

The paradigm of questioning the world in research and teaching

TOMÁS ÁNGEL SIERRA DELGADO¹

Anthropological didactic theory (ATD) is one of the most widely recognized approaches in didactic research at the international level².

Within the framework of ATD, didactic researchers have developed a *reference didactic model* in order to analyse, study and evaluate the didactic issues. Thus, for both mathematical activity and didactic activity there exists the notion of praxeology, in one case *mathematical praxeology* and, in the other, *didactic praxeology*. In addition, the strong interrelation that exists between both types of activities within a didactic system is emphasized.

A *didactic system* is designated by $S(X; Y; O)$ where the pair $(X; Y)$ forms the study community of the work O . The set of people who want to study O is represented by X , while Y is the set of people who want to help X study O . An example of a didactic system is what we all know as a *school didactic system* where X is the set of students in a class and Y is usually made up of a single teacher, the teacher of the subject of which the work they want to study forms part.

One of the tasks to be carried out by the researcher in didactics is to analyse the dominant model of the didactical system present in current educational institutions. This analysis will allow us, on the one hand, to detect some of the most important didactic phenomena related to the study of a given work. And on the other hand, to elaborate an alternative model of didactic system that allows facing these identified phenomena.

Thus, many of the didactic phenomena detected in different investigations carried out within CAS are related to a dominant didactic paradigm that Chevallard (2013) calls the *paradigm of the visit to the works*. This didactic paradigm is characterised by the fact that the study of the works is carried out in such a way that the teacher presents them as if they were monuments that the students should admire and enjoy, and even “love”, even if they do not know which are the questions to which they respond.

To describe this paradigm the herbartian scheme is used:

$$[S(X; y; O) \rightsquigarrow M_y] \rightsquigarrow R$$

Here the study community is represented by the pair $(X; y)$ where X is the set of students and y the teacher who presents the work O to the students through a speech. In order to do so, the teacher y had to previously elaborate the answer R to which the work O responds, using the medium M_y . In addition, O as any human work has always had to arise as an answer to one or several questions, but in this case these questions are absent.

¹ Department of Didactics of Experimental, Social and Mathematical Sciences, Universidad Complutense de Madrid, Spain, e-mail: tomass@edu.ucm.es

² For example, the Hans Freudenthal prize awarded to Yves Chevallard by the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) in 2009 for all the work of almost 30 years within a research programme in Didactics of Mathematics, first from 1980 on the didactic transposition and later, from 1990, developing the anthropological theory of the didactic.

In order to confront this dominant didactic paradigm, an alternative paradigm has emerged within ATD, which includes it, and which is called the *paradigm of questioning the world* and is designated by the herbartian scheme in the following way:

$$[S(X; Y; Q) M \rightarrow] \rightsquigarrow R^\heartsuit$$

Now the work or works to be studied are presented in the form of Q questions. The study community formed by $(X; Y)$ aims to find an answer R^\heartsuit , to the question Q , using a richer didactic medium M , formed by:

- R_i^\diamond that are the possible answers, already constructed and labeled, to the question Q .
- O_j that are useful works to deconstruct and reconstruct the answers R_i^\diamond ,
- Q_k that are issues arising from the study of Q ,
- D_l that are *corpus of data* of various types that are crucial for empirical research.

So, in this case, the didactic medium

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, O_{m+2}, \dots, O_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_p, D_{p+1}, D_{p+2}, \dots, D_q\}.$$

in addition to being much richer, can be used to build, validate and disseminate the built response R^\heartsuit .

ATD proposes as a model of didactic process that allows investigating and elaborating R^\heartsuit , a type of didactic devices called *study and research paths*.

Content and structure of this issue

In this issue of the Revista *Educação Matemática Pesquisa* we will present the papers prepared by researchers interested in the framework of ATD, which have been prepared from their contributions to the fifth International Congress of ATD. The objectives of this congress were:

- to draw up an updated report of the overall results and progress of the ATD, with regard to both fundamental research and the development of education and training systems;
- to draw up a research programme on the most relevant open problems, either in relation to the difficulties affecting education systems or in relation to the development of didactics as a scientific discipline;
- to identify and study the specific problems posed by the extension of the conceptual and methodological tools of ATD to other fields of activity.

The articles that we present appear grouped around the four axes that we explain in the following sections. In each of these axes it should be pointed out that the *paradigm of questioning the world* has a very outstanding importance.

Axis 1. ATD against other approaches in didactics

This traditional axis aims to situate the current contributions and trends of the ATD in relation to the “learning continent” at the national and international levels. It calls for an open and dynamic balance of recent experiences and different investigative perspectives, and this in multiple disciplinary areas. In particular, works are included in this axis that show how the ATD allows approaching and modeling other approaches in didactics, analysing the relations between the respective research praxeologies and giving account of their proximities and distances.

All didactics approaches are characterized by the assumption of a particular didactic paradigm and ATD proposes the *paradigm of questioning the world*. This will allow us to compare the

different theoretical approaches in didactics based on the didactical paradigms that they make their own.

Axis 2. Praxeological analysis as a tool for analysis and didactic engineering

This second axis deals with the question of the content of teaching and learning. What is there to know about this content? This question concerns both the researcher and the teacher, as well as the student and even the citizen or professional. In response, this axis 2 associates a fundamental type of questioning with a formative type of questioning, both at an individual level and at the level of training and research collectives: what would a praxeological (or epistemological) reference model (MPR) of the knowledge of which the conditions and restrictions of diffusion are studied be for the researcher? How to determine, construct, and use such an MPR?

This axis emphasizes a double movement. The first classically consists of articulating the praxeological analysis of the work at stake with the *didactic or engineering analysis* work. The structure and operation of the work studied is identified in order to release the limitations it imposes and to bring up to date the conditions it leaves open and which can be exploited. The second movement is, in a certain way, inverse to the previous one: the deepening in the praxeological analysis of a work implies the didactic analysis of its institutional genesis through the successive *transpositions* that have affected it: Where does it come from? Why is it there? What transformations, amputations, additions, denaturalisations, regenerations has it undergone, why and how? This transpositive questioning has today a renewed interest due to the need to adapt the classical forms of dissemination of knowledge to the demands of the *paradigm of questioning the rapidly developing world*. Thus, the paradigm of questioning the world determines and conditions didactic engineering, since the entire research methodology of ATD is aimed at elaborating instruments to design and manage study and research paths.

Axis 3. Questioning the world: progress towards a new paradigm

Axis 3 refers to the change, still poorly assumed, that affects the *paradigm of school study*. It refers to a research topic that has been actively pursued for several years, that of the historical transition from the classical paradigm of school study (based on successive access to knowledge, often tackled abruptly, that an essential part of the work of didactics has consisted until now in making appear as tools to answer significant questions) to a didactic paradigm in emergency, where, ideally, one would start from a question to provide an answer, without prejudice to the tools of all kinds that will have to be studied and used in the manufacture of such a response. In this *paradigm of the questioning of the world*, where the notions of *research* (on a given question) and *study and research path* (SRP) stand out, the works of culture do not disappear in any way: they acquire a more authentic functional role from the praxeological point of view, which obliges us to study a given work, in synergy with other works, with the expected *aim* of taking advantage of it in order to provide an adequate, albeit partial, answer to a question or to a set of questions (which then constitutes a fragment of the “programme” of study). Taking these considerations into account, this axis should, in particular, welcome articles that participate in the modelling and critical study, from ATD, of the notion of *inquiry-based teaching* and its local adaptations (such as, in the French case, the “official” notion of *démarche d’investigation*).

Axis 4. Teacher training in the face of the challenge of professionalising the teaching profession: contributions from ATD

Axis 4 has as its hard core the study of teaching professions, within a school, university or professional framework. It is based on two main concepts. The first key concept is that of *profession*, provided that all those involved in the teaching of this or that discipline are subsumed under this expression, that is to say, taking the case of school education, not only the teachers themselves, who form the bulk of the troop, but also the associative or union activists who have to know this teaching, and also the teacher trainers, the inspectors, the ministerial officials responsible for the education in question, to whom, in particular, the researchers on the teaching of the discipline in question are added. The second key concept is that of the *problem of the profession*, which refers to the difficulties encountered in the practise of the profession or identified through the observation and analysis of the conditions and restrictions of this profession and recognized by at least part of the members of this profession as problems, that is, as objective difficulties (even if lived subjectively), worthy of the collective mobilization of certain resources of the profession.

In this area of teacher training, ATD proposes, for example, a model of teaching device called the *Study and Research Path for Teacher Education* (SRP-TE), which is an extension and adaptation of SRPs in teaching. In this case, the generative question of the SRP-TE will arise from all the *problems of the teaching profession*. Obviously, as in the case of the REI, the structure and dynamics of this new training device is totally conditioned by the way of interpreting mathematical education provided by the *paradigm of questioning the world*.

El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza

TOMÁS ÁNGEL SIERRA DELGADO³

La *teoría antropológica de lo didáctico* (TAD) es uno de los enfoques que tiene un mayor reconocimiento en la investigación didáctica a nivel internacional⁴.

Dentro del marco de la TAD, los investigadores en didáctica para poder analizar, estudiar y evaluar lo didáctico han elaborado un *modelo didáctico de referencia*. Así, tanto para la actividad matemática como para la actividad didáctica se dispone de la noción de praxeología, en un caso *praxeología matemática* y, en el otro, *praxeología didáctica*. Además, se enfatiza la fuerte interrelación que existe entre ambos tipos de actividades dentro de un sistema didáctico.

Un *sistema didáctico* viene designado por $S(X; Y; O)$ donde el par $(X; Y)$ forma la comunidad de estudio de la obra O . El conjunto de personas que quieren estudiar O viene representado por X , mientras que Y es el conjunto de personas que desean ayudar a X a estudiar O . Un ejemplo de sistema didáctico es el que todos conocemos como *sistema didáctico escolar* donde X es el conjunto de alumnos de una clase e Y suele estar formado por un solo profesor, el profesor de la asignatura de la que forma parte la obra que desean estudiar.

Uno de los trabajos que debe realizar el investigador en didáctica es analizar el modelo dominante de sistema didáctico presente en las instituciones educativas actuales. Este análisis permite, por un lado, detectar algunos de los fenómenos didácticos más importantes relacionados con el estudio de una obra determinada. Y, por otro lado, elaborar un modelo alternativo de sistema didáctico que permita hacer frente a dichos fenómenos identificados.

Así, muchos de los fenómenos didácticos detectados en distintas investigaciones realizadas dentro de la TAD están relacionados con un paradigma didáctico dominante que Chevallard (2013) llama *paradigma de la visita de las obras*. Este paradigma didáctico se caracteriza porque el estudio de las obras se lleva a cabo de modo que el profesor las presenta como si fueran monumentos que los estudiantes deben admirar y disfrutar, e incluso “amar”, aunque no sepan cuáles son las cuestiones a las que responden. Para describir este paradigma se utiliza el esquema herbartiano:

$$[S(X; y; O) \rightsquigarrow M_y] \rightsquigarrow R$$

Aquí la comunidad de estudio viene representada por el par $(X; y)$ donde X es el conjunto de estudiantes e y el profesor que presenta la obra O a los estudiantes mediante un discurso. Para ello, el profesor y ha debido elaborar previamente la respuesta R a la que responde la obra O , utilizando el medio M_y . Además, O como cualquier obra humana

³ Dpto. Didáctica de Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, España
E-mail: tomass@edu.ucm.es

⁴ Sirva como ejemplo, el premio Hans Freudenthal concedido a Yves Chevallard por la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) el año 2009 por toda la labor de casi 30 años dentro de un programa de investigación en Didáctica de las Matemáticas, primero a partir de 1980 sobre la transposición didáctica y posteriormente, a partir de 1990, desarrollando la teoría antropológica de lo didáctico.

siempre ha debido surgir como respuesta a una o varias cuestiones, pero este caso dichas cuestiones están ausentes.

Para hacer frente a este paradigma didáctico dominante, dentro de la TAD ha surgido un paradigma alternativo, que lo incluye, y que se denomina *paradigma del cuestionamiento del mundo* y viene designado mediante el esquema herbartiano del siguiente modo:

$$[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$$

Ahora la obra u obras a estudiar se presentan en forma de cuestiones Q . La comunidad de estudio formada por $(X; Y)$ pretende encontrar una respuesta R^\heartsuit , a la cuestión Q , utilizando un medio didáctico M más rico, formado por:

- R_i^\diamond que son las posibles respuestas, ya construidas y etiquetadas, a la cuestión Q .
- O_j que son las obras útiles para deconstruir y reconstruir las respuestas R_i^\diamond ,
- Q_k que son cuestiones derivadas de la estudio de Q ,
- D_l que son *corpus de datos* de varios tipos que son cruciales para la investigación empírica.

De manera que, en este caso, el medio didáctico

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, O_{m+2}, \dots, O_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_p, D_{p+1}, D_{p+2}, \dots, D_q\}$$

además de ser mucho más rico, podrá utilizarse para construir, validar y difundir la respuesta construida R^\heartsuit .

La TAD propone como modelo de proceso didáctico que permite indagar y elaborar R^\heartsuit , un tipo de dispositivos didácticos denominados *recorridos de estudio e investigación*.

Contenido y estructura de este número

En este número de la Revista *Educação Matemática Pesquisa* presentaremos trabajos de investigadores interesados en el marco de TAD, que han sido elaborados a partir de sus aportaciones al quinto Congreso Internacional de la TAD. Los objetivos de dicho congreso fueron:

- establecer un balance actualizado del conjunto de resultados y progresos de la TAD, tanto respecto a la investigación fundamental como al desarrollo de los sistemas de enseñanza y de formación;
- elaborar un programa de investigación en torno a los problemas abiertos más relevantes, ya sea en relación con las dificultades que afectan a los sistemas educativos o con el desarrollo de la didáctica como disciplina científica;
- identificar y estudiar los problemas específicos planteados por la extensión a otros ámbitos de actividad de las herramientas conceptuales y metodológicas de la TAD.

Los artículos que presentamos aparecen agrupados en torno a los cuatro ejes que explicamos en los siguientes apartados. En cada uno de dichos ejes cabe señalar que el *paradigma del cuestionamiento del mundo* tiene una importancia muy destacada.

Eje 1. La TAD ante otros enfoques en didáctica

Este eje tradicional tiene como objetivo permitir situar las aportaciones y las tendencias actuales de la TAD en relación con el “continente didáctico”, en los planos nacional e internacional. Reclama un balance abierto y dinámico de las experiencias recientes y de las distintas perspectivas de investigación, y esto en múltiples áreas disciplinares. En particular, se inscriben en este eje trabajos que muestran cómo la TAD permite abordar y modelizar otros enfoques en didáctica, analizando las relaciones entre las respectivas praxeologías de investigación y dando cuenta de sus proximidades y distanciamientos.

Todo enfoque en didáctica viene caracterizado porque asume un paradigma didáctico determinado y la TAD propone el *paradigma del cuestionamiento del mundo*. Ello nos va a permitir comparar los diferentes enfoques teóricos en didáctica a partir de los paradigmas didácticos que hacen suyos.

Eje 2. El análisis praxeológico como herramienta de análisis e ingeniería didáctica

Este segundo eje aborda la cuestión del contenido de la enseñanza y el aprendizaje. ¿Qué hay que saber sobre este contenido? Esta pregunta atañe tanto al investigador como al profesor, al alumno e incluso al ciudadano o profesional. Como respuesta, este eje 2 asocia un cuestionamiento de tipo fundamental con un cuestionamiento de tipo formativo, tanto a nivel individual como de los colectivos de formación y de investigación: ¿qué sería, para el investigador, un modelo praxeológico (o epistemológico) de referencia (MPR) del saber del que se estudian las condiciones y restricciones de difusión? ¿Cómo determinar, construir, utilizar tal MPR?

Este eje pone el énfasis en un doble movimiento. El primero consiste clásicamente en articular el análisis praxeológico de la obra que está en juego con el trabajo de *análisis didáctico o el de ingeniería*. Se identifica la estructura y el funcionamiento de la obra estudiada para liberar las limitaciones que esta impone y para poner al día las condiciones que deja abiertas y que se podrán explotar. El segundo movimiento es, en cierta manera, inverso al anterior: la profundización en el análisis praxeológico de una obra implica el análisis didáctico de su génesis institucional a través de las *transposiciones* sucesivas que lo han afectado: ¿De dónde viene? ¿Por qué está allí? ¿Qué transformaciones, amputaciones, añadiduras, desnaturalizaciones, regeneraciones ha sufrido, por qué y cómo? Este cuestionamiento transpositivo tiene hoy un interés renovado debido a la necesidad de adaptar las formas clásicas de difusión del conocimiento a las exigencias del *paradigma del cuestionamiento del mundo* en fuerte desarrollo. Así el paradigma del cuestionamiento el mundo determina y condiciona la ingeniería didáctica puesto que toda la metodología de investigación de la TAD está dirigida a elaborar instrumentos para diseñar y gestionar los recorridos de estudio e investigación.

Eje 3. Cuestionar el mundo: avances hacia un nuevo paradigma

El eje 3 remite al cambio, todavía mal asumido, que afecta al *paradigma del estudio escolar*. Se refiere a un tema de investigación trabajado activamente desde hace varios años, el de la transición histórica del paradigma clásico del estudio escolar (basado en el acceso sucesivo a los saberes,

abordados a menudo bruscamente, que una parte esencial del trabajo de los didácticos ha consistido hasta aquí en hacer aparecer como herramientas de respuesta a cuestiones significativas) a un paradigma didáctico en emergencia, donde, de forma ideal, se partiría de una cuestión para aportarle respuesta, sin perjuicio de las herramientas de todo tipo que deberán ser estudiadas y usadas en la fabricación de dicha respuesta. En este *paradigma del cuestionamiento del mundo*, donde destacan las nociones de *investigación* (sobre una cuestión dada) y de *recorrido de estudio y de investigación* (REI) las obras de la cultura no desaparecen de ninguna manera: adquieren un papel funcional más auténtico desde el punto de vista praxeológico, que obliga a estudiar una obra dada, en sinergia con otras obras, con la *finalidad* esperada de sacar provecho para proporcionar una respuesta adecuada, aunque parcial, a una cuestión o a un conjunto de cuestiones (que constituye entonces un fragmento del “programa” de estudio). Tomando en cuenta estas consideraciones, este eje debe, particularmente, acoger trabajos que participen en la modelización y el estudio crítico, desde la TAD, de la noción de *inquiry-based teaching* y sus adaptaciones locales (como, en el caso francés, la noción “oficial” de *démarche d’investigation*).

Eje 4. La formación docente ante el reto de la profesionalización del oficio de profesor: aportes de la TAD

El eje 4 tiene como núcleo duro el estudio de las profesiones docentes, en un marco escolar, universitario o profesional. Se apoya sobre dos conceptos principales. El primer concepto clave es el de *profesión*, a condición de subsumir bajo esta expresión al conjunto de los actores de la enseñanza de tal o cual disciplina, es decir, tomando el caso de las enseñanzas escolares, no sólo los profesores mismos, que forman al grueso de la tropa, sino también los militantes asociativos o sindicales que tienen que conocer esta enseñanza, y también los formadores de profesores, los inspectores, los responsables ministeriales de la enseñanza considerada, a quienes se añaden particularmente los investigadores sobre la enseñanza de la disciplina considerada. El segundo concepto clave es el del *problema de la profesión*, que reenvía a las dificultades encontradas en el ejercicio del oficio o identificadas mediante la observación y el análisis de las condiciones y de las restricciones de este oficio y reconocidas por al menos una parte de la profesión como problemas, es decir, como dificultades objetivas (incluso si se viven subjetivamente), dignas de la movilización colectiva de ciertos recursos de la profesión.

En este ámbito de la formación del profesorado, la TAD propone, por ejemplo, un modelo de dispositivo didáctico denominado *recorrido de estudio e investigación para la formación de profesores* (REI-FP), que constituye una ampliación y adaptación de los REI en la enseñanza. En este caso, la cuestión generatriz del REI-FP va a surgir del conjunto de *problemas de la profesión* de profesor. Obviamente, al igual que en el caso de los REI, la estructura y la dinámica de este nuevo dispositivo de formación está totalmente condicionada por la forma de interpretar la educación matemática que proporciona el *paradigma del cuestionamiento del mundo*.

Le paradigme de questionnement du monde dans la recherche et l'enseignement

TOMAS ÁNGEL SIERRA DELGADO⁵

La théorie anthropologique du didactique (TAD) est l'une des approches parmi les plus reconnues dans la recherche didactique au niveau international⁶.

Dans le cadre de la TAD, les chercheurs en didactique ont développé la notion de *modèle didactique de référence* afin d'analyser, étudier et évaluer le didactique. Ainsi, tant pour l'activité mathématique que pour l'activité didactique, on dispose de la notion de praxéologie, dans un cas la *praxéologie mathématique* et, dans l'autre, la *praxéologie didactique*. En outre, l'accent est mis sur la forte interrelation qui existe entre les deux types d'activités au sein d'un système didactique. Un *système didactique* est désigné par $S(X; Y; O)$ où la paire $(X; Y)$ forme la communauté d'étude de l'œuvre O . L'ensemble des personnes qui veulent étudier O est représenté par X , tandis que Y est l'ensemble des personnes qui veulent aider X à étudier O . Un exemple de système didactique est ce que nous connaissons tous comme un *système didactique scolaire* où X est l'ensemble des élèves dans une classe et Y est généralement composé d'un seul professeur, le professeur de la discipline dont relève le sujet qu'ils veulent étudier.

L'une des tâches du chercheur en didactique est d'analyser le modèle dominant du système didactique présent dans les établissements d'enseignement actuels. Cette analyse permet, d'une part, de détecter certains des phénomènes didactiques les plus importants liés à l'étude d'une œuvre donnée ; elle permet d'autre part, d'élaborer un modèle alternatif de système didactique qui permette de faire face à ces phénomènes.

Ainsi, bon nombre des phénomènes didactiques détectés dans les différentes enquêtes menées au sein de la TAD sont liés à un paradigme didactique dominant que Chevallard (2013) appelle le *paradigme de la visite des œuvres*. Ce paradigme didactique se caractérise par le fait que l'étude des œuvres se fait de telle sorte que l'enseignant les présente comme des monuments que les élèves doivent admirer et apprécier, et même « aimer », même s'ils ne savent pas quelles sont les questions auxquelles ils répondent.

Pour décrire ce paradigme, on utilise le schéma herbartien :

$$[S(X; y; O) \rightarrow M_y] \rightarrow R$$

Ici, le collectif d'étude est représentée par $[X; y]$, où X est l'ensemble des élèves et y l'enseignant qui présente l'œuvre O aux élèves, généralement de façon discursive. Pour ce faire, l'enseignant y a dû préalablement élaborer la réponse R à laquelle répond l'œuvre O , en utilisant le milieu M_y . Bien sûr O , comme toute œuvre humaine, a dû surgir comme une réponse à une ou plusieurs questions ; dans toute étude menée dans le cadre de ce paradigme didactique, ces questions sont absentes, ou, au mieux, évoquées sans être dûment étudiées.

⁵ Département de didactique des sciences expérimentales, sociales et mathématiques, Universidad Complutense de Madrid, Espagne, e-mail : tomass@edu.ucm.es

⁶ Ainsi, le prix Hans Freudenthal a été décerné à Yves Chevallard par l'*International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) en 2009 pour l'ensemble des travaux menés depuis près de 30 ans dans le cadre d'un programme de recherche en didactique des mathématiques, consacré, dans les années 1980, à la transposition didactique et ensuite, à partir de 1990, au développement de la théorie anthropologique de la didactique.

Pour faire face à ce paradigme didactique dominant, un paradigme alternatif a émergé au sein du TAD, le *paradigme du questionnement du monde*, qui inclut le paradigme dominant et est désigné par le schéma herbartien de la manière suivante :

$$[S(X; Y; Q) \leftrightarrow M] \rightsquigarrow R^\heartsuit$$

Maintenant, le ou les travaux à étudier sont présentés sous forme de questions Q . Le collectif d'étude formée par $[X; Y]$ vise à trouver une réponse R^\heartsuit à la question Q , en utilisant un milieu didactique M plus riche, formé par :

- R_i^\diamond qui sont les réponses possibles, déjà construites et étiquetées, validées, marquées d'un « poinçon », à la question Q .
- O_j qui sont des œuvres utiles pour déconstruire et reconstruire les réponses R_i^\diamond ,
- Q_k qui sont des questions découlant de l'étude de Q ,
- D_l qui sont des *corpus de données* de différents types, cruciaux pour la recherche empirique.

Donc, dans ce cas, le milieu didactique

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, O_{m+2}, \dots, O_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_p, D_{p+1}, D_{p+2}, \dots, D_q\}$$

est non seulement beaucoup plus riche, mais peut être utilisé pour construire, valider et diffuser la réponse construite R^\heartsuit .

La TAD propose comme modèle de processus didactique qui permet d'étudier et d'élaborer R^\heartsuit , un type de dispositifs didactiques appelés *parcours d'étude et de recherche*.

Contenu et structure de ce numéro

Dans ce numéro de la revue *Educação Matemática Pesquisa*, nous présentons des articles de chercheurs travaillant dans le cadre de la TAD, élaborés à partir de leurs contributions au cinquième Congrès international sur la TAD. Les objectifs de ce congrès étaient :

- d'établir un bilan actualisé des résultats globaux et des progrès de la TAD, tant en ce qui concerne la recherche fondamentale que le développement des systèmes d'éducation et de formation ;
- d'élaborer un programme de recherche sur les problèmes ouverts les plus pertinents, soit en relation avec les difficultés affectant les systèmes éducatifs, soit en relation avec le développement de la didactique en tant que discipline scientifique ;
- identifier et étudier les problèmes spécifiques posés par l'extension des outils conceptuels et méthodologiques de la TAD à d'autres domaines d'activité.

Les articles que nous présentons sont regroupés autour des quatre axes que nous détaillons dans les sections suivantes. Dans chacun de ces axes, il faut souligner que le *paradigme du questionnement du monde* a une importance toute particulière.

Axe 1. La TAD par rapport à d'autres approches en didactique

L'objectif de cet axe désormais traditionnel est de situer les apports et les tendances actuelles de la TAD par rapport au « continent didactique » au plan national et international. Il doit permettre de réaliser un bilan ouvert et dynamique des expériences récentes et des différentes perspectives de recherche en associant de nombreux domaines disciplinaires.

En particulier cet axe a vocation à accueillir des travaux qui, en analysant les relations entre les différentes praxéologies de recherche et rendant compte de leurs différences et proximités, montrent comment la TAD permet d'aborder et de modéliser d'autres approches en didactique.

Axe 2. L'analyse pragmatique comme outil d'analyse et d'ingénierie didactique

Ce deuxième axe traite de la question du contenu de l'enseignement et de l'apprentissage : qu'y a-t-il à savoir sur ce contenu ? Cette question concerne à la fois le chercheur et l'enseignant, l'étudiant et même le citoyen ou le professionnel. En réponse, cet axe 2 associe un type fondamental de questionnement à un type formatif de questionnement, tant au niveau individuel qu'au niveau des collectifs de formation et de recherche : que serait un modèle praxéologique (ou épistémologique) de référence (MPR) de la connaissance dont les conditions et contraintes de diffusion sont un objet d'étude pour le chercheur ? Comment déterminer, construire, utiliser un telle MPR ?

Cet axe souligne l'intérêt d'un double mouvement. Le premier consiste classiquement à articuler l'analyse praxéologique de l'œuvre en jeu avec un travail d'*analyse didactique ou d'ingénierie*. La structure et le fonctionnement de l'œuvre étudiée sont identifiés afin de dégager les limites qu'elle impose et de mettre à jour les conditions qu'elle laisse ouvertes et qui peuvent être exploitées. Le second mouvement est, d'une certaine manière, inverse au précédent : l'approfondissement de l'analyse praxéologique d'une œuvre implique l'analyse didactique de sa genèse institutionnelle à travers les *transpositions* successives qui l'ont affectée : d'où vient-elle ? Pourquoi est-elle là ? Quelles transformations, amputations, additions, dénaturalisations, régénérations a-t-elle subies, pourquoi et comment ? Ce questionnement transpositif a aujourd'hui un intérêt renouvelé du fait de la nécessité d'adapter les formes classiques de diffusion du savoir aux exigences du *paradigme du questionnement du monde* en développement rapide. Ainsi, le paradigme du questionnement du monde détermine et conditionne l'ingénierie didactique, puisque l'ensemble de la méthodologie de recherche du TAD vise à élaborer des instruments pour concevoir et mettre en œuvre des parcours d'étude et de recherche.

Axe 3. Questionner le monde : progresser vers un nouveau paradigme

L'axe 3 est consacré à un changement dont la prise en charge reste imparfaite, changement qui touche au *paradigme de l'étude scolaire*. Il s'agit là d'un thème de recherche exploré activement depuis plusieurs années, celui de la transition historique du paradigme classique de l'étude scolaire (fondé sur l'accès successif à des connaissances, souvent abordées sans rime ni raison, et qu'une partie essentielle du travail de recherche en didactique a consisté jusqu'à présent à faire apparaître comme des outils pour répondre à des questions significatives) vers un paradigme didactique émergent dans lequel il conviendrait, dans l'idéal, de partir d'une question et de chercher à lui apporter une réponse, sans préjuger des outils de tous types qui devraient être étudiés et utilisés au cours de l'élaboration de cette réponse. Dans ce paradigme du questionnement du monde, où se détachent les notions d'*enquête* (sur une question donnée) et de *parcours d'étude et de recherche* (PER), les œuvres de la culture commune ne disparaissent en aucune façon : elles en viennent à jouer un rôle plus authentiquement fonctionnel du point de vue praxéologique, dans la mesure où l'étude d'une œuvre donnée, en synergie avec d'autres œuvres, devient une étape nécessaire pour réaliser le but attendu : l'élaboration d'une réponse adéquate, sinon complète, à une question ou à un ensemble de questions (qui constitue alors un fragment du « programme » d'étude). De ce point de vue, cet axe devra accueillir en particulier des

présentations de travaux qui œuvrent à la modélisation et à l'étude critique, dans le cadre de la TAD, de la notion d'*inquiry-based teaching* et de ses adaptations locales (comme, dans le cas français, la notion « officielle » de *démarche d'investigation*).

Axe 4. La formation des enseignants face au défi de la professionnalisation de la profession : contributions de la TAD

L'axe 4 a pour noyau dur l'étude des métiers de l'enseignement, dans un cadre scolaire, universitaire ou professionnel. Elle repose sur deux concepts principaux. Le premier concept clé est celui de *profession*, à condition que toutes les personnes impliquées dans l'enseignement de telle ou telle discipline soient regroupées sous cette expression, c'est-à-dire en prenant le cas de l'enseignement scolaire, non seulement les enseignants eux-mêmes, qui constituent l'essentiel de la troupe, mais aussi les militants associatifs ou syndicaux qui doivent connaître cet enseignement, et aussi les formateurs, inspecteurs, fonctionnaires responsables de l'enseignement en question, auxquels sont ajoutés notamment les chercheurs en didactique de la discipline en question. Le deuxième concept clé est celui de *problème de la profession*, qui renvoie aux difficultés rencontrées dans l'exercice de la profession ou identifiées à travers l'observation et l'analyse des conditions et contraintes de cette profession, et reconnues par au moins une partie de la profession comme problématiques, c'est-à-dire comme difficultés objectives (même si vécues subjectivement), méritant la mobilisation collective de certaines ressources de la profession.

Dans ce domaine de la formation des enseignants, la TAD propose, par exemple, un modèle de dispositif pédagogique appelé PER-FP (*Parcours d'étude et recherche pour la formation des professeurs*) qui est un prolongement et une adaptation des PER dans l'enseignement. Dans ce cas, la question génératrice d'un PER-FP provient de l'un des *problèmes de la profession* de professeur. Évidemment, comme dans le cas du PER, la structure et la dynamique de ce nouveau dispositif de formation sont totalement conditionnées par la manière d'interpréter l'éducation mathématique fournie par le *paradigme du questionnement du monde*.

O paradigma do questionamento do mundo na pesquisa e no ensino

TOMÁS ÁNGEL SIERRA DELGADO⁷

A *teoria antropológica do didático* (TAD) é uma das abordagens que tem um maior reconhecimento na pesquisa didática a nível internacional⁸.

No âmbito da TAD, pesquisadores em didática, para poderem analisar, estudar e avaliar o didático desenvolveram um *modelo didático de referência*. Assim, tanto para a atividade matemática quanto para a atividade didática, dispõe-se da noção de praxeologia, em um caso, de *praxeologia matemática*, e em outro, de *praxeologia didática*. Além disso, enfatiza-se a forte inter-relação de ambos os tipos de atividades dentro de um sistema didático.

Um *sistema didático* é designado por $S(X; Y; O)$ onde o par $(X; Y)$ forma a comunidade de estudo da obra O . O conjunto de pessoas que querem estudar O são representados por X , enquanto que Y é o conjunto de pessoas que querem ajudar X a estudar O . Um exemplo de um sistema didático é o que todos nós conhecemos como um *sistema didático escolar* onde X é o grupo de alunos de uma classe e Y é geralmente formado por um único professor, o professor da disciplina de que forma parte a obra que desejam estudar.

Um dos trabalhos que o pesquisador deve fazer em didática é analisar o modelo dominante do sistema didático presente nas instituições educacionais atuais. Essa análise permite, por um lado, detetar alguns dos mais importantes fenômenos didáticos relacionados com o estudo de uma determinada obra. Y , por outro lado, desenvolve um modelo alternativo de sistema didático que permita lidar com esses fenômenos identificados.

Assim, muitos dos fenômenos didáticos detetados em várias pesquisas realizadas no âmbito da TAD estão relacionados com um paradigma didático dominante que Chevallard (2013) chama de *paradigma da visita das obras*. Este paradigma didático é caracterizado pelo fato de o estudo das obras ser realizado de modo que o professor os apresente como se fossem monumentos que os alunos devem admirar e desfrutar, e até mesmo "amar", mesmo que não saibam quais são as perguntas a que respondem.

Para descrever esse paradigma, usa-se o esquema herbartiano:

$$[S(X, y, O) \rightsquigarrow M_y] \rightsquigarrow R$$

Aqui a comunidade de estudo é representada pelo par (X, y) em que X é o conjunto de alunos e y o professor que apresenta a obra O aos alunos por meio de um discurso. Para este fim, o professor y teve que pré-elaborar a resposta R a que responde a obra O , usando o meio M_y . Além disso, O como qualquer obra humana, sempre surgiu em resposta a uma ou mais questões, mas neste caso, estas questões estão ausentes.

⁷ Dpto. Didáctica de Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, España, tomass@edu.ucm.es.

⁸ Serve como exemplo, o prêmio Hans Freudenthal concedido a Yves Chevallard pela Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI) no ano de 2009 para todo o trabalho de quase 30 anos dentro de um programa de pesquisa em didática da matemática, primeiro a partir de 1980 sobre a transposição didática e, posteriormente, de 1990, desenvolvendo a teoria antropológica do didático.

A fim de lidar com este paradigma didático dominante, no âmbito da TAD, surgiu um paradigma alternativo, que o inclui, e é chamado de *paradigma do questionamento do mundo* e designado pelo esquema herbartiano como segue:

$$[S(X, Y, Q) \rightarrow M] \rightsquigarrow R^\heartsuit$$

Agora, a obra ou as obras a estudar são apresentadas na forma de perguntas Q . A comunidade de estudo formada por (X, Y) pretende encontrar uma resposta R^\heartsuit , às perguntas Q , usando um meio didático M mais rico, formado por:

- R_i^\diamond que são as possíveis respostas, já construídas e rotuladas, à questão Q .
- O_j que são as obras para desconstruir e reconstruir as respostas R_i^\diamond ,
- Q_k que são questões derivadas do estudo de Q ,
- D_l que são *corpus de dados* de vários tipos que são cruciais para a pesquisa empírica.

Assim, neste caso, o meio didático

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_m^\diamond, O_{m+1}, O_{m+2}, \dots, O_n, Q_{n+1}, Q_{n+2}, \dots, Q_p, D_{p+1}, D_{p+2}, \dots, D_q\}$$

Além de ser muito mais rico, poderá ser usado para construir, validar e divulgar a resposta construída R^\heartsuit .

A TAD propõe como modelo de proceso didáctico que permite indagar e elaborar R^\heartsuit , um tipo de dispositivos didácticos denominados por *percursos de estudo e pesquisa*.

Conteúdo e estrutura deste número especial

Nesta edição da revista *Educação Matemática Pesquisa*, apresentamos os trabalhos elaborados por pesquisadores, interessados no âmbito da TAD, que foram desenvolvidos a partir de suas contribuições para o quinto Congresso Internacional da TAD. Os objetivos deste Congresso foram:

- Estabelecer uma avaliação atualizada do conjunto dos resultados e progressos da TAD, tanto no que diz respeito à pesquisa fundamental como ao desenvolvimento de sistemas de ensino e formação;
- Desenvolver um programa de investigação sobre os problemas abertos mais relevantes, seja em relação às dificuldades que afetam os sistemas educativos, assim como ao desenvolvimento da didática como disciplina científica;
- Identificar e estudar os problemas específicos colocados pela extensão para outras áreas de atividade dos instrumentos conceituais e metodológicos da TAD.

Os artigos que apresentamos aparecem agrupados em torno dos quatro eixos que explicamos nas seções a seguir. Em cada um desses eixos deve-se notar que o *paradigma do questionamento do mundo* tem uma importância muito destacada.

Eixo 1. A TAD antes de outras abordagens na didática

Este eixo tradicional tem como objetivo permitir situar as atuais contribuições e tendências da TAD em relação ao "continente didático", a nível nacional e internacional. Apela a um equilíbrio aberto e dinâmico de experiências recentes e de diferentes perspectivas de investigação, e isto em múltiplas áreas disciplinares. Em particular, incluem-se neste eixo os trabalhos que mostram como o TAD permite abordar e modelar outras abordagens da didática, analisando as relações entre as respectivas praxeologias de pesquisa e tomando em consideração as suas proximidades e os seus distanciamentos. Qualquer abordagem em didática vem caracterizada porque assume um paradigma didático específico e a TAD propõe o *paradigma do questionamento do mundo*. Isso nos permitirá comparar as diferentes abordagens teóricas em didática a partir dos paradigmas didáticos que fazem seus próprios.

Eixo 2. A análise praxeológica como ferramenta de análise e engenharia didática

Este segundo eixo aborda a questão do conteúdo do ensino e da aprendizagem. O que há para saber sobre este conteúdo? Esta pergunta concerne tanto o pesquisador como o professor, bem como o aluno e inclusivamente o cidadão ou o profissional. Como resposta, este eixo 2 associa um questionamento de tipo fundamental com um questionamento de tipo formativo, tanto a nível individual quanto dos grupos de formação e de pesquisa: O que seria, para o pesquisador, um modelo praxeológico (ou epistemológico) de referência (MPR) do saber de que se estudam as condições e restrições de difusão? Como determinar, construir, usar tal MPR?

Este eixo coloca a ênfase em um duplo movimento. O primeiro consiste em articular a análise praxeológica da obra que está em jogo com o trabalho de *análise didática ou de engenharia*. Identifica-se a estrutura e o funcionamento da obra estudada para libertar as limitações que isso impõe e para pôr em dia as condições deixadas abertas e que podem ser exploradas. O segundo movimento é, de certa forma, inverso do anterior: o aprofundamento na análise praxeológica de uma obra implica a análise didática de sua gênese institucional através das sucessivas *transposições* que a afetaram: De onde vem? Por que está lá? Que transformações, amputações, adições, desnaturações, regenerações sofreram, porquê e como? Este questionamento transpositivo tem hoje um interesse renovado devido à necessidade de adaptar as formas clássicas de difusão do conhecimento às demandas do *paradigma do questionamento do mundo* em forte desenvolvimento. Assim, o paradigma de questionamento do mundo determina e condiciona a engenharia didática, uma vez que toda a metodologia de pesquisa da TAD tem como objetivo desenvolver ferramentas para projetar e gerenciar os percursos de estudo e pesquisa.

Eixo 3. Questionando o mundo: progresso rumo a um novo paradigma

O eixo 3 refere-se à mudança, ainda mal assumida, que afeta o *paradigma do estudo escolar*. Refere-se a um tema de pesquisa ativo há vários anos, o da transição histórica do paradigma clássico do estudo escolar (baseado no acesso sucessivo aos saberes, muitas vezes, abordado abruptamente, que uma parte essencial do trabalho dos didáticos

consistiu até aqui em fazer aparecer como ferramentas de resposta a questões significativas) para um paradigma didático em emergência, em que, de forma ideal, partir-se-ia de uma questão a que buscar-se-ia uma resposta, sem prejuízo de todos os tipos de ferramentas que devem ser estudadas e utilizadas na fabricação de tal resposta. Neste paradigma do questionamento do mundo, em que enfatizam-se as noções de *investigação* (em uma dada questão) e de *percursos de estudo e pesquisa* (PEP), as obras da cultura não desaparecem de maneira alguma: adquirem um papel funcional mais autêntico do ponto de vista praxeológico, que obriga a estudar uma determinada obra, em sinergia com outras obras, com a *finalidade* de aproveitar para fornecer uma resposta adequada, mesmo parcial, a uma pergunta ou um conjunto de perguntas (que constitui, então, um fragmento do "programa" de estudo). Tendo em conta estas considerações, este eixo deveria ser, particularmente, o lugar de apresentações de obras que participam de modelação e estudo crítico, no âmbito da TAD, da noção de *inquiry-based teaching* e suas adaptações locais (como, o caso do francês, a noção "oficial" de *démarche de recherche scientifique* (*abordagem de investigação científica*)).

Eixo 4. A formação de professores perante o desafio de profissionalizar a profissão de professor: contribuições da TAD

O eixo 4 tem como núcleo duro o estudo das profissões docentes, no contexto escolar, universitário ou profissional. Apoiar-se em dois conceitos principais. O primeiro conceito-chave é o da *profissão*, entendendo esta expressão como o conjunto dos atores do ensino de tal ou daquela disciplina, isto é, tomando o caso dos ensinamentos escolásticos, não só os próprios professores, que formam a maior parte da tropa, mas também os militantes associativos ou sindicais que têm de conhecer este ensinamento, e também os formadores de professores, os inspetores, os gestores ministeriais da educação considerada, a quem são particularmente acrescidos os pesquisadores sobre o ensino da disciplina considerada. O segundo conceito-chave é o do *problema da profissão*, que se refere às dificuldades encontradas no exercício do ofício ou identificado por meio da observação e análise das condições e restrições deste ofício e reconhecida por, pelo menos, parte da profissão como problemas, ou seja, como dificuldades objetivas (mesmo que sejam subjetivamente vividas), dignas da mobilização coletiva de certos recursos da profissão.

No âmbito da formação de professores, a TAD propõe um modelo de dispositivo didático, os *percursos de estudo e pesquisa para a formação de professores* (PEP-FP), que constituem uma ampliação e adaptação do PEP. Neste caso, a questão geradora do PEP-FP surgirá do conjunto de *problemas da profissão* de professor. Obviamente, como no caso do PEP, a estrutura e a dinâmica deste novo dispositivo de formação estão totalmente condicionadas pela forma de interpretar a educação matemática que fornece o *paradigma do questionamento do mundo*.