EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p296-321

Ações de professores na elaboração e implementação de tarefas envolvendo conceitos algébricos

Teachers actions in the elaboration and implementation of tasks involving algebraic concepts

ANNA FLÁVIA MAGNONI VIEIRA[1]

ANDRÉ LUIS TREVISAN[2]

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI[3]

Resumo

Este artigo tem por intenção analisar ações de professores de Matemática, potencializadoras para produção de significados a conceitos algébricos, nos momentos de elaboração e implementação de tarefas constituídas no contexto de um grupo de estudos. Os dados de análise foram coletados por meio de gravações de áudio e diário de campo. Foram identificadas as seguintes ações: favorecer a elaboração de ideias matemáticas; possibilitar o pensamento conceitual e algébrico; articular as temáticas Álgebra e Geometria; estabelecer conexões; compreender o conceito antes de simbolizar; utilizar diferentes sistemas de representação e utilizar a simplificação da escrita algébrica. Tais ações permitiram que os estudantes construíssem ideias matemáticas para produção de significados a conceitos algébricos.

Palavras-chave: *Ensino de Matemática, Ensino de Álgebra, Tarefas matemáticas, Linguagem algébrica.*

Abstract

This article aims to analyze actions of mathematics teachers, empowering to produce meanings to algebraic concepts, in the moments of elaboration and implementation of tasks constituted in the context of a study group. The analysis data were collected through audio recordings and field diary. The following actions were identified: favoring the elaboration of mathematical ideas; enable conceptual and algebraic thinking; articulate the themes Algebra and Geometry; make connections; understand the concept before symbolizing; use different representation systems and use the simplification of algebraic writing. Such actions allowed students to construct mathematical ideas to produce meanings to algebraic concepts.

Keywords: *Mathematics Teaching, Algebra Teaching, Mathematical Tasks, Algebraic Language*

[1]Mestre pelo PPGMAT-UTFPR-LD e doutoranda UEL. Professora da rede particular. E-mail: anna_flavia_magnoni@hotmail.com

[2]Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente do Departamento de Matemática e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)/ câmpus Londrina. E-mail: andrelt@utfpr.edu.br.

[3]Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Professora da rede estadual de ensino do estado do Paraná. E-mail: loreni.baldini@gmail.com.

Introdução

Aspectos relacionados ao ensino da Álgebra e ao pensamento algébrico são amplamente debatidos no âmbito da Educação Matemática nos diferentes níveis de escolaridade, em especial por conta das dificuldades encontradas pelos professores em ensinar algo que, na visão de muitos estudantes, é considerado bastante "abstrato", sendo ensinada, muitas vezes como um amontoado de regras e técnicas para resolver equações e sistemas de equações. De acordo com Ponte (2005), essa forma de ensino desvaloriza aspectos importantes da álgebra, como a identificação de regularidades, de padrões, de regras e a realização de generalizações, necessários para a formação do aluno.

No final da década de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) propuseram um "novo enfoque para o tratamento da Álgebra, apresentando-a de forma integrada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo" (BRASIL, 1998, p. 60). Mais recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC – BRASIL, 2017)[4] apresenta a unidade temática Álgebra[5] como presente desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo por finalidade desenvolver o pensamento algébrico, "que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2017, p. 268). Para esse desenvolvimento ocorrer, o documento destaca que, dentre outras habilidades, os estudantes devem ser capazes de criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas.

No que tange às ações dos professores relacionadas ao trabalho com a Álgebra em sala de aula, as tarefas[6] por eles propostas merecem destaque quando se levam em conta os diversos elementos que exercem influência no processo de aprendizagem dos estudantes. Cabe ao professor planejar e conduzir situações em sala de aula de forma a promover um ambiente que oportunize ao estudante a produção de significados[7], mas,

[4] Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. Neste trabalho, consideramos a versão disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/, acessada em 22 de julho de 2019.

[5] As demais são Números, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

[6] De acordo com Stein e Smith (2009), uma tarefa representa um segmento da atividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular, podendo esta envolver um trabalho prolongado a respeito de somente um problema, ou vários problemas relacionados.

[7] A expressão "produção de significados" é tomada no sentido proposto por Silva e Lins (2013), com base no referencial da Teoria dos Campos Semânticos. Para eles, a noção de significado de um objeto é

para isso, é necessária a preparação e a tomada de decisões relacionadas à sua prática, especialmente no que se refere à seleção, elaboração/criação e implementação de tarefas (CYRINO; JESUS, 2014; STEIN; SMITH, 1998; THOMPSON, 2009).

Quando são oportunizados aos professores momentos de reflexão e discussão de suas práticas, visando à elaboração de seus planos de aula, seleção e discussão de tarefas, de modo conjunto e compartilhado, é possível que ocorram aprendizagens docentes que possivelmente não ocorreriam se o trabalho fosse feito de forma individual, ou sem o apoio de um grupo de estudos (LAVE; WENGER, 1991; OPFER; PEDDER, 2011).

Desse modo, os elementos supracitados justificam a relevância da pesquisa que resultou neste artigo, cujo objetivo foi analisar ações de professores de Matemática, potencializadoras para produção de significados a conceitos algébricos, nos momentos de elaboração e implementação de tarefas constituídas no contexto de um grupo de estudos. Na sequência do artigo, apresentamos aspectos teóricos acerca do ensino de Álgebra e de pensamento algébrico, seguido dos encaminhamentos metodológicos da pesquisa, análise dos dados a partir das ações de professores, e as considerações finais.

O ensino da Álgebra e o pensamento algébrico

Tradicionalmente, a Álgebra, na fase simbólica, é introduzida no currículo escolar brasileiro somente nos anos finais do Ensino Fundamental. Geralmente é "a partir do final do sexto ano do Ensino Fundamental que aparecem as primeiras menções à álgebra escolar, em um ambiente estritamente mecânico, isolado dos outros conhecimentos matemáticos, aparentemente sem relação alguma entre eles" (VIOLA DOS SANTOS, 2007, p. 32).

Assim, muitas das dificuldades com as quais os estudantes se deparam em relação à aprendizagem da Álgebra podem ser decorrentes de um modelo de ensino pautado apenas ao uso de símbolos literais e operações que são realizadas com esses símbolos, e a aprendizagem tem se limitado à memorização de regras para a manipulação simbólica.

Nesse sentido, Ribeiro e Cury (2015) salientam que a Álgebra deveria ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que se configura como um fio condutor do currículo escolar e do desenvolvimento do pensamento algébrico, ou seja, ela faz parte de um conjunto de processos e pensamentos originados de experiências com números, padrões, entes geométricos e análise de dados, assim, o ensino da

---

"entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade" (SILVA; LINS, 2013, p. 5).

Álgebra pode permitir ao aluno abstrações e generalizações. Para esses autores, a identificação de regularidades, de padrões, de regras e a realização de generalizações são aspectos importantes na aprendizagem da Álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Autores como Blanton e Kaput (2005) definem o pensamento algébrico como um processo no qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares, estabelecem essas generalizações por meio de argumentação e as expressam de uma maneira cada vez mais formal e apropriada para a idade em questão. Nessa mesma direção, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103) caracterizam o pensamento algébrico como "um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos".

Fernandes e Savioli (2016), por meio de uma análise documental[8], apontam algumas características do pensamento algébrico, das quais destacam-se: utilizar diferentes sistemas de representação; analisar e representar relações matemáticas; revelar ideias algébricas e argumentar a respeito delas, mesmo que em linguagem natural; desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente; interpretar símbolos matemáticos; operar com números desconhecidos como se fossem conhecidos (analiticidade).

As autoras supracitadas destacam ainda, acerca da caracterização do pensamento algébrico, "a necessidade de estabelecimento de uma linguagem simbólica que tenha significado para os estudantes", bem como "a possibilidade de desenvolver o pensamento algébrico com auxílio da aritmética e de estruturas algébricas que permitem a construção de significados" (FERNANDES; SAVIOLI, 2016, p. 133-134).

Silva e Savioli (2012) destacam que, desde os anos iniciais, pode-se desenvolver o pensamento algébrico utilizando formas de pensar a partir de tarefas nas quais a linguagem simbólica pode ser uma ferramenta. Tais formas de pensar não são exclusivas para a Álgebra e podem ser envolvidas sem a utilização de uma linguagem simbólica, ou seja, o aluno é capaz de perceber relações entre quantidades, analisar mudanças, resolver problemas, generalizando, modelando e justificando sem o intermédio de uma linguagem formal.

[8] Foram consultados os seguintes autores: Kieran; Fiorentini, Cristovão e Fernandes; Blanton e Kaput; Kaput; Fiorentini, Miguel e Miorim; Ponte, Branco e Matos; Lins e Gimenez.

A respeito da linguagem simbólica, Viola dos Santos (2007), a partir de uma revisão de literatura[9], destaca três fases associadas ao seu desenvolvimento histórico: a retórica (ou verbal), sincopada e simbólica. A primeira refere-se ao processo de resolução de problemas, aritméticos ou geométricos, utilizando somente a linguagem natural, sem o uso de símbolos ou abreviações. A segunda é caracterizada pelo uso de algumas abreviações ou símbolos específicos para quantidades ou elementos geométricos que se repetiam com certa frequência, existindo uma combinação entre algumas abreviações de palavras, símbolos e a linguagem corrente na resolução dos problemas. A terceira fase diz respeito ao uso de letras para quantidades, expressão de soluções gerais e à formulação de regras para as relações numéricas.

No que tange aos documentos que norteiam a prática dos professores de Matemática no Brasil, mais especificamente, os PCN (BRASIL, 1998), as Diretrizes Curriculares para o ensino de Matemática do estado do Paraná (DCE, 2008) e a BNCC (BRASIL, 2017), o Quadro 1 apresenta direcionamentos acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra e desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quadro 1: Direcionamentos acerca dos processos de ensino e de aprendizagem da Álgebra.

Documentos	**Direcionamentos**
PCN (1998)	Propõem a integração da Álgebra aos demais blocos (Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação), privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo. O favorecimento da construção da ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades e o uso das representações geométricas como auxilio para a construção da linguagem algébrica.
DCE (2008)	Apontam a articulação entre a Álgebra e os números, de modo que os estudantes compreendam o conceito de incógnita; realizem a escrita de uma situação-problema na linguagem matemática; reconheçam e resolvam equações numéricas e algébricas, inequações, sistemas de equações, e diferenciem e realizem operações com monômios, binômios, trinômios e polinômios; equações quadradas, biquadradas e irracionais.
BNCC (2017)	Indica o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Fonte: Vieira, 2018, p. 8

[9]Foram consultados os seguintes autores: Eves (2004); Klein (1968) apud Rojano (1996) e Kieran (1996).

Oliveira e Laudares (2012) destacam a importância das representações geométricas para a resolução de alguns problemas algébricos. Para esses autores,

> [...] a importância de trabalhar Geometria e Álgebra relacionando conceitos, se explica com razões plausíveis, porque a geometria é um assunto do cotidiano do estudante e de acesso fácil, basta que o professor a explore para que sirva como motivação para o desenvolvimento dos conteúdos em concomitância, fazendo da abstração e do uso de símbolos uma consequência do trabalho desenvolvido, dando oportunidade para a construção e/ou consolidação de conceitos (OLIVEIRA; LAUDARES, 2012, p. 7).

Como possibilidade de promover essa articulação, os PCN destacam que o trabalho com o cálculo de áreas, por exemplo, oportuniza aos alunos identificar regularidades, fazer generalizações, aperfeiçoar a linguagem algébrica, sendo, dessa forma, estimulados a construírem procedimentos que levem à obtenção de fórmulas e expressões algébricas. Salienta, também, que a visualização de expressões algébricas, por meio dos cálculos de áreas e perímetros de retângulos, é um recurso que facilita a aprendizagem de noções algébricas, como, exemplo, $a.(a + 2) = a^2 + 2a$. Portanto, o uso desses recursos pode possibilitar ao aluno conferir um tipo de significado às expressões. Entretanto, o trabalho do professor não deve apoiar-se apenas nesse tipo de situações, já que "a interpretação geométrica dos cálculos algébricos é limitada, pois nem sempre se consegue um modelo geométrico simples para explicá-lo" (BRASIL, 1998, p. 121).

Nessa perspectiva, cumpre observar que o uso das representações geométricas auxilia na construção da linguagem algébrica, uma vez que, por meio das construções geométricas, os alunos passam a estabelecer relações e generalizações de forma significativa. Assim, conforme reforça Viola dos Santos (2007), tarefas matemáticas que exijam o reconhecimento de regularidades tanto em conjuntos numéricos quanto em figuras geométricas, o estabelecimento de padrões matemáticos, ou que tratem de algum tipo de generalização que faça uso da linguagem algébrica proporcionando ao aluno uma visão das ideias matemáticas, seja na álgebra, na aritmética ou na geometria, ainda representam algo que necessita ser reforçado nas práticas de professores da Educação Básica.

De forma sucinta, no ensino da Álgebra, defende-se (com respaldo nos referenciais apresentados) o trabalho com tarefas que possibilitem ao aluno articular conceitos geométricos, no contexto específico de área e perímetro, com a linguagem algébrica, como proposto nesta pesquisa em todos os anos finais do Ensino Fundamental, o que pode oportunizar ao aluno desenvolver o pensamento algébrico, contribuindo, dessa forma, para a construção de ideias matemáticas e do uso da linguagem simbólica quando necessário.

Papel do professor no trabalho com tarefas matemáticas: elaboração e implementação

Uma vez que as tarefas representam oportunidades de aprendizagem para os alunos, é essencial a compreensão do papel do professor no trabalho com elas, já que "as ações do professor influenciam o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente" (STEIN; SMITH, 1998). Dessa forma, é fundamental reconhecer as características na prática do professor[10] no momento de elaboração/construção de tarefas, assim como em sua implementação[11] em sala de aula.

Nessa direção, as autoras Gafanhoto e Canavarro (2011) ressaltam que uma das decisões mais importantes para o professor, nesse contexto, é a escolha das tarefas propostas aos seus alunos. Muitos deles acabam baseando-se apenas nos livros didáticos e outros mediadores curriculares acessíveis. No entanto, "nem sempre estes recursos se adéquam da melhor maneira aos alunos de uma dada turma e ao propósito de ensino dos professores. A seleção, adaptação ou criação de boas tarefas para a sala de aula constitui um desafio para muitos professores" (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2011, p. 115).

Ao planejarem suas aulas, professores acabam frequentemente selecionando somente tarefas similares àquelas já propostas em sala de aula anteriormente. Nessa situação, as tarefas podem tornar-se sinônimo de listas de exercícios, nas quais o trabalho dos alunos se limita a resolvê-las de forma mecânica e, em alguns casos, tendo como ponto de partida um modelo explicado anteriormente pelo professor e reproduzido posteriormente por ele (CYRINO; JESUS, 2014). No entanto, não basta o professor selecionar boas tarefas, é necessário também ter atenção ao modo que irá propor essas tarefas e de como conduzirá a sua realização na aula (PONTE, 2014).

Mediante o exposto, Cyrino e Jesus (2014, p. 754) ressaltam que conhecer as tarefas e refletir a respeito de sua importância nos processos de ensino e de aprendizagem pode permitir ao professor: escolher tarefas adequadas a seus objetivos de ensino; iniciar um

[10]Entende-se a expressão práticas do professor como "as atividades que eles realizam regularmente, tomando em consideração o seu contexto de trabalho e as suas interpretações e intenções" (PONTE; CHAPMAN, 2006, p. 481).

[11]Utiliza-se o termo implementação nesta pesquisa para representar a fase em que o professor propõe a tarefa ao aluno, que passa a desenvolvê-la.

processo de ensino que priorize tarefas desafiadoras[12] nas quais o aluno pode estabelecer conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos; reconhecer que as tarefas podem expressar mais do que o conteúdo; perceber como as tarefas influenciam o seu ensino e, consequentemente, a aprendizagem dos alunos; proporcionar um ambiente de aprendizagem durante as aulas de matemática; perceber qual o impacto de suas ações no processo de ensino e de aprendizagem.

Portanto, o conhecimento do professor é imprescindível tanto no momento da escolha da tarefa, como em seu desenvolvimento em sala de aula, uma vez que até pode propor uma tarefa interessante aos seus alunos, mas se ela não for bem explorada, suas "potencialidades podem ser diminuídas e traduzir-se em experiências matemáticas pouco ricas para os alunos" (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2014, p. 354).

É no envolvimento dos estudantes com as tarefas que essas revelam o seu potencial, sendo determinante o papel exercido pelo professor nessa fase da tarefa. A opção que fizer para trabalhar com a tarefa, os recursos que proporcionar, a gestão do tempo e das interações na sala de aula, o papel que se reservar a si mesmo e aos estudantes irão limitar ou potenciar as oportunidades de aprendizagem criadas a partir das tarefas (STEIN; SMITH, 1998).

Procedimentos metodológicos

Caracterização e contexto da pesquisa

A pesquisa é de natureza qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) sob o enfoque interpretativo (CROTTY, 1998), uma vez que produz dados a partir da observação de pessoas, lugares ou de processos com os quais o pesquisador procura estabelecer uma interação direta para compreender os fenômenos estudados, partindo geralmente de questões mais amplas, que só vão tomando forma mais definida à medida que se desenvolve o trabalho. Além disso, origina-se como desdobramento do estudo da primeira autora em seu mestrado (VIEIRA, 2018) que, em sua dissertação, propôs uma análise do processo de delineamento de tarefas matemáticas elaboradas por um grupo de professores de Matemática.

[12]Tarefas desafiadoras, para as autoras, são "aquelas que têm o potencial de envolver os alunos em um trabalho que desencadeia formas complexas de pensamento" (CYRINO; JESUS, 2014, p. 754).

Participaram desta investigação cinco professores[13] da rede Estadual de Ensino do Paraná que, junto com os dois primeiros autores deste artigo, constituíram um grupo de estudos. O grupo realizou encontros quinzenais durante o primeiro semestre de 2017 para elaboração de tarefas que pudessem contribuir para o trabalho com expectativas de aprendizagem (PARANÁ, 2012) relacionado às operações algébricas.

Os instrumentos utilizados para a recolha das informações desta pesquisa incluíram as gravações de áudio dos encontros do grupo, o diário de campo dos dois primeiros autores deste artigo, os registros escritos realizados pelos professores envolvidos (anotações em seus cadernos pessoais, fotografadas pela pesquisadora).

Os professores participantes do grupo, ao elaborarem as tarefas propostas nesta pesquisa, tiveram a intenção de trabalhar as operações algébricas de forma diferente daquelas rotineiramente encontradas nos livros didáticos, ou seja, o objetivo foi propor tarefas que oportunizassem aos estudantes construírem ideias matemáticas para produção de significados a conceitos algébricos.

Nesse sentido, o Algeplan[14] foi apresentado ao grupo, por ser considerado potencial para atingir o objetivo preestabelecido pelo grupo. Desta forma, o grupo construiu uma versão adaptada desse material, o qual foi constituído por representações em formas retangulares (incluindo algumas quadradas) construídas com cartolina de diversas cores, designando com as letras x, y e z as medidas dos seus lados.

Após a construção do material manipulável, solicitou-se aos professores que elaborassem tarefas visando o objetivo estabelecido pelo grupo. Apresentam-se, nas Figuras 1 e 2, as tarefas elaboradas por P-Alice e P-Andrea, a princípio elaboradas visando ao trabalho com 8º ano.

[13]Foram utilizados os nomes fictícios, P-Alice, P-Andrea, P-Gustavo, P-Marcela e P-Marlene, para garantir o anonimato dos participantes.

[14]Material manipulável para o trabalho com operações envolvendo polinômios usando áreas de retângulos e quadrados.

Figura 1 - Primeira versão da tarefa, proposta por P-Alice.

1) Complete as tabelas.

Nome	Polígono	Cor	Dimensões	
			Comprimento	Largura
Ana				
☆				
B				
✿				
C				
♡				

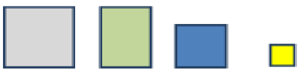
Nome	Perímetro	Area
Ana		
☆		
B		
✿		
C		
♡		

2) Escolha 3 peças e monte todas as figuras possíveis, anotando cada montagem com suas respectivas medidas.

3) Calcule o perímetro e a área de cada figura montada.

Fonte: Vieira, 2018, p. 44

Figura 2 –Primeira versão da tarefa proposta por P-Andrea.



1- Utilizando as peças confeccionadas, represente as seguintes áreas:

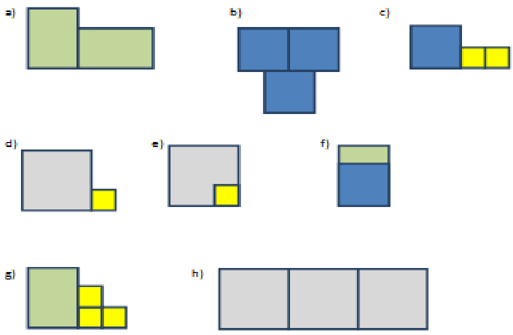
a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 + 2y^2$ c) $xy + 4$ d) $3xy + y^2$ e) $4x^2 + 4$

f) $xy – 1$ g) $x^2 - y^2$ h) $2xy – y^2$ i) $x^2 - 3$

j) $(x+y). (x)$ k) $3.(x^2 + y^2)$ l) $2. (x^2 + 4)$ m) $(2y). x$

n) $(x^2 + xy) : x$ o) $(3y^2) : y$

2- Utilizando a linguagem algébrica, represente as seguintes áreas.



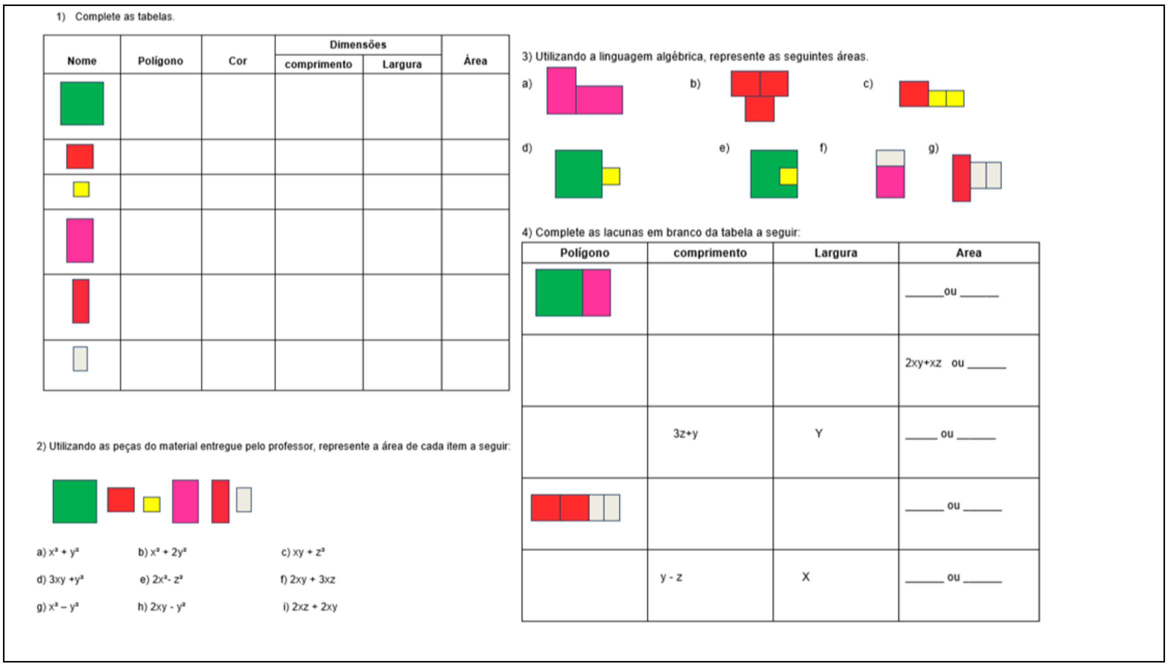
Fonte: Vieira, 2018, p. 47

Essas tarefas serviram como base para a elaboração de um protótipo[15] de tarefa, o qual foi implementado na turma da professora P-Alice, e partir desta experiência e a reflexão

[15]Informação mais detalhada a respeito do processo de elaboração deste protótipo encontra-se em (MAGNONI; TREVISAN; BALDINI; ROCHA, 2018)

conjunta no grupo, originou-se uma versão final da tarefa (Figura 3). Assim, os professores P-Alice (7º e 8º anos), P-Andrea (6º e 7º anos) e P-Gustavo (8º anos) dispuseram-se a implementar em suas aulas, adaptando-as de acordo com os conteúdos próprios do ano de escolaridade em que atuavam e com suas próprias concepções, encaminhando o trabalho em sala da forma que julgava coerente para cada uma de suas turmas.

Figura 3 - Versão final da tarefa elaborada pelo grupo.


1) Complete as tabelas.

Nome	Polígono	Cor	Dimensões		Área
			comprimento	Largura	

2) Utilizando as peças do material entregue pelo professor, represente a área de cada item a seguir:

a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 + 2y^2$ c) $xy + z^2$

d) $3xy + y^2$ e) $2x^2 - z^2$ f) $2xy + 3xz$

g) $x^2 - y^2$ h) $2xy - y^2$ i) $2xz + 2xy$

3) Utilizando a linguagem algébrica, represente as seguintes áreas.

a) b) c)

d) e) f) g)

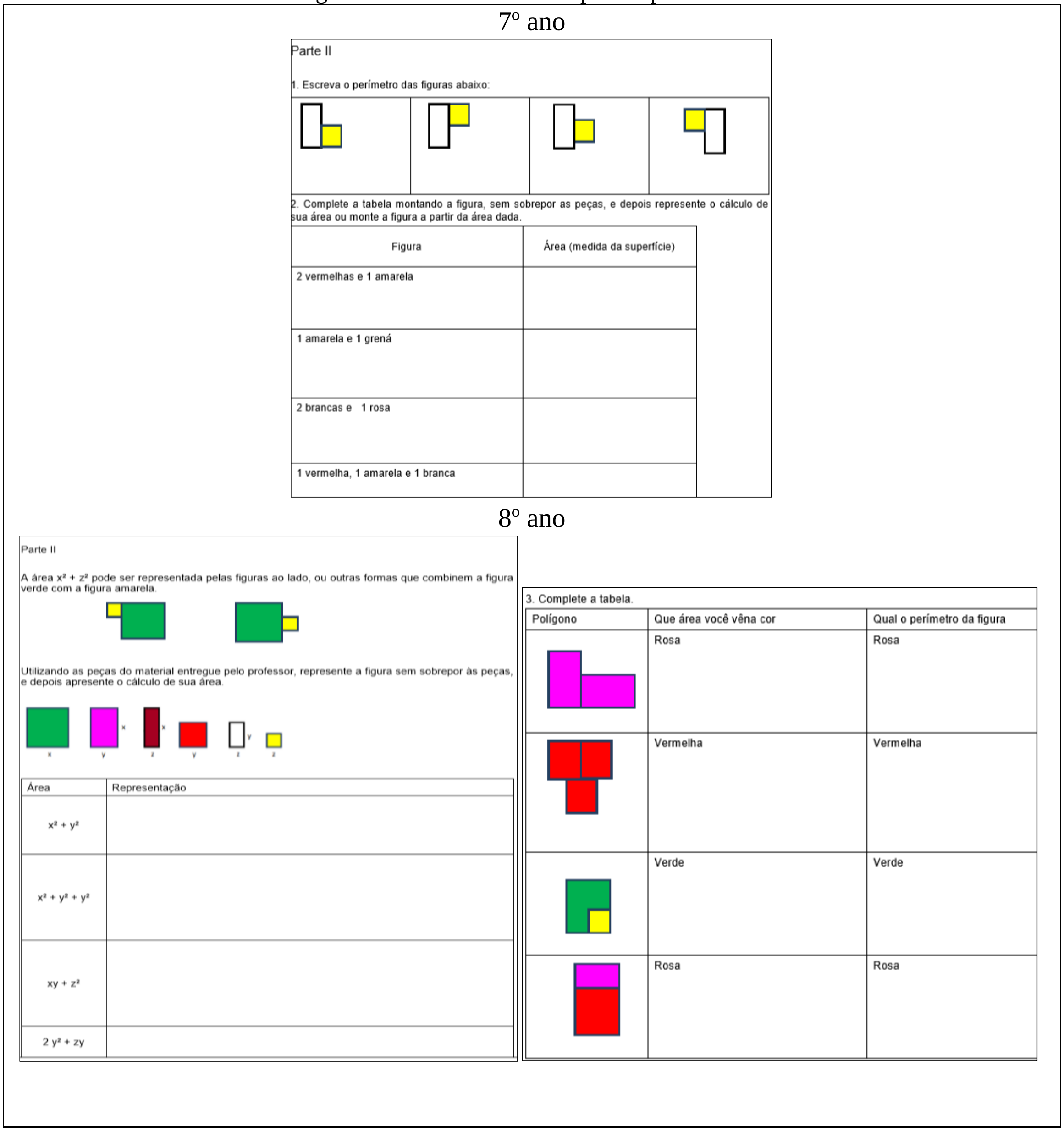
4) Complete as lacunas em branco da tabela a seguir:

Polígono	comprimento	Largura	Area
			____ ou ____
			$2xy+xz$ ou ____
	$3z+y$	Y	____ ou ____
			____ ou ____
	$y - z$	X	____ ou ____

Fonte: Viera, 2018, p. 86

P-Alice, por exemplo, realizou algumas adaptações na tarefa: manteve o primeiro item tanto para as turmas do 7º quanto do 8º ano. Os demais itens, apesar de envolverem explorações com base no cálculo de áreas e perímetros, são propostos de formas diferentes para cada um dos anos de escolaridade, conforme é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Itens da tarefa adaptados pela P- Alice



7º ano

Parte II

1. Escreva o perímetro das figuras abaixo:

2. Complete a tabela montando a figura, sem sobrepor as peças, e depois represente o cálculo de sua área ou monte a figura a partir da área dada.

Figura	Área (medida da superfície)
2 vermelhas e 1 amarela	
1 amarela e 1 grená	
2 brancas e 1 rosa	
1 vermelha, 1 amarela e 1 branca	

8º ano

Parte II

A área $x^2 + z^2$ pode ser representada pelas figuras ao lado, ou outras formas que combinem a figura verde com a figura amarela.

Utilizando as peças do material entregue pelo professor, represente a figura sem sobrepor às peças, e depois apresente o cálculo de sua área.

Área	Representação
$x^2 + y^2$	
$x^2 + y^2 + y^2$	
$xy + z^2$	
$2y^2 + zy$	

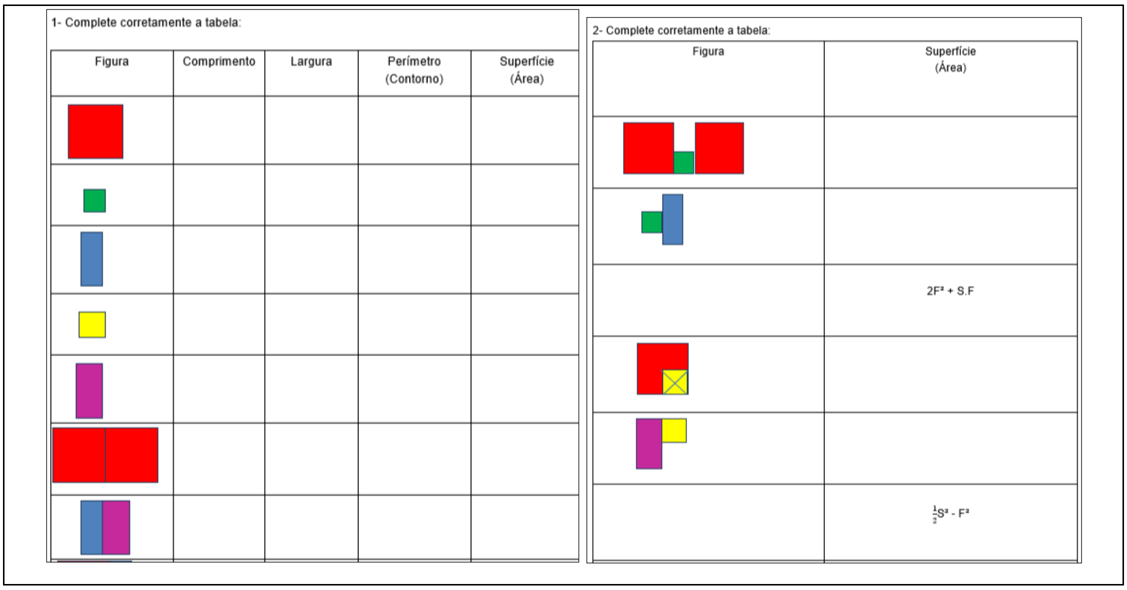
3. Complete a tabela.

Polígono	Que área você vê na cor	Qual o perímetro da figura
	Rosa	Rosa
	Vermelha	Vermelha
	Verde	Verde
	Rosa	Rosa

Fonte: Viera ,2018, p. 89-90

A P-Andrea expôs ao grupo que seu objetivo com a tarefa era fazer com que os alunos escrevessem as dimensões das figuras utilizando como instrumento e unidade de medida palitos de fósforo e de sorvete, de modo a oportunizar a simplificação da escrita, utilizando letras para representar medidas. Por exemplo, ao invés de escreverem “2 palitos de fósforo”, os alunos poderiam pensar em usar uma abreviação, como $2P$, ou qualquer outra que surgisse. Para tal, a professora construiu um novo material manipulável, com novas dimensões, utilizando os palitos como unidade de medida, e realizou algumas adaptações na tarefa conforme ilustrado na Figura 5.

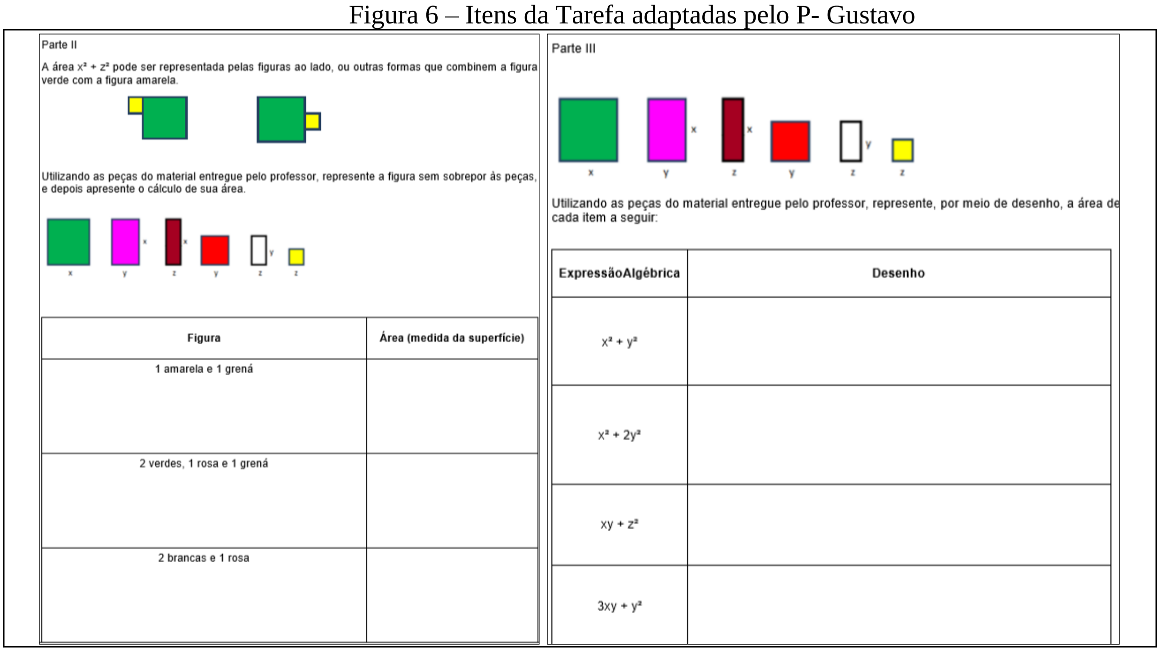
Figura 5 – Itens da tarefa adaptados pela P- Andrea



Fonte: Viera, 2018, p. 94-95

Embora a intenção com o uso do material fosse que ele servisse como uma base para a construção de tarefas que levassem os alunos a "perceber regras" envolvidas nas quatro operações com polinômios, sem que o professor precisasse antecipá-las de forma expositiva, P-Gustavo relatou ao grupo que já estava "trabalhando" com essas operações em suas turmas de 8º ano. Deste modo, P-Gustavo adaptou a tarefa com o objetivo de "reforçar e complementar aquilo que já havia ensinado". Na Figura 6, ilustram-se as adaptações realizadas pelo professor.

Figura 6 – Itens da Tarefa adaptadas pelo P- Gustavo



Fonte: Viera, 2018, p. 96-97

Estas tarefas foram implementadas em 19 aulas de 50 minutos cada uma, no segundo semestre de 2017. Essas aulas foram distribuídas em sete turmas de três professores participantes do grupo, Alice (P-Alice), Andrea (P-Andrea) e Gustavo (P-Gustavo), em turmas do 6º ao 8º anos do Ensino Fundamental.

Organização e modo de análise dos dados

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), o processo de análise envolve o trabalho com as informações, bem como com sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, busca de padrões, descoberta dos aspectos relevantes para a pesquisa e escolha do que vai ser comunicado. Nesta pesquisa, várias reflexões surgiram durante a trajetória percorrida desde os encontros ocorridos no grupo até o momento de implementação das tarefas, e procurou-se, para fins de análise, destacar as informações que foram consideradas relevantes para a pesquisa, tendo em vista o seu objetivo de analisar ações de professores de Matemática, nos momentos de elaboração e implementação de tarefas constituídas no contexto de um grupo de estudos, potencializadoras para produção de significados a conceitos algébricos.

Para tanto, foram retomadas as gravações em áudio dos encontros e das aulas cujas tarefas foram implementadas, procurando confrontá-las com os registros dos diários de campo. Assim, exploraram-se, de modo sistemático, as informações obtidas a partir das leituras dos diários, assim como transcrições de partes das gravações em áudio coletadas (tanto em sala de aula, na interação do professor com os estudantes, quanto em conversas dos professores com a pesquisadora no intervalo das aulas e horas atividade), a fim de confrontá-las à luz dos referenciais teóricos adotados, para obter as informações necessárias a fim de evidenciarmos aquelas que apresentam elementos que os professores valorizaram, no processo de elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra, visando à produção de significados a conceitos algébricos. Dessa forma, a fim de melhor detalhar tais elementos, focaremos, com base nos dados obtidos, os seguintes aspectos (A1):

- A1: criar condições para uma gradativa transição da linguagem natural para a linguagem algébrica;
- A2: Promover a articulação entre diferentes tipos de representação;
- A3: Oportunizar a simplificação da escrita no uso da linguagem simbólica.

Resultados e discussões

Como já colocado inicialmente, os professores participantes do grupo de estudos tiveram a intenção de propor tarefas que oportunizassem aos estudantes à produção de significados a conceitos algébricos, especificamente às operações algébricas. Visto isso, buscamos apresentar elementos que foram valorizados pelos professores, tanto nas escolhas realizadas de acordo com o objetivo preestabelecido, quanto nas atitudes em sala de aula no intuito de oferecer oportunidades para que os estudantes pensem conceitualmente nessas operações, articuladas às áreas e aos perímetros das peças, e não apenas memorizem fatos ou procedimentos.

Essa ideia coaduna com o que Stein e Smith (2009) apontam, isto é, que as tarefas são instrumentos que servem para conectar os objetivos de aprendizagem dos alunos. Assim, é importante que, ao elaborar ou selecionar tarefas, o professor tenha clareza dos objetivos que pretende alcançar, podendo, dessa forma, proporcionar ao aluno um ambiente propício à aprendizagem.

Durante a fase de elaboração da tarefa, o grupo partiu de ideias inicialmente propostas por P-Alice e por P-Andrea (Figuras 1 e 2) e, com a contribuição de todos os participantes, chegou-se a uma tarefa com vários itens, que seria posteriormente implementada em sala de aula. Desse modo, destacam-se episódios que retratam os motivos relatados pela P-Alice ao grupo, que justificam o modo pelo qual se deu a elaboração da primeira versão de sua tarefa (Figura 1). A professora relata, evidenciando A1:

> *P-Alice: Ao colocar as dimensões x, y, z somente nos quadrados, eu queria que eles identificassem que os retângulos apresentavam as mesmas dimensões dos quadrados. Minha intenção é que percebessem que medir é comparar. Perímetro e área estão intimamente relacionados com as dimensões, mas o perímetro está ligado com o contorno e a área com a superfície (terceiro encontro).*
>
> *P-Alice: O meu objetivo é que o estudante saiba o que é área e o que é perímetro, ele sabendo o que é cada um, ele vai saber representar isso, $x + x + x + x$ (mostra por escrito), e junto a isso vem à simplificação da escrita, <u>essa escrita mais simplificada surge como um facilitador e não uma obrigação</u> (quinto encontro).*

Por meio dos relatos da P-Alice, observa-se que seu objetivo está pautado em articular o ensino da álgebra com a geometria. Entende-se que a professora utiliza a geometria como “ponte” para ensinar procedimentos algébricos de uma forma contextualizada, como foi explicitado na frase sublinhada. Essa atitude da professora está em consonância com os autores Oliveira e Laudares (2012) e com os PCN (1998), que apontam a importância de trabalhar a Álgebra articulada com a Geometria, uma vez que esta última é um assunto do cotidiano do estudante. Dessa forma, o professor dá oportunidade ao aluno de elaborar conceitos.

Salienta-se, ainda, que o discurso da P-Alice explicita o reconhecimento da possibilidade de o estudante, no trabalho com tarefas, estabelecer conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos (CYRINO; JESUS, 2014) – no caso, propriedades envolvidas nas operações com monômios e polinômios, sem que o professor precise defini-las anteriormente de forma expositiva. Demonstra reconhecer a possibilidade de que a compreensão dessas expressões possa ocorrer antes da introdução de nomenclaturas ou simbologia formal, podendo contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, conforme apontam Silva e Savioli (2012).

Apresenta-se a seguir um diálogo ocorrido durante a implementação das tarefas, entre a P-Alice e os estudantes do 8º B.

> *Estudante A: Posso colocar a medida que quiser? Temos que usar a régua? [referindo-se às peças do material]*
>
> *P-Alice:Não podem usar a régua. Eu não me preocupei com a medida real, eu utilizei letras para representar as dimensões. Procurem no material, que estão indicadas todas informações que precisam para a tarefa. Leiam primeiro a tarefa e troquem ideia com seus colegas do grupo.*
>
> *Estudante B:Professora, mas o comprimento e a largura posso medir com a régua?*
>
> *P-Alice:Procure nas peças que elas estão mostrando as dimensões.*
>
> *Estudante C:Professora, mas tem peça que não tem medida.*
>
> *P-Alice:Pessoal medir não é comparar? Então, comparem as peças, não são todas que têm a medida, vocês quem devem descobrir.*

Nota-se a preocupação da P-Alice em conduzir o diálogo de modo que os estudantes conseguissem estabelecer conexões acerca da medição das dimensões da figura, não perdendo de vista um de seus objetivos com a proposição da tarefa, ou seja, que os estudantes pudessem comparar as medidas das dimensões das formas retangulares com as medidas já indicadas nas formas quadradas. Por meio dessa ação da professora, identifica-se características primordiais da tarefa e, assim, direciona de modo a alcançar seus objetivos de ensino com a tarefa. Trata-se, portanto, de uma característica fundamental no trabalho com tarefas, como indicado por Gafanhoto e Canavarro (2011).

A P-Andrea explicita seu objetivo ao propor sua versão da tarefa (Figura 2) ao grupo. Tal tarefa foi elaborada pela professora, visando o trabalho com turmas de 8º ano, evidenciando A2:

> *P-Andrea: Não pensei em falar em perímetro com este material, eu utilizei na tarefa para explorar as operações algébricas [...] primeiro pensei em fornecer as expressões algébricas para eles montarem com as peças, e em seguida, ao contrário [...] não sai naturalmente a exploração da divisão e da multiplicação, vou ter que direcionar, não enxerguei outra forma de explorar essas operações (segundo encontro).*

Nota-se que a tarefa proposta pela professora permite a utilização de dois tipos de representação: primeiro são fornecidas as expressões e o aluno manipula as peças do material para representá-las; depois é realizado o contrário. Essa ideia da professora é destacada pelo NCTM (2007) como uma oportunidade dada aos alunos de lidarem com diversas formas de representação de ideias matemáticas, podendo, desse modo, passar uma informação de uma forma de representação para outra e estabelecer relações entre diferentes ideias matemáticas. Segundo Silva e Savioli (2016), utilizar diferentes sistemas de representação é uma das características do pensamento algébrico relacionada ao pensamento funcional.

Em relação a versão da tarefa adaptada por P-Andrea (Figura 5), implementada tanto no 6º ano como no 7º ano, a professora ressalta por meio do trecho ilustrado a seguir, que seu objetivo para cada ano de escolaridade era diferente, exemplificando A3.

> *P- Andrea: Eu vou usar a mesma tarefa no sexto e no sétimo, mas no sétimo eu já vou fazer a exigência que eles utilizem a forma mais simplificada para escrever a área, por exemplo, $S.S = S^2$, pois eles já estudaram essa matéria. No sexto, eu já vou querer que eles escrevam o comprimento, largura, perímetro e a área, mas não vou me preocupar como irão escrever isso.*

A professora relatou que já trabalhou com os estudantes do 6º ano situações que exigiam o cálculo da área de quadrado e retângulo, mas, como eles ainda não aprenderam a potenciação, não teve a intenção de encaminhar a tarefa nessa direção, sendo seu objetivo *a priori* somente o uso da linguagem simbólica. Para o 7º ano, além da linguagem simbólica, seu foco também foi utilizar a simplificação da escrita algébrica.

Desse modo, ao analisar a tarefa proposta pela P-Andrea, infere-se que ela apresenta potencial para alcançar seus objetivos de ensino e, ainda, serve como uma oportunidade de iniciar o uso da linguagem simbólica em turmas nas quais isso usualmente não ocorre (6º ano), ou seja, a tarefa poderá proporcionar a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica, de forma natural, surgindo como uma ferramenta para a simplificação da escrita.

Como destacado por P-Andrea, um de seus objetivos, ao elaborar/adaptar a tarefa para suas turmas, foi o de introduzir, já no 6º ano do Ensino Fundamental, contextos que envolvessem aspectos da Álgebra e pudessem ser expressos em linguagem natural, para uma posterior transição para a linguagem algébrica (passando pela linguagem sincopada). Tal objetivo destacado pela professora vai ao encontro das ideias discutidas por Mestre (2014), as quais ressaltam que o processo de simbolização é construído a partir do momento em que os alunos são confrontados com uma situação de sala de aula.

Assim, uma das suas intenções era que, por meio da tarefa, os estudantes percebessem que poderiam utilizar a linguagem sincopada como ferramenta para a simplificação da escrita, sendo, dessa forma, uma estratégia de ensino para o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme apontam Ribeiro e Cury (2015).

Durante a implementação na turma da P-Andrea, alguns estudantes, ao responderem ao primeiro item da tarefa (Figura 5), adotaram estratégias diferentes, como, por exemplo, preencher as figuras utilizando os palitos de sorvete e de fósforo que tinham à sua disposição. Já outros pensaram na sobreposição de peças. A professora, ao observar as estratégias adotadas pelos alunos, inicialmente não interferiu em suas resoluções, deixando que explorassem o material por mais um tempo. Porém, decorrido algum tempo da aula, a professora percebeu que os estudantes, ao não conseguirem uma quantidade precisa de palitos para preencher as figuras solicitadas na tarefa, começaram a quebrá-los na tentativa de preencher toda a figura, e aqueles que tentaram sobrepor as peças perceberam que não era possível com todas as figuras, uma vez que o material não foi construído com esse objetivo. A decisão tomada pela professora de não interferir na resolução dos estudantes naquele momento, pôde permitir que eles elaborassem estratégias para a resolução da tarefa, mesmo que essas resoluções não atendessem às expectativas da professora, foi possível que os estudantes explorassem as potencialidades da tarefa. Essa atitude da P-Andrea alinha-se às ideias destacadas por Stein e Smith (1998) em relação ao papel exercido pelo professor nessa fase da tarefa.

Em momentos de hora-atividade, após a implementação da tarefa na turma da P-Andrea, em conversa com a pesquisadora e a P-Alice, ela faz a seguinte observação, reconhecida como A1:

> *P-Andrea: Eu penso que quando chegar num momento da tarefa e você não interferir na resolução do aluno, ou aceita a resposta do jeito que eles estavam apresentando, que não estava errada, ou eu interfiro de modo a encaminhar para o jeito que eu quero. Mesmo que eu não esteja esperando que eles cheguem no S^2, até porque eles ainda não têm esse pensamento algébrico, mas eu acho legal eles já terem contato com isso para ficar em algum lugar da memória, para quando for discutir sobre isso eles já terem uma ideia construída.*

Observa-se, na fala da professora, sua percepção da importância de conduzir o desenvolvimento da tarefa de modo a explorar todo o seu potencial. Essa ação da professora vai ao encontro do que Rodrigues, Menezes e Ponte (2014) apontam, se uma tarefa não for bem explorada pelo professor, isso poderá trazer experiências matemáticas pouco ricas para os estudantes.

Desse modo, P-Andrea sentiu a necessidade de ir até o quadro e expor que gostaria que eles escrevessem a área de cada figura utilizando apenas a medida de seus lados, e não o preenchimento com os palitos ou a sobreposição das peças. Assim, ela encaminhou uma resolução desenhando o quadrado vermelho e colocando suas dimensões, a fim de ilustrar tal situação, como destacado na transcrição do diálogo entre a professora e os estudantes no 7ºA, novamente ilustrando A1.

> *P-Andrea:Pessoal, vou ajudar vocês um pouquinho na parte da área. Prestem atenção aqui. Eu não quero que vocês apaguem o que escreveram, pode deixar aí, pois não está errado, mas quero colocar outras coisas para a gente pensar. Todo mundo entendeu o perímetro, onde vamos procurar o perímetro do quadrado vermelho, alguém pode me explicar?*
>
> *Estudante A:Com os palitos professora, fui colocando o palito em volta.*
>
> *P- Andrea:E como que eu posso representar a área do quadrado vermelho?*
>
> *Estudante B:Colocando os palitos dentro.*

P- Andrea:Não está errado o que fizeram, mas eu quero que vocês pensem na medida do lado do quadrado, qual a medida do lado do quadrado?

Estudante C:Um palito de sorvete.

P- Andrea:Isso, um palito de sorvete de comprimento e um de largura [Nesse momento, a professora desenha no quadrado o quadrado de lado com (?) um palito de sorvete].

P- Andrea:Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem? Ele é o quadrado de qual medida?

Estudante D: Do palito de sorvete.

P- Andrea:Então esse quadrado vermelho é o quadrado de quem? [Ela repete a pergunta, buscando obter a resposta da área do quadrado e não do lado].Como a gente poderia escrever o quadrado do palito de sorvete? Alguém tem alguma ideia? Pode falar pessoal, estamos aqui para errar e acertar, não tem problema.

[Nenhum aluno sugere ideia]

P- Andrea:Como ninguém tem nenhuma ideia, vou deixar vocês pensarem.

Após a discussão, a professora circulou pela sala, observou as respostas dos alunos, e percebeu que uma dupla escreveu, por extenso, "um palito de sorvete ao quadrado". Após algum tempo, no final da aula, a P-Andrea retomou a discussão no quadro, a fim de levá-los a perceber que poderiam fazer uso de uma linguagem simbólica. Tal ação da professora oportunizou aos alunos o desenvolvimento de características do pensamento algébrico relacionadas ao pensamento funcional, como o desenvolvimento/criação de uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente, e a interpretação de símbolos matemáticos (FERNANDES; SAVIOLI, 2016). Apresenta-se outra parte da transcrição do diálogo entre a P-Andrea e os estudantes.

P- Andrea: Pessoal, já aprendemos que, para calcular a área de uma figura, devemos fazer o que com as medidas dos lados?

Estudante E: Vezes.

P- Andrea: Então, como podemos escrever 1 Sorvete vezes 1 Sorvete?

Estudante E: Um vezes um.

P- Andrea: Como posso escrever 3 vezes 3?

Estudante F: Nove.

P- Andrea: Mas usando uma outra "continha"que a gente estudou, como posso escrever 3 vezes 3?

Estudante G: Potência, né professora?

P- Andrea: Isso, então como é 3 vezes 3 em potência?

Estudante H: Três elevado ao quadrado.

P- Andrea: Porque é ao quadrado?

Estudante H: Porque a figura é um quadrado.

P- Andrea: Não queremos escrever o quadrado do sorvete, como vamos escrever isso?

Estudante I: Sorvete ao quadrado.

P- Andrea: Isso. Então, a partir dessa ideia, quero que vocês escrevam as áreas das figuras em forma de potência quando possível, mas não apaguem o que fizeram antes.

A P-Andrea direciona a aula, nesse momento, de forma mais expositiva. No entanto, levanta questionamentos para os alunos na tentativa de entender suas explicações acerca das estratégias e procedimentos adotados. Cabe ressaltar que ela buscou direcioná-los a fim de explorar toda a potencialidade da tarefa, ao invés de fornecer diretamente as respostas. Dessa forma, inferimos que houve percepção da professora em relação às suas ações no processo de ensino e de aprendizagem por meio da tarefa, uma vez que reconheceu que suas intervenções eram necessárias, porém deveriam ser bem conduzidas no sentido de atingir seus objetivos de ensino, e não limitar as ideias matemáticas dos alunos.

Deste modo, inferimos que tanto o modo como a tarefa foi organizada (os elementos nela presentes que foram valorizados pela professora na fase de elaboração e implementação) quanto as atitudes da P-Andrea em sala de aulas, criaram condições para que os estudantes se envolvessem em uma gradativa transição da linguagem natural para a linguagem algébrica. É evidente que, por si só, essa tarefa não propicia tal transição, mas evidencia que P-Andrea reconhece a importância de utilizar abreviações na linguagem como ação necessária à produção de significado à linguagem algébrica.

Em relação aos objetivos pretendidos pelo P-Gustavo, cabe ressaltar que, embora fosse também intenção com a proposição das tarefas que os estudantes fossem levados a “perceber regras” envolvidas nas quatro operações com polinômios, sem que o professor precisasse antecipá-las de forma expositiva, o professor relata que já estava “trabalhando” com essas operações em suas turmas de 8º anos, as quais seriam implementadas as tarefas. No entanto, P-Gustavo ressalta que seu objetivo é utilizar as tarefas para “reforçar e complementar aquilo que os estudantes já aprenderam”.

A seguir, destacamos um trecho de um diálogo ocorrido durante a implementação das tarefas em uma das turmas do P-Gustavo, como exemplo de A3.

Estudante A: Professor, posso escrever, no perímetro do quadrado verde, $4x$ *ao invés de* $x + x + x + x$*?*

P-Gustavo: Você acha que representa a mesma coisa?

Estudante A: Sim, porque são quatro lados iguais, né?

P-Gustavo: Sim, você pode representar dessa forma, representam a mesma coisa.

[Momento posterior]

Estudante B: Professor, como essa figura... é quadrado ou um retângulo? [Professor pega duas peças do material e mostra ao grupo do Estudante B]

P-Gustavo: O que uma figura geométrica precisa apresentar para ser um quadrado?

Estudante B: Ter quatro pontas?

P- Gustavo: Mas as duas têm quatro pontas. Por que esse é um retângulo e não um quadrado? Como fazemos para diferenciar?

Estudante C: No retângulo um lado é mais largo que o outro, e no quadrado todos têm a mesma largura.

P-Gustavo: Isso. No quadrado, os quatro lados possuem a mesma medida, e no retângulo não necessariamente.

As questões levantadas por P-Gustavo levaram o estudante a refletir sobre os elementos que definem um retângulo. Assim, ao afirmar que em um retângulo "um lado é mais largo que o outro" (Estudante C), esse estudante levantou uma conjectura que o permitiu distinguir o retângulo do quadrado. P-Gustavo não contrapôs sua hipótese, mas reformulou a fala de modo que estivesse coerente com as propriedades matemáticas das figuras (em especial com o termo "não necessariamente"), já que para ser um retângulo basta ter os quatro ângulos retos.

O professor, em seguida, encaminhou uma sistematização a partir das diferentes soluções apresentadas pelos estudantes. Por exemplo, para representar o perímetro e a área da peça em forma quadrada, algumas expressões surgiram durante a discussão e o professor procurou explorar as diversas formas de representação algébrica para o perímetro ($x + x + x + x$, $4x$, $x \cdot 4$, $2x + 2x$ e $x + 3x$) e a área ($x \cdot x$, $2x$, $4x \cdot x$ e $4 \cdot x$) da forma quadrada verde. As ações de P-Gustavo possibilitaram aos estudantes generalizar ideias matemáticas a partir de um conjunto de dados particulares conforme aponta Blanton e Kaput (2005).

No Quadro 2, a partir das ações dos professores aqui descritas e analisadas, elencamos elementos que foram evidenciados e que, de algum modo, se revelam como potenciais para a produção de significados à linguagem algébrica.

Quadro 2:Elementos que revelam a produção de significados à linguagem algébrica.

Aspectos	Ações	Rastros que evidenciam os elementos
A1: transição de linguagem natural para algébrica	Favorecer a elaboração de ideias matemáticas	Proposição de tarefas que oportunizassem aos estudantes a elaboração de ideias matemáticas que possibilitam a produção de significados às operações algébricas.
	Possibilitar o pensamento conceitual e algébrico	Oferecer oportunidades para que os estudantes pensem conceitualmente nessas operações, articuladas às áreas e aos perímetros das peças, e não apenas memorizem fatos ou procedimentos.
	Compreender o conceito antes de simbolizar	Reconhece a possibilidade de compreensão de que as expressões algébricas podem ocorrer antes da introdução de nomenclaturas ou simbologia formal.
A2: Articulação entre diferentes tipos de representação	Articular as temáticas Álgebra e Geometria	Favorecimento do trabalho com tarefas que proporcionam a articulação entre conceitos algébricos aos geométricos.
	Estabelecer conexões	Estabelece conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos entre as propriedades envolvidas nas operações com monômios e polinômios.
	Utilizar diferentes sistemas de representação	Apresenta situações que permite a exploração de diferentes sistemas de representação.
A3: Simplificação na linguagem	Utilizar a simplificação da escrita algébrica	Propõem tarefas que favorecem a utilização da simplificação da escrita algébrica de modo que o estudante reconheça a sua necessidade.

Fonte: Viera, 2018, p. 74-75

Considerações Finais

Neste artigo, propusemos elencar e analisar algumas ações dos professores no momento de implementação de tarefas potencializadoras da produção de significados à conceitos algébricos em diferentes anos de escolaridade (no caso, anos finais do Ensino Fundamental). Identificamos as seguintes ações dos professores neste sentido: favorecer a elaboração de ideias matemáticas; possibilitar o pensamento conceitual e algébrico; articular as temáticas Álgebra e Geometria; estabelecer conexões; compreender o conceito antes de simbolizar; utilizar diferentes sistemas de representação e utilizar a simplificação da escrita algébrica.

A respeito do ensino da Álgebra, constatou-se que a proposição de tarefas que articulam conceitos geométricos e algébricos serviu como uma oportunidade para que esses professores, em diferentes contextos do Ensino Fundamental, desenvolvessem o pensamento algébrico.

Espera-se que esta pesquisa possa provocar a reflexão dos professores acerca do trabalho com tarefas matemáticas no contexto da Álgebra, podendo contribuir para o ensino da Álgebra, visando à produção de significados por parte dos estudantes à conceitos algébricos, para além do tratamento "mecânico" e desarticulado utilizado no ensino de Álgebra e Geometria usualmente presente em sala de aula.

Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. **Journal for Research in MathematicsEducation**, v. 36, n. 5, p. 412–446, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução às teorias e aos métodos. Porto: Ed. Porto, 1994.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/, acessada em 01 de agosto de 2018.

CYRINO, M.C.C.T.; OLIVEIRA, H. M. Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 24, p. 97-126, 2011.

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta deformação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v.20, n. 3, p. 751-764, 2014.

FERNANDES, R. K.; SAVIOLI, A. M. P. D. Características de Pensamento Algébrico Manifestadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, p. 131-151, 2016.

GAFANHOTO, A., CANAVARRO, A. P. Utilização e conciliação de diversas representações das funções em sala de aula. In: NUNES, C. et al. (Eds.). **Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Lisboa: APM, 2011, p. 1-15.

LAVE, J.; WENGER, E**. Situated learning:** legitimate peripheral participation. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

VIEIRA, A.F.M. **Elementos valorizados por professores de Matemática na elaboração e implementação de tarefas no contexto da Álgebra.** 2018. 99 folhas. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná) Londrina, 2018.

VIEIRA, A.F. M; TREVISAN, A. L.; BALDINI, L. A. F.; ROCHA, Z. F. D. C. Conhecimentos mobilizados por uma professora na elaboração e implementação de uma tarefa matemática, **Revista da SBEM-RS**, 2018

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**, Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, S.; LAUDARES,J.Pensamento algébrico: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. *In*: Encontro Mineira de Educação Matemática, 7. **Anais..**. EMEM, São João Del Rei – MG, 2015, p. 1-10.

OPFER, V. D; PEDDER, D. Conceptualizing teacher professional learning.**Review of educational research,** v. 81, n. 3, p. 376-407, 2011.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares para a Educação Básica do Paraná** (DCE de Matemática). 2008.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.).**O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM. 2005, p. 11-34.

______. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13 – 27.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O.Mathematicsteachers' knowledgeandpractices. In: GUTIÉRREZ, A.; BOENO, P (Ed.). **Handbook of research on the psychology of mathematics education**: Past, presentand future. Roterdham: Sense, 2006, p. 461494.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor – explorando conceitos de equação e de função**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Tarefas matemáticas no ensino da álgebra. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática. **Anais**... Sesimbra, 2014, p. 353-367.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 206-222, 2012.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. **MathematicsTeaching in theMiddleSchool**, n. 3, p. 268-275, 1998.

______________________. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, p. 22-28, 2009.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que estudantes da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática**. 2007, 108 p. Dissertação. (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

Texto recebido: 31/07/2019
Texto aprovado: 09/12/2019