sua Segunda Fase, não há uma única linguagem, a qual proporcionaria uma significação precisa para expressões linguísticas, isenta de ambiguidades. Os diversos usos de uma mesma expressão ou palavra geram diferentes significados por atenderem a regras de uso específicas a cada *forma de vida*, ou ainda, a cada *jogo de linguagem*.

Da mesma forma, a representação depende dos *jogos de linguagem* e de suas respectivas *formas de vida*, assumindo um caráter social e não exclusivamente mental e individual. Wittgenstein assume que a linguagem é algo essencialmente guiado por normas chamadas regras gramaticais. Essas regras constituem padrões de correção estabelecidos de forma convencional, as quais podem variar de uma forma de vida para outra.

Para o filósofo, uma palavra não tem um significado invariável e fixado. Pode servir para nomear objetos, assim como para ordenar, expressar, comandar, entre outros. Nesse sentido, a representação depende do uso que se faz de uma expressão e esse uso não é fixo, varia conforme o contexto em que é usada a expressão linguística. Em especial, cada problema em Engenharia tem sua gramática, bem como a Matemática Acadêmica.

Nessa perspectiva, esse artigo apresentou uma atividade pedagógica na qual os estudantes realizaram um trabalho de investigação com o objetivo conhecer/reconhecer os jogos de linguagem específicos de alguns dos conceitos estudados em Cálculo Numérico, bem como suas regras e formas de uso em seus respectivos cursos de graduação. Uma das razões que justificam a escolha por esse tipo de atividade é o fato de o estudante ser o próprio agente de busca dos dados, pois para que se possa participar de um *jogo de linguagem* é necessário fazer parte das *formas de vida* em que esse jogo acontece, e o estudante faz ou fará parte da *forma de vida* que se estabelece em seu curso de formação acadêmica.

Nos trabalhos analisados observou-se que a linguagem utilizada é bem específica a cada engenharia, apresentando algumas semelhanças com a linguagem utilizada pela professora/pesquisadora na primeira parte da disciplina. Com lentes wittgensteinianas, foi possível estabelecer algumas *semelhanças de família* em relação ao *jogo de linguagem* utilizado em sala de aula e o apresentado no trabalho. O ir e vir entre as diferentes denominações gerou condições de significado dos conceitos trabalhados na linguagem matemática, além de condições de uso desses conceitos nesse outro contexto.

Isso ficou evidenciado nos trabalhos de investigação escritos pelas duplas D2, D3 e D4: a quantidade de casas decimais exigidas para os números envolvidos nos cálculos, bem como as formas de arredondamento desses números, são diferentes em cada um desses trabalhos, sendo que todas estão adequadas às respectivas formas de vida. Temos nesses trabalhos exemplos de diferentes gramáticas de usos das mesmas expressões linguísticas.

Ainda, por meio das narrativas e apresentações orais feitas por alguns estudantes participantes da pesquisa, explicitou-se que aprenderam o significado de uma palavra quando compreenderam como utilizá-las em um determinado contexto, segundo as regras de uso estabelecidas naquele contexto. É possível fazer uma analogia ao aprendizado de um jogo de xadrez: aprende-se a jogar pelo conhecimento dos movimentos possíveis (segundo as regras do jogo) e não pela denominação das peças. Nesse sentido, ao tomar ciência da gramática dos usos dos conceitos de Cálculo Numérico, nos respectivos cursos de graduação, o estudante se mostrou apto a participar desse *jogo de linguagem*.

A escolha da atividade pedagógica em forma de Pesquisa como Princípio Pedagógico, no sentido defendido por Demo (2009, 2011, 2015) se mostrou apropriada, visto que, pode desenvolver no estudante a capacidade técnica e a capacidade política no sentido de que ele pode agir de forma autônoma em sua formação acadêmica, sem a necessidade exclusiva do

professor. Além disso, a atividade de pesquisa oportuniza que o estudante se transforme em sujeito ativo, questionador da realidade e renovador do conhecimento.

A atividade desenvolvida junto aos estudantes mostra que é possível, ao professor, criar conexões entre os aspectos matemáticos com sua respectiva linguagem e suas aplicações nos diversos cursos de graduação dos estudantes ao fazer uso da Pesquisa como Princípio Pedagógico em suas atividades docentes.

Demo (2015) aponta que fazer pesquisa deve ser o cerne da educação. No entanto, com a análise dos trabalhos revelou-se que essa prática ainda é muito escassa no grupo pesquisado. Muitos dos estudantes, apesar de já fazerem parte do Ensino Superior há pelo menos três semestres, ainda não tinham o entendimento do que é pesquisar. Mais da metade dos trabalhos apresentados foram cópias de artigos sem a devida reflexão e sem corresponderem ao que foi proposto pela professora/pesquisadora. Diante da necessidade de uma compreensão por parte dos estudantes do que é pesquisar e da importância de seu protagonismo na sua própria formação intelectual, urge que o professor do Ensino Superior, em especial de Cálculo Numérico, crie condições de possibilidade para que isso ocorra.

Da análise dos dados coletados junto aos estudantes, pode-se inferir, com fundamento nas ideias wittgensteinianas, que cada situação de emprego de um conceito matemático revela um aspecto do significado desse conceito. Quanto mais amplo for o conhecimento dos diferentes usos de um mesmo conceito, maior será o entendimento acerca dele, ou seja, um conceito definido por *semelhanças de família* não muda de significado, o que ocorre é que seu significado é ampliado.

Referências

- Bannell, R. I. (2013). *Habermas e a Educação*. São Paulo: Autêntica Editora.
- Condé, M. L. L. (1998). *Wittgenstein: linguagem e mundo*. São Paulo: Annablume.
- D'ambrosio, U. (2012). *Educação Matemática da Teoria à Prática*. Campinas, SP: Papyrus.

- Demo, P. (2009). *Educação Hoje: “novas” tecnologias, pressões e oportunidade*. São Paulo: Atlas.
- Demo, P. (2011). *Pesquisa: Princípio Científico e Educativo*. São Paulo: Cortez.
- Demo, P. (2015). *Educar pela pesquisa*. Campinas, SP: Autores Associados.
- Flick, U. (2004). *Uma introdução à pesquisa qualitativa*. Porto Alegre: Bookman.
- Glock, H. J. (1988). *Dicionário de Wittgenstein*. São Paulo: Zahar.
- Gottschalk, C. M. C. (2008). A construção e Transmissão do conhecimento Matemático sob uma perspectiva Wittgensteiniana. *Cadernos Cedes*, 28(74), 75-96. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a06.pdf>
- Gottschalk, C. M. C. (2004). A natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, 14 (2), 305-33. Disponível em: <file:///Users/cintiapiexoto/Downloads/739-Texto%20do%20artigo-1380-1-10-20170517.pdf>
- Henriques, A., & Pontes, J. P. (2008). Atividades de investigação na aprendizagem de análise numérica. *Revista da Educação*, XVI (2), 5-32. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4076/1/08Henriques%20e%20Ponte%20%28RE%29.pdf>.
- Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996*. (BRASIL). (1996). Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Presidência da República.
- Lobo, R. L.; Montejunas, P. R.; Hipólito, O.; Melo, L. & Carvalho, M. B. (2007). A evasão no Ensino Superior Brasileiro. *Cadernos de Pesquisa*, 37(132), 641-659. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v37n132/a0737132.pdf>.
- Martins, C. B. N. (2007). *Evasão de alunos nos cursos de graduação em uma instituição de Ensino Superior*. (Dissertação de Mestrado Profissional de Administração, Fundação Dr. Pedro Leopoldo). Disponível em: https://fpl.edu.br/2018/media/pdfs/mestrado/dissertacoes_2007/dissertacao_cleidis_beatriz_nogueira_martins_2007.pdf
- Moreira, P. C. (2004). *O conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica*. (Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais). Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/EABA-6ABMUH/1/2000000078.pdf>
- Ponte, J. P.; Brocardo J. & Oliveira, H. (2013). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. São Paulo: Autêntica Editora.
- Ramos, M. G. (2002). Educar pela Pesquisa é educar para a argumentação. In: R. Moraes & V. M. Lima. *Pesquisa em sala de aula: tendências para a educação em novos tempos*. EDIPUCRS. (p. 25-49).
- Vilela, D. S. (2013). *Usos e jogos de Linguagem na matemática: diálogo entre Filosofia e Educação Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Wittgenstein, L. (2014). *Investigações Filosóficas*. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

Recebido em: 09/05/2019
Aprovado em: 29/11/2019