

Perfil conceitual de equação como uma abordagem de ensino: explorando diferentes significações

Conceptual profile of equation as a teaching approach: exploring different meanings

ALESSANDRO JACQUES RIBEIRO¹

KARINA AGUIAR ALVES²

Resumo

O presente artigo tem como objetivo descrever a forma como os diferentes significados do conceito de equação são mobilizados e utilizados por dois professores, ao desenvolverem aulas de matemática na educação básica, numa abordagem baseada em perfis conceituais. Trata-se de uma pesquisa qualitativo-interpretativa, cujos dados foram recolhidos por meio de documentos, observação – com gravação em áudio e vídeo – e entrevistas com os professores. Os resultados dessa investigação informaram que a prática dialógica em aulas de matemática constitui ferramenta desejável para uma abordagem de ensino baseada no perfil conceitual de equação, pois propicia, aos atores envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de álgebra, o compartilhamento e a construção do conhecimento referente ao conceito de equação de forma coletiva e colaborativa.

Palavras-chave: *Perfil conceitual de equação, formação de professores que ensinam matemática, ensino e aprendizagem de álgebra, abordagens alternativas de ensino.*

Abstract

This article aims to describe how different meanings of the concept of equation are mobilized and used by two teachers, when developing mathematics lesson in basic education, within an approach of conceptual profiles. It is a qualitative-interpretative methodological approach, whose data were collected through documents, observation - with audio and video recording - and interviews with teachers. The results of this investigation informed that the dialogical practice in mathematics lessons is a desirable tool for a teaching approach based on the conceptual profile of equation, providing to the actors involved in the teaching and learning of algebra, a participating, collectively and collaboratively construction of knowledge referring to the concept of equation.

¹ Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP). Professor adjunto no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC). E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br.

² Mestra do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e Matemática da UFABC. E-mail: karina.aguiar@aluno.ufabc.edu.br.

Keywords: *Conceptual profile of the equation, Mathematics teacher education, Teaching and learning of algebra, Alternative teaching approaches.*

Introdução

Diversas são as pesquisas que apontam para o insucesso dos estudantes na aprendizagem da álgebra (KAPUT, 2008; MATOS; PONTE, 2009; STEPHENS; RIBEIRO, 2012), ao mesmo tempo que outros estudos tematizam as dificuldades apresentadas pelos professores no ensino desse campo da matemática (DOERR, 2004; PONTE; BRANCO, 2013; RIBEIRO, 2012; RIBEIRO; CURY, 2015). Com isso, parece-nos justificável e necessário desenvolver pesquisas que problematizem os processos de ensino e de aprendizagem de álgebra, em especial, aquelas que envolvem professores e seus conhecimentos (RIBEIRO; PONTE, 2019).

Nessa direção, trazemos para discussão, no presente artigo, resultados de uma pesquisa de mestrado desenvolvida pela segunda autora (ALVES, 2017), no Programa de Pós-Graduação de uma universidade pública do estado de São Paulo, sob a orientação do primeiro autor. Esses estudos foram realizados no âmbito de um projeto mais amplo – que buscou compreender os conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática, quando esses vivenciam uma abordagem de ensino baseada na teoria dos Perfis Conceituais –, também concebido na universidade citada, financiado pelo Programa Observatório da Educação (Obeduc), da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes)³. A dissertação aqui mencionada buscou, em particular, investigar os conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática quando esses elaboram e desenvolvem aulas sobre o conceito de equação na educação básica, baseado no modelo teórico do Perfil Conceitual de Equação (PCEq). Situado o contexto no qual a pesquisa de mestrado foi desenvolvida, nosso objetivo neste artigo é *descrever como os diferentes significados do conceito de equação são mobilizados e utilizados por dois professores, ao desenvolverem aulas de matemática na educação básica, numa abordagem baseada em perfis conceituais*. Nosso intuito foi analisar como os professores apropriam-se do modelo teórico do Perfil Conceitual de Equação e o utilizaram em salas de aula dos ensinamentos fundamental e médio.

³ Edital 049/2012, Projeto n.º 1600. Projeto aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa sob CAAE 55590116.8.0000.5594.

Nossas intervenções, discussões e análises foram construídas tomando por base as pesquisas fundamentadas nos trabalhos desenvolvidos por Mortimer (1994), que, após sua tese de doutoramento, cunhou o termo “Perfil Conceitual”, o qual tem sido amplamente trabalhado e discutido por pesquisadores que atuam no Ensino de Ciências. No que diz respeito à Educação Matemática, utilizamos o trabalho de Ribeiro (2013), que norteou as nossas análises e discussões acerca dos conhecimentos matemáticos entremeados no desenvolvimento de uma abordagem que contempla diferentes significações, baseada no modelo teórico do “Perfil Conceitual de Equação”

No decorrer do artigo discutiremos o modelo do PCEq como uma abordagem de ensino, culminando com a apresentação de nossas análises e discussões acerca de sua aplicação em duas salas de aula da educação básica.

A teoria dos perfis conceituais e o modelo teórico do perfil conceitual de equação

Como apontado anteriormente, a teoria dos perfis conceituais resulta do trabalho de doutoramento de Eduardo Mortimer (1994), no qual, a partir da noção de um determinado conceito científico, o autor considera a possibilidade de modelar a heterogeneidade do pensamento e da linguagem (SANTOS; MORTIMER, 2009). Atualmente, a teoria dos perfis conceituais é composta por um conjunto de perfis construídos por diversos conceitos que foram perfilados, oferecendo um modelo de como o conceito pode ser entendido em diferentes contextos. Cabe salientar que a gênese desses modelos se estrutura nas relações dinâmicas de ensino e aprendizagem de conceitos científicos que valorizam a tríade: cultura, linguagem e contexto, como fatores integrantes da educação científica.

O modelo teórico do perfil conceitual nos permite acompanhar o desenvolvimento e a ampliação das concepções de indivíduos sobre determinado conceito e, a partir desse modelamento, pode-se acompanhar a “evolução de um perfil de concepções” (MORTIMER, 1996, p. 23). Com base nesse panorama conceitual, podemos situar as concepções que indivíduos elaboram e reelaboram quando entram em contato com a linguagem que a ciência assume socialmente. Portanto, as diferentes interpretações podem ser empregadas de forma a conviver em harmonia nos distintos contextos socioacadêmicos.

A relação entre os conhecimentos científicos utilizados no cotidiano se constrói na premissa de que possuímos “diferentes modos de pensar e formas de falar” (DINIZ JÚNIOR; AMARAL, 2017, p. 2). A teoria dos perfis conceituais enfatiza a importância

da linguagem nos contextos educacionais e o seu caráter social. Isso leva em conta o fato de que a linguagem, fruto de determinada cultura, passa a desempenhar um papel primordial nas relações de conhecimento.

Um dos aspectos estruturantes dessa teoria reside na importância da linguagem para o desenvolvimento sociocognitivo dos aprendizes. Para Vygotski (1987), a língua assume uma representação simbólica das interações entre o sujeito e seu meio, e é a partir do desenvolvimento da língua, da fala, do discurso, que o pensamento se compõe. Para o autor, a língua assume duas funções: (1) estabelecer a comunicação entre entes que compartilham uma mesma cultura e (2) garantir um pensamento generalizante, que considera o uso da linguagem como um requisito para a compreensão generalizada do mundo. Através de atos de classificação, o sujeito é capaz de abstrair, generalizar, internalizar as formas de pensar. A atribuição de significados, segundo Vygotski (1987), reside na mescla entre pensamento e língua, na condição de generalização do pensamento. Sendo a língua um componente externo ao sujeito, uma interface comunicativa, ela é incorporada ao nosso sistema psicológico, ou seja, internalizamos o sistema simbólico fazendo uso da linguagem como instrumento de pensamento.

A adoção de um referencial sociointeracionista como estruturante da teoria dos perfis conceituais leva em consideração a opinião do indivíduo, as percepções e as concepções que ele traz consigo diante de sua vivência e as experiências exteriores aos muros da escola. Essa visão dialoga com referenciais construtivistas e coloca o estudante como promotor de sua aprendizagem.

O ponto de partida dessa discussão é o fato de que o aprendizado das crianças começa muito antes delas frequentarem a escola. Qualquer situação de aprendizado com a qual a criança se defronta na escola tem sempre uma história prévia. Por exemplo, as crianças começam a estudar aritmética na escola, mas muito antes elas tiveram alguma experiência com quantidades, elas tiveram que lidar com operações de divisão, adição, subtração, e determinação de tamanho. (VYGOTSKI, 1991, p. 56)

O arcabouço teórico e epistemológico que sustenta a teoria dos perfis conceituais se baseia também na noção de heterogeneidade de pensamentos, proposta por James Wertsch (MORTIMER; EL-HANI, 2014), a qual defende a coexistência de diferentes formas de pensar.

[...] o desenvolvimento de novas formas de pensamento dá origem a novos tipos de pensamento, mas desde muito cedo algumas formas de atividade continuam a cumprir o seu papel cultural, tipos mais antigos de pensamento

são preservados e continuam a funcionar bem em contextos apropriados.⁴ (MORTIMER; EL-HANI, 2014, p. 35, tradução nossa)

Baseados na noção de heterogeneidade de pensamentos, podemos assumir como possível a existência, em um mesmo indivíduo, de um ou mais significados para um determinado conceito. Partindo dessa compreensão, é possível entender que a teoria dos perfis conceituais nos permite compreender a manifestação de diferentes significados de um mesmo conceito e nos apoia na proximidade entre linguagem e pensamento e sua relação com os significados sociais dos conceitos. Nesse contexto,

o significado, por sua vez, é um construto social relativamente mais estável, tornando possível a intersubjetividade, na medida em que duas ou mais pessoas podem compartilhar o significado de uma palavra, ainda que variem nos sentidos que atribuem a ela. A palavra se torna, desse modo, portadora do conceito. (VIGOTSKI, 2000, p. 154 apud MORTIMER; SCOTT; EL-HANI, 2009, p. 3)

As pesquisas que utilizam a teoria dos perfis conceituais como uma forma de modelar o conhecimento científico têm sido utilizadas com frequência no Ensino de Ciências, em que diferentes conceitos científicos têm sido perfilados e trabalhados em sala de aula. No que diz respeito à Educação Matemática, em 2013 o trabalho de Ribeiro (2013) identificou cinco zonas características do PCEq. Esse agrupamento foi realizado a partir da junção de estudos de caráter teórico, histórico e didático, além de estudos relacionados com a prática em sala de aula, desenvolvidos tanto com professores quanto com estudantes (ALMEIDA, 2016; BARBOSA, 2009; DORIGO, 2010; RIBEIRO, 2007; SILVA, 2015). Em se tratando de estudos relacionados ao perfilamento de conceitos matemáticos, destacamos as pesquisas de Machado (1998), com a proposição inicial do Perfil Conceitual de Função, e de Elias (2017), com estudos epistemológicos e ontológicos acerca do conceito de número racional.

O PCEq baseia-se no que os indivíduos expressam quando são convidados a falar sobre determinadas situações envolvendo o conceito de equação. O diferencial, ao se considerar um conceito matemático, reside em sua forma de se expressar verbalmente, o que, muitas vezes, dá-se por meio das soluções encontradas para as tarefas propostas, pois o diálogo não é (tão) característico em aulas de matemática. Com efeito, embora de maneira incipiente, já podemos encontrar exemplos em que o desenvolvimento da

⁴ “The development of new forms of activity gives rise to new types of thinking, but, since the earlier forms of activity continue to fulfill some role in culture, older types of thinking are preserved and continue to function well in appropriate contexts”.

linguagem matemática tem permeado a construção de novos currículos, como, por exemplo,

o desenvolvimento da linguagem matemática dos estudantes geralmente é entendido como uma transição das expressões do pensamento matemático informal, diário, dos estudantes para a linguagem matemática mais formal ou convencional. O currículo de matemática do ensino fundamental de Ontário, por exemplo, sugere que os alunos da 4.^a série devem “comunicar o pensamento matemático [...] usando a linguagem cotidiana, um vocabulário matemático básico e uma variedade de representações” (OME⁵, 2005, p.65). Até a 8.^a série, espera-se que os alunos usem “vocabulário matemático e uma variedade de representações apropriadas, e observem as convenções matemáticas” (p. 110). “Linguagem diária” e “vocabulário matemático básico” foram substituídos por “vocabulário matemático”, o que implica uma direção para o desenvolvimento do primeiro para o segundo. Uma perspectiva semelhante é aparente em outros currículos (por exemplo, UK DfE⁶, 2013, US Common Core State Standards Initiative⁷, 2010).⁸ (BARWELL, 2015, p. 332, tradução nossa, grifos nossos)

A partir da abordagem que o indivíduo demonstra possuir sobre determinado conceito, podemos observar, por intermédio de suas resoluções matemáticas e das suas expressões escritas ou verbalizadas, a forma pela qual essa apropriação se deu e, ainda, investigar quais zonas do PCEq têm sido, ou podem ser, exploradas. Neste caso observamos um enriquecimento desse perfil, ou seja, um trânsito livre entre as diferentes zonas do PCEq. Além disso, considerando a função generalizante da linguagem (VYGOTSKI, 1987) como uma ferramenta para o desenvolvimento do pensamento (no caso, o pensamento matemático), o modelo PCEq pode nos indicar e nos orientar para estratégias que levem a um amadurecimento e a uma consistência didática e matemática sobre o conceito de equação. No Quadro 1, a seguir, apresentamos as zonas que constituem o PCEq.

⁵ Ontario Ministry of the Environment (OME), órgão responsável pelas diretrizes educacionais no Canadá.

⁶ UK DfE é a sigla utilizada pelo departamento britânico de educação.

⁷ US Common Core State Standards Initiative são diretrizes desenvolvidas por estados norte-americanos, a fim de criar uma base comum curricular utilizada no país.

⁸ *The development of learners' mathematical language is generally conceptualised as a transition from students' informal, 'everyday', expressions of mathematical thinking, towards communication using more formal or conventional mathematical language. The Ontario elementary school mathematics curriculum, for example, suggests that grade 4 students should 'communicate mathematical thinking [...] using everyday language, a basic mathematical vocabulary, and a variety of representations' (OME, 2005, p. 65). By grade 8, students are expected to use 'mathematical vocabulary and a variety of appropriate representations, and observ[e] mathematical conventions' (p. 110). 'Everyday language' and 'basic' mathematical vocabulary have been replaced by 'mathematical vocabulary', implying a direction for development from the former to the latter. A similar perspective is apparent in other curricula (e.g., UK DfE, 2013, US Common Core State Standards Initiative, 2010).*

Quadro 1: Perfil Conceitual de Equação

Categoria	Breve descrição
Pragmática	Equação interpretada a partir de problemas de ordem prática. Equação admitida como uma noção primitiva. Busca pela solução predominantemente aritmética.
Geométrica	Equação interpretada a partir de problemas geométricos. Busca pela solução predominantemente geométrica.
Estrutural	Equação interpretada a partir de sua estrutura interna. Busca pela solução predominantemente algébrica.
Processual	Equação interpretada a partir de processos de resolução. Busca pela solução aritmética ou algébrica.
Aplicacional	Equação interpretada a partir de suas aplicações. Busca pela solução aritmética ou algébrica.

Fonte: Ribeiro (2013, p. 69)

A agenda de pesquisas sobre o perfil conceitual de equação⁹ iniciou-se com a publicação, em 2013, do que Ribeiro considerou como “Perfil Conceitual de Equação”. Dando prosseguimento às investigações, inaugurou-se uma segunda etapa de pesquisas acerca das potencialidades do uso e do desenvolvimento do PCEq em situações relacionadas ao ensino de equação em diferentes níveis escolares. Nesta etapa, encontramos o trabalho de Silva (2015), que investiga como as zonas do perfil conceitual se manifestam em um grupo de professores em formação continuada, e o estudo de Almeida (2016), o qual almejou identificar as concepções de licenciandos em matemática sobre o conceito de equação. Vale ressaltar que esse último trabalho possibilitou a elaboração de uma nova zona, a “Zona Formal” para o PCEq, e também a reestruturação de uma outra, a “Zona Estrutural”. Em nosso entendimento, ambos os trabalhos até então levados a cabo contribuíram para a solidificação do modelo de PCEq e para a compreensão de sua manifestação em diferentes populações/indivíduos.

Em consonância com a metodologia utilizada pelo grupo de pesquisadores que investigam o perfil conceitual, iniciamos a terceira etapa dessa agenda de pesquisas a

⁹ Quando nos referimos à agenda de pesquisas, baseamo-nos nos pressupostos elencados pelo grupo de estudos sobre Perfil Conceitual liderado pelo Prof. Eduardo Mortimer, que postula como tarefas básicas para o desenvolvimento de um programa de investigação em perfis conceituais, três etapas, a saber, (i) determinar as zonas que constituem o modelo do perfil conceitual, (ii) investigar como essas zonas aparecem em diferentes pessoas, e (iii) investigar como esse modelo se comporta em sala de aula. (MORTIMER *et al.*, 2014).

partir da realização de nossa pesquisa de mestrado, em que buscamos estudar¹⁰ o modelo de PCEq como uma abordagem de ensino. Para isso, investigamos se as zonas do PCEq se manifestam – e como o fazem – nas interações entre professor e estudantes em salas de aula, partindo das diferentes dimensões de conhecimentos docentes mobilizados por professores, ao ministrarem aulas sobre o conceito de equação (ALVES; AGUIAR; RIBEIRO, 2018).

Diante do exposto, verificamos que as implicações da teoria dos perfis conceituais como uma abordagem didática são diversificadas e consideram a relação do conhecimento construído na interação entre os atores sociais envolvidos, sejam eles professores e estudantes, ou estudantes e seu meio social. Na perspectiva de enculturação científico e da convivência entre diferentes significados mobilizados em diferentes contextos, ou a partir deles, entendemos a não hierarquização de conhecimentos oriundos da experiência social e/ou da experiência científica como um meio para promover uma democratização das palavras e seus significados. Ao considerarmos os indivíduos como sujeitos sociais, podemos destacar a abordagem dos perfis conceituais como favorecedora de um processo dinâmico, ou seja, um processo não estático, passível de interferências produzidas socialmente.

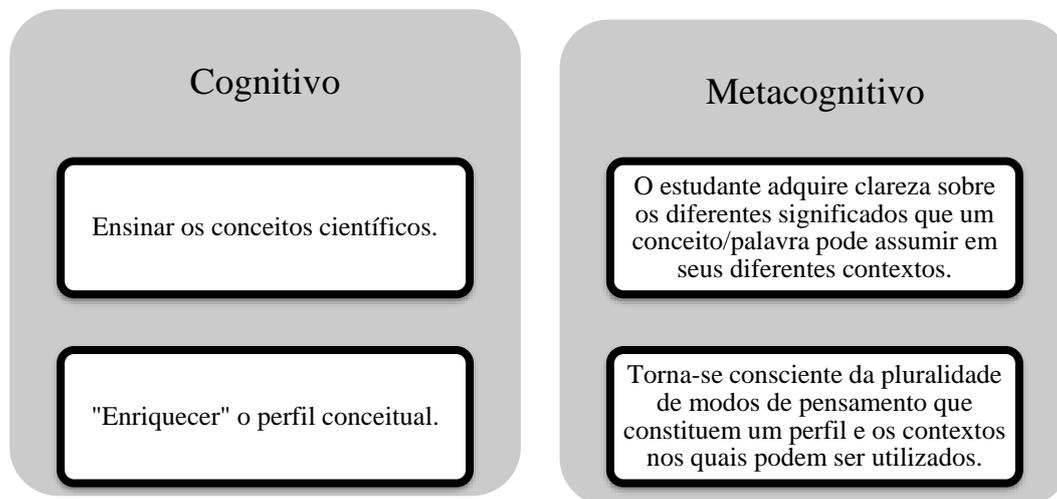
O perfil conceitual como uma abordagem de ensino

Tomamos, em nosso trabalho, uma abordagem de ensino baseada em perfis conceituais como facilitadora para “a aprendizagem da linguagem social da ciência escolar” (MORTIMER; EL-HANI, 2014, p. 2). Para isso, destacaremos o papel social que a ciência detém em nossa sociedade, sem desprezar os conhecimentos advindos da experiência pessoal de cada indivíduo.

Ao assumir a existência dos perfis conceituais como uma manifestação da heterogeneidade de pensamentos, podemos inferir a possível existência, em um mesmo indivíduo, de dois ou mais significados de uma mesma palavra ou conceito. Essa implicação ganha respaldo na teoria dos perfis conceituais e sustenta sua transposição para o ensino. Tal transposição seria realizada em duas etapas: cognitiva e metacognitiva, no sentido de enriquecer os conhecimentos abarcados pela experiência social e cotidiana com os conhecimentos acadêmicos e científicos (Figura 1).

¹⁰ Ou “explorar”.

Figura 1: Etapas de uma abordagem de ensino baseada na teoria dos perfis conceituais



Fonte: baseado em Mortimer e El-Hani (2014)

Ao considerarmos a teoria dos perfis conceituais como uma abordagem de ensino, assumimos a coexistência de diferentes significados atrelados a uma mesma palavra. Temos o valor pragmático da linguagem assumindo seu protagonismo, uma vez que aprendemos as palavras antes de aprendermos seus significados, seus conceitos. As implicações para o ensino residem, em uma primeira etapa, no enriquecimento desse perfil sobre determinado conceito, ou seja, apresentamos ao indivíduo a construção científica de determinado conceito, oferecendo a ele possibilidades de vislumbrar outros significados para uma mesma palavra. A segunda etapa desse processo de apropriação de significados é a metacognitiva, em que o sujeito adquire conhecimentos sobre seus próprios processos, ou seja, o estudante torna-se consciente da pluralidade de significados que uma palavra ou conceito pode assumir em diferentes contextos.

Podemos identificar na teoria dos perfis conceituais a importância que o contexto assume nas relações de ensino. Identificar o contexto em que a palavra está sendo empregada atribui a ela sua significação, sua importância no desenrolar das circunstâncias a ela atreladas, seu conceito. Consideremos o contexto como a sala de aula, ambiente de ensino para uns e ambiente de aprendizagem para outros; como um reduto onde essas interações se cruzam com objetivos comuns, respeitando a pluralidade e a fonte de conhecimentos que cada indivíduo construiu até então.

No trabalho desenvolvido por Mortimer e Scott (2002), nos é apresentada uma ferramenta de análise da prática discursiva em sala de aula. O discurso, geralmente empreitado pelo professor, carrega grande importância na construção dos significados partilhados e compartilhados em sala de aula. Compreender como eles são construídos através da linguagem e de outros modos de comunicação é uma preocupação que resulta em outra implicação: como transitar entre as linguagens de que diferentes contextos sociais se utilizam para expressar suas particularidades? Como exemplo de uma tentativa de sistematizar essas implicações, Sepulveda et al. (2011) nos apresentam abordagens de ensino baseadas em diferentes gêneros de discursos em uma sala de aula, em que convivem diferentes tipos de linguagens: a linguagem social, a linguagem social da ciência escolar e a linguagem cotidiana. A construção de significados reside, então, na apropriação e na utilização de seus diferentes sentidos em seus respectivos contextos de aplicação.

Retomando um dos preceitos da psicologia sociocultural, segundo o qual a aprendizagem é um processo que se origina em situações sociais comunicadas por seus integrantes, através, por exemplo, da linguagem partilhada por eles, temos alguns indícios de como a aprendizagem se consolida nas interações sociais.

Na concepção bakhtiniana, qualquer processo de compreensão ou significação é dialógico por natureza e um indício de que houve compreensão do discurso alheio é o fato de o indivíduo conseguir povoar o discurso a ser compreendido com o seu próprio discurso (ou, nos termos de Bakhtin, oferecer-lhe contra palavras). (SEPULVEDA et al., 2011, p. 4)

Neste trabalho não intentamos nos aprofundar nos pressupostos das teorias sobre análise do discurso ou gêneros discursivos, porém utilizaremos preceitos abarcados por essas correntes teóricas para elucidar como uma abordagem comunicativa pode facilitar a apreensão de diferentes significados partilhados e discutidos em sala de aula.

Para nossas análises utilizaremos a estrutura analítica desenvolvida por Mortimer e Scott (2002), a qual se baseia em cinco aspectos vinculados voltados à prática do professor: (1) intenções do professor, (2) conteúdo, (3) abordagem comunicativa, (4) padrões de interação e (5) intervenções do professor. Para nossa pesquisa, utilizaremos os conceitos envolvidos nas intervenções do professor e na abordagem comunicativa, que nos fornecem indícios de como o professor pode contribuir para o desenvolvimento de ideias na sala de aula. Embora seja uma ferramenta de análise diversificada e que contempla diferentes aspectos da prática docente, não nos estenderemos nela: nós a

utilizemos como uma estratégia para captar o modo como o processo de significação se deu em sala de aula durante a etapa empírica de nossa pesquisa.

As classes de comunicação desenvolvidas em sala de aula são definidas em termos do discurso ali presente e podem ser de natureza autoritária ou dialógica e interativa ou não interativa (MORTIMER; SCOTT, 2002). As diferentes abordagens comunicativas são postas em ação através de padrões específicos de interação e intervenções do professor. Não entraremos em detalhes sobre esses padrões, pois isso foge ao escopo deste artigo, mas gostaríamos de salientar que essa interação dialógica, entendida aqui como a possibilidade de promover um discurso interativo, dinâmico e dialógico, relaciona-se com a utilização de padrões de abordagem de comunicação diversificados por parte do professor (RUTHVEN; HOFMANN; MERCER, 2011).

Reafirmamos que nosso enfoque de pesquisa não se concentra na apropriação de significados pelos estudantes, mas sim na forma como os professores participantes de nosso estudo articulam esses significados quando estão em uma situação de prática docente. Uma vez que um dos nossos objetivos de pesquisa reside na investigação do PCEq como uma abordagem de ensino, cabe destacar que Mortimer e Scott (2003) propuseram uma sistematização do modo como o estudante se apropria de novos significados. Essa sistematização concentra-se na superação de três estágios.

Durante o primeiro estágio, os estudantes ainda consideram as ideias científicas como constituintes de um discurso alheio, estranhas às suas próprias visões e experiências. O estágio seguinte é alcançado quando os estudantes começam a conceber as novas ideias como em parte pertencentes ao outro e em parte pertencentes a eles mesmos. É comum nessa fase que os estudantes comecem a usar as ideias da ciência escolar, mas ainda de um modo incerto e hesitante. O estágio final da apropriação progressiva do significado ocorre quando os estudantes se apropriam das novas ideias. Um indício de que este processo está ocorrendo é o uso de ideias da ciência escolar pelos estudantes para construir seus próprios argumentos, refletindo suas próprias vozes, assim como o emprego com fluência da linguagem social da ciência. (SEPULVEDA et al., 2011, p. 4-5)

No que diz respeito ao papel do professor nesse processo, o desenvolvimento de todo arcabouço que permitirá aos estudantes se apropriarem de um novo conceito, ou poderá causar um conflito de significados entre palavras já conhecidas, depende da apropriação e do reconhecimento, por parte do professor, de que esses diferentes significados são legítimos em diferentes contextos. O trânsito entre os conhecimentos científicos e os conhecimentos escolares deve ser propiciado pelo professor, o qual atuará como mediador nesse processo de movimentação dos diferentes significados que os conceitos passam a assumir em diferentes contextos.

Aspectos metodológicos: procedimentos e métodos

No que tange à metodologia, fundamentamo-nos em uma epistemologia construcionista (ESTEBAN, 2010), ao considerar o conhecimento como construído a partir da interação entre o sujeito e o objeto. Encarando o conhecimento como advindo da interação entre os sujeitos e a realidade na qual estão inseridos, e o significado como subproduto dessa interação, assumimos como perspectiva teórica de nossa investigação o interpretativismo (ESTEBAN, 2010). Ele nos permite inferir elementos provenientes da realidade a ser estudada e das relações sociais, as quais somente são percebidas quando coletadas em seu ambiente natural – em nosso caso, a sala de aula.

Os professores participantes deste estudo, Paul e John (pseudônimos), participaram de um processo de formação continuada realizado na universidade na qual essa pesquisa foi desenvolvida, durante os meses de março a novembro de 2016. Nesse processo houve cinco encontros destinados a discutir o modelo teórico do PCEq, e os professores participantes foram convidados a planejar uma aula para o 9.º ano do Ensino Fundamental (EF) e outra para o 3.º ano do Ensino Médio (EM). Para a preparação da aula, foi solicitado que contemplassem as zonas geométrica, estrutural e aplicacional do conceito de equação (RIBEIRO, 2007), pouco exploradas, até então, em trabalhos anteriores com professores e estudantes (ALMEIDA, 2016; BARBOSA, 2009; DORIGO, 2010; SILVA, 2015). Ao final da confecção do plano de aula, os professores participantes, dentre eles Paul e John, discutiram coletivamente sobre a estrutura e o conteúdo dos planos de aula elaborados pelo grupo e, em conjunto, selecionaram dois desses planos para serem desenvolvidos em duas salas de aula de escolas de educação básica do estado de São Paulo. Neste artigo apresentaremos fragmentos de dois cenários de ensino¹¹ ocorridos nas turmas do 9.º ano EF e do 3.º ano EM.

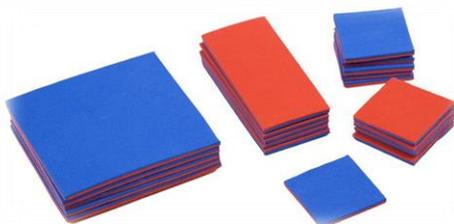
A aula ministrada por Paul ocorreu no final do mês de novembro de 2016, em uma turma de 9.º ano do EF de uma escola da rede estadual de ensino, localizada no município de São Paulo. A turma, dividida em grupos de até cinco estudantes, utilizou material manipulativo fabricado em EVA¹², composto por dois quadrados de tamanhos diferentes e dois retângulos de mesmo tamanho (Figura 2). O objetivo da aula

¹¹ O termo “cenário” aqui é entendido como o conjunto de diferentes eventos. Tomamos esta definição de eventos: “[...] *eventos* podem ser descritos como sequências conectadas de expressões e ações que, dentro do contexto de nossas - *a priori* ou *a posteriori* - questões de pesquisa, requerem explicação por nós, pelos estudantes ou por todos” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 104, grifos no original).

¹² EVA é sigla para *Ethil Vinil Acetat*, material utilizado para impressão em borracha e derivados.

concentrava-se na utilização desse material como apoio para o desenvolvimento da noção de fatoração e a técnica de completar quadrados, utilizada pelos babilônios.

Figura 2: Material utilizado na tarefa



Fonte: Foto de divulgação retirada da internet

A aula desenvolvida por John ocorreu no início de novembro de 2016, numa turma do 3.º ano do EM numa escola estadual da cidade de Santo André, região metropolitana de São Paulo. A turma foi deslocada da sala de aula para a biblioteca da escola, a qual contava com mesas redondas e permitiu que os estudantes formassem grupos de quatro ou cinco integrantes. Foi entregue a cada estudante uma tarefa matemática que objetivava mobilizar os conhecimentos algébricos e geométricos para a sua resolução.

A seguir, apresentaremos os cenários de ensino selecionados para análise e posterior discussão, com enfoque na promoção da diversidade de significados atrelados ao conceito de equação. Optamos por essa separação, de análise e de discussão, pois na “primeira parte” exporemos as análises e nossas interpretações, a partir dos dados empíricos e dos conceitos teóricos discutidos anteriormente. E posteriormente, nas discussões, retomaremos as análises e buscaremos vinculá-las com a literatura já existente, de modo a relacionar e articular o papel de nossa pesquisa na ampliação dos conhecimentos já consolidados sobre a temática.

Cenários analisados da aula de Paul

No início da intervenção de Paul, ele introduziu os conteúdos que seriam trabalhados posteriormente com a classe. O objetivo da tarefa era que os estudantes, com as figuras geométricas do material manipulativo entregue, que continha retângulos e quadrados em peças de EVA, montassem uma configuração que representasse a expressão $x^2 + 2x + 1$. Cabe salientar que a tarefa introdutória correspondia à identificação das áreas das

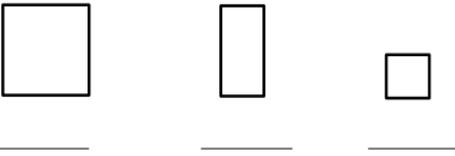
figuras entregues (1 retângulo e 2 quadrados de diferentes tamanhos). Para ilustrarmos, trazemos para análise o enunciado das tarefas 1 e 2 desenvolvidas com os estudantes.

Figura 3: Tarefas desenvolvidas com alunos do 9.º ano

ATIVIDADE: 9º ANO

Você e seus colegas de grupo estão recebendo o kit de peças que será utilizado na atividade.

① Após as orientações iniciais do professor, conversem entre si e determinem a área de cada uma.



② Novamente conversem entre si para responder à pergunta: Como podemos representar, com essas peças, a expressão $x^2 + 2x + 1$? Após a conclusão, desenhe a resposta abaixo.

Fonte: Dados da pesquisa

O cenário selecionado para análise concentra-se em como Paul abordou a “regra de sinais” com os estudantes. Neste Cenário 1, Paul explorou as ideias propostas pelos estudantes, socializando as duas configurações sugeridas pela turma sobre como montar o quadrado representativo da expressão solicitada na tarefa. Trazemos para análise apenas os fragmentos de cenários que entendemos relevantes para a análise¹³.

Cenário 1: Transcrição da introdução da tarefa desenvolvida com os estudantes do 9.º ano

[16] PAUL: [...] discutiram um pouquinho, copiaram respostas, não tem problema nenhum. Tudo isso... tudo isso é normal dentro de uma sala de aula, né? Às vezes é com a ajuda do outro que a gente consegue ter nossas próprias ideias, é assim mesmo. Então, eu tô gostando muito do trabalho de vocês, tudo bem? Só que de vez em quando a gente precisa parar pra ver o que a gente tá fazendo, pra ver aonde a gente tá indo.. Então, eu vi pelos grupos por aí dois quadrados diferentes, mas que na verdade eles são equivalentes, certo? [Desenha na lousa as duas configurações encontradas pelos estudantes] Mas eu vi um assim ó, um quadrado que ficou assim... um ficou assim

[17] ESTUDANTES: É o nosso.

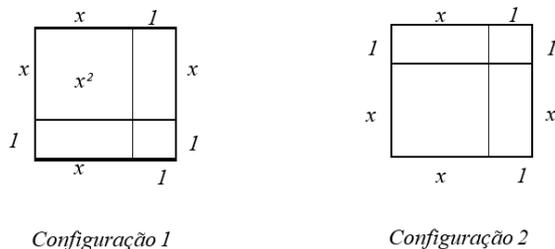
[18] ESTUDANTES: Copiaram do nosso.

[19] PAUL: E o outro... e o outro ficou assim ó, né?! Onde que eu vi o outro que ficou diferente? [Se direciona ao grupo que produziu a configuração diferente e pega a folha]. Muito bem! Beleza! Ó me ajuda aqui na lousa, esse quadrado aqui tem área quanto?

¹³ As análises são compostas por cenários retirados de episódios que foram transcritos na íntegra e, por isso, a numeração dos turnos se inicia após o 1.

Fonte: Diálogo entre professor e aluno (Dados da pesquisa)

Figura 4: Configurações propostas pelos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

No Cenário 1, quando Paul socializou com a sala as configurações encontradas na realização da tarefa, os estudantes passaram a protagonizar aquele momento da aula, o deflagrador inicial das interações partiu das discussões realizadas nos grupos e ampliou-se para uma discussão coletiva. Nesse momento, temos a transposição das configurações realizadas pelos estudantes com as peças entregues para a realização da tarefa, para representações construídas pelo professor no plano, ou seja, os seus desenhos na lousa. Neste momento identificamos uma primeira abordagem de ensino que remeteu, de forma gradual, à Zona Geométrica do PCEq, ou seja, a transposição da figura obtida com o material manipulativo para sua representação geométrica na lousa. Mais adiante na aula, Paul socializou com os estudantes uma dúvida que surgiu em um dos grupos que estavam realizando a tarefa. Nesse instante, Paul delimitou o conceito que eles iriam utilizar para a realização da tarefa.

Cenário 2: Demarcação do conceito a ser trabalhado

[32] PAUL: $1+x$ é diferente de $1x$?

[33] ESTUDANTE: É, eu acho que sim.

[34] PAUL: A gente precisa concordar com isso pra gente poder continuar. Tudo bem? A pergunta que eu fiz foi essa daqui ó... [professor vai até a lousa] $1+x$ e $1x$. Quem acha que é a mesma coisa? Quem acha que é diferente?

[A maioria dos estudantes ergue as mãos para a segunda pergunta]

[35] PAUL: Quem não acha nada? Todo mundo acha que é diferente. Vamos conversar aqui sobre isso... esse daqui ó [apontando para $1+x$], eu tô somando 1 com x , né?

[36] ESTUDANTE: O outro tá multiplicando [estudante no fundo da sala]

[37] E4: Isso! Isso mesmo, tá certo.

[38] PAUL: Só dá pra ficar assim, não dá pra somar 1 com x porque o 1 é número e o x é letra, né? E esse daqui ó [apontando para o $1x$], eu tô multiplicando o 1 por x , né?

Fonte: Diálogo entre professor e aluno (Dados da pesquisa)

No segundo momento, temos uma abordagem que se distanciou da geométrica e passou a residir em discussões relacionadas às operações envolvendo o 1 e o x . Nesse momento, acreditamos que uma abordagem explorando as diferenças entre área e perímetro teria sido mais eficaz. Aqui houve certa confusão dos estudantes no cálculo do $x + 1$ e do $1 \cdot x$ e em sua representação conceitual de perímetro e área.

Por fim, Paul verificou o entendimento dos estudantes com relação ao lado do quadrado e a substituição que eles deveriam fazer na expressão, para que encontrassem o resultado.

Cenário 3: Conclusão do cenário sobre regra de sinais

[44] PAUL: $1 + x$ é o lado do nosso quadrado, né? Ou posso escrever assim também, né? [Escreve na lousa $x + 1$]. $x + 1$ que é a mesma coisa, certo? O que isso significa? O que a gente está fazendo? O nosso quadrado ele não tem essa área aqui ó $x^2 + 2x + 1$? Então isso daqui significa que eu elevei o $x + 1$ ao quadrado, que é $x + 1$ vezes $x + 1$. Estão entendendo o que eu estou dizendo? Todo mundo está entendendo? Porque aqui ó... [professor vai até a lousa]. Vamos voltar lá no comecinho ó... Se o meu quadrado aqui tem lado 2 e a área eu fiz 2 vezes 2 que deu 4. Aqui ó [apontando para o quadrado montado] para a área ser $x^2 + 2x + 1$ significa que nós elevamos quem ao quadrado?

[45] ESTUDANTES: x

[46] PAUL: x ?

[47] ESTUDANTES: $x + 1$

[48] PAUL: Estão entendendo o que eu estou falando ou não? Ó...

[49] E4: Basicamente, sim.

Fonte: Diálogo entre professor e alunos (Dados da pesquisa)

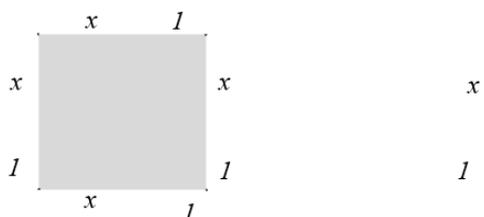
Passaremos a discutir a seguir os dados e as evidências obtidas nos cenários aqui explorados, buscando focar a utilização do Perfil Conceitual de Equação como uma abordagem de ensino.

Discussões e reflexões acerca da aula de Paul

A partir dos trechos analisados, observamos que Paul poderia ter optado pelo desenvolvimento de uma abordagem mais geométrica das figuras desenhadas no cenário. No entanto, ele se voltou para a exploração das operações envolvidas entre as expressões, sem atribuir-lhes significado, nem, ao menos, correlacioná-las com as tarefas propostas. Para uma mobilização dos componentes contidos na Zona Geométrica (RIBEIRO, 2013), Paul poderia ter se valido da representação geométrica que já havia socializado com a sala e tê-la ampliado, retomando os conceitos de área e perímetro do quadrado.

No que diz respeito às representações entre áreas e perímetros, ele poderia ter apagado as linhas circunscritas ao quadrado, de forma a considerá-lo como um inteiro, sem suas subdivisões utilizadas em sua formação. Nesse caso, o quadrado ficaria configurado como apresentado na Figura 5.

Figura 5: Possível representação da tarefa 3



Fonte: Dados da pesquisa

A partir da observação sem suas subdivisões, o professor poderia se referir à diferenciação entre o perímetro e a área, o que, provavelmente, facilitaria a observação dos estudantes sobre a questão, “qual é a medida do lado do quadrado?”.

No último cenário selecionado, Paul generalizou o algoritmo da multiplicação do número por uma incógnita e ofereceu a resolução da tarefa aos estudantes. Embora ele tivesse lançado mão de exemplos numéricos para explicar a relação entre a medida do lado do quadrado e a sua área, quando se trata da abordagem algébrica, os estudantes demonstraram não ter feito essa transição de forma tão intuitiva (VYGOTSKY, 1987). Uma reflexão que fizemos seria a possibilidade de trabalhar explorando as propriedades geométricas envolvidas na tarefa, sem focar a atenção nos procedimentos operacionais (DORIGO, 2010). A construção do significado da tarefa, proposta com o intuito de explorar as componentes geométricas, acabou se perdendo a partir do momento em que o enfoque se concentrou nas manipulações algébricas.

No entanto, a abordagem que Paul adotou, ao trabalhar a resolução da tarefa, fechou-se numa manipulação algébrica que, aparentemente, não produziu efeitos; e não foi capaz de construir relações entre as manipulações algébricas e geométricas empreendidas, pois os estudantes demonstraram certa resistência à utilização do método, e Paul parece não ter explorado suficientemente a comunicação surgida durante o debate (RUTHVEN; HOFMANN; MERCER, 2011).

Apesar da utilização de materiais manipulativos como ferramenta para facilitar a visualização das configurações exigidas para a realização da tarefa, no decorrer dos

cenários Paul concentrou-se na exploração de algoritmos algébricos envolvidos nas operações: “*Só dá pra ficar assim, não dá pra somar 1 com x porque o 1 é número e o x é letra, né? E esse daqui ó (apontando para o $1x$) eu tô multiplicando o 1 por x, né?*” (Fala de Paul). Notamos, nos trechos em destaque, que Paul se concentrou na operação, e não no significado que cada uma das expressões desempenha na tarefa proposta.

Cenários Analisados da Aula de John

Trazemos para análise alguns trechos de transcrições, aqui denominadas de “cenários”, realizadas sobre a aula desenvolvida por John na turma do 3.º ano do EM. A tarefa proposta aos estudantes concentrava-se na localização de uma torre de transmissão que deveria estar distante de quatro cidades, duas a duas, representadas por pontos num plano cartesiano. Registramos na Figura 6 o enunciado da tarefa proposta.

Figura 6: Tarefa realizada com os estudantes do 3.º ano

(IBMEC) Uma Operadora de telefonia quer instalar uma antena para a transmissão da tecnologia 4G que atendam 4 (quatro) cidades: Cuiabá, Brasília, Salvador e Fortaleza, porém para conseguir atender estas 4 cidades esta torre de transmissão terá que ficar exatamente, conforme a seguir:

- A distância entre a torre de transmissão e a cidade de Cuiabá terá que ser igual à distância entre a torre e a cidade de Brasília.
- Assim como terá a mesma distância da torre entre a cidade de Fortaleza e a Cidade de Salvador.

Considerando as coordenadas abaixo, a localização da estação deverá ser em que ponto:

A - Cuiabá (0,0)
B - Brasília (50,0)
C - Salvador (60,30)
D - Fortaleza (30,60)

Fonte: Dante (2014)

A aula preparada por John tinha por objetivo discutir alguns conceitos, como o coeficiente angular da reta e propriedades geométricas na construção de triângulos, os quais seriam necessários para a resolução da tarefa. Observamos no início do cenário que John introduziu o conceito de distância primeiramente explorando as ideias dos estudantes. No Cenário 5, apresentado mais à frente, observaremos que John demarcou o conceito a ser trabalhado e convidou os estudantes a participarem, oferecendo suas compreensões sobre o tema. Iniciamos nossas análises pelo Cenário 4.

Cenário 4: Introdução ao cenário de distância

[01] JOHN: *Só mais uma coisa pra gente começar nossa atividade é mais um lembrete, tá? É... quando eu falo pra vocês sobre distância, né? Equidistância, vocês conseguem lembrar o que é isso? Distância... a gente consegue definir o que é distância, certo? Distância é o quê?*

[02] E5: *É uma coisa longe.*

Fonte: Diálogo entre professor e aluno (Dados da pesquisa)

No decorrer do cenário, John interveio na resposta de um estudante, a fim de generalizar o significado do conceito discutido, de forma a socializar, com os demais estudantes, a organização da construção da definição.

Cenário 5: Tentativa de generalização do conceito de distância

[06] E5: *Distância é... distância é o resultado da... tipo do... é o número de um número A até o B é...*

[07] JOHN: *Tá, vou te ajudar. É como se fosse o percurso, o espaço percorrido.*

[08] E5: *É.*

Fonte: Diálogo entre professor e alunos (Dados da pesquisa)

No final deste cenário, John verificou qual significado os estudantes atribuíram ao conceito de distância – no caso, calcular a variação do percurso.

Cenário 6: Conclusão do cenário de distância

27

451

[14] JOHN: *Pra chegar até 400, é 24?¹⁴ É isso? [...] Pode ser, né? Então como é que a gente vai fazer isso? Vocês vão contar de 27 até 451? Não, né? O E1 fez de outra forma. Como você fez, E1?*

[15] E1: *Você pega o último e tira o primeiro.*

[16] JOHN: *Ele fez espaço final, certo? 451 menos espaço inicial, tudo bem? Então aqui também dá pra fazer isso. [apontando para o primeiro desenho feito na lousa] 500 menos 0? 500, tudo bem? Isso é a distância.*

Fonte: Diálogo entre professor e aluno (Dados da pesquisa)

Na seção seguinte passaremos à discussão dos elementos que permearam as intervenções de John demonstradas nesses cenários retirados do episódio investigado. Nossas reflexões e intervenções se concentram nas interações discursivas entre John e os estudantes, bem como nas suas relações com o Perfil Conceitual de Equação.

Discussões e reflexões acerca da aula de John

Nos cenários exibidos, John optou por trabalhar o conceito de distância por meio de sua noção cotidiana, utilizando-se de exemplos numéricos, que permitissem aos estudantes essa aproximação entre o conteúdo trabalhado e o cotidiano (DINIZ JÚNIOR; AMARAL, 2017).

¹⁴ Mantivemos o equívoco na subtração.

Após essa primeira aproximação, John buscou a sistematização do conceito, em conjunto com os estudantes, a partir da noção de variação da distância como o espaço percorrido e também por meio da utilização da representação geométrica, com a noção de medidas de segmento. Essas características são desejáveis numa abordagem de ensino (MORTIMER; SCOTT, 2002) que proponha a ampliação do conceito de equação para suas múltiplas interfaces. Embora não tenhamos o conceito de equação propriamente descrito nestes cenários, vale lembrar que o objeto da aula, a resolução de uma tarefa, versava sobre as múltiplas formas de encarar a resolução de uma situação que contemplava o conceito de equação, por meio do enfoque geométrico, a Zona Geométrica do PCEq (RIBEIRO, 2013).

A escolha do conceito de distância para análise deve-se ao fato de, historicamente, ter sido este um conceito que permeou os estudos da geometria euclidiana e foi sistematizado, posteriormente, partindo de uma noção mais algébrica da reformulação do axioma¹⁵ sobre medição de segmentos, que permitiu uma noção de distância trabalhada na geometria analítica. Essa conexão entre entes geométricos e suas relações, com representações numéricas através de aplicações biunívocas¹⁶, é um conhecimento desejável para que o professor, na educação básica, transite entre as áreas do conhecimento matemático (ALVES; AGUIAR; RIBEIRO, 2018), como geometria, álgebra e análise, de forma a propiciar ao estudante um entendimento mais amplo sobre as inter-relações dessas áreas.

Além disso, distância é um conceito amplamente utilizado em nossas relações cotidianas e, assim sendo, esperávamos que os estudantes trouxessem diferentes significações desse conceito (MORTIMER; EL-HANI, 2014). Uma das significações sociais do conceito pode ser observada no turno [2] do Cenário 5, a qual se refere à distância como algo longe, uma noção intuitiva socialmente construída do conceito (VYGOTSKY, 1987). No entanto, quando na matemática utilizamos este conceito para medir segmentos, recurso utilizado por John ao propor a representação do percurso

¹⁵ Axioma III₂. Os pontos de uma reta podem ser sempre colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre estes números meça distância entre os pontos correspondentes.

Este axioma bem poderia receber o apelido de axioma da “régua infinita” pois, ao estabelecer a correspondência biunívoca entre os números reais e os pontos da reta, a própria reta torna-se como que uma régua infinita que pode ser usada para medir o comprimento de segmentos nela contidos (BARBOSA, 1994, p. 13). Haveria aspas aqui? Seria uma citação direta?

¹⁶ Correspondência Biunívoca: dados dois conjuntos A e B, dizemos que eles estão em correspondência biunívoca quando a cada elemento de A corresponde um único elemento de B e reciprocamente (IME – USP, 2017).

através de uma reta, a representação é possível justamente pela aplicação biunívoca entre o conjunto dos números reais e os pontos da reta, como podemos observar no Cenário 6.

A utilização desses recursos geométricos para representação de conceitos observados no Cenário 6 é uma abordagem desejada, para que possamos explorar os significados geométricos do conceito de equação (RIBEIRO, 2013). Embora John não tivesse feito de forma explícita essa conexão entre o exemplo e sua correspondente geométrica, há nesse tipo de representação conhecimentos oriundos de uma matemática universitária, utilizados em uma situação de ensino. Acreditamos que John poderia ter ampliado a discussão de distância com os estudantes, trazendo relações de conteúdos matemáticos que os estudantes já houvessem trabalhado, como distância entre pontos e entre ponto e reta, com aqueles que estavam emergindo a partir da tarefa proposta.

Em relação à dinâmica de aula proposta por John, observamos que ele fez uso de características socioculturais, como valorizar a participação e as contribuições dos estudantes e prezar pela interação dialógica (MORTIMER; SCOTT, 2003). Observamos ainda, que John iniciou suas intervenções sempre recorrendo aos conhecimentos que os estudantes possuíam sobre o conceito a ser trabalhado, postura que valoriza os conhecimentos sociais dominados pelos estudantes.

Conclusões e considerações finais

A prática dialética empregada por Paul e John em suas aulas baseia-se em uma das características fundamentais desempenhadas por professores que almejam desenvolver um trabalho em que a construção de conceitos científicos e matemáticos seja realizada de forma coletiva (MORTIMER; SCOTT, 2003), fundamentada no respeito às diferentes formas de observar um fenômeno na natureza e sua compreensão matemática.

Paul e John buscaram promover a transição e a apropriação dos significados pelos estudantes, ao mesmo tempo em que mediavam a construção do conhecimento (MORTIMER; EL-HANI, 2014). Os professores exploraram as múltiplas capacidades dos estudantes, ao se deparar com tarefas como as que foram utilizadas em nossa pesquisa, e buscaram desenvolver nos estudantes a autonomia para pensar as estratégias de resolução, oferecer e vislumbrar caminhos diferenciados que os levassem ao mesmo objetivo: a apropriação do significado (VYGOTSKY, 1987).

Na aula de Paul, embora a tarefa tivesse sido bem planejada para a exploração da zona geométrica (RIBEIRO, 2013), utilizando-se de uma abordagem histórica desenvolvida pelos babilônios para o cálculo de áreas chamada “completando quadrados”, não foi dado às figuras geométricas (tanto do material manipulativo quanto nas transcrições realizadas na lousa) o papel de “protagonistas” da aula. Com isso, apesar do planejamento anterior do trabalho, as discussões que deveriam se concentrar em aspectos geométricos acabaram não se sobressaindo diante das manipulações algébricas (DORIGO, 2010).

No que diz respeito à proposta de aula desenvolvida por John, a Zona Geométrica do PCEq (RIBEIRO, 2013), que era a zona pretendida na elaboração do plano de aula, se manteve presente em diversos momentos, embora pudesse ter sido mais bem explorada. A ideia de construir as relações entre os conceitos matemáticos e suas aplicações sociais poderia ter sido explorada e melhor demarcada por John no cenário em que discutiu o conceito de distância, enfatizando suas relações matemáticas e suas aplicações em outras áreas de conhecimento (BARBOSA, 2009).

Essas características dialógicas (MORTIMER; SCOTT, 2003) em uma aula de matemática são estruturantes para uma abordagem de ensino baseada no PCEq, e sua apropriação requer do professor disponibilidade para ouvir os estudantes e segurança para transitar entre os diferentes conceitos matemáticos de forma livre, sem comprometer sua compreensão científica.

Para a ampliação de abordagens de ensino diferenciadas para o conceito de equação, se faz necessário divulgar trabalhos que consideram essas diferentes perspectivas do pensar matemático. A disseminação de modelos teóricos como o PCEq (RIBEIRO, 2013), entre professores da rede básica de ensino, pode propiciar mais uma ferramenta de abordagem do ensino da matemática, com a qual o estudante possa ter seus conhecimentos prévios valorizados e suas perspectivas matemáticas respeitadas.

A adoção de uma postura dialógica em sala de aula (MORTIMER; EL-HANI, 2014) pode desenvolver nos estudantes a autonomia para a busca de soluções e a ampliação de seus significados. Para tal, entendemos necessário investir na disseminação de modelos teóricos que empoderem, primeiramente, o professor, para que ele possa explorar, em suas aulas, dinâmicas e abordagens de ensino diferenciadas, como estas que explicitamos no presente artigo.

Agradecimentos

Agradecemos à Capes pela bolsa concedida à segunda autora e pelo financiamento no âmbito do Programa Observatório da Educação, fomentos que viabilizaram a realização desta pesquisa.

Referências

ALMEIDA, M. V. R. de. *Perfil Conceitual de Equação: investigações acerca das concepções de alunos de licenciaturas em matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2016.

ALVES, K. A. *Perfil conceitual de equação e a sala de aula da educação básica: uma análise do conhecimento profissional docente (150f.)*. Dissertação (Mestrado em Ensino, História e Filosofia das Ciências e Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

ALVES, K. A.; AGUIAR, M.; RIBEIRO, A. J. As dimensões do conhecimento do professor que ensina matemática: o knowledge quartet como ferramenta de análise da prática docente. *Acta Scientiae* – ULBRA, Canoas, v. 20, p. 22-42, 2018.

BARBOSA, J. L. M. *Geometria euclidiana plana*. 4. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1994.

BARBOSA, Y. O. *Multisignificados de equação: uma investigação sobre as concepções de professores de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, SP, 2009.

BARWELL, R. Formal and informal mathematical discourses: Bakhtin and Vygotsky, dialogue and dialectic. *Educational Studies In Mathematics*, Dordrecht, v. 92, n.3, p. 331-345, 2015. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9641-z>.

DANTE, L. *Matemática: contextos e aplicações*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2014.

DINIZ JÚNIOR, A. I.; AMARAL, E. M. R. do. Análise de modos de pensar de uma professora de Química sobre substância quando aborda esse conceito em sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 11., Florianópolis, SC. *Anais...* Florianópolis: ABRAPEC, 2017. p. 1-9.

DOERR, H. M. Teachers' knowledge and teaching of algebra. In: STACEY, K.; CHICK, H.; Kendal, M. (Eds.). *The future of the teaching and learning of algebra*. The 12th ICMI Study. Boston, MA: Kluwer, 2004. p. 267-289. (New ICMI study series)

DORIGO, M. *Investigando as concepções de equação de um grupo de alunos do ensino médio*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, SP, 2010.

ELIAS, H. R. *Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino do corpo dos números racionais na formação de professores de matemática*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, 2017.

ESTEBAN, M. P. S. *Pesquisa qualitativa em Educação: fundamentos e tradições*. 19. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

KAPUT, J. J. What is algebra? What is algebraic reasoning? In: KAPUT, J. J.; CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. (Eds.). *Algebra in the early grades*. New York, NY: Routledge, 2008. p. 5-17.

MACHADO, A. C. *A aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 1998.

MATOS, A. S.; PONTE, J. P. Exploring functional relationships to foster algebraic thinking in grade 8. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)*, Itália, Suplemento n. 2 al, n. 19, 2009.

MORTIMER, E. F. *Evolução do atomismo em sala de aula: mudanças de perfis conceituais*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.

MORTIMER, E. F. Construtivismo, mudança conceitual e ensino de ciências: para onde vamos? *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v.1, n.1, p. 20-39, 1996.

MORTIMER, E. F.; EL-HANI, C. N. (Eds.). *Conceptual profiles: A theory of teaching and learning scientific concepts*. 1. ed. Dordrecht: Springer, 2014.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. Atividade discursiva nas salas de aula de ciências: uma ferramenta sociocultural para analisar e planejar o ensino. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v.7, n. 3, p. 283-306, 2002.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P. *Meaning making in secondary Science classrooms*. Maidenhead-UK: Open University Press, 2003.

MORTIMER, E. F.; SCOTT, P.; EL-HANI, C. N. Bases teóricas e epistemológicas da abordagem dos perfis conceituais. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 7., Florianópolis. *Anais...Florianópolis*: ABRAPEC, 1-12, 2009.

PONTE, J. P.; BRANCO, N. Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, Curitiba, n. 50, p. 135-155, 2013.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, Rio Claro, v.17, n. 21, p. 81-140, 2004.

RIBEIRO, A. J. *Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 142f, 2007.

RIBEIRO, A. J. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 42B, p. 535-557, 2012.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 19, n. 1, p. 55-71, 2013.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae – ULBRA*, Canoas, v. 21, p. 49-74, 2019.

RUTHVEN, K.; HOFMANN, R.; MERCER, N. A dialogic approach to plenary problem synthesis. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 35., 2011, Ankara. Proceedings... Ankara: IGPME, 2011. p. 81-88.

SANTOS, W. L. P. DOS; MORTIMER, E. F. Abordagem de aspectos sociocientíficos em aulas de ciências: possibilidades e limitações. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 14, n. 2, p. 191-218, 2009.

SEPULVEDA S. C. et al. Uma ferramenta sociocultural de análise da apropriação da linguagem social da ciência escolar. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 11., Campinas. *Anais...* Campinas: ABRAPEC, 2011. p. 1-13.

SILVA, T. H. I. *Conhecimento do professor de matemática sobre equações: analisando o processo avaliativo sob o olhar de um modelo de perfil conceitual*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, SP, 2015.

STEPHENS, M.; RIBEIRO, A. J. Working towards algebra: The importance of relational thinking. *Relime*, Cidade do México, n. 15, p. 307-401, 2012.

VYGOTSKI, L.S. *Pensamento e linguagem*. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKI, L. S. *A formação social da mente*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

Texto recebido: 27/07/2019

Texto aprovado: 06/12/2019