

Análise combinatória: recursos de um professor em diferentes níveis de sua atividade

Combinatorial analysis: a teacher's resources at different levels of his activity

ELISÂNGELA BASTOS DE MÉLO ESPINDOLA¹

Resumo

Este estudo objetiva identificar o sistema de recursos de um professor de matemática nos níveis de sua atividade e sua relação com o ensino de análise combinatória. Toma-se como bases teóricas a abordagem documental do didático e o modelo de níveis de atividade do professor. Emprega-se a metodologia reflexiva na análise do trabalho documental de um professor em uma turma do Ensino Médio de uma escola pública. Como resultados, destacam-se a interação entre a trajetória documental e o sistema de recursos do professor (no nível +3 e nível +2) e suas escolhas para um projeto de aula (nível +1) baseadas em uma atividade "Táxi e Combinatória".

Palavras-chave: Abordagem documental do didático. Níveis de atividade do professor. Análise combinatória.

Abstract

This study aims to identify the resource system of a mathematics teacher at the levels of their activity and his relation with on the teaching of combinatorial analysis. The theoretical framework is based on The reflexive methodology is used in the analysis of the documental work of a teacher in a high school class of a public school. As a result, we highlight the interaction between the documentary trajectory and the teacher's resources system (at level +3 and level +2) and their choices for a lesson project (level +1) based on a "Taxi and Combinatorial".

Keywords: Documentational approach of the didactics. Levels of teacher activity. Combinatorial analysis.

Résumé

Cette étude vise à identifier le système de ressources d'un enseignant de mathématiques dans les niveaux de son activité et sa relation avec l'enseignement de l'analyse combinatoire. Les bases théoriques sont l'approche documentaire du didactique et le modèle des niveaux de l'activité des professeurs. La méthodologie réflexive est utilisée dans l'analyse du travail documentaire d'un enseignant dans une classe de lycée d'une école publique. Comme résultats, nous mettons en évidence l'interaction entre la trajectoire documentaire et le système de ressources de l'enseignant (au niveau +3 et au

¹ Universidade Federal Rural de Pernambuco, Brasil, ebmespindola@gmail.com

niveau +2) et leurs choix pour un projet de leçon (niveau +1) basé sur l'activité "Taxi et Combinatoire".

Mots-clés: *Approche documentaire du didactique. Niveaux de l'activité des professeurs. Analyse combinatoire.*

Resumen

Este estudio objetiva identificar el sistema de recursos de un profesor de matemáticas en los niveles de su actividad y su relación con la enseñanza de análisis combinatoria. Se toma como bases teóricas el enfoque documental del didáctico y el modelo de niveles de la actividad del profesor. Se emplea la metodología reflexiva en el análisis del trabajo documental de un profesor en una clase de la Enseñanza Media de una escuela pública. Como resultados, se destaca la interacción entre la trayectoria documental y el sistema de recursos del profesor (a nivel +3 y nivel +2) y sus elecciones para un proyecto de aula (nivel +1) basadas en una actividad: "Taxi y Combinatoria".

Palabras clave: *Enfoque documental del didáctico. Niveles de la actividad del profesor. Análisis combinatorio.*

Introdução

Que recursos se revelam em diferentes níveis de atividade do professor? De que maneira a escolha de um recurso na preparação de uma aula se inscreve no sistema de recursos dos demais níveis de sua atividade?

Com base nas questões supracitadas, desenvolveu-se um estudo sobre o trabalho documental (GUEUDET; TROUCHE, 2010) de um professor de matemática, articulando-o com o modelo de níveis de atividade do professor (MARGOLINAS, 2005). Em particular, acerca do tema Análise Combinatória. Levando-se em conta que a cada um dos níveis desse modelo, o professor interage com uma diversidade de recursos (MARGOLINAS; WOZNIAK, 2010; SABRA, 2016).

A seguir expomos algumas considerações sobre o quadro teórico, antes da explicitação da metodologia ancorada na investigação reflexiva (GUEUDET; TROUCHE, 2010) e os principais resultados do estudo, para enfim, apresentarmos algumas conclusões e perspectivas de novas pesquisas.

A abordagem documental do didático

A abordagem documental do didático considera o trabalho do professor em sua unidade e continuidade, como um trabalho com/para os recursos que constituem a matéria de seu ensino. Conforme Trouche *et al.* (2016, p. 11):

Alguns recursos já foram apropriados pelo professor, eles estão "já lá", eles constituem o que chamamos de seu sistema de recursos, outros recursos são constantemente integrados ou retrabalhados. O sistema de recursos de um professor é, portanto, uma entidade viva, estruturada em relação a sua atividade (de acordo com os níveis de ensino, os tipos de atividade...).

Essa abordagem distingue um recurso, considerado como todo elemento suscetível de auxiliar o professor (ex.: uma atividade transmitida por um colega, livros didáticos, dentre outros), de um documento, o que o professor desenvolve a partir desse recurso ou de um conjunto de recursos para apoiar a sua atividade de ensino. Um documento é assim, situado em relação às intenções do professor, aos usos que ele já fez de tais recursos, aos usos que pretende fazer; bem como, aos seus conhecimentos profissionais. Inspirada na abordagem instrumental de Rabardel (1995), o processo de construção de documentos a partir de recursos disponíveis, chamado gênese documental, combina dois processos imbricados:

O processo de instrumentação (os recursos equipam o professor e influencia

sua atividade, esse processo marca as evoluções das práticas e dos conhecimentos profissionais induzidos pelo trabalho sobre os recursos) e o processo de instrumentalização (o professor se apropria dos recursos. Ele os ajusta, adapta, enriquece e os reorganiza de acordo com seu objetivo de ensino; trata-se assim, do processo de transformação dos recursos no curso de sua apropriação) (HAMMOUD, 2012, p.43, tradução nossa).

Por meio dos supracitados processos, um documento se torna geralmente bastante diferente do (s) recurso (s) original (is), em virtude do trabalho documental, pelo qual, foram modificados, recombinaos para se adaptar à ação do professor. Dessa forma, a distinção da instrumentação e da instrumentalização permite identificar as contribuições respectivas do professor e dos recursos ao documento que emerge das gêneses.

Segundo Besnier (2016, p. 97) no sistema documental, há um sistema de recursos. “O sistema de recursos é a parte “recursos” dos documentos, sem a parte esquema. O sistema documental compreende, portanto uma parte recursos, o sistema de recursos e uma parte conhecimentos profissionais”. Compreende-se assim, que o sistema documental (e logo o sistema de recursos) é estruturado segundo as classes de situações de atividades que correspondem a um mesmo objetivo da atividade. O todo (sistema de recursos e sistema de documentos) é articulado ao sistema de atividade do professor.

O modelo de níveis de atividade do professor

O modelo de níveis da atividade do professor busca "explicar a interação complexa entre as diferentes situações que o professor experimenta, em diferentes níveis, na maioria das vezes simultaneamente" (MARGOLINAS; WOZNIK, 2010, p. 236). De acordo com Margolinas (2005), o referido modelo consiste em cinco níveis:

Nível +3 Valores e concepções sobre o ensino/aprendizagem -Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.

Nível +2 Construção do tema - Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a realizar.

Nível +1 Projeto de aula - Projeto didático específico sobre a aula observada: objetivos, planificação do trabalho.

Nível 0 Situação didática - Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.

Nível -1 Observação da atividade dos alunos - Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho destinado aos alunos.

Ressaltamos sobre os níveis do modelo acima, que um nível não está isolado dos demais níveis, ou seja, eles interagem uns com os outros. Por exemplo, quando um professor planeja sua aula (nível +1), ele interage ao mesmo tempo com o que ele crê ser possível realizar em sala de aula (nível 0); de modo coerente a sua construção global do tema (nível +2), ou de suas concepções de ensino-aprendizagem (nível +3). Ou seja, o projeto de aula

que vai ser construído está condicionado às escolhas operadas no nível da construção do tema, e enfim à situação didática a ser vivenciada; esta por sua vez, é largamente determinada pelas escolhas precedentes (MARGOLINAS, 2005).

Para Sabra (2016), Margolinas e Wozniak (2010) os recursos à disposição do professor podem determinar a natureza das interações entre os níveis de sua atividade. Considerando-se assim que os níveis de atividade do professor permitem observar e analisar momentos precisos de sua documentação (que designa simultaneamente o trabalho documental e o que nele é produzido), que se inscrevem em uma gênese de articulação de atividades em sala de aula e fora dela. Nessa direção, apresentamos a seguir a metodologia adotada para o presente estudo, onde ensejamos estudar o sistema de recursos de um professor de matemática; em particular, nos níveis +3; +2 e +1.

Metodologia

Ao adotarmos a metodologia de investigação reflexiva (GUEUDET; TROUCHE, 2010), desenvolvida no seio da abordagem documental do didático, seguimos um dos seus princípios que é o acompanhamento da atividade docente durante um período significativo de tempo. Assim, durante dois meses, empreendeu-se o estudo do trabalho documental de um professor de matemática do 2º ano do Ensino Médio, precisamente para o ensino de Análise Combinatória (tema do momento - trabalhado no 2º bimestre pelo professor).

Esse estudo ocorreu em uma escola pública da rede estadual de Pernambuco - de modo contínuo e sobre o princípio reflexivo das informações, durante a fase de coleta de dados (GUEUDET; TROUCHE, 2010). A fim de serem identificados os recursos utilizados pelo professor em diferentes níveis de sua atividade, empregamos os seguintes instrumentos:

Quadro 1 - Instrumentos utilizados à coleta de dados

Nível	Identificação de Recursos	Instrumentos
N+3	Recursos utilizados pelo professor para o ensino e aprendizagem de matemática.	Trajatória documental; Representação esquemática do sistema de recursos (RESS) e entrevista.
N +2	Recursos utilizados pelo professor para a construção do tema Análise Combinatória.	RESS; diário de bordo e entrevista.
N+1	Recursos utilizados pelo professor para um projeto de aula sobre Análise Combinatória.	Entrevista.

Fonte: autoria própria.

Conforme Rocha e Trouche (2015), ao analisarmos a trajetória documental (Quadro 1), investigamos os eventos que são os motores do trabalho documental. Esse instrumento

trata-se de um modelo que relata a história dos professores com os recursos por meio da análise dos eventos que propiciam a sua elaboração de documentos.

Para compreender essa trajetória, nós observamos o passado e investigamos quais e como os eventos importantes afetaram o sistema de recursos e o sistema documental dos professores. Esses sistemas não são estáticos e estão sempre em evolução, pois são suscetíveis de serem afetados por diversas situações que os professores vivenciam dentro e fora da sala de aula (ROCHA; TROUCHE, 2015, 17).

Sobre a RSSR, essa consiste em pedir a um professor que represente em papel e lápis, a estrutura dos recursos organizados para sua atividade de ensino. Segundo Gueudet e Trouche (2008, p.3, tradução nossa), trata-se de uma representação em duplo sentido:

Uma representação externa, uma esquematização, que poderá ser explorada pelo pesquisador, que busca desta inferir os elementos da estrutura do sistema de documentos do professor. Uma representação interna, no sentido que ela demonstra o modo pelo qual o professor se representa, e deseja apresentar aquele que o interroga, os elementos da organização de seu trabalho.

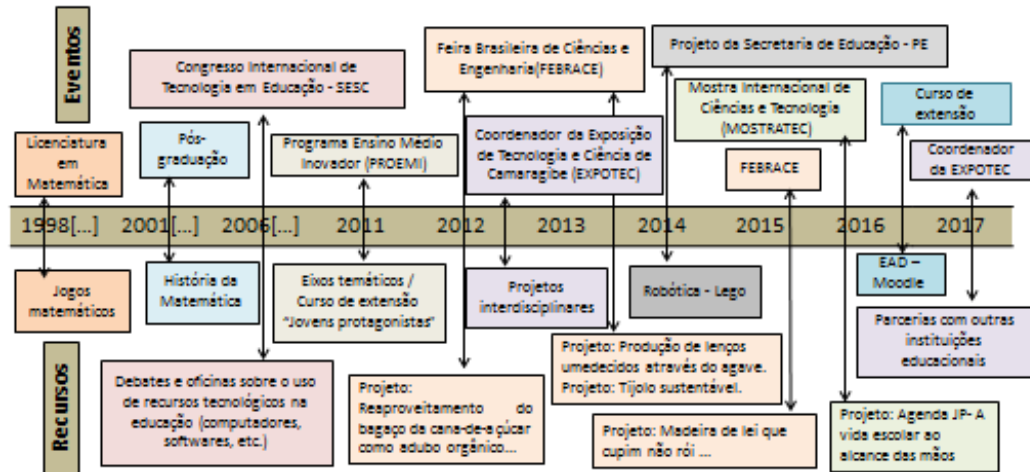
Nos registros do jornal de bordo, devemos primar para que os recursos utilizados e os suportes produzidos apresentem uma estreita relação. A explicitação das fontes dos recursos (referência dos livros, endereços dos sites, etc.) se faz importante. Os suportes produzidos se configuram, por exemplo, como: anotações sobre as escolhas de atividades, ficha de exercícios, entre outras.

Quanto às entrevistas, elas foram do tipo semi-estruturada, por conter apenas algumas perguntas predeterminadas e nos permitir certa flexibilidade, quanto aos questionamentos sobre os recursos do professor nos níveis +3, +2 e, sobre seu trabalho documental no nível +1.

Recursos do professor no nível + 3: Valores e concepções sobre o ensino/aprendizagem

A trajetória documental do professor contendo os eventos importantes que afetaram o seu sistema de recursos delineou-se da seguinte forma:

Figura 1: Trajetória documental do professor



Fonte: autoria própria

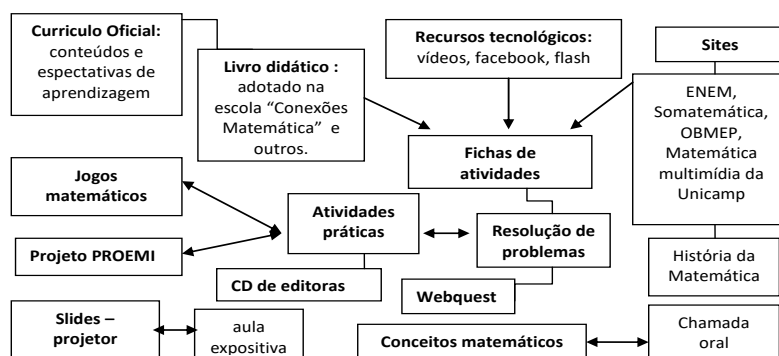
Na Figura 1, percebe-se que durante a formação acadêmica do professor, foi marcante o uso de jogos matemáticos em seu curso de licenciatura. Enquanto, o interesse pela História da Matemática ocorreu na pós-graduação (especialização em Programação do Ensino da Matemática Aplicada ao Ensino Fundamental e Médio). Segundo o professor, ele sempre buscou aproveitar oportunidades de formação profissional. Assim ocorreu, quando participou dos cursos sobre: a plataforma *moodle*, Jovens Protagonistas do Programa Ensino Médio Inovador (PROEMI) e Robótica – LEGO (Secretaria Estadual de Educação - Pernambuco).

No campo profissional, por ter trabalhado como professor no Serviço Social do Comércio (SESC), ele chegou a participar do Congresso Internacional de Tecnologia em Educação, em 2006. Esse fato despertou seu interesse para o uso de tecnologias no ensino de Matemática. Outro elemento de destaque na trajetória documental do professor (Figura 1) foi o acompanhamento de projetos interdisciplinares - desenvolvidos em escolas e que chegaram a ser apresentados na Feira Brasileira de Ciências e Engenharia (FEBRACE) e Mostra Internacional de Ciências e Tecnologias (MOSTRATEC); em parte, por suas atividades de coordenador da Exposição de Tecnologia e Ciência de Camaragibe² (EXPOTEC).

Por meio da RESS (Figura 2), o professor apresentou os recursos que costuma utilizar para o ensino de Matemática:

²Cidade onde se localiza a escola que o professor trabalha.

Figura 2: RESS – nível +3



Fonte: autoria própria.

Sobre os recursos indicados na Figura 2, o professor comentou: “Não sei se são os mais importantes; mas aqueles que utilizo frequentemente: o LD; *slides* e fichas de atividades da *internet*, com questões da OBMEP³ e ENEM⁴”. Ainda, complementou: “Quero dizer, atividades não só do tipo ‘exercícios’ e sim, algo que proporcione a participação e curiosidade dos alunos - como situações cotidianas e desafios”.

Grosso modo, consideramos que a identificação da trajetória documental (Figura 1) e da RESS (Figura 2), ofereceram pistas significativas sobre o nível +3 - Valores e concepções sobre o ensino e aprendizagem em Matemática. Haja vista, por exemplo, a ênfase dada a projetos interdisciplinares e a resolução de problemas. De modo que avançamos na apresentação como tais recursos se manifestaram nos níveis +2 e +1.

Recursos do professor no nível + 2: Construção do tema

Sobre a construção do tema Análise Combinatória, o professor afirmou:

Quando eu faço o planejamento, eu faço o macro. Nos procedimentos metodológicos em alguns anos eu uso umas coisas em outros anos outras. O ano passado eu usei *webquest*, mas este ano ainda não tive tempo de elaborar as questões. Durante o processo eu vou pesquisando coisas extras. Eu coloco a mais para lembrar o que posso fazer, mas nem sempre conseguimos fazer tudo.

Na Figura 3, destacam-se em verde, os recursos para o ensino de Análise Combinatória que foram integrados ao seu sistema, no ano letivo vigente: o material multimídia da Unicamp (Táxi e Combinatória; vídeo “A cartomante”). Tem-se em vermelho, recursos já utilizados por ele em outros anos, possíveis de serem retomados; contudo, isso não ocorreu: *Flash* matemático; *webquest*; infográfico e *banner* (Triângulo de Pascal e Binômio de Newton). Por fim, percebe-se uma maior quantidade de recursos que já foram

³Olimpíada Brasileira de Matemática Escolas Públicas (OBMEP).

⁴Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

utilizados em anos anteriores e retomados pelo professor (em azul), por exemplo: Currículo; jogos do PROEMI; lista de exercícios (ENEM; OBMEP).

Figura 3: Sistema de recursos – nível +2



Fonte: autoria própria.

Pelo exposto na Figura 3, de modo a identificar traços de seu trabalho documental, limitamo-nos a apresentar algumas das expectativas do professor sobre o uso de um recurso que ele integrou ao seu sistema (no ano vigente) à preparação de uma aula (nível +1) sobre Análise Combinatória: Atividade Táxi e Combinatória.

Recurso no nível +1: Projeto de aula

No nível +1, baseou-se o projeto de aula, especificamente sobre a folha do aluno apresentada dentre outros recursos, na atividade “Táxi e Combinatória”.

A integração da atividade (Táxi e Combinatória) disponível no site Matemática Multimídia da Unicamp⁵ ao sistema de recursos do professor ocorreu em virtude de um encontro de formação de professores que ele havia participado, promovido pela Secretaria Estadual de Educação. Por se tratar de um recurso que o professor estava utilizando pela primeira vez, ele expressou sua intenção em aplicá-lo em outras duas turmas do 2º ano:


Os alunos acham que é possível encontrar a solução correta de um problema por uma única técnica. Aqui minha principal intenção é eles perceberem que não temos um único caminho para se chegar a resposta do problema. Gosto desse tipo de situação-problema. Pretendo distribuir a ficha para os alunos e desenvolver a atividade em grupo. Não pretendo propor a etapa 3 porque ainda não tratei desse tema e creio que os alunos irão ter dificuldade em respondê-la.

Outro aspecto destacado pelo professor foi que a atividade (Figura 4) corresponde ao que ele busca trabalhar em suas aulas: a relação da matemática com outras disciplinas e sua

⁵Fonte: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1035>

aplicação no cotidiano. Tais colocações ($n + 1$) evidenciam aspectos do $n + 3$, quanto as suas concepções de ensino e de aprendizagem em matemática (ex. interdisciplinaridade e aplicações da matemática). De outra forma, as adaptações realizadas pelo professor, optando por não propor a terceira etapa, revela a influência do $n + 2$, sobre o $n + 1$. Além de demonstrar nuances do seu trabalho documental e dos processos de instrumentação e instrumentalização.

Figura 4: Recurso utilizado no nível +1

Folha do aluno
Análise de dados e probabilidade 

Comentários iniciais

Você já ouviu falar em *Geometria do Táxi*?

Nessa geometria diferente, devemos respeitar os quarteirões para chegar de um ponto a outro. Dessa forma, o menor caminho entre dois pontos não deve ser pensado como sendo aquele determinado pela reta que os une, já que não é possível atravessar as casas dos quarteirões usando um táxi! Sendo assim, neste experimento vamos abordar um pouco desse novo conceito.

Procedimentos

Etapa 1: **Qual é a menor distância?**

1.1 Na figura seguinte, que representa as ruas de uma cidade, marque uma esquina do bairro destacado para representar a casa de um amigo seu.

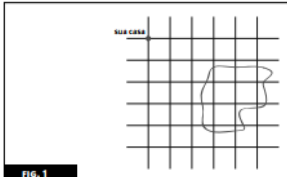


FIG. 1

Pense e responda

Sua casa está situada no canto superior esquerdo da figura. Sendo assim, qual é a menor distância (em número de quadras) que um taxista poderia fazer para ligar as duas casas? Desconsidere os sentidos das ruas.

Etapa 3 Uma propriedade

3.1 Marque as duas esquinas vizinhas da casa do seu amigo que estiverem mais próximas da sua;

3.2 Calcule o número de *menores caminhos* que se pode fazer para chegar a cada um desses dois pontos.

1.2 Trace seis caminhos diferentes de sua casa até a casa de seu amigo, com todos esses caminhos tendo a menor distância encontrada.

Etapa 2 Quantos menores caminhos existem?

Na etapa anterior, você traçou seis menores caminhos para ligar a sua casa à casa de seu amigo. No entanto, existem mais desses caminhos. Quantos serão? Para ajudá-lo a responder a essa pergunta, sistematize os seis caminhos traçados na etapa anterior, indicando por H um movimento de uma quadra feito na horizontal e por V um movimento de uma quadra feito na vertical.

Pense e responda

Com ajuda da sistematização utilizada, você é capaz de descobrir quantos menores caminhos existem até a casa do seu amigo?

Pense e responda

Há alguma relação entre os últimos dois números encontrados e o número encontrado na ETAPA 2?

Fonte: autoria própria.

Considerações finais

Este estudo objetivou identificar o sistema de recursos de um professor de matemática nos níveis de sua atividade e sua relação com o ensino de Análise Combinatória. Apresentamos assim, um recorte de uma pesquisa. Haja vista, a limitação das análises nos níveis +3, +2 e +1. De sorte que compreendemos que a análise vindoura da aplicação do recurso “Táxi e Combinatória” em sala de aula ($n 0$) e as observações do professor advindas dessas ($n - 1$) pode nos subsidiar a melhor compreender o papel desse recurso na documentação do professor.

Do ponto de vista metodológico e dos resultados obtidos, chamamos a atenção para a emergência dos recursos a partir das diferentes representações nos níveis de atividade do professor ($n + 3$ e $n + 2$). Cremos que um estudo sobre outro tema faria aparecer outros recursos em jogo no seu “sistema de recursos”, em virtude de outras situações no sistema de atividades do professor.

No limite desse estudo, esperamos contribuir a novas pesquisas.

Referências

- BESNIER, S. Le travail documentaire des professeurs à l'épreuve des ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. 2016. Thèse (Doctorat Sciences de l'éducation) - Centre de Recherche sur l'Éducation les Apprentissages et la Didactique, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 2016.
- GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Des ressources aux documents, travail d'enseignant et genèses documentaires. *In* : GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. (Eds.). **Ressources vives : le travail documentaire des professeurs en mathématiques**. Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP, 2010. p. 57-74.
- GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Méthodologie: comment suivre et analyser les genèses documentaires des enseignants? Lyon: Ifé, 2008. Disponível em: http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/methodologie. Acesso em: 16 set. 2018
- HAMMOUD, R. **Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier para la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles**: contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. 2012. Thèse (Doctorat en Sciences de l'Éducation) - Université Claude Bernard -Université Libanaise, Lyon, 2012.
- MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. *In*: SIMMT, E.; DAVIS, B. (Eds.). **Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques**. Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005. p.1-21.
- MARGOLINAS, C.; WOZNIAK, F. Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur: le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *In*: GUEUDET, G.; TROUCHE, L. (Eds.). **Ressources vives: le travail documentaire des professeurs en mathématiques**. Rennes: Presses Universitaires de Rennes et INRP, 2010. p.223-269.
- RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains**. Paris: Armand Colin, 1995.
- ROCHA, K.; TROUCHE, L. Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos por professores de matemática: o caso do grupo francês sésamath. **Em Teia**, Recife, v.6, n.3, p. 1-22, 2015.
- SABRA, H. L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective: incidents, connaissances et ressources mathématiques. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, Paris, v.36 (1), p.49-95, 2016.
- TROUCHE, L. *et al.* Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. *In*: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 1., 2016, Bonito. **Anais [...]**.Bonito: UFMG, 2016. p. 1-32.