

## As ajudas como estratégias de professores em duas tradições do ensino de matemática

### Aid as teachers' strategies in two traditions of mathematics teaching

---

ALEJANDRA AVALOS ROGEL<sup>1</sup>

#### Resumo

*A partir do reconhecimento de duas tradições no ensino de matemática, -o clássico discreto e o construtivista holístico-, o estudo teve como objetivo identificar as ajudas oferecidas por professores e futuros professores de matemática do ensino médio na Cidade do México como estratégias de ensino quando eles oferecem problemas para aprender matemática. Por meio de um desenho de pesquisa-ação, e com uma perspectiva reflexiva no modelo de treinamento, foram utilizadas observações e entrevistas dos professores para identificar o significado de suas ajudas, tanto espontâneas quanto planejadas. A ajuda é analisada em ambas tradições, na organização curricular, na pedagogia do erro e na visualização das relações matemáticas. Conclui-se sobre a necessidade de identificar as condições em que as ajudas ocorrem, o impacto que exercem sobre o conteúdo matemático da escola, e as implicações no estudo da matemática em sala de aula.*

**Palavras-chave:** *Ajudas. Tradições no ensino de matemática. Estratégias de ensino. Pedagogia do erro.*

#### Résumé

*Lors de la reconnaissance de deux traditions dans l'enseignement des mathématiques, la forme didactique classique discrète et la tradition constructiviste holistique, l'étude vise à identifier les aides offertes par les enseignants et les futurs enseignants des mathématiques de l'enseignement secondaire à Mexico, comme stratégies d'enseignement quand ils posent des problèmes pour l'apprentissage des mathématiques. Il a été considérée une conception de recherche-action et une perspective de réflexion dans le modèle de formation ; des observations et des entrevues d'enseignants et futurs professeurs ont permis d'identifier la signification de leurs aides, à la fois spontanées et planifiées. L'aide est analysée à la base de l'organisation curriculaire, de la pédagogie de l'erreur et de la visualisation des relations mathématiques. On conclut sur la nécessité d'identifier les conditions dans lesquelles les aides se produisent, la façon dont elles influent sur les savoirs des mathématiques scolaires, et les implications pour l'étude des mathématiques en classe.*

**Mots-clés :** *Des aides. Des traditions dans l'enseignement des mathématiques. Stratégies d'enseignement. Pédagogie de l'erreur.*

#### Resumen

---

<sup>1</sup> Escuela Normal Superior de México, México, [alejandraavalosrogel@gmail.com](mailto:alejandraavalosrogel@gmail.com)

*A partir del reconocimiento de dos tradiciones en la enseñanza de las matemáticas, -la clásica discreta y la constructivista holista-, el estudio tuvo por objetivo identificar las ayudas que brindan los maestros y los estudiantes para maestros de matemáticas de educación secundaria de la Ciudad de México como estrategias de enseñanza cuando ofrecen problemas. Mediante un diseño de investigación-acción, y con una perspectiva reflexiva en el modelo de formación, se recurrió a observaciones y entrevistas de docentes y futuros docentes para identificar el sentido de sus ayudas, tanto las espontáneas como las planificadas. Se analiza la ayuda desde ambas tradiciones, en la organización curricular, en la pedagogía del error y en la visualización de las relaciones matemáticas. Se concluye sobre la necesidad de identificar las condiciones en que se dan, la forma como impacta en el contenido matemático escolar, y las implicaciones en el estudio de las matemáticas en el aula.*

**Palabras clave:** *ayudas, tradiciones de la enseñanza de las matemáticas, estrategias de enseñanza, pedagogía del error.*

#### **Abstract**

*The study aimed to identify the aids that students teaching and teachers of schools k12 provide as teaching strategies when they offer problems, in two traditions in the teaching of mathematics, -the discrete classic and the holistic constructivist-, in the City of Mexico. Through an action research design, and with a reflective perspective in the training model, observations and interviews of students were used to identify the meaning of their aids, both spontaneous and planned. Help is analyzed from both traditions, in the curricular organization, in the pedagogy of error and in the visualization of mathematical relationships. It concludes on the need to identify the conditions in which they occur, the way they impact on the school's mathematical content, and the implications in the study of mathematics in the classroom.*

**Key words:** *aids, traditions of teaching mathematics, teaching strategies, pedagogy of error.*

## **Introdução: abordagem ao problema**

Este artigo relata um estudo inscrito em pesquisa naturalista sobre as práticas de professores de matemática em sala de aula (BALL e FORZANI, 2009, ROBERT *et al.*, 2016). Essas investigações reconhecem que as práticas de ensino são embasadas pelos conhecimentos que dão sentido às decisões didáticas e pedagógicas de gestão em sala de aula; fazem parte de culturas escolares historicamente situadas e, portanto, são atribuídas a certas tradições que determinam os significados compartilhados do que é feito para ensinar e o que é esperado em termos de aprendizagem.

As ajudas fazem parte das práticas dos professores que são consideradas inerentes à profissão. Uma ajuda é definida como uma intervenção espontânea ou planejada do professor, quando um aluno, ou grupo de alunos, apresenta dificuldades com certos aspectos do conteúdo, e faz uma demanda implícita ou explícita de acompanhamento para aliviar a dificuldade. Em algumas pesquisas (BALL *et al.*, 2009), a ajuda faz parte do conhecimento pedagógico dos conteúdos dos professores, conhecimento que lhes permitiria uma intervenção efetiva em termos de dificuldade de aprendizagem de algum conteúdo específico. Segundo Rasmussen, uma ajuda é um andaime, um apoio que "...reflete a consciência de que os alunos podem precisar de ajuda no processo de aprendizagem, e indica que tal ajuda pode ser dada usando um andaime em que o professor pode estar em um nível mais alto do que o aluno" (RASMUSSEN, 2001, *cit. in* SOSA *et al.*, 2016, p.157). Há também o caso de estudantes que prestam ajuda mútua quando reconhecem que estão em diferentes níveis de conhecimento.

Algumas pesquisas (SOSA *et al.*, 2016) apontam que os professores separam a explicação de um tópico, da ajuda que é necessária para sua compreensão, mesmo quando um tipo de ajuda consiste em explicar algo novamente, mostrando outros registros matemáticos, "dando maior profundidade", ou simplificando o conteúdo. Em outras investigações (BLOCK *et al.*, 2014), a ajuda consiste em questionar o aluno sobre seu procedimento, para que ele possa refletir e reorganizar seu trabalho. Essa diversidade no tipo de ajuda me levou a formular as seguintes perguntas: O tipo de ajuda também depende da visão de mundo do professor sobre o que significa ensinar e aprender matemática? E se sim, que características têm as ajudas?

O objetivo do estudo foi identificar as ajudas que professores e futuros professores de matemática do ensino médio na Cidade do México como estratégias de ensino quando eles oferecem problemas, e descrevem suas características quando as práticas são parte

de uma das duas tradições no ensino de matemática: o construtivista discreto e holístico clássico.

## **Referências conceituais**

Segundo SENSÉVY (2011) é possível identificar duas tradições no ensino de matemática: o construtivista discreto clássico e o holístico. Em relação ao primeiro, segundo este autor, que toma como referência Chevallard e Mercier, a força e a fraqueza da perspectiva clássica consistem na textualização do conhecimento: "O conhecimento foi textualizado, colocado em forma de texto, por transformá-lo em elementos [unidades discretas] para sua transmissão. O texto do conhecimento é tanto uma condição quanto uma consequência do princípio da programabilidade. Isso significa que a textualização dá forma ao ensino e, portanto, a ação docente é sobredeterminada pelo texto do saber" (SENSÉVY, 2011, p. 319).

Como o autor aponta isso tem implicações para as práticas de ensino e, em geral, a maneira pela qual a natureza do conhecimento matemático escolar é concebida. Há uma linearidade no conhecimento em termos de progressão, uma vez que os primeiros conteúdos serão mais simples e, à medida que o texto do conhecimento avança no ensino, eles terão um maior grau de dificuldade; há também uma linearidade em termos de sucessão, uma vez que algum conhecimento se torna requisitos e antecedentes dos seguintes; e finalmente em relação ao acúmulo de conhecimento, pois uma vez ensinado, acumula-se de uma vez por todas no conhecimento dos alunos e pode ser utilizado nas seguintes atividades.

Deste modo, a prática docente focaliza a ostentação de elementos que compõem o conhecimento matemático textualizado; na explicação das definições e cada uma das etapas dos algoritmos; e atividades do livro, que garantam capacidade de programação do conhecimento sequenciado, isto é, "a transformação de um processo contínuo, de uma estrutura discreta, em epistêmica contínuo discretização educacional" (*Íbid.* p. 320).

Quanto à ajuda, a segmentação permite que os professores garantir a aprendizagem de um item antes de passar para o outro, e se um aluno comete um erro, significa que você pode ajudar, colocando-o em um ponto anterior para reiniciar sua aprendizagem nesse ponto, e assegurar a continuidade do conhecimento.

Por outro lado, em relação à tradição construtivista holística, há outra maneira de textualizar o conhecimento. Conhecimento matemático recupera sua funcionalização na

medida em que o conhecimento é colocado em jogo dentro de uma problemática matemática, mas também didática, no sentido de que é viável para se estabelecer em uma sala de aula, e resulta em processos construtivos. Isso significa que a aprendizagem do conhecimento não é linear, ocorre como produto de rupturas com conhecimento prévio que é ineficaz na solução da situação. O tempo didático é diferente, e é possível construir uma memória episódica do que é vivido em sala de aula. "Não há, portanto, desta forma inventada por Brousseau, um texto de saber ... e um tempo específico de ensino, que se move da questão na linha  $n$  para a questão na linha  $n + 1$  [considerando o processo como uma rede] (SENSEVY, 2011, p.320).

Para conseguir isso, deve haver uma série de decisões dele professor que definem um jogo, o que as coisas podem ser mais bem compreendidas a partir outra anterior, o que afiliações matemáticas recuperam, o que perguntas são tomadas e como está reformulada, e assim por diante. Mas acima de tudo considerar a contextualização do conhecimento: o que podem surgir situações e os requisitos dessas situações, como eles podem articular entre eles, e como você dá um jogo e para trás entre a lógica matemática e situações, contra um objetivo de criar uma gênese. Para as crianças, o significado do conhecimento matemático também está ligado à situação em si, já que faz parte do sentido desse conhecimento, que dá memória aos processos.

## **Metodologia**

É possível afirmar que no México, ambas as tradições coexistem no ensino da matemática. Desde 1993, os programas de matemática da educação básica incluem uma perspectiva holística construtivista na abordagem metodológica do ensino. No entanto, a organização do conteúdo por temas não ajudou a uma incorporação mais contundente, apesar do fato de que os livros didáticos, que neste país são únicos e obrigatórios, assumiram essa perspectiva. Na reforma de 2006, em matemática, os conteúdos foram organizados de acordo com a aprendizagem esperada, o que permitiu a continuidade em relação ao plano anterior. Este ano, 2018, espera-se que o foco continue a permear os programas, com uma nova aposta na aprendizagem das crianças, mas isso vai depender se o novo governo entrante dá continuidade.

A formação contínua de professores desde 1993 também retomou essa perspectiva de forma muito forte. A formação inicial de professores para a educação básica incorporou essa perspectiva, mas menos frontalmente, porque incorporou a perspectiva do

desenvolvimento de habilidades profissionais, e a ponte entre as duas perspectivas não foi construída.

Embora haja 25 anos desse compromisso curricular, a incorporação de uma perspectiva construtivista holística nas salas de aula tem sido lenta (AVILA, 2004), o que leva à coexistência de ambas as tradições.

Para identificar o tipo de ajuda oferecida pelos professores, o desenho de uma pesquisa-ação foi realizado em duas escolas públicas na Cidade do México, o que permitiu o desenvolvimento de planos de aula entre as equipes de professores e alunos para professores que incorporaram a tecnologia e a arte como contextos para a aprendizagem da matemática, o que permitiu a participação de outros professores. Meu papel como pesquisador também foi compartilhado com o papel de conselheiro de futuros professores, essa foi uma conduta segura para observar as aulas dos professores sem me sentir intimidada pela minha presença. Registros etnográficos foram feitos de aulas de 2 professores e 2 alunos para professor, e gravações de entrevistas após a aula foram feitas, para recuperar o sentido de decisões didáticas.

Abaixo estão os resultados sobre as características das ajudas em ambas as tradições didáticas, na organização dos conteúdos na aula, na pedagogia do erro e na visualização das relações matemáticas.

## **A ajuda na organização curricular**

A linearidade do texto do conhecimento matemático na tradição clássica leva os professores à ilusão de que o controle sobre a aprendizagem pode ocorrer a partir do controle sobre a segmentação das tarefas que compõem um algoritmo. Como forma de ajuda, os professores segmentam os procedimentos e os reduzem a tarefas mais simples, na esperança de que a soma da compreensão das atividades seja o total do algoritmo. Na aplicação da fórmula geral para obtenção de soluções de equações de segundo grau, como forma de ajuda os professores solicitam em primeiro lugar a obtenção do discriminante, não como uma forma de analisar se a resposta está no domínio do conjunto de os reais, mas como primeiro passo na obtenção da solução.

Outra ajuda nesse sentido é oferecer "etapas" ou sequências para completar uma tarefa matemática. Um exemplo é a aplicação das "leis dos despejos", que é uma série de passos

a seguir para a resolução de equações de primeiro grau. Ou o traço de um triângulo com régua e compasso, que é apresentado como uma sequência ordenada de traços.

Na tradição clássica, há uma lógica de ensino em que o conhecimento deve ser colocado na frente das crianças, sem responder à necessidade de uso, colocando a criança no centro e sua falta de maturidade cognitiva e experiencial. Isto leva a docentes considerar que um auxílio para a apropriação da matemática é a "descer" para o nível de filhos, e fazer ajustes para termos e procedimentos matemáticos no nível de maturidade dos alunos, levando-os a partir dos "contextos": "Picos" em vez de vértices, "bordas" em vez de arestas.

Assim, a partir da palavra retirada do contexto da criança e utilizada pelo adulto que é direcionado a ela, o avanço em direção ao conceito é possível no início com a manipulação da palavra, hesitante, talvez parcialmente errônea... aos poucos se ajustará obrigado aos efeitos de seu uso com seus interlocutores, que o retomarão e corrigirão, sem esquecer os estímulos, até a transformação esperada (ROBERT *et al.*, p. 193).

Nessa ordem de ideias, os professores também incorporam situações dos contextos dos alunos como estratégias mnemônicas: "o inimigo do meu inimigo é meu amigo", para se referir ao sinal do produto ou ao quociente de dois números negativos.

Finalmente, uma ajuda dos professores é oferecer uma estrutura e organização fixas e, portanto, uma atividade previsível na sala de aula. "Primeiro vem o conceito, depois a explicação e finalmente os exercícios". Para alguns professores, a heurística de Polya (1965) torna-se uma forma de ajuda para resolver problemas.

Agora, na tradição construtivista holística, espera-se que os meios antagonistas instalados por meio de uma situação didática permitam que os estudantes se capacitem de seus conhecimentos e produzam suas próprias ajudas. No entanto, às vezes, requer a ajuda de um professor na atualização do conhecimento, recuperando a memória didática do grupo, trazendo à tona o contexto e os conhecimentos matemáticos construídos na época. Um dos professores começou a aula com a leitura de uma nota de jornal onde as porcentagens apareciam.

Professor: como conseguimos a porcentagem?

Aluno 1: pela regra de três

Mestre: essa é uma forma, mas há mais (no quadro negro é colocada uma folha em que nas aulas anteriores foi sorteado um quadrado dividido em 100 partes, das quais 5 eram coloridas). Quantos quadrados são coloridos?

Estudante 2: cinco de cem

Professor: Correto e expresso em uma fração seria  $5/100$ , e cinco em cem nos dá ...

Aluno 1:  $0,05$  ... é 5% (Obs. 3 Cinthya, 2/03/2017)

Sensevy (2011) acredita que o professor assume posição elevada topogenética quando o professor toma a decisão de recuperar a memória didática da classe usando frases emblemáticas, representações matemáticas, não matemática, que são atualizados no novo problema, e isso os tornam ajudar, porque permite recuperar o empoeiramento dos estudantes em seus conhecimentos e canalizar as produções.

## **As ajudas na pedagogia do erro**

Quando os alunos estão resolvendo um problema, é provável que cometam erros. Na tradição clássica, a sequência de conteúdos, do fácil para o difícil, e o encadeamento do conteúdo antecedente ao conseqüente, leva a pensar no erro como algo improvável. Portanto, quando um aluno comete um erro, o professor indica que está errado e apela para exercícios e resultados anteriores. Outra decisão do professor nessa tradição é tomar o lugar do texto do conhecimento no qual os alunos deveriam estar e explicar quantas vezes forem necessárias para o aluno aprender ou, na melhor das hipóteses, resolver o problema com a criança, "de forma acompanhante", o que significa que cada procedimento é explicado à medida que a resolução progride.

No caso da perspectiva holística, quando os alunos assumem a responsabilidade de resolver o problema de forma autônoma, na chamada situação didática (BROUSSEAU, 2011), é possível que durante o acompanhamento o professor perceba dificuldades e momentos, de dúvida. O professor precisa adotar uma postura mesogenética alta, isto é, oferecer ajuda para recuperar o conflito cognitivo, manter a devolução do problema, sustentar o apego, evitar o desinteresse e o abandono. "Você mostra um problema mais simples, você dá pistas, você enfatiza um relacionamento."

Um professor perguntou se era apenas o caso de um menino que venceu quando apostou 7 ao jogar dois dados. Quando percebeu que, após muitos lançamentos, os alunos não identificaram as tendências, ele propôs um quadro para organizar as informações e várias representações que os ajudariam a sustentar o argumento matemático. O quadro é uma instituição de sentido, que dá sentido aos alunos, ajuda a enxergar algo que é local e um significado que depende do contexto. Tem uma função técnica, epistêmica e simbólica: sistêmica.

Outra possibilidade de ajuda nessa tradição é dar um contraexemplo, para tornar visível o erro; se possível, no contraexemplo, é dada ajuda para recuperar o conceito ou procedimento (AVALOS, 2013).

Finalmente, em uma pedagogia do erro, o professor identifica o erro no monitoramento, diagnósticos e espera até que o erro seja socializado. Neste caso, o professor tem que se conter de não intervir: "Você não faz nada, espera que surja ajuda entre eles, você coloca uma cara de pau".

### **Ajuda para visualização de relações matemáticas**

Em ambas as tradições, alguns aparelhos fornecer informações, conteúdos, experiências, ou procedimentos já aprendeu, ou "dicas", novos conhecimentos, mas muito oportuna, como novas representações, gráfico, simbólico, novas operações, a fim de estabelecer novas relações ou visualizar relações matemática existente.

A introdução de manipulativos, na qual o software educacional da matemática está incluído, também ajuda a visualizar as relações matemáticas. Os dispositivos são instalados em uma mesogênese, em uma apropriação semiótica progressiva. O problema é que os alunos precisam dominar o espaço simbólico de ditos manipuláveis e suas regras. Por outro lado, a representação gerada origina um fenômeno de hibridismo com os signos matemáticos. No entanto, para os professores, ainda é uma ajuda.

Uma maneira de ajudar a visualizar as relações matemáticas identificadas por um aluno com o restante dos alunos é a tradução de suas expressões em uma linguagem matemática convencional reconhecida pelo grupo, e o estabelecimento de formas matemáticas de comunicação em linguagem matemática convencional. Quando um estudante é no momento da formulação da solução de um problema, você provavelmente não vai encontrar os termos e formas de comunicar seus procedimentos e resultados. Professora Sandra, por exemplo, oferece a seus alunos escrevem seus procedimentos com linguagem natural e, gradualmente, os ajuda a "traduzir" para uma linguagem matemática mais econômica e socialmente reconhecível, com uma modalidade de funcionamento em um papel adjuvante topogênico. Em alguns casos, a tradução é feita através de perguntas do professor para as crianças, o que as leva a uma reflexão em termos matemáticos.

Outra maneira de ajudar os professores permitindo que a relação matemática seja visível através de gestos, os mesmos que lhes permitem indicar uma operação, uma sequência de operações, uma representação gráfica, traço geométrico, entre outros.

Figura 1. Gesto para “arredondar para cima”



Fonte. A autora

É um gesto de ajuda, porque ajuda a semantizar o espaço semiótico de um conteúdo matemático e favorece o trabalho com os dispositivos.

A maior parte da ajuda é espontânea, mas na tradição construtiva holística existe uma ajuda planejada. Há uma gênese de apoio, a partir da identificação de um problema e é dirigida de certa maneira, sob determinados pressupostos, e por uma sequência que favorece espessamento significa com significados compartilhados, em seguida, rearranjando a construção de um técnico ou o trânsito para outras estruturas matemáticas.

## Conclusões

Neste estudo, foi importante identificar as condições sob as quais uma ajuda é instalada. Em uma ocasião, foi observado um professor que explicara veementemente a um aluno que num número complexo, por exemplo,  $4i + 2$ , não acrescentava o 4 e o 2, aos quais o aluno respondia "se eu disser sim Isso para de me incomodar?" O estudante precisava da ajuda, mas para estar propenso a recebê-lo, deve haver um mínimo de conhecimento de sua relação com o conhecimento matemático. A ajuda oferecida por um professor é instalada em uma solicitação explícita ou implícita do aluno. O problema com os alunos para professores e professores iniciantes é identificar a demanda implícita de pistas oferecidas pela turma e as interações entre os alunos.

Para muitos professores, a relação do aluno com seu ambiente é fonte de conflito, particularmente quando percebem que essa relação não pode ser sustentada, seja porque o aluno necessita de informação suplementar, pois não consegue visualizar a relação matemática ou porque seu conhecimento prévio é um obstáculo para olhar para novos relacionamentos. Uma resposta do professor ao seu próprio *milieu* é através da ajuda. Esta é uma linha de pesquisa que ainda precisa ser explorada.

Conclui-se que ajudar nem sempre é muito bom, muitos alunos esperam pacientemente a ajuda do professor para se envolver na tarefa matemática. É necessário ter muito claras as cláusulas do contrato didático, em função das quais uma ajuda permite manter a

autonomia na resolução do problema, embora consiga modificar o tipo de tarefa matemática.

## Referências

AVALOS, A. Ámbitos y dominios de validación del conocimiento matemático escolar durante las prácticas de los estudiantes para profesor de secundaria. **Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University (Mexico) and the Faculty of Education of the University of Calgary (Canada)**. UPN – University of Calgary, 2013.

AVILA, A. **La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje en nuestras escuelas**. México: SEP, 2004.

BALL, D.; FORZANI, F. The work of teaching and the challenge for teaching education. *In. Journal of teacher education*. 60 (5), 497 – 511. 2009

BLOCK, D., RESENDIZ, L. y RAMÍREZ, M. Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado: Un estudio de caso. *In. Revista Mexicana de Investigación Educativa*. vol.20 No.66 México jul./sep. 2015.

BROUSSEAU, G. **Iniciación al estudio de las situaciones didácticas**. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2011.

POLYA, G. **Cómo plantear y resolver problemas**. México : Trillas, 1965

ROBERT, A., BRIDOUX, S., GRENIER, N., HACHE, C. Les moments d'exposition des connaissances en mathématiques, analyses et exemples, *In. Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 21, 2016, 187-233.

SOSA, L. FLORES-MEDRANO, E. CARRILLO, J. Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *In. Revista Educación Matemática*, Vol. 28, No. 2, agosto de 2016.

SENSÉVY, G. **Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique**. Louvain-la-Neuve: De Boeck Supérieur, 2011.

ZAMORANO, A. **Las prácticas de la enseñanza de las matemáticas a través de las situaciones de contingencia**. (Tese de doutorado). Universidad Autónoma de Barcelona