

Treinamento para o ensino e viabilidade ecológica para as praxeologias matemática e didáticas

Training for teaching and ecological viability for mathematical and didactic practices

LUIZ MARCIO SANTOS FARIAS¹

MICHÈLE ARTAUD²

EDMO FERNANDES CARVALHO³

Resumo

Colocando-nos no contexto da Teoria Antropológica do Didático, e tomando como pedra de toque todo o saber e conhecimento que justificam, produzem e tornam inteligível as noções didáticas discutidas - a noção de praxeologia em duas oficinas num simpósio de Didática da Matemática, analisamos as praxeologias matemática e didática e sua viabilidade ecológica, a partir de materiais experimentados em estudos realizados na França, as condições e restrições da existência dessas praxeologias sobre um determinado tema nas práticas docentes e consequentemente na instituição em foco, bem como as congruências entre as competências docentes e a praxeologias matemáticas, didáticas e profissionais.

Palavras-chave: TAD. Praxeologia. Ensino. Didática.

Abstract

Placing ourselves in the context of the anthropological theory of the didactic, and taking as a touchstone all the knowledge and knowledge that justify, produce and make intelligible the didactic notions discussed - the notion of praxeology in two workshops at a Mathematics Didactics symposium, we analyze the mathematical and didactic praxeologies and their ecological viability, from materials experimented in studies carried out in France, the conditions and restrictions of the existence of these praxeologies on a certain subject in the teaching practices and consequently in the institution in focus, as well as the congruences between the teaching competences and the mathematical, didactic and professional praxeologies.

Keywords: TAD. Praxeologia. Teaching. Didactic.

Résumé

Nous plaçant dans le contexte de la théorie anthropologique de la didactique et prenant comme pierre de touche tout le savoir et les connaissances qui justifient, produisent et rendent intelligibles les notions didactiques discutées - la notion de praxéologie dans deux ateliers lors d'un symposium sur la didactique des mathématiques, nous analysons les praxéologies mathématiques et didactiques et leur viabilité écologique à partir de matériaux expérimentés dans des études menées en France, les conditions et restrictions de l'existence de ces praxéologies sur un certain sujet dans les pratiques pédagogiques et par conséquent dans l'institution ciblée, ainsi que les congruences entre les compétences pédagogiques et les praxéologies mathématiques, didactiques et professionnelles.

¹ Universidade Federal da Bahia - UFBA, Brasil, msfarias@ufba.br

² Université d'Aix Marseille (ESPE), michele.artaud@univ-amu.fr

³ Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB, Brasil, Edmo.carvalho@ufob.edu.br

Mots-Clés : TAD. Praxéologie. L'enseignement. Didactique.

Resumen

Colocándonos en el contexto de la Teoría Antropológica del Didáctico, y tomando como piedra de toque todo el saber y conocimiento que justifican, producen y hacen inteligible las nociones didácticas discutidas - la noción de praxeología en dos talleres en un simposio de Didáctica de la Matemática, analizamos las praxeologías matemáticas y didáctica y su viabilidad ecológica, a partir de materiales experimentados en estudios realizados en Francia, las condiciones y restricciones de la existencia de esas praxeologías sobre un determinado tema en las prácticas docentes y consecuentemente en la institución en foco, así como las congruencias entre las competencias docentes y las praxeologías matemáticas, didácticas y profesionales.

Palabras clave: TAD. Praxeología. Educación. Didáctica.

Introdução

No presente ensaio, apresentamos uma discussão teórica sobre as praxeologias profissionais, no que concerne à formação docente, estabelecendo relações entre as noções oriundas da TAD, especialmente às relativas a praxeologias matemáticas e didáticas, e as noções de competências para o futuro professor.

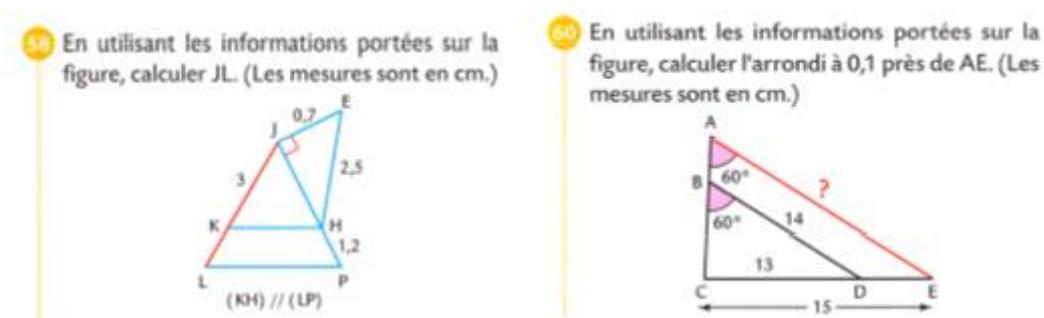
Nesse ensaio, tais discussões têm como pano de fundo a análise de momentos de estudo, a partir de episódios de um estudo sobre praxeologias matemáticas e momentos didáticos, com os quais apresentamos reinterpretações que apontam para a análise das competências para a profissão docente, quando está em jogo uma vigilância epistemológica na difusão dos conhecimentos matemáticos. Desse modo, propomo-nos a analisar possíveis congruências entre as competências docentes e as praxeologias profissionais, matemáticas e didáticas.

O conceito de praxeologia e praxeologias matemáticas

Nascido na TAD há vinte anos (CHEVALLARD, 1992, 1999, 2007), esse conceito permite modelar a atividade humana na forma de quatro componentes funcionalmente relacionados: tipos de tarefas, que são conjuntos de tarefas do um mesmo tipo, que alguém tem que realizar; técnicas, "maneiras de fazer" que realizam os tipos de tarefas; tecnologias, os discursos que justificam as técnicas que também possibilitam produzi-las e torná-las inteligíveis; finalmente, teorias que justificam e baseiam tecnologias. Vamos apresentá-lo a partir de um exemplo matemático, o do teorema de Thales na 4ª classe (ensino francês), do qual citamos anteriormente o programa.

Determinar um comprimento é o principal tipo de tarefa da praxeologia matemática em relação ao teorema de Thales, se esta determinação é um cálculo ou igualdade em um comprimento que se supõe ser conhecido. Podemos assim, dividir o tipo de tarefas *Determinar um comprimento em dois subtipos de tarefas: Calcular um comprimento; Mostrar que um comprimento é igual a um comprimento conhecido*. Deve-se notar que, por um lado, "usar o teorema de Thales" não identifica um bom tipo de tarefas a serem cortadas do ponto de vista da matemática a ser ensinada e, por outro lado, que é essencial falar sobre tipos. embora, é claro, alguns espécimes o acessem.

Figura 1: Duas espécimes do tipo de tarefa, *Determinar o comprimento*



Fonte: Chapiron et al. (2011, 233)

O segundo ingrediente, que foi dito, consiste em técnicas (maneiras de fazer as coisas) que realizam os tipos de tarefas; uma técnica relacionada ao tipo de tarefas T_ℓ que consiste em "calcular um comprimento" pode ser analisada da seguinte forma:

τ_ℓ : realce o comprimento procurado como comprimento desconhecido ℓ de uma configuração de Thales; escreva as igualdades dos relatórios da propriedade de Thales no triângulo e escolha um contendo ℓ e três outros comprimentos conhecidos; resolva a equação em ℓ assim obtida. Assim como a divisão de tipos de tarefas não é auto evidente, a *análise de técnicas* não é um tipo de problema que é *transparente*. Em particular, depende do que se supõe ser conhecido. Pode-se *a priori* dar várias técnicas para o mesmo tipo de tarefas, essas técnicas podem ser diferentes em pelo menos duas maneiras: por sua análise ou pelos elementos que as justificam (ver *abaixo*).

Por exemplo, para o tipo de tarefas T_ℓ , pode-se também dar a seguinte técnica: τ'_ℓ - destacar o comprimento procurado como lado de um triângulo retângulo cujos dois outros lados são conhecidos. Escreva a igualdade de Pitágoras neste triângulo e deduza o termo desejado. Esta técnica, vemos, difere da anterior, porque é baseada no teorema de Pitágoras, mas também porque não tem o mesmo escopo, ou seja, não permite para resolver as mesmas espécimes do tipo de tarefas T_ℓ .

Podemos ainda, ser levados a especificar mais T_ℓ , dividindo-a em subtipos de tarefas: calculando o comprimento de um lado de um triângulo retângulo, conhecendo os outros

dois; calcular o comprimento de um segmento transportado pelo lado de um triângulo determinado por dois paralelos que intersectam duas meias-linhas da mesma origem, etc. Encontramos a questão de determinar uma divisão relevante no tipo de tarefas, e como lidar com essa questão de modo a satisfazer uma série de condições e restrições operacionais das instituições - e especialmente das instituições de ensino, mas também para criar condições favoráveis para o estudo, é um ponto essencial (ARTAUD, 2010).

Uma praxeologia ainda inclui uma ou mais tecnologias, discursos que justificam, produzem, tornam inteligíveis as técnicas. Para nosso exemplo, a tecnologia é baseada principalmente em uma propriedade que pode ser declarada da seguinte maneira:

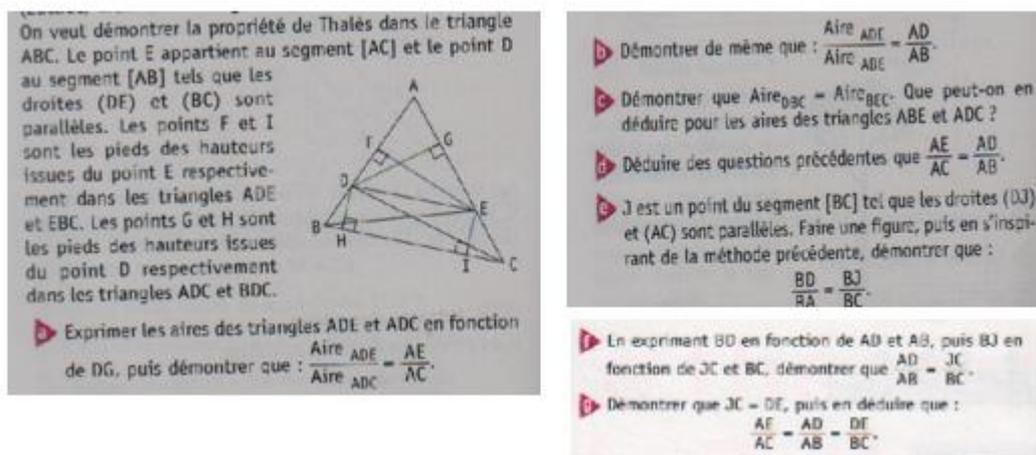
Th: Em um triângulo ABC, o ponto M pertence ao lado [AB] e o ponto N pertence ao lado [AC]. Se as linhas (MN) e (BC) são paralelas, então temos as igualdades $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

O comentário feito acima sobre a diferença das duas técnicas expostas pode ser reformulado. Elas são diferentes porque não são justificadas pela mesma tecnologia. Note-se que para ver "o teorema de Pitágoras" e "Teorema de Tales", como duas tecnologias distintas para o tipo de tarefas não é considerada uma necessidade intrínseca, mas uma realidade praxeológica nas classes de 4^o. A tecnologia "completa" θ de τ deve ter, é claro, que incluir uma justificativa das propriedades-chave. É a justificativa concebível que articula o ponto de vista experimental e o ponto de vista dedutivo, experimentação com software de geometria dinâmica para verificar se a propriedade é verdadeira na área sensível; essa propriedade é deduzida de outras que são conhecidas seguindo o seguinte esquema dedutivo retirado de um livro para classe de 4^o (AUDREN et al., 2007, pp. 178-179) (Figura 2)

O último componente da praxeologia é uma *teoria*, ou mesmo várias, que justifica, produz, torna inteligível a tecnologia ou tecnologias. Deve-se notar que a(s) teoria(s) constitue(m) de certa forma um horizonte da atividade matemática observada, o que não significa que os professores - muito menos os pesquisadores - tenham que dispensar sua análise, pelo contrário. A tecnologia anteriormente considerada é baseada em áreas, incluindo o fato de que a área de um triângulo é o produto de sua base por sua altura, bem como um ingrediente relacionado ao uso de TIC: uma propriedade que é verdade, experimentando com software de geometria dinâmica é considerada verdadeira no espaço

sensível e pode ser adicionada à teoria geométrica disponível, como um axioma (se for admitido) ou teorema (se for deduzido).

Figura 2- Diagrama Dedutivo da Propriedade de Thales Θ_{Th}



O conjunto $[T_{i,j,k} / \tau_{i,j,k} / \theta_{j,k} / \Theta_k]$ constitui uma *praxeologia* matemática, porque o tipo de tarefas em questão é matemática; mas podemos falar também de praxeologia física, histórica, ortográfica, atlética, culinária, etc., ou *didática* quando o tipo de tarefas previstas é um tipo de estudo ou tarefa de *gerenciamento do estudo*.

Da competência às praxeologias didáticas

As considerações a seguir aplicam-se a qualquer tipo de habilidades e praxeologias, mas ilustraremos nesta parte para simplificar nossa discussão por exemplos em matemática.

Consideramos a competência como um meio metonímico do sistema para designar uma praxeologia: esta designação metonímica é apoiada ou em um elemento emblemático da tecnologia, ou mesmo da teoria, que é então designada para conhecer e/ou usar, ou tipos de tarefas para realizar. A este respeito, encontra-se principalmente no conhecimento de elementos tecnológicos ou mesmo teóricos e nas capacidades dos tipos de tarefas mais ou menos acompanhadas de ingredientes vagos de técnicas.

Assim, encontramos no conhecimento as noções fundamentais da "estatística descritiva" ou "proporcionalidade", e nas capacidades de "controlar a probabilidade de um resultado" ou "fazer gráficos usando os instrumentos usuais" (régua, esquadro, bússola, transferidor).

Alterando o exemplo, o tipo de tarefas "interpretar uma representação plana de um objeto do espaço, bem como um padrão" aparece no conhecimento, enquanto "utilizar os teoremas da geometria plana", que figura nas capacidades de uma tecnologia, é uma questão de funcionalizar a fabricação de técnicas para realizar tipos de tarefas que são totalmente determinadas.

Em contraste, a modelagem em termos de praxeologias, fornece uma rede de tipos de tarefas interligadas pela amalgamação de praxeologias locais (ARTAUD, 2010) em torno das quais organiza o assunto a ser estudado, como a seguinte rede de habilidades geométricas no final do ensino médio. Veja abaixo:

- Estude uma configuração do plano ou espaço;
- Construa uma figura;
- Determinar um comprimento (Calcular um comprimento, Mostrar que é igual a um determinado comprimento);
- Determinar a natureza de um quadrilátero ou triângulo;
- Determinar um ângulo;
- Mostre que duas linhas são paralelas;
- Mostre que duas linhas são perpendiculares;
- Mostre que duas linhas são concorrentes.

Os tipos de tarefas foram formulados voluntariamente de maneira ampla, sendo os esclarecimentos necessários fornecidos pela análise das técnicas, e pelo ambiente tecnológico-teórico, como vimos anteriormente no exemplo do teorema de Thales.

As atitudes, por sua vez, são geralmente tipos não especificados de tarefas cujo cumprimento deve ser manifestado pela implementação das praxeologias matemáticas estudadas, ou pelo seu estudo, ou cujo domínio parcial é obtido pelo estudo das praxeologias matemáticas. Por exemplo, "respeitar a verdade racionalmente estabelecida" é um tipo de tarefa que deve ser reconhecida no trabalho matemático feito pelos alunos, antes de uma afirmação que é reconhecida como matemática, ela será colocada em prática, em teste, o que conduzirá a um processo de validação de natureza experimental e/ou dedutiva, e nos basearemos no seu resultado, mesmo quando este for contrário à sua ideia original.

O trabalho a ser feito para analisar uma competência matemática em termos de praxeologias e seu interesse (ARTAUD & CRUMIERE, 2013) é o foco desse estudo. Ao longo da discussão aqui proposta, continuaremos desenvolvendo alguns elementos sobre habilidades de estudo e direção de estudo.

As especificações para formação de professores publicadas em 2006 (MEN, 2006b), no contexto francês, são organizadas em torno das seguintes dez habilidades profissionais:

- Atuar como servidor público e de maneira ética e responsável;
- Domine a língua francesa para ensinar e comunicar;
- Domine as disciplinas e tenha uma boa cultura geral;
- Projetar e implementar seu ensino;
- Organizar o trabalho da turma;
- Levar em conta a diversidade de alunos;
- avaliar os alunos;
- Tecnologias mestras de informação e comunicação;
- Trabalhe em equipe e coopere com os pais e parceiros da escola.

Já no Brasil, podemos mencionar competências e habilidades que são comuns ao bacharel e ao licenciado, tais como: habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema ; de estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento; de capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão, dentre outras, e no que se refere as competências e habilidades próprias do professor de Matemática, descritas no parecer 1.302/2001 do Conselho Nacional de Educação (CNE):

a) elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a educação básica; b) analisar, selecionar e produzir materiais didáticos; c) analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a educação básica; d) desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos; e) perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, um espaço de criação e reflexão, onde novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente; f) contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica. (BRASIL, 2001, p. 4).

No caso de cada uma das competências do sistema francês, é explicada em uma lista de "conhecimentos", "habilidades", "atitudes". Por exemplo, a habilidade "organizar o trabalho da turma" é detalhada da seguinte forma: o professor sabe como fazer avançar uma aula também no domínio de conhecimentos, habilidades e atitudes quanto às regras de vida em sociedade; suas demandas estão em comportamentos e faz com que os alunos valorizem o trabalho individual e coletivo.

Conhecimento

O professor domina o conhecimento de gerenciamento de grupo e conflito.

Capacidades

O professor é capaz de:

- encarregar-se de um grupo ou de uma turma, lidar com conflitos, desenvolver a participação e a cooperação entre os alunos;
- organizar o espaço e o tempo escolar de acordo com as atividades planejadas;
- organizar os diferentes momentos de uma sequência;
- adaptar as formas de intervenção e comunicação aos tipos de situações e atividades planejadas (posturas, espaço, intervenções, verificação de instruções, etc.).

Atitudes

Em qualquer situação de ensino, o professor garante o estabelecimento de um quadro que permita o exercício sereno das atividades.

Quanto as competências no Brasil, em especial a de contribuir para a realização de projetos coletivos dentro da escola básica, dizemos que o *conhecimento*, refere-se a gestão de projetos coletivos da escola, deve ser capaz de organizar o tempo e o espaço escolar de acordo com o que planejar.

A ligação entre essa competência e conhecimento é muito fraca, e isso de um ponto de vista duplo. Por um lado, o ambiente tecnológico-teórico relacionado aos principais tipos de tarefas não é identificado, tanto no sistema francês como no brasileiro. Claramente não é o "conhecimento relativo à gestão de grupos e conflitos" que permitirá, sozinho, produzir uma técnica para "organizar o espaço e o tempo escolar de acordo com as atividades planejadas" ou "organizar os diferentes momentos de uma sequência". Por outro lado, a sujeição da organização do trabalho da classe à natureza das praxeologias

do conhecimento em estudo é largamente ignorada, já que o elo orgânico entre a concepção e a implementação do ensino e a organização do trabalho de classe não é mencionada.

A este respeito, as habilidades propostas podem ser organizadas em torno do tipo de tarefas para conceber e implementar a sua técnica de ensino. Com efeito, para realizar a tarefa, é necessário dominar a língua materna, dominar a disciplina e aprender mais, levar em conta a diversidade dos alunos, organizar o trabalho da turma, dominar as TIC, avaliar os alunos, trabalhar em equipe e cooperar com os alunos, pais e comunidade escolar, e ainda inovar. Mas vemos que este inventário está longe de fornecer até mesmo um esboço da técnica relacionada a esse tipo de tarefa devido à não-funcionalização de habilidades, tomadas como isoladas, e cuja divisão é irrelevante. Como no caso das praxeologias do conhecimento a serem estudadas, estamos aqui de duas maneiras pelo menos:

- Maior especificação dos tipos de tarefas que levaria, por exemplo, para distinguir o controle das TIC para desenvolver materiais para a sala de aula, para o surgimento de uma organização do conhecimento etc., ou para desenvolver uma técnica para trazer tecnologia etc.;
- a modelagem de técnicas que apoiam articuladamente esta especificação, recompondo-a em torno do tipo de tarefas de projetar e implementar um ensino.

Este é o segundo caminho que acreditamos que deveria ser seguido para que a funcionalização tenha alguma chance de contrariar uma forte restrição, pelo menos no nível da sociedade, que dá primazia às estruturas (ARTAUD, 2007 & 2011). Esse segundo caminho leva à reunião de competências profissionais docentes em torno das seguintes seis funções didáticas (momentos de estudo): atender, pela primeira vez, uma praxeologia; explorar seus tipos de tarefas; produzir seu ambiente tecnológico-teórico; trabalhar nessa praxeologia; institucionalizá-la; avaliá-la (CHEVALLARD, 2007).

As habilidades, incluindo as praxeologias menos específicas a serem estudadas, passam a contribuir para a realização desses momentos do estudo. Terminemos tomando como ponto de referência a função didática da institucionalização e considerando uma técnica que atenda às condições e restrições atuais da educação matemática.

Essa técnica é baseada em dois dispositivos principais: balancetes que consertam temporariamente o que acabou de surgir; uma síntese que põe em forma a praxeologia

que emergiu, amalgamando-a com praxeologias já conhecidas. Um certo número de tipos de tarefas deverá, portanto, ser realizada na posição de professor ou aluno, entre os quais podemos citar de forma não exaustiva: identificar e formular um tipo de tarefas, formular uma técnica relacionada a um tipo de tarefas, na forma de uma tecnologia, e especialmente em matemática, uma demonstração ou uma justificativa experimental, ou para prever o lugar da síntese na sequência, para dar a preparação da síntese para ser realizada fora da aula. Vamos olhar alguns desses tipos de tarefas.

A formatação de uma tecnologia, exigirá por exemplo, um trabalho sobre a língua que cairá sob a competência "dominar a língua materna" para o professor, e "comunicar usando uma linguagem adequada" para o aluno. E também um trabalho sobre o raciocínio e lógica, "a razão, argumentação, prática experimental ou tecnológica, demonstração". Além disso, realizar a preparação da síntese fora da aula pode levar o professor a cooperar com os pais ou a equipe de ensino, especialmente se o dever não for cumprido, ou no início do ano para explicar o dispositivo escolhido.

Um dispositivo para realizar a síntese em aula (ou fora da classe) poderá contar com as tecnologias da informação e comunicação em educação - TICE, em particular para ter o equilíbrio de passos acessíveis em um arquivo de texto para organizá-los e reformulá-los dinamicamente, mas também para que o produto, o trabalho coletivo (ou individual) é então distribuído aos alunos, o que, em alguns casos, evita recompensas desnecessárias.

Prevedo o lugar da síntese na sequência, será necessário ainda prever a realização da síntese fora da classe, mas também colocá-la suficientemente atrasada para que o trabalho da praxeologia tenha avançado e que a fusão com praxeologias produzidas anteriormente possa ser feita, mas ainda assim, para que o topos do aluno possa ser suficientemente desenvolvido.

O conceito de praxeologia permite, assim, produzir técnicas para pensar funcionalmente a noção de competência, ligando organicamente o conhecimento e o saber-fazer. Declarar que "X atingiu a competência C" significa que X sabe executar certos tipos de tarefas de acordo com as técnicas em vigor na instituição da qual é sujeito, sendo essas técnicas justificadas ou produzidas por um conhecimento específico. Evidentemente, o trabalho de elucidar praxeologias relevantes, e especialmente as praxeologias didáticas, é um vasto campo de pesquisa sobre o qual ainda há muito a ser feito, embora resultados significativos tenham sido alcançados nos últimos anos.

O modelo dos momentos de estudo

Apresentaremos abaixo o modelo de momentos didáticos sobre o estabelecimento de uma organização matemática pontual (OMP) $[T/\tau/\theta/\Theta]$, desenvolvendo brevemente apenas algumas das seis funções do estudo das quais permite reportar por causa do espaço que temos. Deve-se enfatizar desde o início que a ordem dos momentos é antes de tudo uma ordem de exposição e que sua realização é geralmente realizada em vários episódios, o mesmo extrato de corpus que pode vir de vários momentos do estudo - este último ponto não sendo desenvolvido adiante.

A primeira função do estudo é o momento do primeiro encontro com o tipo de tarefas T : nem sempre é um primeiro encontro no sentido cronológico, mas um encontro que marca o início de um processo de estudar T , isto é, mostrando T (de novo) como um tipo problemático de tarefa. Aqui está um episódio de um momento do primeiro encontro com o tipo de tarefas T_1 "construa o conjunto de pontos equidistantes de dois pontos dados" que ocorreram em uma classe de estudantes de 13 anos (6º, sistema de ensino francês):

O professor, P , distribui a atividade (Figura 3, próxima página). Ele lê o texto da atividade e explica:

Você tem o desenho do tabuleiro com os dois ímãs que estão em A e B. Você começa a lançar a bola devagar porque você tem que dar tempo para ela andar, da área de partida para ir para até a área de chegada. O problema é: como lançar a bola para vencer? Se alguém estiver à mesma distância dos dois ímãs, como um não é mais forte que o outro, a bola continua a avançar. Se estamos mais perto de um ímã, a bola será atraída. Alguém tem uma ideia, um lugar para propor no tabuleiro onde tem certeza que a bola vai passar? ⁴.(fala do professor P, extraído do protocolo da pesquisa).

A segunda função do estudo é explorar o tipo de tarefas, T , através de algumas dessas espécimes, e construir pelo menos uma técnica de embrião (τ), para realizar T . Este é o momento exploratório. Aqui está um episódio do momento exploratório relativo a T_1 tendo ocorrido na mesma classe do 6º:

A turma pensa.

Os alunos discutem uns com os outros e P traça no quadro orientando o ponto A, o ponto B, pega qualquer ponto M, e pergunta se este ponto M é equidistante de A e B.

⁴Dado o espaço que temos, não citamos todos os episódios contidos na sessão para cada um dos momentos discutidos.

A turma responde que não, está mais perto de B. O professor pergunta então como deve ser o triângulo AMB para que M seja equidistante de A e B.

Alguns alunos dizem "retângulo", outros "isósceles".

P "Sim, isósceles; então desenharemos vários, não desenharemos os triângulos, não seria bonito e seria inútil; vamos desenhar pontos que são vértices de triângulos isósceles".

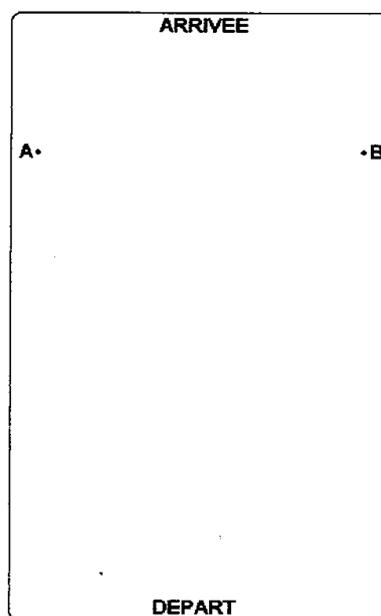
Ele pergunta a um estudante:

"Como você desenha um triângulo isósceles? Lembrando que temos para a base [AB] e que é uma questão de construir a cúpula, M. (Episódio que representa momento exploratório).

Figura 3 - Texto de uma atividade na construção do conjunto de pontos equidistantes de dois pontos dados.

Dans un stand d'une kermesse on a installé un jeu d'adresse. Il s'agit de lancer sur une planche une bille métallique entre deux gros aimants. Si la bille reste toujours à égale distance des aimants elle peut traverser la planche et l'on gagne la partie. Si elle se rapproche de l'un des aimants, celui-ci attire la bille qui vient se coller dessus et la partie est perdue.

On a représenté la planche et les deux aimants (A et B) sur le dessin ci dessous.
Tracer le trajet de la bille pour gagner la partie.



Fonte: Dados da pesquisa

A terceira função do estudo, o momento teórico-tecnológico, visa a constituição do ambiente tecnológico-teórico relativo à prática $[T / \tau]$, para justificar, produzir, tornar inteligível a técnica, constituindo a tecnologia, e esta por sua vez, é justificada, e/ou produzida por uma teoria. A turma de 6^o já mencionada verá por exemplo, a realização do seguinte episódio deste momento:

P anuncia: "Depois de ter traçado esta linha, é realmente o resultado que alguns esperavam; quase exatamente, você tem uma linha reta perpendicular ao segmento [AB] e, como essa perpendicular passa

pelo meio, é quase certo que o ponto médio acabou de ser desenhado", e desenha no quadro. Então ele continua: "Na verdade, isso vai ser uma propriedade do ponto médio que alguns de vocês sabem, todos os pontos médios, são pontos que estão à mesma distância de A e B. Nós iremos sintetizar e observar esse resultado. (Episódio ilustrativo do momento tecnológico-teórico).

O momento de trabalho da *organização matemática* (OM), a quarta função do estudo, permite a configuração dessa organização, um trabalho, cujo seu uso recorrente ainda pode levar a retoques. Esta função é geralmente realizada nas organizações didáticas, e normalmente instaladas no ensino secundário através do dispositivo de resolução de exercícios, as técnicas de realização baseadas neste dispositivo podem ser variadas.

A quinta função do estudo, o *momento de institucionalização* vem a moldar a OM constituída. Além do trabalho de síntese e formulação de toda OM produzida, inclui a fusão desta OM com OM previamente estudada, contribuindo assim para a formação de OM locais, regionais e globais.

Finalmente, a sexta função do estudo é o *momento da avaliação*, que avalia não apenas o domínio adquirido da OM, mas também a própria OM, por exemplo, durante uma avaliação de classe. A falha dos alunos em realizar um tipo de tarefa, geralmente revela um problema na própria organização matemática, sendo o problema mais frequentemente encontrado na falta de etapas de controle explicitamente presentes nessa organização (ver quadro 1 abaixo).

Quadro 1 - A falta de etapas de controle em uma técnica e seus efeitos.

Em um quarto trabalho sobre o tema do cosseno de um ângulo, aqui está a técnica no bloco de notas do aluno para calcular as medidas dos lados de um triângulo retângulo:

- 1) Sempre faça um diagrama;
- 2) Cite as hipóteses: o triângulo deve ser retângulo;
- 3) escreva o cosseno de um ângulo: o comprimento procurado deve aparecer;
- 4) A regra de produtos cruzados é aplicada;
- 5) Calcula usando a calculadora e a tecla cos.

É acompanhado por dois relatórios que seguem dois exemplos da implementação da técnica: "para encontrar o lado adjacente, multiplicamos o comprimento da hipotenusa pelo cosseno do ângulo"; "Para encontrar a hipotenusa, divida o comprimento do lado adjacente pelo cosseno".

Abaixo está um trecho de uma cópia de um aluno sobre tema do cosseno de um ângulo prestado no final do dever de controle sobre este tema.

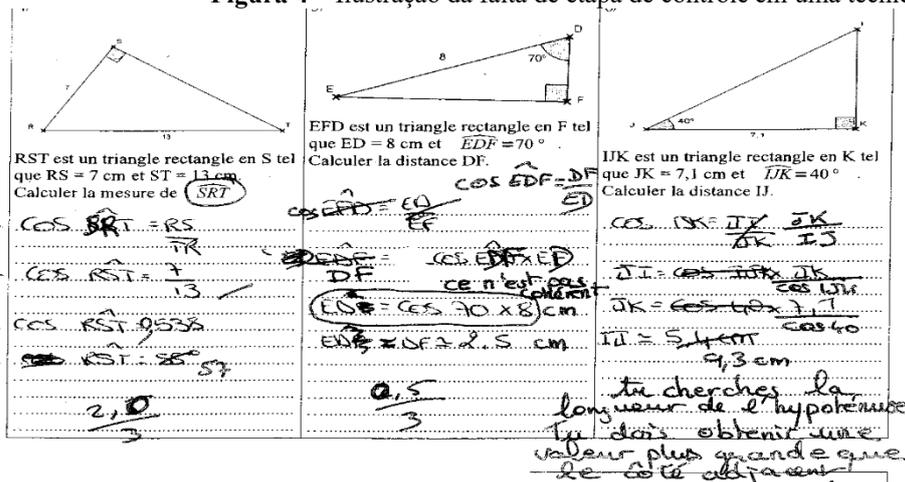
Os erros feitos obviamente refletem, além da falta de suporte para o gerenciamento da ordem das letras na designação do ângulo, a falta de controle na etapa de cálculo das distâncias, este que o professor observa parcialmente como evidenciado pela apreciação no último caso. Teria sido de outra forma sem dúvida⁵ se o estudante tivesse a seguinte técnica para o cálculo da hipotenusa de um triângulo ABC em A:

Sendo o triângulo retângulo em A, temos a hipotenusa, AC, igual ao lado adjacente ao ângulo \hat{B} , AB, dividido pelo cosseno do ângulo \hat{B} , soít $AC = AB \div \cos \hat{B}$; Verificamos que a hipotenusa é maior que a lateral, já que dividimos por um número positivo menor que 1. Substituímos os valores conhecidos em igualdade e fazemos a calculadora. Construímos um triângulo retângulo em A com comprimento AB e ângulo \hat{B} , e verificamos se AC possui a medida encontrada.

Fonte: Dados da pesquisa

⁵O que não significa, claro, que o trabalho teria sido livre de erros...

Figura 4 – Ilustração da falta de etapa de controle em uma técnica



Fonte: Dados da pesquisa

Produzindo elementos de infraestrutura

Como pode ser visto nos exemplos citados acima, o modelo dos momentos do estudo possibilita montar uma técnica de análise das praxeologias profissionais. Consiste em examinar os momentos do estudo realizado, e as técnicas de realização empregadas, elucidando tanto quanto possível o ambiente tecnológico e teórico que os justifica, os produz ou os torna inteligíveis. A implementação desta análise está no cerne da formação de professores-alunos na IUFM Aix-Marseille para professores estudantes desenvolverem práticas profissionais fundamentadas, consistentes com as restrições impostas pelos programas e que encorajem a aprendizagem de alunos. Para isso, o treinamento é baseado no esquema genérico que segue.

Uma questão Q sendo colocada em estudo, por exemplo Q_1 : como configurar uma organização matemática relativa ao tipo de tarefas T_1 -, é uma questão de *observar* as respostas existentes R^\diamond (sessões de classe nas quais T_1 é questão de estudo, manuais, programas, arquivos de treinamento, etc.), para *analisar* e *avaliar* essas respostas antes de *desenvolvê-las* sobre aspectos que parecem ser defeituosos, de modo a obter uma resposta R^\heartsuit a *defender* e *divulgar*.

Considere Q_1 . A sessão em sala de aula que citamos é uma R^\diamond , então é a primeira questão a analisar e avaliar. Podemos, por exemplo, explicar que esta sessão realiza episódios do momento do primeiro encontro, do momento exploratório, do momento técnico-teórico e do momento de institucionalização da praxeologia pontual em relação a T_1 , para depois analisar a realização de cada um desses momentos antes de avaliá-los. Isto é o que faremos aqui rapidamente para os episódios dos momentos exploratório e teórico-

tecnológico que ocorreram no trecho do processo de estudo proposto, abrangendo essencialmente os elementos técnicos.

Analisar e avaliar um momento exploratório e um momento teórico-tecnológico

Em primeiro lugar, deve-se notar que os episódios considerados do momento exploratório (que duram aproximadamente 11 minutos) são feitos a partir da espécime fornecida pela folha de atividade, ou seja, dois pontos A e B, de modo que a linha (AB) é o olho, paralelo à borda da folha e $AB = 7$ cm. É cooperativa, pois articula episódios em que é P quem faz o tempo do estudo progredir e outros onde são os alunos.

Especificamente, uma vez apuradas o tipo de tarefas T_1 , P faz a pergunta "alguém tem uma ideia, um lugar para me propor no tabuleiro onde tem certeza de que a bola vai passar? E é um aluno que propõe colocar um ponto no meio do segmento [AB], os alunos então tendo que construir o ponto seguindo a técnica dada por P (medimos o segmento, temos que encontrar 7 cm, e nós colocamos o ponto em 3,5 cm). P então pede outro ponto, propõe um que não é adequado para a tela, que dá aos alunos pontos que se adequam, os vértices dos triângulos isósceles. É P que sugere desenhar apenas os vértices, não os triângulos completos; provoca a lembrança por um estudante de uma técnica de construção de um triângulo isósceles básico [AB] para a régua e o compasso ("*Nós tomamos o compasso, tomamos um comprimento, abrimos o compasso, desenhamos um arco de A e de B*") e executa a construção no quadro. Os alunos constroem vários pontos em sua folha de atividade.

Passando pelas fileiras, P é levado a repetir que é apenas uma questão de desenhar os vértices dos triângulos isósceles, depois especifica: "*o que eu quero é que, com o compasso, vocês desenhem vários pontos; tente desenhar um entre a linha de chegada e o segmento [AB], um próximo ao início, um perto do final, três ou quatro entre eles*". Em seguida, ele anuncia "*uma vez que temos todos os pontos, podemos desenhar a linha que os une*", os alunos fazem o traço em suas folhas. A realização deste episódio do momento exploratório baseia-se na OM previamente estudada, a OM em torno da construção do ponto médio de um segmento com a régua graduada e a construção de um triângulo isósceles básico dado a régua e o compasso fazem partes do meio (mesmo que algum aluno ainda possa ter dificuldades).

A respeito das possíveis dificuldades, a descrição da técnica de construção dada pelo aluno entrevistado e validado pelo professor é significativa, inclui algumas imprecisões que não colocam problemas à turma, é "bem conhecida" e nós nos damos bem sem entusiasmo.

Os episódios do momento tecnológico-teórico ocorrendo no estudo da atividade são por outro lado, muito breves e são realizados pelo professor. Primeiro, quando ele anuncia para um estudante que propõe traçar a perpendicular a $[AB]$ passando pelo meio do segmento durante o trabalho de desenhar os vértices dos triângulos : *"sim, mas vamos primeiro desenhar ponto por ponto e quando nós junte os pontos que veremos que na verdade é a passagem perpendicular pelo meio"*, eliminando assim pelo menos que o conjunto procurado seja uma linha reta que tenha certas propriedades. Então, no final do trabalho, quando ele anuncia que a resposta procurada é o ponto médio de $[AB]$ e que ele formula a propriedade desobstruída (veja a citação na parte 1).

Obviamente, esta análise da realização desses episódios precisaria ser desenvolvida, em particular, confrontando-a com outras técnicas possíveis, a fim de destacar os pontos positivos e negativos, e isto especialmente do ponto de vista do respectivo *topos* do professor e aluno. Vamos pular este passo aqui, dando as principais conclusões avaliativas do ponto de vista da realização dos episódios dos dois momentos analisados.

Deve-se notar, primeiramente, que o trabalho realizado está essencialmente alinhado com o currículo da aula, que o problema proposto efetivamente motiva a questão da OM do estudo e não aparece em subquestões, mas que a problematização surge do trabalho realizado pela turma. Porém, neste trabalho de problematização, o professor está muito presente. Vemos ele, por exemplo, colidir várias vezes no *topos* dos alunos nos episódios do momento exploratório, onde entrega elementos em vez de fazê-los surgir por confronto e /ou testando o trabalho dos alunos.

Após a proposta de segmento médio feita por um aluno, o professor poderia, por exemplo, fazer com que os alunos trabalhassem alguns minutos na determinação de outros pontos antes de coletar algumas propostas e submetê-las à turma para avaliar sua relevância para os estudantes, ou para pedir propostas que não conseguem analisar por que é assim e o que deve ser feito como modificações a serem alcançadas.

Vemos também ele antecipando a técnica de determinar o conjunto, fixando o número de pontos a serem plotados e sua posição em relação ao segmento $[AB]$. Aqui novamente, a

coleta de algumas proposições e sua submissão à classe para avaliar sua relevância e trazer à tona a natureza do todo teriam permitido que a classe tivesse mais controle sobre o trabalho realizado. Além disso, pode ser notado que a técnica de construir o todo não foi esclarecida ou que o tipo de tarefa foi explorado em apenas um espécime.

Os episódios do momento tecnológico-teórico, por sua vez, são aqui reduzidos a um mínimo, a saber, a identificação de uma propriedade que emergiu do estudo do espécime proposto. É o professor quem assegura que esse a propriedade é verdadeira, sem qualquer estudo experimental ser realizado e/ou que tenha sido colocado o problema de sua dedução da teoria geométrica disponível, enquanto teria sido possível, a baixo custo cognitivo, realizar uma justificativa experimental.

Este tipo de trabalho, realizado aqui num exemplar, mas que obviamente necessita de ser desenvolvido e sistematizado, permite a criação de infraestruturas relativas, por um lado, à gestão dos momentos didáticos na realização de um processo de estudo e, por outro lado, técnicas para a realização de momentos didáticos para aumentar o topos dos alunos - uma injunção oficial que, sem dúvida, resulta da pesquisa educacional.

Do ponto de vista dos momentos exploratórios e tecnológico-teóricos sobre os quais focalizamos a discussão, emerge, por um lado, que a exploração de um tipo de tarefa não pode ser feita geralmente em uma única espécime; que supõe, em particular, o estabelecimento de uma *dialética da mídia e dos meios e de uma dialética do coletivo e do individual* que faz com que a produção responda à classe R^\diamond , respostas às quais será então avaliar e confrontar para trazer os ingredientes de uma resposta R^\heartsuit ; que o estabelecimento destas dialéticas supõe que se coloca sistematicamente o problema da validade das proposições feitas pelos alunos, o que possibilitará que ocorram os episódios do momento técnico-teórico em que essas proposições serão afirmações tecnológicas.

Por outro lado, parece que a gestão de um momento técnico-teórico supõe o exame da veracidade das afirmações tecnológicas com a ajuda de um dispositivo experimental que pode ser apoiado pelo uso de um software, ou uma calculadora e, o quanto antes, a dedutibilidade dessas asserções da teoria disponível.

Naturalmente, os elementos técnicos precedentes baseiam-se em elementos tecnológico-teóricos que aparecem nas análises precedentes e, em particular, os que se referem à noção de *topos*, à *dialética da mídia e dos meios e do individual e do coletivo*.

Fenômenos didáticos

Este modelo revela-se, na configuração de formação evocada, produtor de elementos de infraestrutura (CHEVALLARD, 2010) efetivos para a construção de praxeologias profissionais, principalmente porque parte das funções que devem cumprir uma organização do setor, estudar de acordo com conhecimento para ensinar. Além disso, fornece ao pesquisador uma ferramenta poderosa para desvendar fenômenos didáticos e, em particular, para revelar as influências das organizações de estudo sobre a constituição da organização matemática (ARTAUD, 2010). Ilustraremos este ponto, muito rapidamente, sem dúvida, a partir de um exemplo relativo a um fenômeno genérico relacionado à constituição de organizações do conhecimento.⁶

Várias análises destacam o que pode ser chamado de difração de organizações matemáticas (ARTAUD, 2007). Esse fenômeno é caracterizado pelo fato de que uma organização matemática se vê como abrangendo muitos tipos de tarefas, sendo que esses tipos de tarefas não são articulados entre si e alguns deles podem ser objeto de "várias técnicas". Essa difração não é um dado de organizações matemáticas, no sentido de que não existe uma necessidade matemática que as organizações matemáticas sejam, mas um construto cuja análise primeiramente revela as consequências das técnicas matemáticas, realização do momento de institucionalização, que certamente estão dialeticamente ligadas à constituição do OM.

Por um lado, os episódios de institucionalização acontecem muitas vezes "cedo demais", no sentido de que iremos institucionalizar os ingredientes da OM assim que surgirem, e às vezes, até mesmo antecipando o surgimento da OM, como no caso da sexta sessão que analisamos e onde o professor faz a síntese da técnica de construção do ponto médio pelo uso da régua e do compasso assim que a declaração da propriedade foi registrada, enquanto os alunos não reconheciam que ela havia sido produzida no trabalho exploratório, o que cria uma dúvida e algumas dificuldades de gestão da classe.

Por outro lado, as técnicas de realização deste momento envolvem muito raramente o trabalho de amalgamação das organizações matemáticas, sendo estas últimas, portanto, clandestinas e, na melhor das hipóteses, implicitamente realizadas a partir de observações orais ou comentários de correção das cópias feitas pelos alunos. Por conseguinte, é necessário construir infraestruturas que permitam atingir este aspecto do período de

⁶Para um segundo exemplo, veja o artigo do autor no Terceiro Congresso Internacional sobre TAD (ARTAUD 2010b).

institucionalização, nomeadamente através da disponibilização de meios para agregar tipos de tarefas e técnicas (ARTAUD, 2010, 2011).

Isso geralmente envolve, por um lado, a agregação de técnicas de acordo com seu escopo, sendo as técnicas gráficas, em particular, inseridas em técnicas de maior alcance como etapas de controle ou conjectura; por outro lado, pela organização dos tipos de tarefas de acordo com uma relação do tipo T_i é um tipo de tarefas de T_j se o cumprimento de T_i puder mobilizar T_j e, por uma seleção dos tipos de tarefas a serem adequadamente incluídas na organização matemática, alguns tipos de tarefas que são apropriadas para distinguir apenas do ponto de vista didático.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Discutimos nesse ensaio, a relação entre noções da didática, a saber: praxeologias matemáticas, didáticas e profissionais, com a noção de competências necessárias à formação docente. Nesse aspecto, mostramos que a análise de episódios de aulas, é um caminho eficaz para tratar das competências prescritas em documentos de referências para formação de professores a nível nacional, tendo como lente teórica a TAD, considerando especialmente a noção de momentos de estudo.

Analisar as possíveis congruências entre as competências docentes e as praxeologias profissionais, matemáticas e didáticas, ganha fôlego por esse caminho de análise dos momentos de estudo. No entanto, não é somente isso, associado a este trabalho cabe olharmos para a infraestrutura matemática e didática disponível numa dada instituição que integra a análise. Cabe destacar, que o momento de institucionalização e o de avaliação merecem uma atenção especial. O primeiro, dirá muito sobre o papel não só do docente como o que o professor permite aos estudantes, e nesse caso o domínio da língua natural e dos ostensivos que representam os objetos do saber é uma importante competência a ser considerada no que tange o topos do docente.

Mediante o exposto, a relevância do referido estudo concentra-se na caracterização de duas dialéticas (gestos de estudo) que pelos momentos analisados, o exploratório e o tecnológico-teórico, ganham forma e destaque, a dialética das mídias e meios e do individual e coletivo, visto que colocam sistematicamente o problema da validade das proposições feitas pelos alunos (destaque ao topos do aluno), num lugar central na análise didática, e na prática, possibilita nos episódios de aula a ocorrência do momento técnico-teórico, com a transformação de conjecturas em afirmações tecnológicas.

REFERÊNCIAS

ALI TATAR, M.-L., ARTAUD, M. & SAHRAOUI, L. Modélisation et mise en place d'organisations mathématiques mixtes. Dans A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. CHEVALLARD, G. CIRADE & C. LADAGE (Éds), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 671-690). Montpellier: IUFM, 2010.

ARTAUD, M. La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 241-259). Jaén, Espagne: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

ARTAUD, M. Conditions de diffusion de la TAD dans le continent didactique. Les techniques d'analyse de praxéologies comme pierre de touche. In A. Bronner et al. (Éds), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 227-248). Montpellier : IUFM, 2010.

ARTAUD, M.. Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? Dans M. Bosch et al. (Éds), *Un panorama de la TAD* (pp. 141-162). Barcelone, Espagne : CRM. Audren, H. et al. (2007). *Maths 4^e*. Paris: Bréal, 2011.

ARTAUD, M. (2007). *La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions*. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 241-259). Jaén, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

ARTAUD, M. (2010). Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? *Actes du III^e congrès sur la théorie anthropologique du didactique*. pp. 33-47. Disponible sur l'Internet : <http://www.crm.cat/Conferences/0910/cdidactic/cdidactic.pdf>

ARTAUD, M. (2011). *Didactique des mathématiques pour le master EFM, Semestre 4*. Disponible sur l'Internet : <http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fi/efm2/2010-2011/ombilic.html>.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES 1.302/2001. Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. Diário Oficial da União, Brasília, 05 mar. 2002a, Seção 1, p. 15. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>>. Acesso em: 13 novembro 2018.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266, 1992.

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, Escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaén, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

CHEVALLARD, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*. Dans R. Noirfalise (Éd.), Actes de l'Université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998, pp. 91-120. Clermont-Ferrand : IREM. Disponible sur l'Internet : <http://yves.chevallard.free.fr>.

CHEVALLARD, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique*. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Ed.), Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica, Universidad de Jaén, 2007, pp. 705-746. Disponible sur l'Internet : <http://yves.chevallard.free.fr>.

CHEVALLARD, Y. (2010). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. Dans C. Margolinas et al. (Éds), *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Sous presse. Ministère de l'Éducation Nationale. Socle commun de connaissances et de compétences. *Bulletin Officiel n°29* du 20 juillet 2006. Disponible sur Internet : <http://www.education.gouv.fr/bo/2006/29/MENE0601554D.htm>.

Ministère de l'Éducation Nationale. Cahier des charges formation des maîtres en institut universitaire de la formation des maîtres. *Bulletin Officiel n°1* du 4 janvier 2007. Disponible sur Internet : <http://www.education.gouv.fr/bo/2007/1/MENS0603181A.htm>.

Ministère de l'Éducation Nationale. Programmes du collège. Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin Officiel spécial n°6* du 28 août 2008. Disponible sur Internet : http://media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf.

Ministère de l'Éducation Nationale. *Livret personnel de compétences*, 2009.

Ministère de l'Éducation Nationale. *Document d'appui – Palier 3. Compétence 3 : les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique. Aide au suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités du socle commun*, 2011a.

Ministère de l'Éducation Nationale. *Document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège. Palier 3. Compétence 3 : les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique*, 2011b.