EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p75-95

Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Understanding and discussing the possibilities of algebra teaching in early years of Elementary School

---

VANESSA DE OLIVEIRA[1]
ROSA MONTEIRO PAULO [2]

Resumo

Neste texto expomos compreensões sobre o pensamento algébrico e as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental com base no que se evidencia nas pesquisas em Educação Matemática. O tema é foco de uma pesquisa de doutorado em desenvolvimento na qual se pretende analisar os modos de o professor compreender esse modo de pensar. Para a clareza do significado de pensamento algébrico recorremos às pesquisas em Educação Matemática. Vimos que, embora não haja consenso entre os autores sobre o que seja o pensamento algébrico, a perspectiva da História e da Filosofia da Matemática nos dá possibilidade de dizer que no contexto da sala de aula, esse pensar é possível ser trabalhado com base em ações que exploram o sentido numérico, as propriedades das operações e a regularidade em sequências.

Palavras-chave: *Ensino de Matemática; Fenomenologia; Pensamento Algébrico.*

Abstract

In this text we expose understandings about algebraic thinking and the possibilities of algebra teaching in the early years of Elementary School based on which there is no evidence in research in Mathematical Education. The theme is the focus of a doctoral research in development in which we intend to analyze the ways the teacher understands this way of thinking. For the clarity of the meaning of algebraic thinking we resort to research in Mathematical Education. We have seen that, although there is no consensus among the authors about what algebraic thinking is, the perspective of History and Philosophy of Mathematics gives us the possibility to say that in the context of the classroom, this thinking is possible to be worked based on actions that explore numerical meaning, the properties of operations, and sequence regularity.

Keywords: *Mathematics Teaching; Phenomenology; Algebraic Thinking.*

[1] Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas – vanessadeoliveira31@yahoo.com
[2] Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – rosamonteiropaulo@gmail.com

Introdução

Modos de aprender e ensinar matemática vêm, há muito tempo, permeando debates no cenário educacional nacional e internacional embora com enfoques distintos: o interesse ora está no contexto da formação do professor, ora nos conteúdos matemáticos, ora nas possibilidades de avaliação, ora no desenvolvimento de habilidades, dentre outros. Voltamos nosso interesse para um contexto específico da matemática escolar: o ensinar e aprender álgebra, mais especificamente às ações que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Para tanto é preciso esclarecer que entendemos o aprender matemática como um processo compreensivo constante que, a cada novo questionar, abre possibilidades de a pessoa interrogar o mundo e estabelecer relações que permitam identificar estruturas dos objetos matemáticos. Na sala de aula, um trabalho no qual os estudantes possam estabelecer relações e fazer generalizações, potencializa a aprendizagem algébrica e pode ser desenvolvido em diferentes níveis de ensino, inclusive nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Vale destacar que a álgebra, por muito tempo, foi vista como uma área da matemática destinada a estudar as operações entre os números e a resolução de equações (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; MILIES, 2013), associada exclusivamente à manipulação de regras e articulações de uma determinada linguagem. Esse modo de ver a álgebra fez com que, em sala de aula, ela fosse tratada com base em conteúdos específicos e do desenvolvimento de determinadas habilidades e, em decorrência de um currículo hierarquizado, a possibilidade de seu trabalho nos anos iniciais foi afastada (PRESTES et al., 2014; SANTOS; MOREIRA, 2016, FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2017).

Essas características nos direcionaram, na pesquisa de doutorado, para investigações cujo foco são os anos iniciais e o ensino da álgebra. O interesse pela temática iniciou-se na pesquisa de mestrado na qual buscamos compreender as potencialidades do trabalho com o Cálculo Mental. Para isso, estivemos juntos com professores dos anos iniciais e, através do diálogo, o modo deles tratarem alguns conteúdos matemáticos, por exemplo, situações-problema que envolviam termos desconhecidos, nos motivou a querer conhecer como eles compreendem o pensamento algébrico. Portanto, na pesquisa de doutorado que inspira a escrita deste texto, nos voltamos para os modos do pensar algébrico desse professor dos anos iniciais com a intenção de ver se, em seus modos de ensinar os conteúdos matemáticos, há um trabalho que possa ser considerado para o contexto do pensamento algébrico. Esse desejo de compreender o modo pelo qual o professor dos anos iniciais lida com o pensamento algébrico requer que nos voltemos para as pesquisas relacionadas à álgebra e ao pensamento algébrico que têm sido desenvolvidas no âmbito da Educação Matemática em uma tentativa de conhecer as características desse pensar.

A análise dos textos lidos permite a escrita deste artigo – de caráter teórico – no qual temos a intenção de expor compreensões acerca da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico explicitando o modo pelo qual entendemos ser possível, ao professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, desenvolver um trabalho que valorize esse tipo de pensamento.

Iniciamos o texto apresentando uma possibilidade de se compreender a álgebra na perspectiva de autores da História e da Filosofia da Matemática e da Educação Matemática. Em seguida, trazemos considerações sobre o pensamento algébrico, destacando algumas de suas características e o que para nós se mostra essencial a esse pensar. Posteriormente, no diálogo com os autores lidos, discutimos possibilidades do trabalho com a álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Álgebra

Se perguntarmos para estudantes dos anos finais da Educação Básica ou mesmo do Ensino Superior, o que é a álgebra, suas respostas, muito provavelmente, estarão associadas aos conteúdos, indicando que a álgebra é a resolução de equações, o trabalho com funções ou algum outro conteúdo que envolva variável ou incógnita. Para que se vá além dessa associação com o conteúdo curricular é importante, conforme salienta Kluth (2004), compreender o objeto matemático entendido como álgebra e, a História e a Filosofia da Matemática, podem contribuir para esse entendimento.

A perspectiva histórica, tal qual a expõe Bicudo (2016), dá a possibilidade de compreender a origem do conhecimento, as primeiras compreensões que foram expressas "entre sujeitos [e] que, pela linguagem e pela tradição vai se mantendo presente ao mundo histórico-cultural" (BICUDO, 2016, p. 32).

Essa abordagem reconhece que a história é mais do que a sucessão de fatos; ela nos dá possibilidade de compreender o que foi feito pela humanidade com base em interrogações ou da intenção de ter clareza sobre determinados temas considerando o que se tinha disponível e, no caso específico da matemática, entender que ela é uma construção coletiva de milênios que envolve povos diversos.

> As tradicionais realizações humanas começam de materiais disponíveis à mão com naturalidade superficial. Do superficial se é conduzido ao profundo, pois a tradição deixa-se interrogar. São as interrogações que nos orientam para determinadas respostas e é pela forma universal da tradição que ela permite a aplicação para cada indivíduo e para determinado caso isolado (KLUTH, 2003, p. 4).

A história, portanto, permite ver que determinado objeto de conhecimento, como a álgebra, é produzido com base em "um emaranhado de ideias que se enrolam em sentidos e significados, de modo que se torna impossível separá-las, a não ser por uma questão de exposição" (BICUDO, 2016, p. 37). O horizonte histórico enlaça o passado cultural (signos, palavras, vozes, visões de mundo de sujeitos de uma comunidade que se mantém e renova em sua historicidade), abrindo possibilidades de prospecções para o futuro.

No caso da álgebra, G. H. F. Nesselmann, em 1842, caracterizou três períodos distintos do seu desenvolvimento denominados Álgebra Retórica, em que há a descrição verbal de procedimentos; a Álgebra Sincopada, em que são trazidas abreviações para algumas operações e a Álgebra Simbólica, com resoluções que já utilizam símbolos para representar e estudar as estruturas matemáticas. Essas diferentes fases da álgebra não se desenvolveram de maneira homogênea entre as civilizações, sendo somente a partir do século XVII que a Álgebra Simbólica se impôs (EVES, 1995).

Entendemos que tais divisões são feitas para enfatizar períodos cujos esforços estavam voltados para determinados tipos de interrogações, para certas questões que permeavam o horizonte de preocupação dos matemáticos e para expor o produzido, unindo resultados que originaram novos questionamentos, novas buscas, novas premissas que levaria a outros níveis de produção.

São transformações possíveis no movimento de produção matemática, entendido como atemporal, porém acessível, uma vez que permite aos indivíduos olharem para o presente considerando as realizações já feitas, interrogando-as e ampliando os modos de interpretá-las.

Nesse modo de a produção matemática ir sendo compreendida, ao longo do tempo, especialmente a partir do século XIX com avanços em diferentes áreas e técnicas, há mudanças de concepções sobre o significado do conhecimento matemático. A matemática, até então constituída pela geometria de Euclides e a aritmética, vê uma nova geometria - a geometria não-euclidiana - emergir através dos estudos de Nicolai Ivanovich Lobatchevski (1792-1856), vê a álgebra tornando-se independentemente da aritmética.

Os argumentos e fundamentos da lógica formal são estruturados de outra forma, dando origem à Álgebra Booleana, resultado dos estudos de George Boole (1815 - 1864). Por volta de 1870, Georg Cantor (1845 - 1918), desenvolve a Teoria dos Conjuntos, com base em seus questionamentos sobre a natureza do infinito e do estudo das funções reais por meio de séries trigonométricas (EVES, 1995). Enfim, despontam no horizonte matemático modos de o homem investigar e produzir conhecimentos que se originam de certo modo de pensar.

As características desse pensar vão fazendo com que a concepção de matemática seja transformada, agregando-lhe novas possibilidades. Entendemos que a álgebra teve seu desenvolvimento voltado aos modos de lidar com as estruturas dos objetos matemáticos que, ao serem articuladas, relacionadas e estudadas sob outras perspectivas, permitem novas maneiras de compreender problemas e propor soluções.

O século XX é marcado pelo desenvolvimento e aprimoramento dos fundamentos e estruturas da lógica matemática e muitos conceitos básicos da matemática passam por transformações, permitindo que áreas como a teoria dos conjuntos, a álgebra abstrata e a topologia se desenvolvam de forma significativa.

Considerar o desenvolvimento histórico da ciência Matemática, mesmo que de modo breve, é relevante, como salienta Bicudo (2016, p. 44), pois permite entender a cultura de uma época, imbricada a "uma continuidade de passados que se implicam mutuamente [compreendendo-o] como uma unidade da transmissão, que se constitui como um tradicionalizar", mas que é constituído pelo homem em sua humanidade, em seu modo de ser questionador.

A álgebra como área de conhecimento da matemática, no seu movimento de constituição, pode ser compreendida como uma região na qual se estudam as estruturas matemáticas e as possibilidades de relação entre elas, constituindo-se como uma forma:

> de explicitar o modo com que abordamos e lidamos com os objetos matemáticos, porém mais do que isto, ao explicitar ela recupera e estende conceitos subjacentes aos objetos matemáticos constituídos ou em construção. A forma de explicitar o modo compõe o fio que alinhava e incorpora os processos sintéticos e analíticos inerentes ao movimento da construção dos objetos matemáticos (KLUTH, 2003, p. 463).

A álgebra, assim compreendida, permite identificar esse objeto matemático relacionando suas estruturas de modo que seja possível, ao sujeito, organizar o pensamento, ampliar o repertório de estratégias e generalizar relações. Destacamos que não ignoramos o caráter simbólico e a linguagem formal da álgebra, porém consideramos importante explorar suas características ligadas aos modos de pensar que culminam no desenvolvimento do pensamento algébrico. Isso significa resgatar suas origens ou o modo original de o homem investigar e produzir conhecimento.

Pensamento Algébrico

A álgebra compreendida como uma forma de explicitar modos de abordar e lidar com os objetos matemáticos nos conduz ao pensamento algébrico e oportuniza pensar, no contexto escolar, modos de favorecer o seu desenvolvimento. As leituras indicam que há distintas correntes históricas e filosóficas com perspectivas diversas sobre o significado desse modo de pensar. Iremos discutir aspectos do pensamento de James Kaput, João Pedro da Ponte e Luis Radford na intenção de uma abertura ao diálogo.

Para Kaput (1999) o ensino de álgebra tem se apresentado como um conjunto de procedimentos desconectados de outros conhecimentos matemáticos e do mundo real, uma vez que "as 'aplicações' usadas são notoriamente artificiais [...] e os alunos não tem a oportunidade de refletir sobre suas experiências e articular seus conhecimentos" (KAPUT, 1999, p. 2, tradução nossa). Para esse autor, mais do que situações contextualizadas, ao se deparar com tarefas do contexto algébrico é importante que os alunos atribuam significado aos procedimentos realizados, estabelecendo generalizações com base em resultados e relações matemáticas, expressando, por meio de uma linguagem, o que compreendem e caminhem na direção de modos expressivos cada vez mais sistematizados.

Esse é um fazer que, segundo Blanton e Kaput (2005), caracterizam o pensamento algébrico que pode ser entendido como

> um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto de instâncias particulares, estabelecem essas generalizações através do discurso da argumentação, e [as expressam] de forma cada vez mais formal e [de] modos adequados à idade (BLANTON; KAPUT, 2005, p. 413, tradução nossa).

Com isso podemos dizer que, para esses autores, um dos aspectos essenciais ao pensamento algébrico é a generalização e suas formas de expressão. Com base nessas características relacionadas ao pensamento algébrico Blanton e Kaput (2005) destacam formas desse modo de pensar se fazer presente. Por exemplo, considerando as relações percebidas em propriedades operatórias podemos buscar um modo de expressá-las com características gerais e isso podemos interpretar como *aritmética generalizada*. Por outro lado, a generalização de padrões numéricos poderá descrever relações funcionais levando-nos a interpretar a álgebra com aspectos do *pensamento funcional*. A *modelação*, outra característica destacada pelos autores, pode contribuir para expressar e formalizar generalizações inclusive em sistemas matemáticos abstratos do cálculo (BLANTON; KAPUT, 2005).

Interpretamos, segundo o que expõem Blanton e Kaput (2005), que o pensamento algébrico pode ser compreendido numa perspectiva conceitual como aritmética generalizada, exploração de padrões e modelagem. Desde os anos iniciais da Educação Básica se vê tarefas que encaminham os alunos para ações que visam à generalização de situações como, por exemplo, as que consideram o sentido numérico. Portanto, podemos interpretar que, por meio da exploração de padrões e da identificação de regularidades, há possibilidades de trabalhar, no contexto da sala de aula, situações que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Esse trabalho é relevante, pois, conforme destaca Ponte (2006), o pensamento algébrico

> inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico e as funções [...] inclui igualmente a capacidade de lidar com muitas outras estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios (PONTE, 2006, p. 7).

Ponte, Branco e Matos (2009), ao discutirem as possibilidades de se explorar a álgebra na Educação Básica, tratam o pensamento algébrico com base em três vertentes:

> A primeira vertente – representar – diz respeito à capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, nomeadamente sistemas cujos caracteres primitivos têm uma natureza simbólica. Na segunda vertente – raciocinar, tanto dedutiva como indutivamente – assumem especial importância o relacionar (em particular, analisando propriedades de certos objetos matemáticos) e o generalizar (estabelecendo relações válidas para certa classe de objetos).[...] Finalmente, na terceira vertente – resolver problemas, que inclui modelar situações – trata-se de usar representações diversas de objetos algébricos para interpretar e resolver problemas matemáticos e de outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10-11).

Entendemos, segundo essa perspectiva, que na resolução de problemas o pensamento algébrico se desenvolve com base em atividades de representar (ler, compreender, traduzir informações), raciocinar (relacionar, deduzir, generalizar) e resolver (usando expressões algébricas para solucionar situações do contexto matemático).

Luis Radford considera que, assim como todas as formas culturais de pensar, o pensamento algébrico emergiu, evoluiu e foi reorganizado ao longo da história. Para o autor esse pensar pode ser considerado "uma prática social materializada no corpo (como ações cinestésicas, gestos, percepção, visualização), no uso de signos (exemplo, símbolos matemáticos, gráficos, palavras escritas e faladas) e artefatos de tipos diferentes (regras, calculadoras, etc.)" (RADFORD, 2012, p. 120, tradução nossa). Assim compreendido, o pensamento é uma unidade sistêmica que incluiu "múltiplas linguagens e formas cultural e historicamente constituídas e, por meio de mediações semióticas, pode ser desenvolvido em sala de aula" (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p. 22).

Para Radford (2014) o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser estudado em termos do surgimento de novas estruturações de relações entre os componentes material-ideacionais do pensamento (gestos, fala interna e externa) e modo pelo qual esses relacionamentos são organizados e reorganizados no desenvolvimento da atividade.

Ao discutir aspectos do pensamento algébrico, Radford (2010) destaca que a álgebra lida com objetos de natureza indeterminada, como variáveis e parâmetros que são tratados de maneira analítica. Esse modo de pensar pode ser caracterizado segundo três elementos que se relacionam entre si: indeterminação (incógnitas, variáveis, parâmetros, números generalizados), representação simbólica (modos como os dados de problemas são nomeados ou simbolizados) e manipulação analítica (manipulação de quantidades não conhecidas da maneira como lidamos com quantidades conhecidas, identificando-as e operando com elas).

Ainda, se compreendido na perspectiva da linguagem, é o desenvolvimento do pensamento algébrico que possibilita ao sujeito se expressar (RADFORD, 2010, 2012, 2014). A expressão pode ser compreendida como um processo em que há gestos, falas e ritmos que, posteriormente, são substituídos por símbolos alfanuméricos. O autor destaca que a atribuição de significado para os objetos matemáticos deveria ser tão importante quanto o domínio da linguagem algébrica necessária para representá-los.

No entanto, nesse caminhar não se esclarece o sentido nem do pensar nem da linguagem e, assumindo uma postura fenomenológica, o que significa percorrer uma trajetória de análise do que é interrogado buscando compreendê-lo, nos voltamos para Merleau-

Ponty, um fenomenólogo da linha husserliana. Para esse autor, o pensar é uma experiência na qual “nós nos damos nosso pensamento pela fala [...] Ele [o pensar] progride no instante e como que por fulgurações, mas, em seguida, é preciso que nos apropriemos dele, e é pela expressão que ele se torna nosso” (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 241-242).

Em Merleau-Ponty (1994), pensamento e linguagem se constituem simultaneamente, isto é, o pensamento não é “anterior” ou “anunciado” pela linguagem, mas consuma-se nela. “O pensamento ‘puro’ reduz-se a um certo vazio da consciência [...]. A nova intenção significativa só se conhece a si mesma recobrindo-se de significações já disponíveis, resultado de atos de expressão anteriores” (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 249). A linguagem não traduz o pensamento, mas o torna presente no mundo. Linguagem e pensamento estão envolvidos um no outro de tal modo que a linguagem é um modo que o corpo tem de fazer presente no mundo – por meio da expressão - o sentido do pensamento. Nesse sentido, a linguagem não é tradução ou reprodução do pensamento é, antes, sua fonte originária de sentido.

Se nos voltamos para a álgebra tomando-a como uma linguagem, podemos interpretar que ela é fonte originária do pensamento algébrico e, nos modos de expressão do sujeito, o pensar vai se constituindo simultaneamente. Conforme se pode interpretar, não há um pensamento isolado, uma vez que ele se constitui no mundo-vida[3] pela linguagem e, por isso, a palavra tem sentido sem, no entanto, contê-lo. O “sentido irrompe através da palavra, projetando no silêncio articulador da linguagem o que este queria e sozinho não obtinha, mas sem obturá-lo” (FURLAN; BOCCHCI, 2003, p. 450). Esse sentido destacado pelos autores não é dado, mas compreendido pelo outro.

Vamos acompanhar um exemplo dado por Merleau-Ponty (1994, p. 244), para podermos compreender que “toda linguagem se ensina por si mesma e introduz seu sentido no espírito do ouvinte”.

> Uma música ou uma pintura que primeiramente não é compreendida, se verdadeiramente *diz* algo, termina por criar por si mesma seu público, quer dizer, por secretar ela mesma sua significação. No caso da prosa ou da poesia, a potência da fala é menos visível, porque temos a ilusão de já possuirmos em nós, com o sentido comum das palavras, o que é preciso para

[3] Mundo-vida, no sentido de mundo experimentado pelo homem, significa uma realidade rica, polivalente e complexa, que o próprio homem constrói. Mas, ao mesmo tempo, o Lebenswelt é constituído pela história, linguagem, cultura, valores. Quando se fala de experiência é ingênuo querer reduzi-la à empina sensível do mundo físico [...]. Assim o Lebenswelt é um a priori das ciências, cujos resultados passarão a integrar o mesmo, que traduz as condições de possibilidade de um mundo como mundo histórico, com suas tradições, com seu presente e horizonte aberto ao futuro (HURSSEL, 2002, p. 33-34).

> compreender qualquer texto, quando, evidentemente, as cores da paleta ou os sons brutos dos instrumentos, tais como a percepção natural os oferece a nós, não bastam para formar o sentido musical de uma música, o sentido pictórico de uma pintura. Mas, na verdade, o sentido de uma obra literária é menos feito pelo sentido comum das palavras do que contribui para modifica-lo. Há, portanto, tanto naquele que escuta ou lê como naquele que fala e escreve, um *pensamento na fala* (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 244, grifos do autor).

Com isso o que se destaca é o processo de significação[4] que,

> expresso na conduta do outro, vem encontrar em mim a legitimação de seu sentido, e vice-versa: vejo no outro um reflexo de minhas próprias possibilidades, intenções que podem fazer parte de minha própria conduta. [...] O corpo [...] enquanto fenômeno [...] é portador de uma capacidade singular de apreender o sentido de outra conduta, seja o sentido do gesto ou da fala do outro; e a palavra também é um gesto e uma forma de conduta (FURLAN; BOCCHI, 2003, p. 448-449).

O sentido do pensamento expresso pela linguagem produz significações à medida que meu corpo, como potência de intencionalidades, ao estar *com o outro*, expõe possibilidades de compreensão do expresso. Assim, pela expressão revela-se um modo de compreender o pensamento, embora não o esgote, uma vez que “seu movimento consiste sempre em nos atirar além, nas fronteiras entre o visível e o invisível, sondando as relações entre um mundo e outro” (FURLAN; BOCCHI, 2003, p. 450).

Se considerarmos a álgebra como uma expressão linguística e o pensamento algébrico como significação, podemos explorar as possibilidades compreensivas da estrutura dos objetos matemáticos em diferentes perspectivas. Mas, como se efetiva uma possibilidade de explorar esse processo de significação, o pensamento algébrico, na sala de aula dos anos iniciais?.

Para que isso possa ser compreendido buscamos, em alguns autores lidos, analisar as sugestões de trabalho em sala de aula.

[4] No §124 de seu *Ideias*, Husserl (2006) fala em significar e significação. Diz que há ambiguidades quando se fala em significação e expressão. Embora a princípio tais palavras se referissem apenas à esfera linguistica da expressão, o autor considera importante ampliar o que essas palavras dizem, de modo que significação possa ser aplicada a toda a esfera noemática, abrangendo todos os atos, entrelaçados ou não com os expressivos. A verbalização é a expressão porque a significação a ela correspondente exprime, diz, comunica. Expressão é a “forma” que pode se ajustar a todo e qualquer sentido, ou seja, ao núcleo noemático, e alçá-lo ao reino do logos, do conceitual, do geral (BICUDO, 2010, p. 28).

Para que isso possa ser compreendido é preciso que se entenda o par *noesis* – *noema*, mencionado por Husserl. *Noesis* se refere ao ato intencional; noema, ao que é enlaçado por esse ato. Por exemplo, tem-se uma árvore. Ver a árvore é um ato da consciência, portanto intencional. Trata-se do *noesis*. O visto, a árvore, é o *noema* (BICUDO, 2010, p 30).

Possibilidades para o ensino de álgebra nos anos iniciais

O ensino e a aprendizagem da matemática estão cada vez mais presentes nas pesquisas em Educação Matemática que se dispõem a discutir possibilidades para um trabalho com os conteúdos disciplinares que não se reduza a exposição e memorização de procedimentos.

Várias são as dificuldades que os alunos enfrentam em todo o percurso da aprendizagem matemática. Dentre as diferentes áreas ou campos dessa disciplina que é conhecida por oferecer maior obstáculo à aprendizagem, a álgebra se destaca, especialmente pelo caráter abstrato pelo qual é apresentada aos estudantes (LINS; GIMENEZ, 1997; FERREIRA; RIBEIRO; RIBEIRO, 2017).

Procurando alternativas ao ensino da álgebra, algumas pesquisas indicam a relevância de ela ser tratada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (CANAVARRO, 2007; PONTE; BRANCO; MATO, 2009; MESTRE; OLIVEIRA, 2011; CAVALCANTE; FREITAS; RODRIGUES, 2014). Dentre as justificativas apresentadas, está aquela que se volta para a defesa do pensamento algébrico destacando que não se trata de acrescentar temas novos ao currículo dos anos iniciais, mas, antes, entendê-lo "como uma forma de pensamento que aponta significação, profundidade e coerência à aprendizagem de outros temas" (MESTRE, OLIVEIRA, 2011, p. 1).

Entendemos, porém, que se trata de uma prática em sala de aula que requer um novo olhar para o aprender e ensinar matemática. Os professores que ensinam matemática nos anos iniciais precisam compreender e reconhecer o sentido e as potencialidades desse tipo de pensamento, uma vez que, sua constituição demanda tempo e um trabalho "contínuo que, por meio de diferentes tipos de exploração, vai se tornando complexo, à medida que as tarefas matemáticas e os conceitos também se complexificam" (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018, p. 14-15).

Consideramos importante explicitar aos professores as possibilidades desse trabalho, isto é, a tonalidade que ele deve ter, quais tarefas deve envolver, quais ações são possíveis, que objetivo se espera alcançar, o tipo de raciocínio que se desenvolve. Para discutir alguns desses aspectos vamos tomar uma possibilidade de trabalho que envolve o sentido numérico, as propriedades das operações e a exploração de padrões.

Apresentaremos um exemplo explorado por Canavarro (2007) ao discutir, em sua pesquisa, a potencialidade do pensamento algébrico em um trabalho com alunos do 1º e 2º ciclos do Ensino Básico em Portugal. As tarefas estão no contexto da aritmética generalizada e do pensamento funcional explícitos por Blanton e Kaput (2005). Para o diálogo, destacamos uma das atividades desenvolvidas com os alunos - “E se adicionares duas linhas da tabuada?” - cujo objetivo é explorar e generalizar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Figura 1 – Atividade “E se adicionares duas linhas da tabuada?”

E se adicionares duas linhas da tabuada?

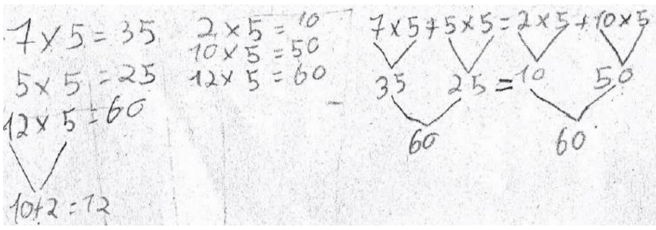
1 × 3 = 3
2 × 3 = 6
3 × 3 = 9
4 × 3 = 12
5 × 3 = 15
6 × 3 = 18
7 × 3 = 21
8 × 3 = 24
9 × 3 = 27
10 × 3 = 30

Já conheces muitas tabuadas. Talvez as saibas todas de cor... Mas talvez não tenhas reparado que há muitas coisas que podemos descobrir nas tabuadas…

Fonte: Canavarro, 2007, p. 97

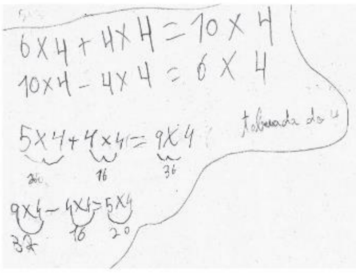
Para iniciar a exploração a professora toma duas linhas da tabela (tabuada do 3): a segunda (2 x 3 = 6) e a quinta linha (5 x 3 = 15). Solicita que os alunos somem o primeiro fator de cada uma das multiplicações, isto é, somem 2 + 5, obtendo 7. Ela recomenda que também somem os produtos de 2 x 3 e 5 x 3. Eles obtêm 21. No diálogo, os alunos identificam que as somas expressam dados da sétima linha da tabuada, isto é, 7 x 3 = 21. Nesse momento a professora questiona se há possibilidade de estabelecer a mesma relação com outras linhas dessa tabuada. E de outras tabuadas? Os alunos exploram as possibilidades sugeridas e registram o obtido.

Figura 2 - Registro de um aluno: exploração da tabuada do 5



Fonte: Canavarro, 2007, p. 101

Figura 3 - Registro de um aluno: exploração da tabuada do 4



Fonte: Canavarro, 2007, p. 101

Os alunos testam possibilidades para obter os resultados. Na Figura 2 vemos que, para encontrar o produto de 12 x 5, o aluno sistematiza o explorado através da expressão (7 x 5) + (5 x 5) = (10 x 5) + (2 x 5). Já a Figura 3 mostra que o aluno investiga se a relação encontrada para a adição vale também para a subtração, concluindo com a expressão (9 x 4) – (4 x 4) = 5 x 4.

Isso, segundo interpreta a autora, revela um modo de o aluno “analisar as expressões aritméticas não em termos do valor numérico obtido através do cálculo, mas em termos da sua forma” (CANAVARRO, 2007, p. 89). Além disso, afirma que se pode ver pela forma escrita do aluno, que há compreensão do Sistema de Numeração Decimal que lhe permite compor e decompor números.

O que se evidencia nesse fazer, em termos de conteúdo matemático? Notamos que, no contexto algébrico que trabalhamos nos anos finais do Ensino Fundamental, o que se espera do aluno é que ele faça uma *fatoração*, *desfazendo* a propriedade comutativa da multiplicação em relação à adição. Ou seja, nos casos acima exemplificados há um fator que é considerado comum (o que dá nome à tabuada, o 3, o 4, o 5, em cada caso). Logo, se é um fator comum ele pode ser evidenciado tornando possível a escrita, isto é, 2 x 3 + 5 x 3 é o mesmo que escrever (2 + 5) x 3.

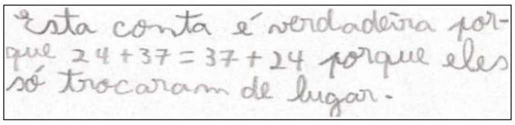
Vale destacar que, nesse ano da escolaridade, o uso de parênteses não é comum ou não está presente nas práticas operatórias. Assim, precisariam de algum modo ser justificado, obviamente, não pela apresentação do professor.

Então, podemos questionar: é possível explorar, dessa forma, o pensamento algébrico nos anos iniciais?

Vamos continuar nossa discussão. Agora tomaremos a tarefa proposta por Mestre e Oliveira (2011) para alunos do 3º ano da Educação Básica com o objetivo de explorar a generalização recorrendo a propriedades numéricas, operações e padrões.

Aos alunos foi solicitado que analisassem se determinadas igualdades eram verdadeiras ou falsas com base em sentenças como: 24 + 37 = 37 + 24.

Figura 4 – Registro do aluno



Fonte: Mestre e Oliveira, 2011, p. 11

Interpretamos que ao escrever “porque eles só trocaram de lugar”, o aluno reconhece que na adição a propriedade comutativa é válida, mesmo que não saiba nomeá-la.

Os autores destacam que muitos alunos não recorreram aos cálculos para responder o que lhes era perguntado, indicando que reconhecem as estruturas envolvidas no problema e buscam relações válidas para responder ao questionamento ou, conforme salienta Ponte (2006, p. 8), mostra que o aluno está “representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstrato”.

No decorrer das atividades, segundo afirmam os autores, os alunos deram respostas que indicavam níveis de generalização diferentes, embora estivessem no mesmo ano de escolaridade, revelando que o sentido numérico é compreendido por eles de modos distintos ou que a habilidade expressiva (em termos de aquisição da linguagem simbólica) está em diferentes estágios exigindo uma análise para que o trabalho do professor possa avançar.

Cavalcante, Freitas e Rodrigues (2014), apoiando-se nas concepções de Lins e Gimenez (1997)[5], elaboraram tarefas para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

Uma das atividades sugeridas envolvia o sinal de igualdade, a operação adição e termos desconhecidos, conforme segue:

Figura 5 – Atividade Proposta com sinal de igualdade

$$\triangle + \bigcirc = 20$$

Fonte: Cavalcante, Freitas e Rodrigues, 2014, p. 11

[5] De acordo com Lins e Gimenez (1997) pensar algebricamente envolve algumas características: produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso de aritmeticismo); considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e, operar sobre os números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 151).

Esse tipo de atividade é comum em materiais didáticos dos anos iniciais. O objetivo é discutir com os alunos possibilidades sobre os valores que podem assumir os termos desconhecidos, no caso o triângulo e o círculo, para que a sentença seja verdadeira.

Segundo o que interpretamos é um tipo de tarefa que visa explorar os fatos fundamentais da adição de soma igual a 20, considerando-se os números naturais, universo explorado nesses anos da escolaridade. Cavalcante, Freitas e Rodrigues (2014), destacam que os alunos apresentaram todas as combinações possíveis (no conjunto dos números naturais) para o triângulo e o círculo.

Outras situações foram exploradas. Por exemplo: o que acontece se das 20 unidades retirarmos o triângulo ou círculo? Os alunos, diante do questionamento, respondem com espontaneidade: se das vinte unidades se retirar o triângulo irá restar o círculo (e vice-versa).

Figura 6 – Alterando a situação proposta

$$20 - \triangle = \bigcirc$$

$$20 - \bigcirc = \triangle$$

Fonte: Cavalcante, Freitas e Rodrigues, 2014, p. 11

Na discussão do que os alunos responderam os autores destacam que, os alunos participantes não tiveram dificuldades em realizar abstrações como, por exemplo, “se a soma de dois números é igual a um terceiro número, a diferença entre este terceiro número e um dos outros dois será igual a outro número, mesmo que essas duas quantidades sejam desconhecidas” (CAVALCANTE; FREITAS; RODRIGUES, 2014, p. 11).

A discussão da atividade é encaminhada de modo a discutir a possibilidade de explorar situações que visem desenvolver habilidades relacionadas à generalização nos anos iniciais do Ensino Fundamental, levando os alunos a “descobrir e comprovar propriedades que se verificam em toda uma classe de objetos” (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10). Destacamos que, ao considerarmos o currículo dos anos iniciais, nota-se que não são tarefas que *fogem* aos temas que devem ser tratados. São situações passíveis de serem trabalhadas por meio da exploração do sentido numérico e das propriedades de números e operações.

Porém, é preciso salientar que, se concordamos com Merleau-Ponty (1994), vemos que o desenvolvimento do pensamento algébrico se trata de um fazer, de um constituir-se em ato. Não se pode querer explorar o pensamento algébrico com base no referencial da álgebra, entendida como linguagem que comunica certas ideias matemáticas. As próprias ideias estão explícitas a um fazer e precisam se vividas, experienciadas num processo compreensivo.

> não preciso representar-me a palavra para sabê-la e para pronunciá-la. Basta que eu possua sua essência articular e sonora como uma das modulações, um dos usos possíveis de meu corpo. Reporto-me à palavra assim como minha mão se dirige para o lugar de meu corpo picado por um inseto; a palavra é um certo lugar de meu mundo linguístico, ela faz parte de meu equipamento, só tenho um meio de representa-la para mim, é pronunciá-la, assim como o artista só tem um meio de representar-se a obra na qual trabalha: é preciso que ele a faça. [...] o sentido está enraizado na fala, e a fala é a existência exterior do sentido. Não poderemos mais admitir, como comumente se faz, que a fala seja um simples meio de fixação, ou ainda o invólucro e a vestimenta do pensamento. (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 246-247).

Com isso salientamos que, no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental se há uma disposição para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ela deve ser posta em curso sem que se queira, primeiro, explorar o universo linguístico ou construir com o aluno uma *linguagem algébrica* com a qual ele possa se expressar. É preciso saber o que deve ser feito e fazer.

Considerações finais

Falar sobre as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais ou, mais especificamente, sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, causa estranheza. Talvez pelos mitos que se assumem na Educação, especialmente quando se fala da aprendizagem matemática. Conforme destaca Cifuentes (2010, p. 28), "facilmente juízos de valor em matemática podem ser transformados em mitos sobre a matemática. Destacamos os seguintes: a matemática é, por natureza, abstrata, imutável, objetiva, não relacionada com a realidade". São *mitos* que têm fundamento em certa perspectiva epistemológica ou corrente filosófica e que levam a uma visão da matemática que não permite interpretações ou explorações, mas requer conhecimento de regras e procedimentos. No entanto, conforme destaca o autor, podemos olhar para a matemática como *atividade* e, desse modo, ela não é; ela *acontece* no movimento do pensar.

Mas, derrubar mitos não é algo simples. Então, entendemos que, nos anos iniciais, os alunos devem conhecer os números, as propriedades do Sistema de Numeração Decimal e saber explorar suas possíveis relações. Porém, considerar letras, variáveis e símbolos parece *apressar a ordem natural* do ensinar e aprender matemática.

Ainda poderíamos imaginar uma alternativa, assumir que "o conhecimento matemático tem sua 'fonte' (palavra que nos induz a pensar que ele flui) na percepção" (CIFUENTES, 2010, p. 22). Então podemos perguntar: "como se revela o pensar no movimento da construção do conhecimento matemático? [...] no caso da álgebra manifesta-se um pensar estrutural" (CIFUENTES, 2010, p. 22).

Voltamos ao pensar. "O pensamento não é nada de "interior", ele não existe fora do mundo e fora das palavras. [...] Portanto, o pensamento e a expressão constituem-se simultaneamente" (MERLEAU-PONTY, 1994, p. 249). São ideias, elucubrações de um pensador que se *dis-põe* a pensar a matemática como *atividade* e a álgebra nos anos iniciais.

Dispõe-se a pensar frente à visão presente há muito tempo na escola, pautada em aspectos epistemológicos da matemática considerada como Ciência, para a qual se requer uma objetividade e uma linguagem própria, rigorosa. Mas, se a linguagem não é dada a priori, é constituída no processo do pensar, então, a escola *pode* tratar a matemática como atividade em sua fluidez. Se assim o fizer, "devemos diferenciar [...] a matemática como área de conhecimento instituído e o pensamento matemático como acontecimento (não somente cognitivo), onde são importantes, por exemplo, a articulação das ideias matemáticas e a intuição que as sustenta" (CIFUENTES, 2010, p. 22) deixando-se que a expressão seja espontânea, gestual, pictórica, oral.

Eureca!!! Aprender e ensinar matemática não se restringe a conhecer conceitos e, muito menos, saber uma linguagem. A álgebra, como campo da atividade matemática não se reduz à manipulação de fórmulas e regras e explorá-la nos anos iniciais significa dar aos alunos a possibilidade de identificar estruturas dos objetos matemáticos, de estabelecer relações e fazer generalizações, dando abertura a um tipo de pensamento e de expressão. Logo, a proposta de trabalhar a álgebra nos anos iniciais é, na realidade, trabalhar o pensamento algébrico ou a álgebra como atividade matemática, já que na atividade o que se busca é o pensar.

Para finalizar vamos retomar a *atividade* da tabuada exemplificada neste texto com base na pesquisa de Canavarro (2007, p. 97) e acompanhar uma discussão feita por Cifuentes (2010). Obviamente, essa discussão do autor não é feita a partir da pesquisa de Canavarro. Essa é nossa interpretação, uma vez que desejamos destacar o sentido da tabuada nessa perspectiva do pensamento algébrico como atividade que permite trazer novas significações tanto para a matemática quanto para as situações didáticas.

> Ao se referir a uma das fórmulas que definem recursivamente a operação de adição, concretamente a seguinte: a + (b + 1) = (a + b) + 1, Fuchs (1970) diz que ‘A chave de seu entendimento é de novo a Matemática como atividade, significando a *aritmética como atividade*. A nossa fórmula não é simplesmente a fixação, por definição, de uma igualdade entre o termo a + (b +1), colocado à esquerda de =, e o termo (a + b) + 1. É uma regra de construção, uma *instrução para agir*’ (FUCHS, 1970, p. 89-90, grifo do autor).
> Esse caráter recursivo da aritmética determina uma função ordinal e não cardinal da tabuada. Ela deve ser pensada, então, como um processo de construção da operação multiplicação e não como uma sequência de operações isoladas a serem decoradas. O exercício de recitar a tabuada visa revelar esse movimento recursivo de sua construção (recitar a tabuada ao avesso não daria mesmo sentido a essa operação). Cada linha por si não tem importância, é a sequência que tem, o que foi sabiamente capturado pelo sistema axiomático que Peano deu à aritmética em finais do século XIX. [...] A tabuada, então, não é um saber estático, é um saber dinâmico, é parte do pensar matemático sobre os números naturais (CIFUENTES, 2010, p. 22-23).

O que se mostra para nós nesse fazer exploratório é a riqueza do conhecimento matemático e a potencialidade que abre à exploração. O professor dos anos iniciais, mesmo que não saiba quem foi Peano ou o que ele elabora com os números naturais, explora sistematicamente a tabuada com seus alunos. Porém, como a explora? Para quê a explora? Essas são questões que realmente importam quando se discute o ensino e a aprendizagem matemática. Se, pelo pensamento algébrico é possível promover modos de aprender e ensinar matemática que explorem os conteúdos para além da manipulação, caminhando na direção de uma matemática como atividade, de um pensar que é explicito e leva à compreensão, então defendemos que, nos anos iniciais devem ser exploradas situações do contexto algébrico de modo que o aluno perceba as relações matemáticas nas operações, no sistema de numeração, nas tarefas que realiza.

Referências

BICUDO, M. A. V. Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenoloógica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Filosofia da Educação Matemática:* fenomenologia, concepções, possibilidadess didático-pedagógicas. São Paulo: Editora da Unesp, 2010, p. 23-47.

BICUDO, M. A. V. Sobre história e historicidade em Edmund Husserl. *Cadernos da EMARF, Fenomenologia e Direito*, Rio de Janeiro, v.9, n.1, p.21-48, 2016. Disponível em:< http://www.mariabicudo.com.br/artigos-em-peri%C3%B3dicos.php> Acesso em: 11 fev. 2019.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, 2005, p. 412-443. Disponível em:< http://mathed.byu.edu/kleatham/Classes/Fall2010/MthEd590Library.enlp/MthEd590Library.Data/PDF/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning-1974150144/BlantonKaput2005CharacterizingAClassroomPracticeThatPromotesAlgebraicReasoning.pdf>. Acesso em: 20 jan. 2018.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem matemática nos primeiros anos. *Revista Quadrante*, v. 16, n. 2, p.1 – 81, 2007. Disponível em:< https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/_Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf>. Acesso em: 11 out. 2018.

CAVALCANTE, J. L.; FREITAS, L. C. A.; RODRIGUES, I. G. Educação Algébrica nos Anos Iniciais: uma experiência com alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental. In: Encontro Paraibano de Educação Matemática, 8. 2014, Paraíba, *Anais*... Campina Grande, 2014, p.1-12 . Disponível em:< http://www.editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Modalidade_1datahora_23_10_2014_12_52_39_idinscrito_342_624bd30a2a41f1d177226c93e3453961.pdf>. Acesso em: 11 out. 2018.

CIFUENTES, J. C. Do conhecimento Matemático à Educação Matemática: uma "odisseia espiritual". In: CLARETO, S. M.; DETONI, A. R.; PAULO, R. M. (Orgs.). *Filosofia, Matemática e Educação Matemática*. Juiz de Fora, MG: Editora da UFJF, 2010, p. 13-32.

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Traduzido por Hygino. H. Domingues. São Paulo: Editora da UNICAMP, 1995. 843 p.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. L. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Revista Zetetiké*, v.25, n.3, p.496-514, set-dez. 2017. Disponível em:< https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585>. Acesso em: 13 jan. 2018.

FUCHS, W. A *Matemática Moderna*. São Paulo: Ed. Polígono, 1970.

FURLAN, R.; BOCCHI, J. C. O corpo como expressão e linguagem em Merleau-Ponty. *Estudos de Psicologia*, Campinas, São Paulo. v. 8, n. 3, 2003. p. 445-450.

HURSSEL, E. *A crise da humanidade europeia e filosofia*. Tradução de Urbano Zilles. 2ª. ed. Porto Alegre: EDIPURCS, 2002, 96 p.

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. In: FENNEMA, E. ROMBERG, T.A.(Orgs.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 1999. Disponível em:< http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS%5CKaput_99AlgUnd.pdf>. Acesso em: 08 nov. 2018.

KLUTH, V. S. Pesquisando a construção do conhecimento algébrico: um mergulho na História. In: V Seminário de História da Matemática, 2003, Rio Claro. *Anais*...Rio Claro, p. 453-464, 2003.

KLUTH, V. S. Uma visão filosófica do pensar algébrico. In: VII Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática: um compromisso social, 2004, Pernambuco. *Anais*...Pernambuco, p. 1-14, 2004. Disponível em :< http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/15/PA10.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2017.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 5ª ed. Campinas: Papirus, 1997. 176p.

MERLEAU-PONTY, M. *Fenomenologia da Percepção*. 2ª ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 1994.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de alunos do 3º ano de escolaridade do ensino básico. In: C. Guimarães & P. Reis (Orgs.) *Professores e Infâncias*: Estudos e experiências. São Paulo: Junqueira & Marin Editores, 2011, p. 201 -223. Disponível em:< http://ie.ulisboa.pt/pls/portal/docs/1/334683.PDF>. Acesso em: 11 out. 2018.

MILIES, C. P. *Breve história da Álgebra Abstrata*. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. 2013. Disponível em:< http://www.bienasbm.ufba.br/M18.pdf>. Acesso em: 05 out 2018.

MONDINI, F. *A presença da álgebra na legislação brasileira*. 2014. 433 p. Tese (Doutora em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro 2014. Disponível em:< https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102139/mondini_f_dr_rcla.pdf?sequence=1>. Acesso em: 06 out 2018.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In: NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. (Orgs.), *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica*: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018, p. 13-23. Disponível em:< http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf?fbclid=IwAR1E-EkmCiAVzgq-0zbYDtiXkEZ8K0mzki0wKDCyB4bgNT8rwv5CbuGqzpE>. Acesso em: 15 nov. 2018.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no contexto escolar. In: VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L. & CANAVARO, P. (Orgs.), *Números a álgebra na aprendizagem matemática e na formações de professores*. Lisboa: SEM-SPCE, 2006. p. 5 – 7.b Disponível em:< http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>. Acesso em: 11 out. 2018.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC. 2009. 181 p. Disponível em:< http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf>. Acesso em: 11 out. 2018.

PRESTES, D. B. et al. Tarefas do Early Algebra realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 12. 2014, Campo Mourão. *Anais*... Campo Mourão, 2014, p.1-12. disponível em :< http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/ARQUIVOS/RELATOS/autores/REA014.PDF >. acesso em: 27 set. 2017.

RADFORD, L. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective**.** *Research in Mathematics Education*, v. 12, n.1, p. 1-19, mar. 2010. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/22_RME2010Algebraicthinkingfromaculturalsemioticperspective.pdf>. Acesso em : 16 nov. 2018.

RADFORD, L. On the development of early algebraic thinking. *PNA*, UK, v. 6, n. 4, p. 117-133, 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/12342220.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2018.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, Australia, n. 26, p. 257-277, 2014. Disponível em:<http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20(2014)%20-%20The%20progressive%20development.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2018.

SANTOS, C. C. S.; MOREIRA, K. G. O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12. 2016, São Paulo. *Anais*... São Paulo, 2016, p.1-7. disponível em :< http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4980_2866_id.pdf>. acesso em: 27 set. 2017.

Texto recebido: 30/07/2019
Texto aprovado: 11/12/2019