

Atividade de estudos e investigação sobre o sistema de numeração posicional na formação de professores dos anos iniciais

Activity of studies and research on the positional numbering system in the training of teachers in the initial years

RAQUEL SOARES DO RÊGO FERREIRA¹

JOSÉ MESSILDO NUNES VIANA²

RENATO BORGES GUERRA³

Resumo

O referido trabalho trata de uma pesquisa que está sendo realizada no âmbito da formação de professores dos anos iniciais. Temos como objetivo questionar o papel e a funcionalidade do Sistema de Numeração Posicional (SNP) na formação didática de professores e assim possibilitar a reconstrução de saberes por meio de respostas espontâneas desses, permitindo o diálogo entre a teoria e a prática em torno dos saberes envolvidos. Para concretização desta, utilizamos os pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), em particular recorremos às Atividades de Estudo e Investigação (AEI) como dispositivo didático em uma turma de Licenciatura Integrada da Universidade Federal do Pará. Temos resultados indicando que as ações desenvolvidas proporcionaram a desnaturalização da noção de base dez e o alargamento do equipamento praxeológico desses futuros professores que passam a ter um olhar crítico para a noção de Sistemas de Numeração.

Palavras-chave: *Atividade de Estudos e Investigação. Formação de Professores. Sistema de Numeração Posicional. Teoria Antropológica do Didático.*

Resumen

Este trabajo trata de una investigación que se está realizando en el marco de la formación de profesores de los años iniciales. El objetivo de este trabajo es cuestionar el papel y la funcionalidad del Sistema de Numeración Posicional (SNP) en la formación didáctica de profesores y así posibilitar la reconstrucción de saberes por medio de respuestas espontáneas de esos, permitiendo el diálogo entre la teoría y la práctica en torno a los saberes involucrados. Para concretar esta, utilizamos los presupuestos teórico-metodológicos de la Teoría Antropológica del Didático (TAD), en particular recurrimos a las Actividades de Estudio e Investigación (AEI) como dispositivo didático en una clase de Licenciatura Integrada de la Universidad Federal de Pará. Tenemos resultados indicando que las acciones desarrolladas proporcionaron la desnaturalización de la noción de base diez y la ampliación del equipamiento praxeológico de esos futuros profesores que pasan a tener una mirada crítica a la noción de Sistemas de Numeración.

Palabras clave: *Actividad de Estudios e Investigación. Formación de Profesores. Sistema de Numeración Posicional. Teoría Antropológica del Didático.*

¹ Universidade Federal do Pará, Brasil, raquellrego@gmail.com

² Universidade Federal do Pará, Brasil, messildo@yahoo.com.br

³ Universidade Federal do Pará, Brasil, rguerra@ufpa.br

Résumé

Ce travail porte sur une recherche qui est menée dans le cadre de la formation des enseignants des premières années. Notre objectif est de questionner le rôle et la fonctionnalité du système de numérotation positionnelle (SNP) dans la formation didactique des enseignants et donc permettre la reconstruction du savoir par des réponses spontanées, permettant le dialogue entre théorie et pratique autour des connaissances impliquées. Pour la concrétisation de cette étude, nous avons utilisé les hypothèses théoriques et méthodologiques de la Théorie Anthropologique Didactique (TAD), en particulier les études et activités de recherche (AEI) en tant que dispositif didactique dans un groupe intégré de licence de l'Université Fédérale du Pará. Nous avons des résultats indiquant que les actions développées ont fourni la dénaturalisation du concept de base dix et l'extension de l'équipement praxéologique de ces futurs enseignants qui commencent à avoir un regard critique sur la notion de systèmes de numérotation.

Mots-clés : *Étude et Activité de Recherche. Formation des Enseignants. Système de Numérotation Positionnelle. Théorie Anthropologique du Didactique.*

Abstract

This work deals with a research that is being accomplished in the extent of the teachers formation of the initial years. We aim to question the role and functionality of the Positional Numbering System (PNS) in the didactic formation of teachers and like this to make possible the reconstruction of knowledge through spontaneous responses of these, allowing the dialogue between theory and practice around the knowledge involved. For materialization of this, we used the theoretical-methodological assumptions of the Didactic Anthropological Theory (TAD), in particular we used the Study and Research Activities (SRA) as a didactic device in an Integrated Licentiate group of the Federal University of Pará. We have results indicating that the developed actions provided the denaturalization of the notion of base ten and the extension of the praxeological equipment of these future teachers that come to take a critical look at the notion of Numbering Systems.

Keywords: *Study and Research Activity. Teacher training. Positional Numbering System. Anthropological Theory of Didactics.*

Introdução

Ensinar matemática tem sido um grande desafio para muitos, e há muito tempo a história tem se repetido, nos referimos principalmente aos não matemáticos, mas que ensinam (rão) matemática. Trata-se de um grupo de professores que tem a missão de preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver (SANTALÓ, 1990, p. 11). O grupo a que nos referimos são os professores pedagogos que recebem formação para desenvolver entre seus alunos competências, estas previstas na Base Nacional Curricular (BNCC, 2018), dentre elas destacamos uma.

Os alunos deverão compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. (BRASIL, 2018).

Na área da educação é muito comum de se ouvir: *Os professores precisam auxiliar seus alunos a desenvolverem determinadas competências*, esta palavra se tornou trivial no meio escolar, entretanto desenvolvê-la quando nos referimos aos alunos, é estar certos de que os mesmos precisam de auxílio, orientações e principalmente da mediação do professor no processo. Assim, trata-se da movimentação de saberes e de conhecimentos vivenciados, ou seja, é colocar os saberes em prática.

O desenvolvimento de competências dos alunos está relacionado ao saber prático, *in loco* onde se aprende na prática, os professores têm o dever de levar seus alunos ao encontro dos saberes matemáticos (no nosso caso o sistema de numeração posicional). Na nossa concepção é inevitável que todo professor, seja dos anos iniciais ou finais da educação básica que ensinam matemática precisam dominar alguns saberes indispensáveis ao processo de ensino.

Os futuros professores dos anos iniciais, devem se apropriar de saberes matemáticos amplos e consolidados, não queremos dizer que os pedagogos precisam ser *Matemáticos*, mas que entrar em uma profissão é se submeter a determinadas regras, substanciais a profissão (CHEVALLARD, 2009). Os saberes matemáticos deles não devem ser constituídos somente de saberes informais (saberes do dia a dia) e dos saberes “*rasos ou superficiais*” baseados somente no que aprenderam como alunos da escola básica, sua bagagem praxeológica matemática (CHEVALLARD, 1991) precisa ser acrescida de

saberes que lhes serão úteis quando estiverem ensinando e que estejam aptos e capazes de relacionar a matemática informal na matemática com valor formativo e útil.

Quando falamos de uma matemática que seja “útil” na trajetória acadêmica desses futuros professores, nos referimos a uma matemática capaz de estruturar e construir um pensamento

lógico-dedutivo e que na prática da sala de aula lhes dê condições em desenvolver e aperfeiçoar a aprendizagem dos seus alunos.

A falta de conhecimentos e habilidades mais especializado e desenvolvido e principalmente a carência de bases teóricas e conceituais para a prática nos faz perceber claramente que esses futuros professores precisam ter uma infraestrutura didático-matemática⁴ mais robustas de saberes, de tal modo que possam proporcionar condições mínimas de aprendizado para seus alunos e garantir os direitos previstos em lei.

A falta de uma infraestrutura didático-matemática para os professores dos anos iniciais não é um problema novo, nem fácil de ser resolvido, e nem temos a intenção em resolver, mas em contribuir com novas pesquisas e a proposta da Atividade de Estudos e Investigação (AEI) que segundo Chevallard (2009) é uma proposta para resolver o pesado problema da falta dessa infraestrutura dos professores em formação. Sabemos que não existe uma prescrição detalhada a ser seguida que nos diga exatamente todos os passos a serem seguidos de como ser um professor com sólidos conhecimentos didático-matemático, mas buscamos apontar caminhos.

Em nossas pesquisas encontramos trabalhos que tratam da concepção dos pedagogos a respeito do ensino da matemática nos anos iniciais, como por exemplo, Cenci et al (2015), Fernandes (2013), Nascimento (2013), Cordeiro e Gomes (2010), Carvalho (2007), Curi (2004), dentre outros, que segundo Cenci et al (2015) trataram de situações que envolvem o ensino da matemática em cursos de pedagogia e as possíveis preocupações e expectativas que esses futuros professores têm a respeito do seu preparo para ensinar matemática.

Essa amostra nos revela que a maior preocupação dos futuros professores está voltada à metodologia do ensino da matemática, a preocupação observada não foca o que realmente deveria ser, a nosso ver, o alvo principal são as organizações didático-matemáticas, além disso, as pesquisas também revelam as lacunas em suas formações acadêmicas a respeito desse assunto Chevallard (1999) afirma que inesperados problemas surgem e muitas

⁴ Cf. Chevallard (2009).

vezes se revelam quando se vai ensinar matemática daí originando a necessidade da formação continuada.

Existem muitas outras pesquisas, mas essa amostra nos leva a perceber a carência de novas investigações na perspectiva da formação docente no ensino da matemática nos anos iniciais

do Ensino Fundamental e no nosso caso o foco é no Ensino do Sistema de Numeração Posicional.

A proposta deste trabalho e da tese que está em construção, caminha na perspectiva de investigar:

O estudo do aspecto posicional da representação numérica leva a uma mudança de relação do professor com o Sistema de Numeração Decimal?

Nesta concepção, o objetivo neste artigo sinalizar para a construção de uma Atividade de Estudo e Investigação sobre aspecto posicional da representação numérica para levar a uma mudança de relação do professor com o Sistema de Numeração Decimal. Numa formação continuada que favoreça a desconstrução e reconstrução de saberes levando-os a buscar esclarecimentos, compreensão das noções que serão estudadas e suas funcionalidades.

Teoria Antropológica do Didático - Algumas noções

Nosso trabalho está inserido na perspectiva teórica da didática da matemática, mas especificamente Teoria Antropológica do Didático (TAD) que tem encaminhamentos metodológicos voltados ao estudo e construção de modelos didáticos, ideia originária de Brousseau (1996) autor da Teoria das Situações Didáticas (TSD) onde descreveu modelos com a função de delinear as atividades dos professores e dos alunos.

Tomamos como ponto de partida a Atividade de Estudos e Investigações – AEI, uma metodologia de investigações em didática e que Chevallard (2009) chama de praxeologias de investigação. nessa perspectiva, estudar e/ou ensinar, por exemplo, Sistema de Numeração Posicional podem ser descritas segundo um modelo praxeológico. Consideramos as praxeologias as responsáveis em organizar, estudar, (re) construir, desconstruir e analisar as condições do objeto matemático posto que nos leva a questionar sobre o papel desses objetos no processo de ensino aprendizagem.

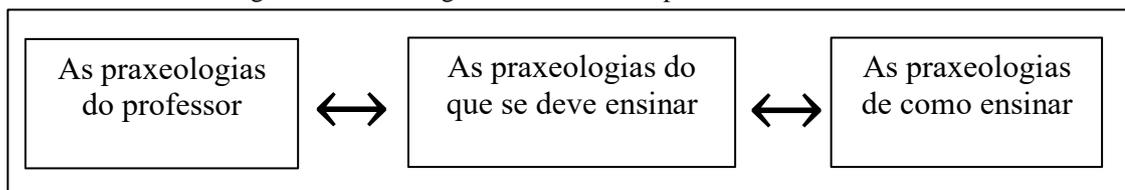
Num panorama geral, a existência de um objeto (O), são todas as possíveis relações que giram em torno dele, essa relação tornará esse objeto “real”, ou seja, reconhecido por pelo

menos uma pessoa (X) ou instituição (I). Chevallard (2009) apresenta o “objeto” como algo existente, concreto, para ele tudo é objeto, e esse reconhecimento acontece a partir de relações seja de uma pessoa (X) ou uma instituição (I) com um dado objeto (O) resultando em um produto intencional da atividade humana, por meio de uma relação institucional com ele podendo ser representada por $R(X,O)$.

O termo instituição vem do latim “*institutiōne*”, que significa sistema, disposição, efeito de instituir, criar algo, estabelecido ou fundado e que pode ter uma função pública ou não, mas a instituição não necessariamente é um lugar físico, pode ser: família, escola, trabalhos, preceitos e os costumes que regem uma sociedade também são consideradas instituições, como exemplo: pedir a bênção dos pais, a saudação de lutadores de caráter e quando os católicos fazem o sinal da cruz ao passar na frente de uma igreja, esses são algumas amostras consideradas como instituições. Tais exemplos permitem e impõem para os sujeitos envolvidos se estabelecerem em determinadas posições (P) oferecidas em (I), colocando em jogo as maneiras de fazer e de pensar próprios, que para Chevallard (2009) são as praxeologias.

Nesse pensar, como nossa intenção é tratar sobre o problema de formação dos professores na perspectiva dos anos iniciais, vamos tomar como ponto de partida a hipótese da TAD que toda a atividade humana pode ser descrita em termos de praxeologias, tal qual tratamos anteriormente, mas antes de avançarmos para tratar sobre praxeologias precisamos distinguir, pelo menos, três tipos de praxeologias relacionadas com o ensino da matemática, entendemos que cada um dos tipos está contido no seguinte: 1) As praxeologias (Equipamento Praxeológico – $EP(x)$ (CHEVALLARD, 2009, p. 8), que o professor tem sobre matemática); 2) As praxeologias do que se deve ensinar (os objetos matemáticos necessários para contribuir na formação dos alunos) e 3) As praxeologias de como ensinar (as metodologias utilizadas durante o processo da transposição didática), conforme figura 1.

Figura 1 – Praxeologias relacionadas ao processo de ensino



Fonte: Os autores

Uma Praxeologia é um grupo formado por uma *práxis* e um *logos*. A *práxis* se refere ao *saber-fazer* (prático-técnico) e é composto por tipos de tarefas (T) e técnicas (τ),

determinadas por uma instituição particular. As técnicas são justificadas por uma tecnologia (Θ) e por uma teoria (Θ) que são o *logos*, se referem ao *saber* e consistem em discursos que descrevem, a forma de explicar e justificar a prática.

Como exemplo, temos a seguinte tarefa: (T_1) Dado à notação numérica 245 determine o valor do número 2. Para resolver esta tarefa podemos utilizar a técnica (τ_1) rotineiramente utilizada pela maioria das pessoas, localizar e identificar a posição do número pelo processo de decomposição: *2 centenas + 4 dezenas + 5 unidades = 200 + 40 + 5* chegando a conclusão que o valor do número 2 é 200. A tecnologia (Θ) que justifica a técnica utilizada é sistema de numeração posicional, especificamente o valor relativo e valor absoluto e a justificativa tecnológica (Θ) para tarefa apresentada apresentam argumentos alicerçado pelas teorias (Θ) da aritmética prática. Fizemos questão de apresentar uma tarefa trivial, entretanto, rotineira nos anos iniciais por considerar um saber empírico e socialmente estabelecido entre os professores dessa faixa etária, mas que precisam desconstruir, (re) construir e aprimorar esse saber conforme foi dito anteriormente.

Esse exemplo proposto pela tarefa (T) é clássico nos anos iniciais, entretanto, o diferencial está em identificar a teoria e a tecnologia. Com base em experiência nessa faixa etária podemos afirmar que o alcance da técnica para os alunos-professores é limitado e em seu equipamento praxeológico ($EP(x)$) não há indícios da tecnologia e da teoria, ou seja, os alunos-professores e os professores estão arraigados na *práxis*, no *saber-fazer* (T, τ), tornando-se limitados, sem argumentos para explicar a razão de ser do ensino do Sistema de Numeração Posicional, com infraestrutura didática insuficientemente capaz de resolver e contribuir para algumas situações didáticas que surgem ao longo da caminhada docente.

Criar uma formação universitária e profissional de professores na universidade não é uma questão trivial: é um desafio para o *homo academicus*. As condições para a possibilidade de tal criação são expressas em primeiro lugar em termos do desenho e organização de uma pesquisa apropriada, incluindo pesquisa fundamental, que contribui para criar as respostas necessárias para alimentar a formação de professores e, ao mesmo tempo, contribuir para o desenvolvimento da profissão docente, que ainda hoje é escandalosamente subdesenvolvida. (CHEVALLARD; CIRADE, 2009, p. 55, tradução nossa).

Postulamos então, que a formação de professores dos anos iniciais que ensinam matemática requer de um alargamento do seu *EP*, que é o conjunto de praxeologias disponíveis e construídas ao longo da caminhada, parte dessa construção é de

responsabilidade da comunidade de estudos e investigação em didática das matemáticas conjuntamente com os professores formadores.

Nossa compreensão a respeito das praxeologias que estão em jogo nesse processo de formação é a necessidade de se (re) construir praxeologias. Essas praxeologias se dividem em duas: organizações praxeológica matemática (OPM) ou simplesmente organização matemática (OM) e organizações praxeológica didáticas (OPD) ou organização didática (OD).

Estas organizações estão estreitamente articuladas e se completam num processo de reconstrução de uma organização matemática (OM) “*a realidade matemática*”, quer dizer, a maneira como pode realizar-se o estudo dos Sistemas de Numeração Posicional por exemplo. E a organização didática (OD), *a maneira* pela qual é construída esta realidade matemática (CHEVALLARD, 1999) está relacionada as situações didáticas, como estudar Sistema de Numeração Posicional? Ou seja, tem a função de fazer a transposição da OM para OD de modo que seja alcançável para quem aprende.

Quando anunciamos as praxeologias, inclusive o exemplo da tarefa sobre SNP, nos referimos principalmente a uma organização matemática pontual (OMP), queremos dizer uma técnica para tarefa proposta $[T/\tau/\theta/\Theta]$, esse é um fato bem raro que acontece em uma instituição (I), normalmente encontramos nas instituições as praxeologias matemática locais ou organizações matemáticas locais (OML) $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]$, que sugerem outras técnicas (τ_i) para tantas outras tarefas (T_i) propostas, elas se articulam e geram outras tarefas caminhando para uma praxeologia matemática regional ou organizações matemáticas regionais (OMR) $[T_{ij}/\tau_{ij}/\theta_j/\Theta]$ e pela difusão e articulação de tarefas e técnicas apresentamos a praxeologia matemática global ou organização matemática global (OMG) $[T_{ijk}/\tau_{ijk}/\theta_{jk}/\Theta_k]$.

A proposta do processo de estudo apresentado consiste em construir, reconstruir, integrar e articular as praxeologias de complexidade crescente (pontuais \rightarrow locais \rightarrow regionais) levando os alunos-professores a uma mudança de relação com os saberes, de modo a fazê-lo rever e repensar suas práticas e praxeologias, a partir do questionamento da razão de ser das organizações matemáticas sobre o sistema de numeração Posicional (SNP).

Postulamos que a razão de ser do SNP nos anos iniciais tem sua origem na problemática das práticas concretas da formação inicial de professores não-matemáticos que não se apropriaram de OM mínimas para ensinar. Daí a necessidade de se criar um modelo epistemológico que atue como referência para:

- Observar as organizações matemáticas propostas, nas obras antigas e atuais, para serem reconstruídas na (ou para) séries iniciais;
- Construir uma nova organização matemática que permita o desenvolvimento de um processo de modelização (no sentido previamente definido pela TAD), capaz de gerar um conjunto de praxeologias articuladas e integradas em torno dos sistemas de Numeração Posicional para as séries iniciais do ensino fundamental I.

Modelo Epistemológico de Referência (MER) e Atividade de Estudos e Investigação (AEI)

Quando pensamos em elaborar um modelo epistemológico de referência (MER) de uma Organização Matemática (OM), aspiramos um processo de estudo que permita reconstruir as OM já estabelecidas em uma determinada instituição, presumimos que qualquer modelo epistemológico de referência deve ser formulado como um modelo proativo, dinâmico e provisório capaz de movimentar os saberes necessários para responder uma determinada questão.

O MER pode ser expresso na forma de uma sucessão de praxeologias que correspondem à elaboração de respostas parciais a uma questão problemática inicial. Cada praxeologia da sucessão surge como uma extensão ou desenvolvimento da praxeologia anterior, antes das limitações dela para fornecer respostas às questões que surgem. (SIERRA, 2006, p. 47, Tradução nossa).

Nesse pensar o MER irá produzir e provocar a aparição de respostas que paulatinamente vão se completando à medida que se constrói ou se reconstrói as OM, e uma sucessão de OM vão surgindo a partir de uma OM inicial suscetível de serem retomados a qualquer tempo.

Ressaltamos, entretanto, que o MER é relativo e provisório porque suas respostas nunca poderão ser esgotadas de forma absoluta.

Para a construção do nosso MER consideremos a seguinte situação e questionamentos:

Pertenço a um povo parecido com os humanos. Possuo I boca, V olhos e Z membros como eles, mas me diferencio por possuir apenas A, ou seja, Z menos I, dedos em cada um desses membros, além de possuir pelos ou cabelos em todo o corpo.

Em meu planeta nós cultivamos grãos e tubérculos como os terráqueos. Em particular, em nosso último ano solar AIOOO, que corresponde ao ano solar cristão da terra de 2000, obtive a seguinte produção:

PRODUTOS	PRODUÇÃO
<i>Feijão.</i>	<i>AZOIO</i>
<i>Arroz.</i>	<i>ZVAII</i>
<i>Mandioca.</i>	<i>ZZAAV</i>

Em meu planeta usamos apenas os registros de representação V, A, Z, I, O para representar qualquer quantidade inteira. Com essas informações estamos interessados em responder:

Q1. Qual seria uma provável aparência física desse povo?

Q2. Como podemos representar a produção da tabela acima em nosso sistema numérico usual?

Q3. Como eles provavelmente chegaram à representação de quantidades do modo apresentado no texto?

Se assumirmos que não nos dispusemos de qualquer técnica para resolver a questão, ela torna-se problemática e tentar resolvê-la vai requerer tarefas não rotineiras designada por T, cuja resolução exigirá desenvolver um conjunto de técnicas matemáticas τ , que por sua vez, devem ser descritas, explicadas e justificadas mediante um discurso matemático teórico e tecnológico[θ/Θ].

Em outras palavras, se considerarmos a questão proposta no sentido de "questão problemática que deve ser estudada" ela não poderá ser respondida com uma simples informação, sua resposta deverá ser analisada e construída a partir de um conjunto de organizações matemáticas (OM), isto é, um conjunto de tipos de tarefas, de técnicas ou

procedimentos para resolvê-la, se preciso for de definições, propriedades e teoremas que permitem descrever e justificar o trabalho realizado.

A referida atividade prevê um bloco de praxeologias que necessitam do saber e *saber-fazer* [$T/\tau/\theta/\Theta$] que ao longo de seu desdobramento deixa de ser organização matemática pontual (OMP) e passa a ser organização matemática local OML e se constituirá em [$T_i/\tau_i/\theta/\Theta$], a medida que as tarefas vão evoluindo e as técnicas se aperfeiçoando vamos observando a evolução e a ampliação progressiva das organizações matemáticas na proposta da complexidade crescente.

Neste momento não será possível apresentar o modelo epistemológico, por estar em construção e em fase final do trabalho de tese, mas podemos adiantar que observamos traços de justificativas da razão de ser do Sistema de Numeração Posicional (SNP), sua composição, as bases dos sistemas, a contagem (um dos principais responsáveis deste processo), a numeração por grupamentos, a necessidade do uso de materiais concretos como facilitador para as reconstruções praxeológicas, etc.

Parece-nos que pensar no MER e nas questões problemáticas que vão surgindo através dele e das experiências vivenciadas na docência nos leva a uma Atividade de Estudo e Investigação – *AEI*, que é um dispositivo de formação previsto como proposta de investigação da TAD. Chevallard (2007) diz que “O princípio da *AEI* está profundamente enraizado em questionar uma certa epistemologia da escola monumentalista e laborista que substitua as perguntas (abertas) *Q*”.

Neste pensar, por meio da pedagogia do *AEI*, sugerimos em uma turma de formação inicial de uma Instituição de nível superior uma investigação conjunta com estudo das praxeologias que vivem no ensino, bem como de obras, podendo ou não ser acadêmica. Foi proposta a situação anteriormente apresentada com objetivo de oportunizar aos alunos-professores uma “visita” e uma revisão de sua relação com o saber matemático de modo que possam reconstruir suas praxeologias e adquirir uma nova relação com o objeto de ensino considerado, no nosso caso, o Sistema de Numeração Posicional.

A *AEI* foi composta por uma comunidade de estudo constituída com três diretores de estudo e dezesseis alunos-professores cursistas do último ano da licenciatura integrada em ciências e matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA). O percurso do processo da

AEI se desenvolveu em nove encontros com uma hora e quarenta minutos de duração cada um, sendo a classe dividida em 4 grupos de 4 alunos.

Considerando a pesquisa em estágio de desenvolvimento, apresentamos apenas uma síntese de alguns resultados *à priori*, mas que evidenciaram os aspectos que nos permitem concluir que parte de nossa intenção foi alcançada, conforme abaixo explicitado:

1. Foi estabelecido que a realização das atividades aconteceria dentro e fora de sala caso fossem necessários, ficou prestabelecidos também que os grupos de alunos tinham que apresentar periodicamente resultados orais e escritos e que deviam ser defendidos pelo próprio grupo e avaliado pelos diretores de estudo (DE), fazerem leituras de obras sugeridas pelos diretores de estudos e apresentar questionamentos sobre as discussões que aconteciam ao longo dos encontros;

2. Eles perceberam que a situação proposta como atividade tinham um sistema próprio, alguns não conseguiram identificar imediatamente que se tratava da base 5, abstraindo somente após o 7º encontro por meio de muitas discussões;
3. Notaram que para desenvolver a situação, carecia interpretá-la bem e conjecturar as possíveis relações entre o mundo dos extraterrestres e dos humanos, para assim obter saberes para “decifrar o enigma”.
4. Perceberam que existia outros saberes envolvidos no enigma e apresentaram esses saberes;
5. Notaram a existência de relações entre as letras V, A, Z, I, O e os algarismos de tal modo que não houve dúvidas quanto a contagem dos extraterrestres e a dos humanos;
6. Alguns questionamentos do tipo: *O que é contagem?* Levaram os grupos a buscarem diferentes obras desde sobre a concepção do que pode ser visto como uma contagem, até temas mais específicos como análise combinatória, que despendeu de vários encontros e que redundavam na impossibilidade de encontrar um caminho para responder as demais questões, no caso Q2 e Q3. No entanto, no sexto encontro, emergiu das discussões uma referência ao sistema binário e isso levou a outra questão *Q - O que é contagem binária?* Para os encontros seguintes, os orientadores de estudos sugeriram considerar a prática de contagem por agrupamento, tal qual é usada no comércio para quantificar unidades de produtos na venda a varejo. Nesse sentido, foi solicitado aos alunos que trouxessem materiais conhecido como “manipulativos ou concretos” que pudessem ser contados;
7. Os alunos-professores relataram que durante seu curso não tinham desenvolvido técnicas de manuseio de materiais concretos e alguns apresentaram dificuldades em fazê-lo, entretanto foram construídas e reconstruídas as praxeologias sobre as práticas de contagem por agrupamento em diferentes bases;
8. Para cada agrupamento, foram consideradas e sanadas algumas dificuldades, como falta de conhecimento sobre técnicas de contagem e o desenvolvimento destas técnicas, essa prática tinha como objetivo articular as praxeologias com a representação numérica e de relacionar o uso de material concreto com o estudo da matemática;
9. Com domínio das práticas de contagem por agrupamento, os grupos realizam as divisões concretas da quantidade em agrupamentos de agrupamentos, e assim por

diante até esgotar a quantidade e passaram a fazer os registros dos restos obtidos. Esse procedimento permitiu à comunidade de estudo relacionar os restos com o aspecto posicional dos algarismos nos numerais e daí relacionar os diferentes sistemas de numeração a partir de agrupamentos, o que encaminha as respostas dos questionamentos Q2 e Q3.

Considerações Finais

O empenho na realização deste estudo derivou e evidenciou a necessidade de aprofundar as pesquisas no que se refere ao ensino de sistema de numeração posicional na formação de professores, apesar das numerosas pesquisas sobre este tema reafirmamos que é um campo aberto principalmente na perspectiva do AEI da TAD e há a necessidade de estudar e analisar com morosidade cada passo da investigação e esse um dos propósitos da tese que está em desenvolvimento.

A metodologia na perspectiva do AEI nos proporcionou obter informações concretas a respeito dos saberes de um grupo de futuros professores que nunca tinham feito pesquisa e investigação em matemática, somente em ciências. Constatamos que eles priorizam o uso de recursos metodológicos mais que o estudo dos conteúdos matemáticos, e quanto ao uso dos materiais concretos eles sabem trabalhar com o sistema de numeração decimal e fazer os agrupamentos de 10 em 10, entretanto apresentaram dificuldades em fazer e explicar o processo em outras bases, evidenciando a necessidade de aprofundar os saberes matemáticos que estão em jogo quando nos referimos aos aspectos posicionais dos números.

Nossa compreensão a respeito dos resultados previamente encontrados com a AEI, apesar de alguns percalços, nos permitiram dar um novo viés para o ensino, a estratégia metodológica do AEI nos permitiu ainda desconstruir e reconstruir as praxeologias do grupo de futuros professores em formação e podemos afirmar que essa metodologia é capaz de ir mais além nesse processo, possibilitando (re) construir novos saberes, pois permite o diálogo entre a teoria e a prática e todos os saberes neles envolvidos. Esse trabalho nos propiciou também a desnaturalização da base dez e o alargamento do equipamento praxeológico desses futuros professores, abrindo um leque para novas pesquisas.

Por fim, concluímos a necessidade de investir mais esforços no desenvolvimento de pesquisas que investigam não somente as dificuldades de aprendizado de quem aprende,

mas principalmente dos quem os ensinam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Referências

BRASIL. **Ministério da Educação. Governo Federal. Base Nacional Curricular Comum: BNCC-APRESENTAÇÃO.** Disponível em:

<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/BNCC-APRESENTACAO.pdf> .

Acesso em: 07 de Abr. 2018

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.** Buenos Aires: Aique. 1991.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico.** Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, nº 2, pp. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y.; CIRADE, G. **Pour une formation professionnelle d'université: éléments d'une problématique de rupture.** Recherche et formation, Paris, n. 60, p. 51-62, mayo 2009.

BROUSSEAU, G. **Os diferentes papéis do professor.** In. **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas.** Org. PARRA, C; SAIZ, I. Editora Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques.** 2009. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162 . Acesso em: 24 abr. 2018.

CARVALHO, M. **Pedagogia e os Conteúdos Matemáticos: a Formação do Professor dos Anos Iniciais e Educação Infantil.** In Anais do IX ENEM. Belo Horizonte-MG, 2007.

CENCI, D.; BECKER, M. L. R.; MACKEDANZ, L. F. **Produções Acadêmicas sobre o Ensino do Sistema de Numeração Decimal: O Estado da Arte.** Revista de Divulgação Científica em Ciências Exatas e Tecnológicas PORANDU Vol. 1, n. 1, p.29-41, 2015.

CORDEIRO R. M. A. ; GOMES C. R. A.. **Formação de Professores para o Ensino de Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um Estudo de Caso da Licenciatura em Pedagogia.** In Anais do X ENEM, Salvador-BA, 2010.

CURI, E. **A Formação Matemática de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental face às Novas Demandas Brasileiras.** In VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife-PE, 2004.

FERNANDES, V. M. J. **Revelações na Formação Inicial de Professores para Ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** In Anais do XI ENEM. Curitiba-PR, 2013.

NASCIMENTO, J. C. P. **Grupos Colaborativos na Formação do Professor para Ensinar Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Vivência com Alunos do Curso de Pedagogia no Âmbito do Programa Observatório da Educação.** In Anais do XI ENEM, Curitiba-PR, 2013.

SANTALÓ, L.A. Matemática para não-matemáticos. In. **Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas.** Org. PARRA, C; SAIZ, I. Editora Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SIERRA, A. D. **Lo matemático en el diseño y analisis de organizaciones didácticas: Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes.** (Tese de doutorado). Universidad Complutense de Madrid - Facultad de Educación, Departamento de Diáctica y Organización Escolar, Madrid 2006.