

Portfólio de atividades de modelagem matemática como instrumento de avaliação formativa

Portfolio of mathematical modeling activities as an instrument of formative assessment

KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA¹

JADER OTAVIO DALTO²

Resumo

Neste artigo nos debruçamos em investigar como um portfólio de atividades de modelagem matemática se configura enquanto estratégia de avaliação formativa. Para isso, foram analisados dez portfólios de atividades de modelagem matemática construídos por alunos de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 de um curso de Licenciatura em Química. Por meio de análise qualitativa de cunho interpretativo das produções escritas, evidenciamos que o feedback fornecido pela professora da turma proporcionou aos alunos novas oportunidades de aprendizagem, de modo que os mesmos puderam modificar procedimentos de resolução, corrigir erros e utilizar conhecimentos de cálculo, caracterizando a avaliação formativa do portfólio.

Palavras-chave: Educação Matemática, Avaliação Formativa, Portfólio, Modelagem Matemática, produção escrita.

Abstract

In this article we focus on investigating how a portfolio of mathematical modelling activities is configured as a formative assessment strategy. For this, ten portfolios of mathematical modelling activities constructed by students of Differential and Integral Calculus 1 of a course of Degree in Chemistry were analysed. Through a qualitative analysis of the written productions, we showed that the feedback provided by the class teacher gave to the students new learning opportunities, so that they could modify resolution procedures, correct errors and use computational knowledge, characterizing the formative assessment of the portfolio.

Keywords: Mathematics Education, Formative Assessment, Portfolio, Mathematical Modelling, Written Production.

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Londrina – karinapessoa@gmail.com

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Cornélio Procópio – jaderdalto@utfpr.edu.br

Introdução

Na área de ensino são relatadas pesquisas que têm empreendido esforços em articular instrumentos de avaliação da aprendizagem dos estudantes, para além dos convencionalmente existentes. Existem pesquisas que objetivam apresentar vantagens e limitações relativas a um instrumento avaliativo. Souza e Boruchovitch (2010), por exemplo, investigaram o uso do mapa conceitual como instrumento avaliativo na disciplina de Fundamentos da Alfabetização de um curso de Pedagogia.

No âmbito da Educação Matemática, as pesquisas que versam sobre a avaliação e mesmo aquelas que destacam o uso de instrumentos avaliativos têm se pautado em investigar a aprendizagem do estudante. Por exemplo, Mendes (2014) utilizou uma prova em fases como estratégia de regulação da aprendizagem de alunos de engenharia matriculados em uma disciplina de Cálculo. Nesta mesma direção, podemos citar a investigação de Forster e Buriasco (2018), que investigaram a utilização da prova escrita-com-cola” como recurso para a aprendizagem em uma avaliação como oportunidade de aprendizagem.

Nossa pesquisa está pautada no entendimento de que, durante os processos de ensino e aprendizagem, a avaliação assume um papel formativo, e que instrumentos diversos podem contribuir para a efetivação desse processo. Dentre tais instrumentos, lançamos mão do portfólio. Tal instrumento pode ser considerado como uma “coleção significativa, sistemática e organizada de atividades do aluno, numa determinada área, realizadas durante um período, que evidencie o nível de sua aprendizagem, incluindo, também, as suas reflexões sobre tais atividades” (GOMES, 2003, p. 67).

Levando em consideração a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral ministrada em um curso superior, a coleção de atividades do aluno, de certo modo, abarcaria conteúdos correspondentes à ementa da referida disciplina. No entanto, para além de considerar listas de exercícios corriqueiros que pudessem compor o portfólio, nosso interesse se pautou em orientar os alunos a organizar atividades de modelagem matemática que possibilitassem aos mesmos estabelecer relação entre conteúdos matemáticos e aqueles próprios dos cursos nos quais a Matemática está presente. Isso porque uma atividade de modelagem matemática “pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12). O conjunto de procedimentos e conceitos está ancorado na Matemática e serve de “subsídio para que conhecimentos matemáticos

e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12).

Entendendo a função formativa da avaliação e suas contribuições para os processos de ensino e aprendizagem a partir da modelagem³, neste trabalho nos debruçamos em investigar: *Como um portfólio de atividades de modelagem matemática se configura enquanto estratégia de avaliação formativa?*

Os dados que subsidiam nossas análises são produções escritas de portfólios de alunos de um curso superior de Licenciatura em Química dos quais atividades de modelagem se fizeram presentes. A análise da produção escrita tem como objetivo “obter informações que possibilitem uma tomada de consciência do ocorrido nos processos de ensino e de aprendizagem e de decisão de modo a auxiliar tanto professor quanto estudantes a organizar e orientar seus trabalhos” (SANTOS; BURIASCO, 2016, p. 240).

Com vistas a apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa, organizamos a escrita deste artigo inicialmente apresentando algumas considerações sobre portfólio para, em seguida, abarcar aspectos relevantes sobre Modelagem Matemática e Avaliação. Os aspectos metodológicos, bem como uma análise das produções escritas dos portfólios entregues pelos alunos são apresentados na sequência. Finalizamos com nossas considerações finais.

Portfólio como estratégia de avaliação formativa

O ato de avaliar a aprendizagem dos alunos é uma tarefa tão importante para o professor quanto a de ensinar. Neste sentido, entendemos que a avaliação consiste em “qualquer processo por meio do qual alguma ou várias características de um aluno/a, de um grupo de estudantes, de um ambiente educativo, de objetivos educativos, de materiais, professores/as, programas, etc., recebem a atenção de quem avalia” (SACRISTÁN, 1998, p. 298), no contexto escolar.

De acordo com Hadji (1994), um dos papéis da avaliação é compreender a situação do aluno, sob a forma de um diagnóstico de modo a regular os processos de ensino e de aprendizagem. Para o autor, quando a avaliação é realizada sob este propósito, tem características de ser formativa, na qual “o professor identifica as funções do processo de aprendizagem como todas as relações estabelecidas pelo estudante: consigo mesmo, com o professor, com os colegas e sua autocrítica” (BONA; BASSO, 2013, p. 214).

³ Utilizamos o termo modelagem como sinônimo de Modelagem Matemática.

Com o intuito de evidenciar o propósito supracitado, o professor deve lançar mãos de instrumentos de avaliação. Dentre os variados instrumentos que possibilitam realizar a avaliação está o portfólio. Ao fazer um levantamento na literatura sobre os tipos de portfólio, Gomes (2003) destaca que diferentes configurações podem ser estabelecidas de acordo com os interesses e objetivos do professor. Para a autora, de forma geral:

Portfolios são instrumentos de diálogo entre formadores e formando(s), e não são produzidos apenas para fins avaliativos no final do período, mas reelaborados e partilhados em tempo útil. Eles são instrumentos de estimulação e fatores de ativação do pensamento reflexivo, que oportunizam documentar, registrar e estruturar os procedimentos e a própria aprendizagem, permitindo, ao professor, agir em tempo útil, indicando ao aluno novas pistas, novas hipóteses de auto-direcionamento e reorientação (auto-desenvolvimento) (GOMES, 2003, p. 50).

Tais diálogos podem ser feitos a partir de produções escritas dos alunos sobre a resolução de alguns problemas, atividades de investigação ou projetos nos quais trabalharam e que constituem a “coleção significativa, sistemática e organizada” que “evidencie o nível de sua aprendizagem, incluindo, também, as suas reflexões sobre tais atividades” (GOMES, 2003, p. 67). As produções escritas revelam, além da execução de algoritmos específicos, o nível de compreensão dos conceitos envolvidos na resolução de um problema. Silva e Dalto (2017, p. 4) afirmam que “quando um aluno deve escrever um texto a respeito de problemas por ele resolvidos, esse texto deve ser o mais claro possível, deve convencer e esclarecer o leitor a respeito dos procedimentos utilizados na resolução”.

O que podemos conjecturar é que, considerando os diálogos presentes por meio da produção escrita, o portfólio permite a realização de uma avaliação formativa, pois está relacionado “ao ato de formação, contribuindo para a aprendizagem, informando ao professor as condições de aprendizagem e instruindo o aluno sobre o seu percurso” (GOMES, 2003, p. 68). Ou seja, os alunos passam a ser responsáveis pela aprendizagem ao mesmo tempo em que são avaliados, corroborando com as assertivas de Bona e Basso (2013, p. 407), de que “o Portfólio em si não é o foco, mas, sim, o que o estudante aprendeu ao produzi-lo, sob os olhos da avaliação”.

Diversos são os objetivos que permeia a construção de um portfólio, Bona e Basso (2013, p. 408) destacam alguns deles, como:

(...) aprender a aprender; conhecer para aprender; levantar hipóteses, buscando alternativas e soluções possíveis para as questões do mundo da Matemática, aparentemente desconhecidas; levar o estudante ao universo da pesquisa; proporcionar o registro, a análise, e o acompanhamento das ações diárias da sua aprendizagem, com atividades tipo: temas, realizações das atividades em aula etc.; colaborar com o estudante nas suas diferentes formas de aprender e de ver o mundo.

Cabe ao professor dar a oportunidade de alcance desses objetivos por parte dos alunos. Para isso, precisa orientá-los e auxiliá-los nos diálogos realizados por meio das produções escritas nas atividades que desenvolvem. No que concerne a um portfólio de atividades de modelagem matemática, os diálogos estão alicerçados na produção escrita destas atividades.

Modelagem Matemática e avaliação

A Modelagem Matemática apresenta diferentes caracterizações na Educação Matemática. Neste trabalho, a entendemos como uma busca de solução para problemas da realidade com um viés matemático. Na investigação de uma situação-problema, procedimentos e conceitos matemáticos são utilizados e uma solução é encontrada (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, ALMEIDA; ZANIN, 2016). Os procedimentos e conceitos utilizados pelos alunos na investigação da situação-problema podem já ser conhecidos ou aprendidos durante a atividade de modelagem. Por esse motivo, a Modelagem Matemática pode ser considerada uma estratégia de ensino de matemática, cuja dinâmica da aula difere substancialmente da aula comumente conhecida como “tradicional”, na qual um conteúdo é apresentado pelo professor, seguido de exemplos e exercícios.

Os procedimentos matemáticos que emergem na busca pela solução para o problema são apresentados por meio de símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou geométricas. A essas representações a literatura convencionou denotar como modelo matemático. Almeida e Vertuan (2014, p. 2) assinalam que o modelo matemático “é o que *dá forma* à solução do problema e a modelagem matemática é a atividade de busca por esta solução”. Ärlebäck e Doerr (2018, p. 189) afirmam que, de forma geral, os “modelos iniciais dos alunos (ou sistemas conceituais) muitas vezes não são muito sofisticados ou úteis, mas esses modelos inicialmente elicitados podem ser avaliados, revisados e refinados”.

No sentido de revisar e refinar os procedimentos matemáticos que emergem de uma atividade de modelagem, é que destacamos a necessidade de que a mesma seja avaliada. A avaliação é um processo que permeia o ensino e a aprendizagem, independentemente da estratégia de ensino adotada. Entretanto, não se pode estabelecer uma única estratégia de avaliação para diferentes estratégias de ensino. O número de pesquisas brasileiras que relacionam Avaliação e Modelagem Matemática ainda é inexpressivo, o que indica que a relação entre esses temas merece receber mais atenção por parte dos pesquisadores

(VELEDA; BURAK, 2016). Em âmbito internacional o cenário não é diferente. Blum e Borromeo Ferri (2009) sinalizam que as atividades de modelagem estão pouco presentes na prática de sala de aula e, conseqüentemente, não estão sendo inseridas em avaliações. Um dos trabalhos brasileiros que tratam do tema é o de Borba, Meneghetti e Hermini (1999) que propõem cinco critérios para a avaliação de uma atividade de modelagem matemática. A partir de três dos critérios definidos por esses autores, Figueiredo e Kato (2012) e Figueiredo (2013), procuram estabelecer parâmetros para avaliar a aprendizagem significativa dos alunos em atividades de Modelagem Matemática. De acordo com Silva e Dalto (2017), tais parâmetros avaliam mais os efeitos da atividade de modelagem matemática na aprendizagem dos alunos do que a própria atividade de modelagem. Segundo esses autores, para avaliar a atividade de modelagem, é preciso que se considere a dinâmica da aula com modelagem.

Assim, a partir destas considerações e das fases da atividade de modelagem matemática configuradas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), Silva e Dalto (2017) definiram uma escala holística para avaliação de atividades de modelagem matemática e a utilizaram para avaliar atividades de modelagem desenvolvidas em uma turma de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Licenciatura em Química. Para os autores, embora existam ajustes a serem feitos na escala, esta pode ser considerada como um instrumento útil para o processo de avaliação em modelagem ou como uma inspiração para o desenvolvimento de outras estratégias de avaliação.

Nos trabalhos relatados anteriormente, a avaliação, apesar de também se atentar para os processos de ensino e de aprendizagem, parece estar mais focada no resultado do mesmo do que no processo em si, ou seja, tem-se que a avaliação parece cumprir, nestes trabalhos, mais a função somativa do que a formativa. O aspecto da avaliação formativa relacionado à Modelagem parece mais evidente no trabalho de Dalto e Silva (2018) que utilizaram a atividade de modelagem como uma estratégia de avaliação da aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Licenciatura em Química. Para os autores, ao seguir encaminhamentos propostos pela prova em fases (MENDES, 2014), foi possível evidenciar que a atividade de modelagem segue três dos princípios da avaliação na sala de aula apresentados por De Lange (1999): a matemática deve incorporar-se em situações, em problemas que fazem parte da realidade do aluno; os métodos de avaliação devem permitir que os estudantes revelem o que sabem, em detrimento daquilo que não sabem; os estudantes devem ter oportunidade de receber *feedback* sobre seu trabalho. Este último princípio é característico da avaliação formativa.

O recebimento de *feedback* sobre o trabalho com modelagem pode ser potencializado quando os alunos constroem um portfólio no qual atividades de modelagem estejam presentes. Na próxima seção, relatamos sobre os aspectos metodológicos de nossa investigação com a utilização do portfólio como instrumento de avaliação formativa em atividades de modelagem.

Aspectos metodológicos

Desenvolver atividades de modelagem matemática com alunos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é prática recorrente da professora (uma das autoras deste artigo) em suas aulas. Todavia, uma questão que se coloca é *como avaliar as atividades de modelagem matemática desenvolvidas?* Essa questão, de certa forma, está imbuída no fato de a professora se interessar em investigar o que os alunos sabem e como usam o que sabem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática seja em sala de aula, seja em momentos extraclasse. Com essa intenção é que foi proposta a construção de um portfólio em uma turma, constituída por 44 alunos do 1º período do curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, regime semestral.

No primeiro dia de aula, no segundo semestre de 2017, a professora sugeriu que algumas atividades desenvolvidas em pequenos grupos na sala de aula, deveriam ser agrupadas para a construção do portfólio. Embora as atividades fossem desenvolvidas em grupos, a construção do portfólio seria individual com entregas periódicas para avaliação e a versão final entregue no último dia de aula.

A professora informou que, além das atividades, o portfólio deveria conter alguns elementos, tais como capa, sumário, introdução e considerações finais. Ao final de cada atividade, o aluno, individualmente, deveria descrever suas impressões sobre a mesma, levando em consideração o fenômeno e o conteúdo matemático que dela emergiu. Para auxiliar os alunos na organização das atividades do portfólio, a professora entregou um envelope de papel pardo.

Enquanto atividade avaliativa seria atribuída uma nota de até 2,0 pontos a serem acrescidos na nota final do aluno. Como avaliação formativa, nas entregas periódicas, a professora fez questionamentos a partir das produções escritas, e solicitou que os alunos os respondessem⁴, pois a nota seria constituída pelo desenvolvimento da atividade, pelas

⁴ As respostas aos questionamentos deveriam ser feitas em horário extraclasse e entregues em data pré-estabelecida.

respostas dadas a esses questionamentos, bem como pela presença dos outros elementos constituintes do portfólio. É neste cenário que se delineou nossa questão de pesquisa: *Como um portfólio de atividades de modelagem matemática se configura enquanto estratégia de avaliação formativa?*

Ao longo do semestre letivo foram desenvolvidas sete atividades de modelagem matemática (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7) que compuseram o portfólio, cujas temáticas e conteúdos matemáticos que emergiram são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Atividades de modelagem dos portfólios.

Código da atividade	Temática	Conteúdo(s) matemático(s) que emergiu(ram)
A1	Reação de pastilha de antiácido	Função linear
A2	Decaimento radioativo do céscio-137	Função exponencial
A3	Fluoxetina no organismo	Função exponencial
A4	Cerca elétrica	Função definida por duas sentenças
A5	pH do solo do lago Igapó ⁵	Função racional Limites de funções de uma variável
A6	Carregamento da bateria do telefone celular	Função exponencial Função definida por duas sentenças
A7	Projetando uma mala	Função polinomial Derivada de função de uma variável

Fonte: Dados da pesquisa.

Os dados utilizados nas atividades A1 e A5 são oriundos de atividades de modelagem desenvolvidas por alunos de Licenciatura em Química em turmas anteriores; os dados das atividades A2, A3 e A4 estão presentes na literatura; os dados de A6 foram coletados pelos alunos da turma em que a investigação foi realizada em período que antecedeu o desenvolvimento na sala de aula e os dados de A7 estão presentes em livros didáticos⁶.

De forma geral, as atividades foram iniciadas em sala de aula. No entanto, considerando os questionamentos feitos pela professora, essas não se findaram neste contexto, colocando os alunos em movimento constante que os fizeram revisitá-las.

Em se tratando de uma atividade avaliativa, juntamente com os alunos, definiu-se que as notas atribuídas para cada atividade seriam de 0,2 ponto (totalizando 1,4 ponto); 0,3 para os outros elementos do portfólio (capa, sumário, introdução e considerações finais) e 0,3 para comentários pessoais relativos ao portfólio construído. Considerando os alcances da

⁵ Lago presente na cidade de Londrina, no estado do Paraná.

⁶ Embora os dados para esta atividade constam em livros didáticos, o encaminhamento em sala de aula seguiu configuração de uma atividade de modelagem matemática.

análise, dos 37 portfólios entregues ao final do semestre letivo, elegemos dez que receberam a nota máxima (2,0 pontos), os quais nos referenciamos como P1, P2, ..., P10. As características que permeiam o encaminhamento dessa pesquisa, desde a coleta de dados até as análises e inferências para a questão investigada, apresentam caráter de “qualitativa”, no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1994). Segundo os autores, na pesquisa qualitativa, os pesquisadores têm como objetivo melhor compreender o comportamento e a experiência humana, se colocando como o principal instrumento da pesquisa.

Neste contexto, a partir das respostas dos alunos aos questionamentos da professora, ambos realizados de forma escrita em cada uma das entregas periódicas dos portfólios (total de três ao longo do semestre), realizamos agrupamentos, visando inferir ações dos alunos que possibilitassem configurar o portfólio enquanto estratégia de avaliação formativa. Tais agrupamentos refletem diferentes aspectos para os quais a análise da produção escrita convergiu: Realizando mudanças em procedimentos; Corrigindo equívocos; Fazendo uso de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral. Na próxima seção trazemos excertos das produções para ilustrar cada um desses agrupamentos, bem como questionamentos realizados pela professora que possibilitaram as análises.

Descrição e análise dos portfólios construídos

Nesta seção realizamos uma análise dos portfólios, considerando os agrupamentos supracitados, estabelecendo articulações com o quadro teórico que subsidiam nossa pesquisa.

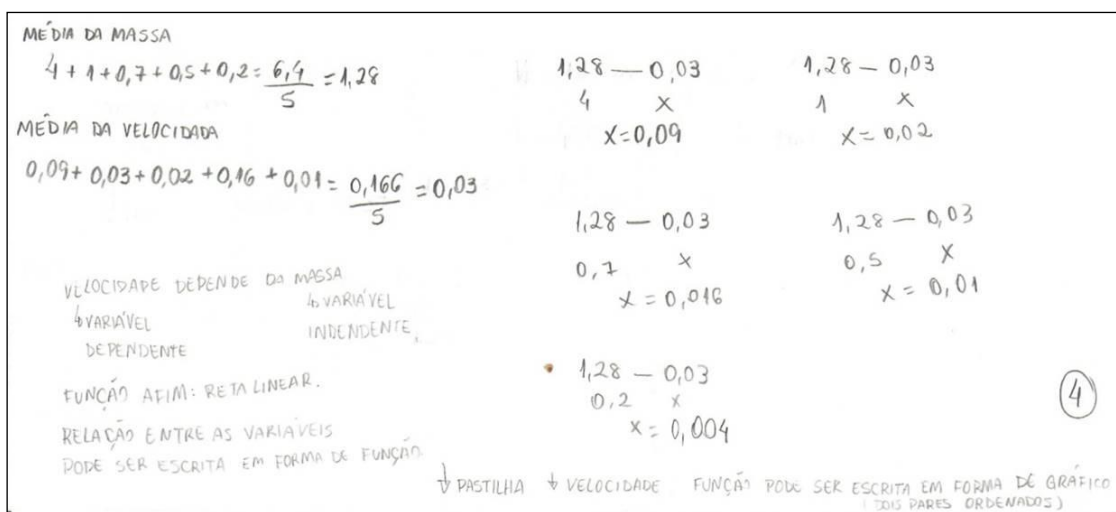
Realizando mudanças em procedimentos

Sobre o agrupamento *‘Realizando mudanças em procedimentos’*, algumas ações como generalizar, desenvolver a atividade de modelagem e fazer uso de representação gráfica foram realizadas a partir de questionamentos feitos pela professora na primeira ou segunda entrega do portfólio.

Para determinar a velocidade de reação de uma pastilha de antiácido cuja massa variava de 0,01 a 4 gramas, na A1, os alunos lançaram mão de cálculos utilizando regra de três simples (Figura 1) a partir do conjunto de dados entregues pela professora. Todavia, obtiveram resultados para valores específicos, estabelecendo relações com o comportamento linear do fenômeno, não apresentando uma expressão algébrica nem

gráfica que o representasse, mesmo sinalizando que “*função pode ser escrita em forma de gráfico (dos pares ordenados)*”.

Figura 1 - Cálculo utilizando regra de três simples para a atividade A1

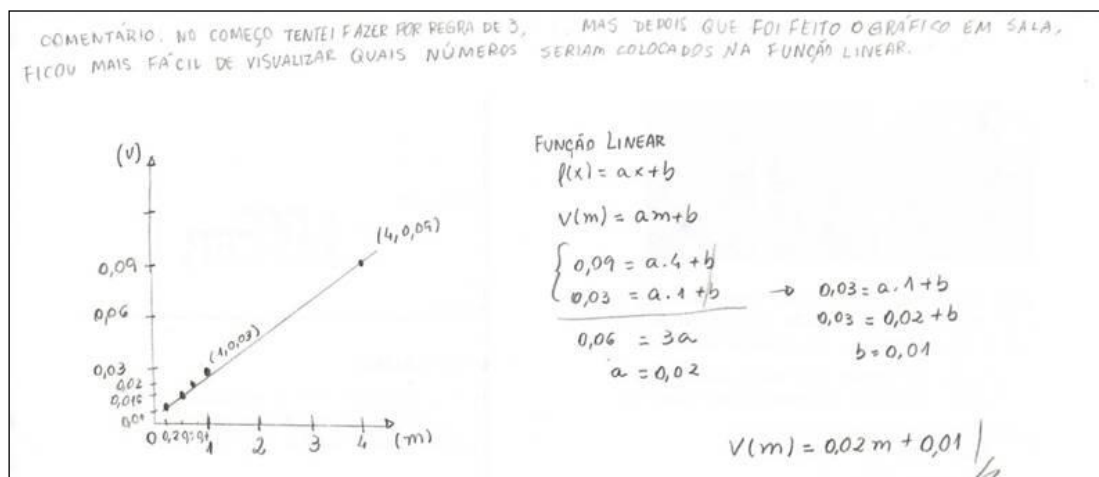


Fonte: Portfólio P6.

Diante da produção escrita apresentada em P6, a professora lançou os questionamentos: *Como concluiu que a função do 1º grau representa a situação? Essa consideração corresponde às hipóteses para a dedução do modelo? Você observou o gráfico? Explícite.* A aluna justificou que a construção gráfica possibilitou “*visualizar quais números seriam colocados na função linear*”, fez a representação gráfica e realizou procedimentos matemáticos, obtendo a expressão algébrica $V(m) = 0,02m + 0,01$, em que $V(m)$ é a velocidade de reação da pastilha de antiácido em g/s, conforme mostram as produções apresentadas na Figura 2.

De certo modo, os questionamentos mobilizaram a aluna a produzir a representação gráfica da situação, a expressão algébrica de uma função linear, bem como retomar conteúdos matemáticos que havia estudado no Ensino Médio para obter o valor dos parâmetros da função do 1º grau: resolução de sistemas de equações lineares. Isso corrobora com Souza e Boruchovitch (2010, p. 184) quando afirmam que: “Avaliar formativamente é investir na regulação do processo de aprendizagem, assegurando progressão continuada na apropriação do saber”.

Figura 2 - Generalização para a atividade A1



Fonte: Portfólio P6.

A aluna mostra que, a partir dos questionamentos, a “apropriação do saber” para função linear e procedimentos para a determinação dos parâmetros da mesma já estava constituída. O que podemos evidenciar é que, anteriormente aos questionamentos, a aluna não sentiu necessidade de fazer uso de tais saberes, visto que se deu por satisfeita na resolução, utilizando regra de três simples. Neste caso, para os propósitos da professora com a atividade de modelagem, o modelo matemático inicial não se mostrou útil (ÄRLEBÄCK; DOERR, 2018), pois a aluna não apresentou uma solução geral para o problema (*Determinar a velocidade de reação de uma pastilha de massa m*). O portfólio proporcionou que o modelo fosse avaliado e revisado de maneira que a aluna reorganizasse procedimentos para retomar conteúdos matemáticos solicitados.

Algumas atividades dos portfólios não apresentavam desenvolvimento no momento da primeira entrega. O aluno que produziu o portfólio P9, por exemplo, entregou a atividade A5 – estudo da variação do potencial hidrogeniônico (pH) do solo do lago Igapó conforme se afastava da margem – considerando o interesse em estudar o limite do valor do pH do solo de acordo com a distância da margem do lago. Por não conseguir deduzir uma expressão algébrica, nem fazer uma representação gráfica, o aluno afirmou não conseguir realizar os procedimentos, conforme produção escrita apresentada na Figura 3.

Figura 3 - Produção escrita para a atividade A5

→ Não consegui realizar este exercício, porém gostei da proposta de relacionar o pH com o limite.

Não consegui realizar este exercício, porém gostei da proposta de relacionar o pH com o limite.

Fonte: Portfólio P9.

Diante da produção do aluno, a professora solicitou que o mesmo retomasse as considerações feitas em sala de aula e abordasse o encaminhamento da atividade no portfólio, considerando: *as variáveis utilizadas; as informações consideradas para escrever o modelo (mesmo que seja o GeoGebra ou o CurveExpert); explicitar o modelo matemático enquanto uma função com as variáveis identificadas.* A partir desses apontamentos, o aluno apresentou uma nova resolução na qual, para a obtenção do modelo matemático logístico $y = \frac{6,38}{1 + 4,55e^{-3,49x}}$, em que y corresponde ao pH do solo de acordo com a distância x (em metros), foi utilizado o *software* CurveExpert, conforme produção escrita entregue pelo aluno e apresentada na Figura 4.

Figura 4 - Resolução para a atividade A5

Distância da localidade a margem (em m)	pH
0,5	3,54
1	5,68
1,5	6,05
2	6,35
2,5	6,53

Curva logística. pH = 6,38

$y = \frac{6,38}{1 + 4,55e^{-3,49x}}$ Em que: $x = \text{Distância (em m)}$
 $y = \text{pH}$

Fonte: Portfólio P9.

Com a expressão algébrica, modelo matemático, para o fenômeno em estudo, conseguiu apresentar uma solução para o que se propôs a estudar no início do desenvolvimento da atividade – *determinar o valor do limite* –, ou seja, o valor que o pH do solo tende ao se afastar da margem do rio, obtendo o valor de 6,38, que representa que o mesmo é ácido (Figura 5).

Figura 5 - Cálculo do limite da função da atividade A5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6,38}{1+4,55e^{-3,49x}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} = \frac{6,38}{1+4,55 \cdot \frac{1}{e^{3,49x}}} = 6,38$$

Fonte: Portfólio P9.

O que podemos conjecturar com essa ação é que em sala de aula, mesmo trabalhando em grupo, o aluno não havia estabelecido relações entre os dados apresentados na atividade e o modelo matemático algébrico que foi deduzido em momento *a posteriori*. Para isso, diante da sugestão da professora, fez uso do *software* CurveExpert para então escrever uma expressão matemática que representasse a situação.

Essa abordagem está em consonância com as assertivas de Bona e Basso (2013, p. 413) que entendem a tecnologia como “um recurso que viabiliza a construção de estratégias metacognitivas de superação de erros pelos próprios estudantes, na forma de um contexto aos estudantes”. E em se tratando de uma atividade de modelagem matemática, as ferramentas digitais tem importância particular na descoberta de relações matemáticas, na promoção da compreensão das relações matemáticas, em possibilitar diferentes formas de visualização, no processamento de grandes quantidades de dados (GREEFRATH; SILLER, 2017).

Mesmo que o aluno fez uso de um *software* educacional para obter uma expressão algébrica, o mesmo precisou analisar cada ajuste de curva apresentado e reconhecer aquele que representava a situação em estudo. Em suas considerações finais, o aluno afirma que: *O portfólio foi um grande auxiliador nos estudos diários, contendo vários tipos de exemplos e exercícios, ajudando na resolução e entendimento dos mesmos.*

Outros alunos também fizeram uso de *softwares* educacionais para desenvolver algumas atividades de modelagem matemática. Isso ocorreu principalmente em resposta a questionamentos em que foi solicitado algum procedimento matemático para deduzir um modelo matemático. Além de *softwares*, os alunos relataram que a resolução foi possibilitada com pesquisas realizadas em livros ou mesmo em vídeo-aulas (Figura 6).

Realizar pesquisas é uma ação que faz parte do desenvolvimento de atividades de modelagem e, segundo Bona e Basso (2013, p. 411), um dos “objetivos do uso de tecnologias é o de permitir que o estudante vá além do proposto pelo professor/escola, melhorando a qualidade do seu processo de aprendizado, (...), pois o conteúdo passa a ser objeto de necessidade do estudante”. Com isso, evidenciamos que o diálogo estabelecido

no portfólio contribui com o aluno “para que ele se torne mais independente do professor e responsável pela sua própria aprendizagem” (GOMES, 2003, p. 17).

Figura 6 - Pesquisas realizadas para o desenvolvimento das atividades

<p>→ Tive um pouco de dificuldade em entender o exercício, assisti uma vídeo-aula e consegui fazer a resolução.</p>
<p>Procedimento realizado no portfólio P7 para A2.</p>
<p>→ ATIVIDADE ÓTIMA, DIFÍCIL VISUALIZAR ESTA FUNÇÃO COM EXPOENTE, MAIS COM ELA FOI POSSÍVEL COMPREENDER OS CONCEITOS DE FUNÇÕES POTÊNCIA, TIVE QUE PESQUISAR NOS LIVROS MUITO BOA.</p>
<p>Atividade ótima, difícil visualizar esta função com expoente, mas com ela foi possível compreender os conceitos de funções potencia, tive que pesquisar nos livros. Muito boa.</p>
<p>Procedimento realizado no portfólio P5 para A2.</p>

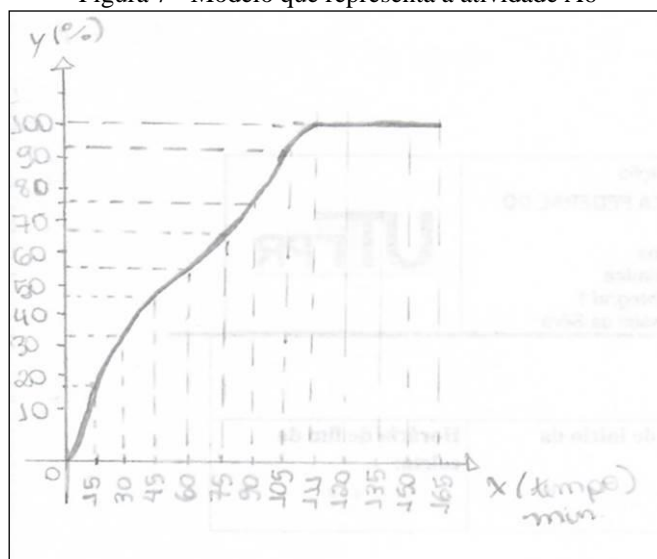
Fonte: Portfólios P5 e P7.

Fazer uso da tecnologia no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática pode orientar os procedimentos a serem adotados para poder deduzir o modelo matemático, bem como inferir sobre o comportamento do fenômeno. Isso porque “os softwares proporcionaram a compreensão de diferentes características do fenômeno em estudo” (ALMEIDA; SILVA, 2017, p. 217). O que evidenciamos é que tanto na A1 de P6 (Figura 2), quanto na A5 de P9 (Figura 4), a representação gráfica, de certo modo, direcionou o desenvolvimento das respectivas atividades de modelagem matemática, auxiliando na escrita de uma expressão algébrica para representar o fenômeno.

Há casos, porém, como o apresentado no P3 para A6, em que o aluno coletou dados referentes ao carregamento da bateria de seu telefone celular, cuja representação gráfica se configurou como um modelo matemático que descrevia a situação em estudo. Mesmo diante da intervenção da professora – *Indique uma função que represente a situação* – o aluno manteve a representação gráfica, conforme mostra a Figura 7.

O que a representação gráfica mostra é que o aluno compreende o crescimento do carregamento da bateria do telefone celular e que o percentual de carregamento se mantém constante ao atingir 100%. Entendemos, assim como Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), que “um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema”.

Figura 7 - Modelo que representa a atividade A6



Fonte: Portfólio P3.

Por meio da representação gráfica, o aluno de P3 descreveu o comportamento do carregamento da bateria do seu telefone celular, e entendeu que esta é a função que representa a situação. Todavia, a intenção da professora com este questionamento era que o aluno apresentasse uma escrita algébrica para representar a função. O que podemos conjecturar é que a intervenção realizada, de forma escrita, não explicitou o que a professora estava requisitando. Isso fica evidente nas considerações finais do aluno que produziu P3: *Algumas orientações não foram seguidas, pois houve dúvidas de como poderiam ser desenvolvidas*. Isso pode se configurar enquanto uma limitação do portfólio, pois conforme salientam Silva e Dalto (2017, p. 15), para avaliar uma atividade de modelagem, “além da produção escrita, outras se fazem necessárias, como registros de imagens e áudio dos alunos”.

Corrigindo equívocos

No que diz respeito ao agrupamento *Corrigindo equívocos*, pudemos evidenciar uso incorreto de algumas notações e cálculos, bem como na construção de gráficos.

No estudo do decaimento radioativo do césio-137 (A2) e da quantidade de fluoxetina no organismo quando o ser humano ingere um medicamento (A3) uma abordagem solicitada pela professora foi *Qual é o limite da função que representa a situação quando o tempo tende ao infinito? Escreva utilizando notação de limite*. Ao calcular o limite das funções,

a partir das representações algébricas de A2
$$Q(t) = 19,26 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t-1987}{30}}$$
 e A3

$\left(Q(t) = 20 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5}} \right)$, as produções de P8 denotam equívocos tanto nos resultados obtidos

quanto na forma de fazer uso da notação com cálculos de limites no infinito. Todavia, evidenciamos que esses equívocos e falhas nas notações foram superados quando o mesmo aluno realiza esse procedimento na A5, conforme mostra a Figura 8.

Figura 8 - Cálculo do limite solicitado pela professora

A2 $Q(t) = 19,26 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t-1987}{30}}$ $\lim_{t \rightarrow \infty} = 19,26 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\infty-1987}{30}} = \infty$

A3 $Q(t) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5}}$ $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t) = 20 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{\infty}{5}} = \infty$

A5 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6,38}{1 + 4,55 e^{-3,49x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6,38}{1 + 4,55 \frac{1}{e^{3,49x}}} = 6,38$

Fonte: Portfólio P8.

O que a professora poderia ter sugerido para o aluno do P8 é que esse retomasse as notações e cálculos das atividades anteriores após desenvolver a A5 e solicitar que o mesmo a corrigisse, caso notasse algum equívoco. Esse tipo de intervenção poderia fazer com que o aluno realizasse uma reflexão e, possivelmente, uma correção de suas produções. Isso porque, consideramos, assim como Souza e Boruchovitch (2010, p. 182) que

(...) as práticas avaliativas efetivadas em uma perspectiva formativa não se resumem à atribuição de certos e errados, mas voltam-se para o que é importante, quando o compromisso é com a aprendizagem, pelo delineamento das pendências e subseqüente promoção de intervenções regulatórias.

A representação gráfica relativa à atividade A4, que descreve os valores a serem pagos por dois kits de instalação de cerca elétrica de acordo com a metragem a ser utilizada, foi a que mais apresentou equívocos. Esse fato pode estar associado ao estudo de funções definidas por mais de uma sentença, visto que alterando o domínio, a sentença relacionada na função é outra.

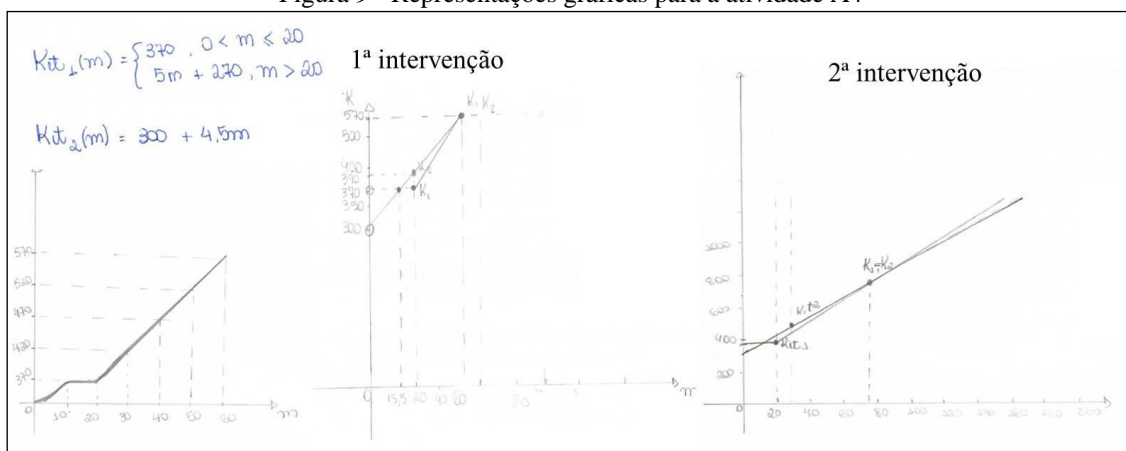
Mesmo que em P3 a representação algébrica do modelo matemático para o kit 1 enquanto uma função definida por duas sentenças esteja correta

$\left(Kit_1(m) = \begin{cases} 370 & , \text{ se } 0 < m \leq 20 \\ 5m + 270, & \text{ se } m > 20 \end{cases} \right)$, na representação gráfica construída em sala de

aula desconsidera a função constante no intervalo $0 < m \leq 10$ e cria uma função linear, todavia não correspondente à situação em estudo.

Com a 1ª intervenção da professora, “Retome a representação gráfica do K_1 , no primeiro intervalo, a função é a mesma?”, o aluno refaz a representação gráfica. No entanto, para essa nova produção, desconsidera o intervalo $0 < m \leq 20$. Em uma 2ª intervenção, a professora questiona: “Retome a representação gráfica do K_1 : o que acontece quando $0 < m \leq 20$? e ambos os kits quando $m > 60$? Refaça”. As produções do aluno no P3 para A4 constam na Figura 9.

Figura 9 - Representações gráficas para a atividade A4



Fonte: Portfólio P3.

As intervenções da professora por meio de questionamentos possibilitaram ao aluno do P3 representar graficamente a situação considerando o domínio da mesma. Com os *feedbacks* da professora, o aluno necessitou produzir um gráfico que representasse a situação. Todavia, houve necessidade de mais do que uma intervenção no sentido de que o aluno compreendesse que estava desconsiderando alguns intervalos de metragem. As intervenções e *feedbacks* “do professor com o aluno sobre os seus erros e acertos contribui para a conscientização dos pontos fortes e fracos, contribuindo também para a aprendizagem e superação de erros” (GOMES, 2003, p. 17).

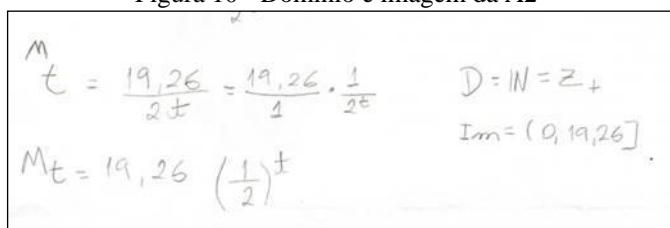
Fazendo uso de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral

Embora para a disciplina, o objetivo da construção do portfólio fosse implementar atividades de modelagem que pudessem fazer emergir conteúdos referentes à ementa de Cálculo Diferencial e Integral I, alguns não se fizeram presentes no momento do desenvolvimento da atividade. Enquanto processo avaliativo no que diz respeito à compreensão de certos conteúdos, a professora fez questionamentos requerendo que tais

conteúdos fossem explicitados. É neste contexto que elucidamos o agrupamento *Fazendo uso de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral*. Para tanto, os questionamentos se direcionaram no intuito de evidenciar conhecimentos relativos à definição de domínio e imagem de uma função, cálculo de limites (como já apresentado na Figura 8), estudo da continuidade da função em um ponto, cálculo de derivada e procedimentos matemáticos fazendo uso de operações diversas. Isso se fez necessário, pois em muitos casos, os alunos se preocuparam em apresentar uma solução para o problema sem se atentar para a formalização matemática. No entanto, quando estas foram requisitadas, os alunos se empenharam em apresentá-las, considerando o encaminhamento realizado.

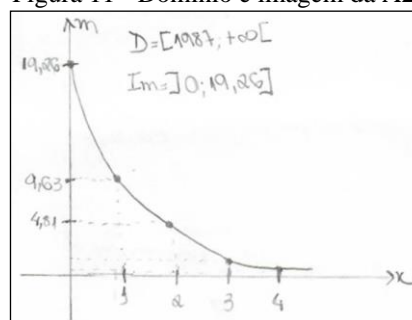
Por exemplo, na apresentação do conjunto-domínio e do conjunto-imagem da A2, como o desenvolvimento da atividade de P1 levou em consideração uma abordagem discreta para a variável tempo (em dias), a aluna apresentou em sua produção um domínio discreto (Figura 10), já em P2, a abordagem foi feita considerando tempo uma variável contínua e, para tanto, o domínio foi expresso neste contexto (Figura 11). Ambas resoluções são consideradas consistentes para o estudo da situação e, evidenciamos, assim como aponta Gomes (2003, p. 47), que o “portfólio realça a atenção individual que o professor dá ao aluno”. Para além dessa individualidade, entendemos que a partir da produção escrita é que os modelos matemáticos, de certa forma e capacidade, representam o que estava sendo estudado pelas alunas.

Figura 10 - Domínio e imagem da A2



Fonte: Portfólio P1.

Figura 11 - Domínio e imagem da A2

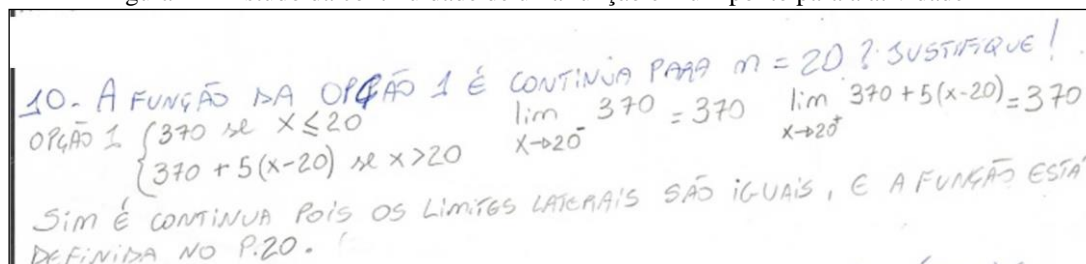


Fonte: Portfólio P2.

No que concerne a conteúdos presentes na ementa da disciplina e que não emergiram espontaneamente no desenvolvimento da atividade, foram solicitados pela professora, como é o caso do estudo da continuidade de uma função em um ponto (Figura 12), mais especificamente na A4, em que os alunos deveriam evidenciar na função definida por duas sentenças do kit 1 a continuidade no ponto $(20, 370)$. A produção escrita do P5

denota que o aluno compreende o conceito de função contínua considerando que $K_f(20)=370$ e que, a partir do estudo dos limites laterais, o resultado permanece o mesmo.

Figura 12 - Estudo da continuidade de uma função em um ponto para a atividade A4



Fonte: Portfólio P5.

Para os argumentos sobre a continuidade no ponto, o aluno utiliza de termos e conceitos que foram estudados na disciplina e estimularam o “pensamento reflexivo, que oportunizam documentar, registrar e estruturar os procedimentos e a própria aprendizagem” (GOMES, 2003, p. 50).

Considerações finais

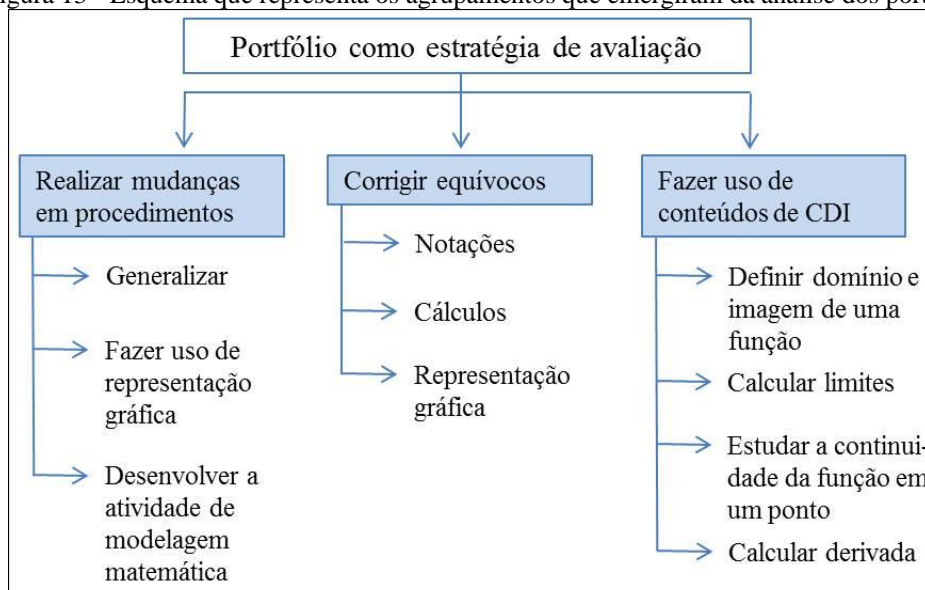
Nesta pesquisa, propusemo-nos investigar a configuração de um portfólio de atividades de modelagem matemática como estratégia de avaliação formativa. A partir da análise de dez portfólios produzidos pelos alunos, pudemos vislumbrar aspectos da avaliação formativa, uma vez que mudanças substanciais nas resoluções e nas formas como os alunos lidaram com as situações-problema foram evidenciadas.

Nos excertos dos portfólios apresentados neste artigo, fica evidente que o *feedback* escrito fornecido pela professora fez com que os alunos refletissem sobre as soluções inicialmente apresentadas, de modo a proporcioná-los novas oportunidades para pensar as situações-problema, a forma como lidaram com cada uma delas, as estratégias e conteúdos matemáticos empreendidos nas resoluções. Na Figura 13, esquematizamos os agrupamentos para os quais diferentes aspectos da análise da produção escrita das atividades constituintes do portfólio convergiram.

Os aspectos presentes nos agrupamentos contribuíram com a aprendizagem dos alunos, evidenciando aspectos da avaliação formativa. As considerações finais apresentadas em P5 corroboram com essa reflexão: *Ao término da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, concludo com a certeza de que aprendi os conceitos de cálculo e também as aplicações que podem ser feitas. O portfólio teve atividades de caráter investigativo e ajudou muito na construção do conhecimento, é possível afirmar que com os*

conhecimentos adquiridos é possível utilizar o cálculo em diversas áreas e que foi um curso muito interessante.

Figura 13 - Esquema que representa os agrupamentos que emergiram da análise dos portfólios



Fonte: Dos autores.

Assim, entendemos que o portfólio se configura como instrumento de avaliação formativa em modelagem matemática na medida em que o diálogo estabelecido entre professor e aluno faz com que o aluno repense o que foi apresentado, proporcionando novas oportunidades de aprendizagem. Nesse repensar, conceitos são abordados, erros são corrigidos e conhecimentos são mobilizados para a obtenção do modelo e/ou solução da situação.

Levando em consideração algumas limitações que obtivemos na pesquisa realizada, temos o intuito de realizar outros encaminhamentos para configurar uma avaliação formativa na construção de um portfólio de atividades de modelagem matemática. Tais encaminhamentos estão relacionados à maior frequência de *feedbacks* e questionamentos, visto que três momentos não foram suficientes para que os alunos e mesmo a professora se debruçassem em detalhes da resolução que poderiam ser discutidos; à oportunidade de os alunos responderem aos questionamentos em sala de aula solucionando possíveis dúvidas quanto ao que estava sendo solicitado pela professora e tais respostas serem realizadas em grupo, devido ao fato da natureza do desenvolvimento de uma atividade de modelagem, bem como levando em consideração os apontamentos presentes em alguns portfólios, como o P9 em que o aluno afirma que: *um problema do portfólio é que os exercícios são iguais para todos os alunos por isso muitos acabam apenas copiando dos*

demais colegas e acaba por fim não obtendo o conhecimento que o portfólio pode oferecer.

A avaliação, por estar associada aos processos de ensino e de aprendizagem, deve estar a serviço destes, de modo a contribuir com a aprendizagem dos alunos. Assim, tal tema merece maior atenção por parte dos pesquisadores, uma vez que mudanças significativas nestes processos não são apenas empreendidas a partir de novas estratégias de ensino, mas também com estratégias de avaliação que sejam condizentes com as diversas dinâmicas das aulas que novas estratégias de ensino proporcionam. É nesta direção que temos empreendido esforços, relacionando modelagem matemática e avaliação.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (2017). A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, 31(57), 202-219, abr.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. São Paulo: Contexto.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. (2014). Modelagem Matemática na Educação Básica. In: ALMEIDA; L. W.; SILVA, K. P. (Org.). *Modelagem Matemática em Foco*. pp. 1-21. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.

ALMEIDA, L. M. W.; ZANIN, A. P. L. (2016). Competências dos alunos em atividades de modelagem matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(2), 759-782.

ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. (2018). Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence. *ZDM Mathematics Education*, 50(1/2), 187-200.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto – Portugal: Porto Editora.

BONA, A. S.; BASSO, M. V. A. (2013). Portfólio de Matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. *Bolema*, 27(46), 399-416, ago.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught an learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. (1999). Estabelecendo critérios para avaliação do uso de modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de ciências biológicas. In: BORBA, M. C. (Ed.). *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática* (pp. 95-114). Rio de Janeiro, Brasil: MEM/USU, Ed. Art Bureau.

- DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. (2018). Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem. *Educação Matemática em Revista*. 23(57), 34-45, jan./mar.
- DE LANGE, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Figueiredo, D. F. (2013). *Uma proposta de avaliação de aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática na sala de aula*. (Dissertação de mestrado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá.
- FIGUEIREDO, D. F.; KATO, L. A. (2012). Uma Proposta de Avaliação de Aprendizagem em Atividades de Modelagem Matemática na Sala de Aula. *Acta Scientiae*. 14(2), 276-294.
- FORSTER, C.; BURIASCO, R. (2018). Uma prova-escrita-com-cola. In: *VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. [online] Foz do Iguaçu, pp.1-10. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/399/518 [Acessado em 14 Dez. 2018].
- GOMES, M. T. (2003). *O Portfólio na Avaliação da Aprendizagem Escolar*. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. (2017). Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.), *Mathematical modelling and applications*. ICTMA 17 (pp. 529–539). Dordrecht: Springer.
- HADJI, C. (1994). *Avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos*. Porto: Porto Editora LDA.
- MENDES, M. T. (2014). *Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo*. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Londrina.
- SACRISTÁN, J. G. (1998). A avaliação no ensino. In: SACRISTÁN, J. G.; PÉREZ GOMES, A. I. (Ed.). *Compreender e transformar o ensino*. (pp. 295-351). Porto Alegre, Brasil: Artmed.
- SANTOS, E. R.; BURIASCO, R. L. C. (2016). A análise da produção escrita em Matemática como estratégia de avaliação: aspectos de uma caracterização a partir dos trabalhos do GEPEMA. *Alexandria*. 9(1), 233-247.
- SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. (2017). Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*. 12(2), 1-17, dez.
- SOUZA, N. A.; BORUCHOVITCH, E. (2010). Mapa conceitual: seu potencial como instrumento avaliativo. *Pro-Posições*. 21(3), 173-192, set./dez.

VELEDA, G. G.; BURAK. D. (2016). Modelagem Matemática e o Desafio da Avaliação: revisitando as propostas nacionais e internacionais. In: ALMEIDA, L. M. W.; BORSSOI, A. H.; TORTOLA, E.; SILVA, K. A. P. (Eds.). *Modelagem Matemática em debate: diálogos, reflexões e desafios*. EPMEM 7. Londrina: UEL, UTFPR.

Recebido: 31/05/2019

Aprovado: 24/07/2019