

Mapeando o Campo Conceitual da função afim: primeiros passos

Mapping the Conceptual Field of linear function: first steps

CLÉLIA MARIA IGNATIUS NOGUEIRA¹

VERIDIANA REZENDE²

Resumo

Para o desenvolvimento deste trabalho, partimos do pressuposto que um conceito não pode ser estudado e compreendido isoladamente por meio de uma única situação. Ao contrário, defendemos que são necessárias diferentes situações, diversos conceitos, símbolos, propriedades e teoremas interligados a um mesmo conceito formando um campo conceitual. Nesse sentido, fundamentado na teoria dos Campos Conceituais o Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática - GEPEDiMa que congrega pesquisadores de diferentes universidades estaduais do Paraná, vem desenvolvendo pesquisas com o propósito de explicitar o Campo Conceitual das Funções tais como identificar e classificar situações matemáticas presentes no Campo Conceitual das funções e conhecimentos mobilizados por sujeitos de diferentes idades e níveis de escolaridade quando resolvem situações problemas referentes a este campo conceitual com vistas a “mapear” o processo de construção do conceito de função. O objetivo deste trabalho é apresentar alguns dos primeiros resultados obtidos pelas investigações realizadas pelo GEPEDiMa.

Palavras-chave: Didática da Matemática. Campo Conceitual. Funções.

Abstract

For the development of this work, we start from the assumption that a concept can not be studied and understood alone by means of a single situation. On the contrary, we argue that different situations, different concepts, symbols, properties, and theorems interrelated to the same concept forming a conceptual field are necessary. In this sense, based on the theory of Conceptual Fields, the Group of Studies and Research in Mathematics Didactics - GEPEDiMa that brings together researchers from different state universities of Paraná, has been developing researches with the purpose of explaining the Conceptual Field of Functions such as identifying and classifying situations mathematics present in the Conceptual Field of functions and knowledge mobilized by subjects of different ages and levels of schooling when they solve situations problems related to this conceptual field in order to "map" the process of construction of the concept of function. The objective of this work is to present some of the first results obtained by the investigations carried out by GEPEDiMa.

Keywords: Didactics of Mathematics. Conceptual Field. Functions.

¹ Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE- Brasil, Universidade Estadual do Paraná/UNESPAR-Brasil, Universidade Estadual de Maringá/UEM- Brasil, E-mail: voclelia@gmail.com

² Universidade Estadual do Paraná/ UNESPAR – Brasil, Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE-Brasil, E-mail: rezendeveridiana@gmail.com

Résumé

Pour le développement de ce travail, nous partons de l'hypothèse qu'un concept ne peut être étudié et compris seul au moyen d'une seule situation. Au contraire, nous soutenons que différentes situations, différents concepts, symboles, propriétés et théorèmes liés entre eux par le même concept, formant un champ conceptuel, sont nécessaires. En ce sens, basé sur la théorie des champs conceptuels, le groupe d'études et de recherches en didactique des mathématiques - GEPEDiMa, qui réunit des chercheurs de différentes universités de l'État de Paraná, a développé des recherches dans le but d'expliquer le domaine conceptuel des fonctions, notamment l'identification et la classification mathématiques présentes dans le domaine conceptuel des fonctions et des connaissances mobilisées par des sujets d'âges et de niveaux d'éducation différents lorsqu'ils résolvent des problèmes liés à ce domaine conceptuel afin de "cartographier" le processus de construction du concept de fonction. L'objectif de ce travail est de présenter certains des premiers résultats obtenus par les enquêtes menées par GEPEDiMa.

Mots-clés: Didactique des mathématiques. Champ conceptuel. Fonctions

Resumen

Para el desarrollo este trabajo, partimos del supuesto de que un concepto no puede ser estudiado y comprendido aisladamente por medio de una única situación. Por el contrario, defendemos que son necesarias diferentes situaciones, diversos conceptos, símbolos, propiedades y teoremas interconectados a un mismo concepto formando un campo conceptual. En este sentido, fundamentado en la teoría de los Campos Conceptuales el Grupo de Estudios e Investigaciones en Didáctica de la Matemática - GEPEDiMa que congrega a investigadores de diferentes universidades estatales de Paraná, viene desarrollando investigaciones con el propósito de explicitar el Campo Conceptual de las Funciones tales como identificar y clasificar situaciones las matemáticas presentes en el Campo Conceptual de las funciones y conocimientos movilizadas por sujetos de diferentes edades y niveles de escolaridad cuando resuelven situaciones problemas referentes a este campo conceptual con vistas a "mapear" el proceso de construcción del concepto de función. El objetivo de este trabajo es presentar algunos de los primeros resultados obtenidos por las investigaciones realizadas por el GEPEDiMa.

Palabras clave: Didáctica de las matemáticas. Campo Conceptual. Funciones.

Introdução

O conceito de função é um dos principais da área de Matemática, pois são as funções que dão mobilidade à Matemática, retirando essa ciência de sua rigidez estática, permitindo a representação e o estudo de fenômenos móveis (NOGUEIRA, 2014). A pesquisadora afirma que o ensino de funções ficou restrito, pelo menos até à metade do século XIX, ao Ensino Superior e desde a década de 1960, com o movimento da Matemática Moderna, passou-se a recomendar o ensino desse conceito a partir do terceiro ciclo do Ensino Fundamental. Posteriores reformas o conduzem para o primeiro ano do Ensino Médio. No Ensino Superior, diversas áreas e disciplinas (Biologia, Economia, Engenharias, Geografia etc) adotam estudos implícitos ou explícitos, aprofundados ou não, sobre funções.

De acordo com documentos oficiais brasileiros para o ensino de Matemática (BRASIL, 1999; PARANÁ, 2008), o estudo das funções auxilia o aluno na compreensão de fenômenos do cotidiano e no estudo de elementos da Matemática, por meio da leitura, interpretação, construção de gráficos. Além do mais, tanto os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) quanto as DCE – Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (PARANÁ, 2008) afirmam que o conceito de função está relacionado a outras áreas do conhecimento como a Física, Geografia, Economia, explicitando a importância de se explorar, na Educação Básica, o estudo das funções juntamente com outras áreas da Ciência.

Segundo os PCN (BRASIL, 1999), a formalização do conceito de função deve ocorrer no Ensino Médio. Contudo, o estudo de noções básicas para a compreensão deste conceito deve iniciar durante a introdução de ideias algébricas desde os Anos Iniciais, a partir da generalização de padrões, estabelecimento de relação e variação de grandezas, modelização, representação de problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreendendo a sintaxe (regras para resolução) de uma equação, o que também é recomendado pelo documento mais atual, a Base Nacional Comum Curricular a BNCC que estabelece 16 habilidades necessárias para o ensino da álgebra nos anos iniciais dentre as quais às referentes às ideias de regularidade, inclusive com o estabelecimento de regras de formação de uma sequência (BRASIL, 1998; BRASIL, 1999; BRASIL, 2017). Compartilhando com o estabelecido por Vergnaud (1990) de que a aprendizagem de um conceito se dá ao longo do processo escolar, em decorrência das diferentes situações vivenciadas pelos sujeitos e de que um conceito não pode ser examinado, apreendido, isoladamente sendo necessárias diversas situações para compreendê-lo, este texto tem por

objetivo apresentar alguns dos primeiros resultados obtidos pelas investigações realizadas pelo GEPEDIMA relacionadas ao Campo Conceitual das Funções.

Apenas analisando aspectos pertinentes à definição e à representação de uma função é possível intuir o Campo Conceitual de Funções, pois podem ser detectados outros conceitos matemáticos necessários à sua compreensão como “[...] relação entre conjuntos, variação, dependência e correspondência entre variáveis, variável dependente e independente entre outros”, além de diferentes formas de representação possíveis, como gráficos, diagrama de flechas, expressão algébrica (OLIVEIRA, 1997, p.8).

Entretanto, Vergnaud (1990) defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição. Esta afirmação não significa que o pesquisador minimize a importância de se definir os conceitos no decorrer de sua aprendizagem, mas que apenas a definição de um conceito não é suficiente para compreendê-lo na essência. Por exemplo, apenas apresentar a definição do conceito de função não é suficiente para que o aluno compreenda o conceito em questão. É preciso ir além da definição formal e da descrição verbal, é preciso considerar a forma simbólica e, sobretudo, as diversas situações relacionadas às funções. Este é o principal objetivo do projeto de pesquisa em desenvolvimento, pois sendo as situações *a porta de entrada para a construção do conceito*, identificá-las, delimitá-las e tipificá-las é o primeiro passo para a explicitação do Campo Conceitual das Funções.

Outro objetivo do grupo de pesquisadores é “mapear” o processo de construção do conceito de função procurando identificar conhecimentos mobilizados por sujeitos de diferentes idades quando resolvem situações problemas referentes a este campo conceitual, desde alunos da primeira fase do Ensino Fundamental até licenciandos em Matemática e em Pedagogia.

Considerando as pesquisas realizadas no Brasil sobre o ensino de funções baseadas ou não na Teoria dos Campos Conceituais há a necessidade de se estabelecer uma aproximação ao estado da arte, o que se constitui também em um dos objetivos específicos do projeto.

Até o momento temos três investigações concluídas, uma releitura de dados de uma tese já defendida e nove investigações em andamento, além de um projeto de extensão com a participação de professores da Educação Básica e alunos de graduação, com realização de atividades de estudo que culminaram em implementação de algumas propostas que estão sendo organizadas para a divulgação em forma de livro.

As primeiras investigações que deram origem às pesquisas sobre o Campo Conceitual das Funções

Os resultados de duas investigações já concluídas (RORATTO, 2010; PAVAN, 2010), orientadas por um dos integrantes do grupo de pesquisadores foram substanciais para as reflexões que deram origem ao projeto em andamento.

Roratto (2010) assumiu como conjectura inicial que a maneira essencialmente formal, rigorosa, abstrata e dedutiva com que se apresenta a Matemática aos estudantes pode ser um dos fatores que geram uma baixa compreensão dessa matéria, particularmente quando se trata do ensino de funções em que definições na forma final deste conceito constituem, quase sempre, o ponto de partida para seu ensino. Considerou-se assim, a possibilidade da História da Matemática sob uma perspectiva evolucionista linear como estratégia metodológica na qual a história do conceito de função atuou como guia para a elaboração de uma sequência didática que foi aplicada em uma turma de oitava série (nono ano) de uma escola pública. Tal como ocorreu no desenvolvimento epistemológico, a sequência didática abordou, inicialmente, conceitos que contribuíram para a formalização das Funções, como relações de dependência, representações tabulares, reconhecimento de regularidades, variáveis, representações gráficas, linguagem algébrica e representações analíticas para, finalmente culminar na formalização daquele conceito. Como forma de coleta de dados utilizou-se as respostas das atividades feitas pelos estudantes e Mapas Conceituais elaborados pelos aprendizes durante e ao final da aplicação da sequência didática.

As tarefas das atividades aplicadas e validadas por Roratto (2010) subsidiaram a elaboração de instrumento de coletas de informação da pesquisa em andamento e a experiência exitosa com o estabelecimento de uma sequência de atividades para o ensino de função deram origem ao quarto objetivo específico do projeto.

Pavan (2010), considerando a importância do conceito de função para a Matemática e para outras áreas e por este campo conceitual abranger ideias básicas que podem (e devem) ser construídas bem antes da 1ª série do Ensino Médio, se propôs a investigar se situações-problema envolvendo estrutura aditiva ou estrutura multiplicativa permite às crianças do 5º ano do Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização. Afinal, de acordo com Moreira (2004, p.38) “[...] o domínio de um campo conceitual ocorre durante longos períodos de tempo, de forma que novos problemas e novas propriedades relacionados com ele devem ser estudados ao longo de vários anos se quisermos que os alunos o dominem progressivamente”. Um fato importante que caracteriza um campo conceitual é que os conceitos a ele pertinentes são construídos de maneira solidária e sincrônica, isto é, ao mesmo tempo em que um se apoia

no outro para se construir é também apoio deste outro em sua construção. A investigação realizada permitiu visualizar essa interdependência.

A opção de Pavan (2010) por problemas do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas se deu pelo fato que este campo é definido como o conjunto das situações que envolve uma ou várias multiplicações ou divisões, o conjunto dos “[...] conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, número racional, múltiplo e divisor, etc.” (VERGNAUD, 1993, p. 10).

Pavan (2010) parte da conjectura de que quando se pretende estudar o processo de elaboração de um conceito, a primeira coisa a ser feita é determinar quais são as ideias base envolvidas. Para a construção do conceito de função, são de fundamental importância as noções de variável, correspondência, dependência, regularidade, e generalização (CARAÇA, 1984; TINOCO, 2002), que são componentes do Campo Conceitual das Funções.

A busca pela mobilização das ideias base de função em tarefas de estruturas multiplicativas é possível em consequência da imbricação entre os Campos Conceituais Multiplicativo e o das funções uma vez que, de acordo com Oliveira (2004), o pensamento multiplicativo envolve implicitamente ou explicitamente a relação de proporcionalidade sendo esta última, outra das ideias fundamentais na construção do conceito de função, conforme estabelecido por Tinoco *et al* (2008):

O pensamento proporcional pode contribuir para o desenvolvimento da Álgebra, se for levado em conta que o raciocínio com proporções envolve: senso de covariação, comparações múltiplas, predição e inferência, que utilizam métodos de pensamento qualitativo e quantitativo, sendo, portanto, uma ponte adequada e necessária entre experiências e modelos numéricos e relações abstratas e genéricas, que se expressarão de forma algébrica, além de ser um exemplo simples, mas importante, de função matemática (TINOCO, 2008, p. 3).

A análise dos resultados de Pavan (2010) possibilitou constatar os diversos esquemas utilizados pelas crianças na resolução das situações-problema e ainda identificar possíveis teoremas-em-ação investigados a partir das manifestações orais ou gestuais das crianças e pelo registro escrito nas situações-problema. Os resultados comprovaram que os sujeitos da pesquisa reconhecem e mobilizam, ainda que de modo intuitivo, esses elementos indicando que as ideias base envolvidas no conceito de função podem e devem ser trabalhadas já na primeira fase do Ensino Fundamental, para, posteriormente, serem promovidas ampliações do campo conceitual.

Considerando então esses resultados e com vistas a mapear a construção do conceito de função durante o período de escolarização, atualmente já foram coletados dados referentes à

mobilização das ideias base de função por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental; 3º ano do Ensino Médio e 4º ano de licenciatura em Matemática e em Pedagogia, cuja análise ainda está em andamento. Outras pesquisas estão sendo realizadas e alguns resultados já foram obtidos.

Investigações atuais realizadas pelo grupo de pesquisadores

Para evitar sobreposição de investigações, está sendo realizada uma aproximação ao estado da arte. Já foi concluído um estudo acerca dos artigos publicados em periódicos científicos *online*, da área de Ensino, específicos de Educação Matemática qualificados pela CAPES³, em 2014, com os estratos A1, A2 e B1 da área de Ensino, sobre o tema funções.

Foram identificados vinte e dois (22) artigos que tratavam do tema em questão e após uma análise prévia foram selecionados dezoito (18) artigos para um estudo detalhado. A escolha foi feita de modo a restringir para os nossos estudos os artigos que tratam apenas de Função Afim e Função Quadrática. Os artigos que tratavam de funções exponenciais e funções trigonométricas, tais como função seno, função cosseno, não foram considerados para os estudos detalhados. Esta opção pelos artigos sobre função afim e quadrática decorre do fato de que as pesquisas do grupo, neste momento, estão voltadas para o Campo Conceitual destas funções.

Diante da diversidade de trabalhos, e considerando seus objetivos de pesquisa, tais pesquisas foram distribuídas em cinco agrupamentos, que tratam do conceito de função nas mesmas direções, são eles: i) *Pesquisas que abordam propostas “diferenciadas” para a sala de aula;* ii) *Pesquisas que analisam a elaboração de tarefas sobre o conceito de função, por professores ou futuros professores;* iii) *Pesquisas que investigam conhecimentos de professores ou de estudantes sobre o conceito de função;* iv) *Pesquisas que se referem a estudos bibliográficos ou análises de livros didáticos.*

As pesquisas identificadas bem como os quatro (04) agrupamentos estabelecidos, permitem direcionar e fundamentar as investigações do grupo referente ao Campo Conceitual das funções. Atualmente, estão sendo realizadas buscas no banco de teses da CAPES, e outras fontes de dados como Google Acadêmico, *YouTube*, Anais de Eventos Científicos de Educação Matemática, páginas de Programas de Pós-Graduação e outras fontes.

³ Consideramos os *qualis* 2014 dos periódicos entre os meses de agosto e setembro de 2016, conforme dados disponíveis na plataforma Sucupira.

Uma releitura de dados considerando o Campo Conceitual das Funções

Para Vergnaud (1990), um conceito está em constante aprimoramento, sendo compreendido pelos sujeitos no decorrer da experiência escolar, e em função das diferentes situações que lhes são propostas. Com este pressuposto, uma das autoras deste trabalho, orientada pela outra realizou sua tese de doutorado, que intencionava identificar e analisar conhecimentos mobilizados por estudantes brasileiros e franceses relacionados ao conceito de números irracionais.

Inspiradas em Douady (2011; 1986), e levando em conta as possíveis imbricações entre Campos Conceituais (TELES, BELEMAIN, 2013), revisitamos os dados da pesquisa (REZENDE, 2013) relacionados aos dados de quatro situações matemáticas contempladas na tese, relacionadas a medidas de áreas de quadrados, medidas de áreas de retângulos, e equações do 2º grau. Em função da restrição de páginas, apresentamos a releitura de apenas uma tarefa. Os sujeitos da pesquisa foram 42 estudantes brasileiros e franceses, que finalizavam o Ensino Fundamental, Ensino Médio e Superior de Matemática, e respectivos níveis de ensino francês. A coleta de dados ocorreu por meio de entrevistas semiestruturadas, individuais, com tarefas matemáticas para os estudantes resolverem e dialogarem sobre elas. A tarefa discutida neste texto diz respeito a uma família de retângulos de mesma área:

- a) Represente no 1º quadrante do plano cartesiano diferentes retângulos cuja medida de área é 24cm^2 , de modo que cada retângulo atenda as seguintes condições: tenha um vértice na origem do plano cartesiano, um vértice sobre o eixo x e um vértice sobre o eixo y.
- b) Além destes retângulos representados, existem outros retângulos como esses (nas condições dadas), que também possuem medida de área 24cm^2 ? Justifique a sua resposta.
- c) Pinte os pontos de coordenadas (x, y) que são vértices dos retângulos de área 24cm^2 e que não pertençam aos eixos do plano cartesiano. O que você observa sobre o comportamento destes pontos?
- d) Dentre os retângulos possíveis de serem representados, é possível identificar (ou representar) um quadrado neste mesmo plano cartesiano com as mesmas propriedades destes retângulos: um vértice na origem e outros dois sobre os eixos coordenados, e que tenha medida de área igual a 24cm^2 ? Justifique sua resposta.

A tarefa apresenta variações de certas medidas em função de outras, ou seja, a variação da medida de um dos lados (pertencente ao eixo y) em função da medida de outro lado (pertencente ao eixo x) do retângulo, mantendo fixa a área destes retângulos, de maneira que o conceito de função, mesmo que não explicitado como objeto matemático, pode ser utilizado como ferramenta implícita que possibilitasse a resolução da tarefa.

Além disso, a tarefa⁴ diz respeito a infinitos retângulos com medida de área 24 cm^2 que podem ser representados no plano cartesiano, sob as seguintes condições: os retângulos são representados no primeiro quadrante, um de seus vértices pertence ao eixo y , um dos vértices é a origem, um dos vértices pertence ao eixo x , e o quarto vértice pertence a uma curva contínua, representada pela seguinte função: $f: R_+^* \rightarrow R_+^*$, $f(x) = \frac{24}{x}$.

Especificamente em relação ao conceito de função, mesmo que contemplado implicitamente, esta tarefa permite aos alunos mobilizar ideias base de função:

- i. Variável: os lados dos infinitos retângulos são variáveis.
- ii. Dependência: a medida dos lados dos retângulos pertencentes ao eixo y dependem da medida dos lados dos retângulos pertencentes ao eixo x .
- iii. Correspondência: todo x pertencente R_+^* (domínio) corresponde a um único y pertencente a R_+^* (imagem).
- iv. Regularidade: ao variar os valores de $x \in R_+^*$ (um dos lados do quadrado), percebe-se uma regularidade para os valores assumidos no eixo y (lado do retângulo), exemplo:

| | | | | | | | |
|-----|---------------|---------------|----|----|---|---|-------------|
| x | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | $\sqrt{24}$ |
| y | 72 | 48 | 24 | 12 | 8 | 6 | $\sqrt{24}$ |

- v. Generalização: a partir da regularidade é possível identificar uma representação genérica dada pela expressão algébrica: $y = \frac{24}{x}$.

Além destas ideias base, para o conceito de função esta tarefa permite explorar os conceitos de domínio, imagem, contradomínio, crescimento, decréscimo, continuidade de uma função, teorema do valor intermediário entre outros.

Dentre os 30 alunos da Educação Básica, sujeitos da pesquisa, apenas dois alunos, sendo um do Ensino Fundamental e um de TS, responderam corretamente que é possível representar um quadrado dentre os retângulos nas condições dadas, indicando como medida de seus lados $\sqrt{24}$ cm. Os demais alunos ou disseram que não existe o quadrado de medida de área 24 cm^2 ou que existe um quadrado de área aproximadamente igual a 24 cm^2 , conforme fala de um aluno: *Só se for um número que não é inteiro. [...] Só se for quatro e alguma coisa vezes quatro e alguma coisa, porque se for 5 dá 25. [...] Ele estaria por aqui, perto de 4,8, perto de 5.* Estes dados

Para a resolução da tarefa pelos alunos, foram disponibilizado papel milimetrado e/ou representações de alguns retângulos em plano cartesiano.

indicam que os estudantes não perceberam duas das principais ideias base de função: que os lados do retângulo são variáveis e que existe uma relação de dependência entre essas variáveis. Esta percepção teria favorecido a resolução da tarefa.

No que se refere aos alunos do Ensino Superior, dentre os doze entrevistados, três afirmaram sobre a existência de um quadrado de medida de área aproximadamente igual a 24 cm^2 , e os demais, mesmo apresentando algumas dúvidas durante suas resoluções, afirmaram sobre a existência do quadrado, apresentando $\sqrt{24} \text{ cm}$ como medida de seu lado. A resposta de um aluno brasileiro do Ensino Superior, justifica nossa afirmação de que o conhecimento sobre o conceito de função pode colaborar para o sucesso nesta tarefa proposta:

Sim, podemos obter um quadrado com esta área. Usando a curva representada pelos pontos do item (a), podemos usar a propriedade geométrica que todo quadrado é um retângulo, e pode-se afirmar que este quadrado terá o lado aproximadamente entre 4 e 5, bem próximo de 5, obtendo um ponto comum à curva (G1).

Desse modo, notamos que embora o estudante não mencione explicitamente o termo função, ele mobilizou ideias relacionadas a este conceito, pois além de perceber o comportamento contínuo da curva, ele mobilizou as ideias de correspondência (um ponto do domínio corresponde a um ponto da imagem), dependência (a medida do lado do retângulo pertencente ao eixo y depende da medida do lado do retângulo pertencente ao eixo x), variável (no momento que afirma que o lado do quadrado vai estar entre 4 e 5).

É fato que na tarefa acima discutida o conceito de função não é explícito, ou seja, ele não é o objeto do saber desta tarefa, ele é abordado implicitamente e serve como ferramenta (DOUADY, 2011) para que os alunos possam ter sucesso ao resolver a tarefa, o que fica claro na resposta do aluno de graduação G1: *pode-se afirmar que este quadrado terá o lado aproximadamente entre 4 e 5, bem próximo de 5, obtendo um ponto comum à curva*, que mobiliza implicitamente ideias base de função: variável, correspondência, dependência.

De acordo com Franchi (2008), o

[...] funcionamento cognitivo do sujeito repousa sobre os conhecimentos anteriormente formados; ao mesmo tempo, o sujeito incorpora novos aspectos a esses conhecimentos, desenvolvendo competências cada vez mais complexas (FRANCHI, 2008, p. 191-192).

Considerando que as ideias base de função e mesmo a definição formal deste objeto matemático já deviam ter sido estudados pelos sujeitos da pesquisa, tendo em vista o nível de escolaridade em questão, os dados analisados nos fazem refletir sobre a possibilidade de os alunos da Educação Básica entrevistados, bem como 3 alunos de graduação, não apresentarem conhecimentos sólidos acerca das ideias base de função que os levassem ao sucesso da tarefa.

Conclusões

Com os relatos das diferentes investigações relatadas neste trabalho pudemos comprovar pressupostos importantes quando se pretende estabelecer o Campo Conceitual das Funções, a saber, que as ideias base podem ser desenvolvidas de maneira informal, desde muito cedo (PAVAN, 2010); que a proposta de tarefas envolvendo as ideias base de função favorecem o aprendizado dos alunos (RORATTO, 2010); que, um conceito demanda muito tempo para ser construído, o que se depreende do fato de que dentre 30 estudantes brasileiros e franceses da Educação Básica instados a responder se “existe um quadrado de área aproximadamente igual a 24cm^2 ” apenas dois indicam mobilizar conhecimentos relativos a função.

Além disso, apesar de pesquisadores se referirem ao Campo Conceitual das Funções, como Oliveira (1997), a primeira aproximação ao estado da arte realizada demonstrou que ainda é preciso um longo caminho de pesquisa para nos permitir explicitar este campo. As investigações em andamento pelo grupo buscam agora a tipificação e delimitação das situações deste Campo Conceitual, tendo como ponto de partida as situações estabelecidas por Vergnaud (1993) para o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, considerando as imbricações entre os dois campos, comprovadas por Pavan e Nogueira (2010).

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum: Matemática**. Brasília, 2017.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

DOUADY, Régine. Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble : La Pensée Sauvage, vol. 7, n. 2, pp. 5 a 31, 1986.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, S. D. A. (org.) **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.

MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2004.

NOGUEIRA, C.M.I. Construindo o conceito de funções. In: RAMOS, A.S.; REJANI, F.C. **Teoria e Prática de Funções**. Maringá: CENTRO UNIVERSITÁRIO DE MARINGÁ. Núcleo de Educação a Distância, 2014. 121 p.

OLIVEIRA, N. de. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem**. Dissertação Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 1997.

OLIVEIRA, C. A. V. **Relações lógicas estabelecidas por alunos de uma quarta série do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado. PUC/SP, São Paulo, 2004.

PARANÁ, **Diretrizes Curriculares de Matemática para as séries finais do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio: Matemática** – Curitiba: SEED, 2008, 50p.

PAVAN, L. R. **A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental em Situações-Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciências e o Ensino de Matemática – PCM. UEM, Maringá, 2010.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese de Doutorado. UFRN, Natal, 2000.

REZENDE, V. **Conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses: um estudo com alunos concluintes de três níveis de ensino**. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

RORATTO, C. **A história da matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciências e o Ensino de Matemática – PCM. UEM, Maringá, 2009.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, vol. 10, n. 2.3, pp. 133 a 170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. CRS e Université René Descartes **Palestra proferida no I Seminário Internacional de Educação Matemática**, UFRJ, Porto Alegre, 1993.

TELES, R. A. M., BELLEMAIN, P. M. B. **Fórmulas de área para otimização: um olhar sob a ótica das imbricações entre campos conceituais**. Educação Matemática em Revista (São Paulo)., v.31, p.4 - 13, 2013.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função**. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, 2002.

TINOCO, L. TINOCO, L. A. A et al. **Caminhos da álgebra na escola básica**. In: Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro, 6, 2008, Rio de Janeiro, Anais.