

A teoria antropológica do didático no estudo do cálculo mental

The anthropological theory of didactics in the study of mental calculus

JÉSSICA SERRA CORRÊA DA COSTA¹

MARILENA BITTAR²

Resumo

Neste artigo discutimos como utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD) para estudar uma habilidade do cálculo mental, com base na pesquisa de mestrado, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Nossa pesquisa se insere no Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat), que tem desenvolvido parte de seus trabalhos relacionado com a análise de livro didáticos. Assim em um primeiro momento, apresentamos de forma breve o contexto em que a pesquisa se insere e o que entendemos como cálculo mental. Na sequência, trazemos a importância do livro didático como material de apoio em sala de aula e, como utilizamos a TAD para estudar a habilidade.

Palavras-chave: *Cálculo Mental. Teoria Antropológica do Didático. Habilidade.*

Resumen

En este artículo discutimos como utilizar la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) para estudiar una habilidad del cálculo mental, con base en la pesquisa del máster, desarrollada en el Programa de Posgrado en Educación Matemática de la Universidad Federal de Mato Grosso do Sul. Nuestra pesquisa se inserta en el Grupo de Estudios en Didáctica de las Matemáticas (DDMat), que ha desarrollado parte de sus trabajos relacionados con el análisis de libros didácticos. Así en un primer momento, presentamos de forma breve el contexto en que la investigación se inserta y lo que entendemos como cálculo mental. En consecuencia, traemos la importancia del libro didáctico como material de apoyo en clase y como utilizamos la TAD para estudiar la habilidad.

Palabras clave: *Cálculo Mental. Teoría Antropológica de lo Didáctico. Habilidad.*

Abstract

In this article we discuss how to use the Anthropological Theory of the Didactic (ATD) to study a mental calculation skill, based on the master's research, developed in the Postgraduate Program in Mathematical Education of the Federal University of Mato

¹ Secretaria do Estado de Educação, Brasil, jessicamarilete@hotmail.com

² Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Brasil, marilenabittar@gmail.com

Grosso do Sul. Our research is part of the Study Group on Mathematics Didactics (DDMat), which has developed part of its works related to the analysis of textbooks. So in a first moment, we briefly present the context in which the research is inserted and what we understand as mental calculation. In sequence, we bring the importance of textbooks as classroom support material and how we use ATD to study the ability.

Keywords: *Mental Calculation. Anthropological Theory of the Didactic. Ability.*

Résumé

Dans cet article, nous discutons comment utiliser la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) pour étudier une compétence de calcul mental, basée sur la recherche de master, développée dans le Programme d'Études Supérieures en Éducation Mathématique de l'Université Fédérale de Mato Grosso do Sul. La recherche fait partie du Groupe d'Étude sur la Didactique des Mathématiques (DDMat), qui a développé une fraction de son travail lié à l'analyse des manuels scolaires. Ainsi, dans un premier moment, nous présentons brièvement le contexte dans lequel la recherche est insérée et ce que nous comprenons par calcul mental. Ensuite, nous apportons l'importance des manuels scolaires comme matériel de soutien en classe et comment nous utilisons TAD pour étudier la capacité.

Mots-clés: *Calcul mental. Théorie Anthropologique du Didactique. Capacité*

Introdução

Neste artigo fazemos alguns apontamentos sobre o estudo da habilidade do cálculo mental por meio do aporte teórico e metodológico Teoria Antropológica do Didático, a partir de uma dissertação de mestrado desenvolvida pela autora deste artigo, no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Desta forma, inicialmente nos propomos a apresentar alguns pontos da dissertação desenvolvida, como o contexto em que ela se insere, o momento em que esta habilidade deve ser desenvolvida e a relevância do livro didático, como material de apoio do professor da rede pública de ensino. Em seguida trazemos uma discussão do que estamos considerando como cálculo mental. Na seção seguinte, abordamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como aporte teórico e metodológico. Em vista disso, apresentamos alguns elementos que constituem este referencial e apresentamos como o utilizamos para estudo da habilidade em questão, com base na pesquisa desenvolvida. Por fim, apresentamos as conclusões do trabalho apresentado com relação ao uso da TAD para estudo da habilidade do cálculo mental.

Contexto

O Grupo de Estudos em Didática da Matemática³ (DDMat), do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, desenvolve pesquisas com foco em teorias da linha francesa da Educação Matemática. Dentre as teorias estudadas, temos Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard, que tem sido usada na maioria das vezes como aporte teórico e metodológico para análise de livros didáticos.

Nessa perspectiva insere-se nossa pesquisa do curso de mestrado desenvolvida acerca da temática do cálculo mental, com o objetivo de investigar como o cálculo mental tem sido sendo trabalhado na Educação Básica. Para tanto, buscamos em um primeiro momento qual a etapa em que o cálculo mental é trabalhado com mais ênfase.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): “A construção de um repertório básico constitui suporte para a ampliação dos diferentes procedimentos e tipos de cálculos que o aluno vai desenvolver ao longo dos ciclos iniciais: cálculo mental ou escrito, exato ou aproximado” (BRASIL, 1997, p.75). Assim, percebemos que a

³ O Grupo de Estudos em Didática da Matemática, liderado pela Profa. Dra. Marilena Bittar e Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas, é um grupo que desenvolve atividades de pesquisa e extensão com relação ao Ensino e Aprendizagem da Matemática, tendo como foco de estudo as teorias da linha francesa da Educação Matemática. Disponível em <http://grupoddmат.pro.br/index.php/historico/>

habilidade se desenvolve enfaticamente nos anos iniciais do ensino fundamental, visto que é nesta etapa do ensino que o estudante amplia o repertório numérico. Além disso, nos anos iniciais o sujeito constrói e atribui significados aos elementos que constituem o sistema de numeração decimal, como a noção de ordem, sequência e valor posicional. Essas noções são fundamentais para que os estudantes desenvolvam diferentes tipos de cálculo, incluindo o mental.

No cálculo mental, a reflexão centra-se no significado dos cálculos intermediários e isso facilita a compreensão das regras do cálculo escrito. O exercício e a sistematização dos procedimentos de cálculo mental, ao longo do tempo, levam-no a ser utilizado como estratégia de controle do cálculo escrito. (BRASIL, 1997, p.76)

Isso acontece porque o cálculo mental é baseado em procedimentos pessoais e parciais de uma conta, conseqüentemente faz-se necessária a compreensão do sistema de numeração decimal. O *controle do cálculo escrito* é referente a noção do resultado de uma conta, por exemplo, na adição $27+48 + 52$ podemos estimar que a soma será menor que 150 ao arredondarmos as parcelas para 30, 50 e 50 - procedimentos assim fazem parte de atividades cotidianas.

O desenvolvimento do cálculo mental também permite que os cálculos sejam feitos com rapidez, no entanto esta não é uma característica necessária deste tipo de cálculo

[...] uma vez que o importante é a forma como o sujeito resolve o cálculo, e o controle e a segurança que ele tem sobre o processo da resolução o qual propicia maior autonomia e validação dos resultados. Porém vale lembrar que a própria autonomia e segurança contribuem para um aumento da rapidez dos cálculos de um modo indireto sem ser como finalidade principal do trabalho com cálculo mental. (SANTOS e MELLO, 2016, p.2)

Em vista da importância do cálculo mental, que tem sido reforçada pelos documentos oficiais, os autores dos livros didáticos têm dedicado maior atenção a esta modalidade de cálculo (BRASIL, 2016) visto que este material sofre influência desta demanda. No Brasil, o livro didático funciona com um dos materiais mais importantes na formação do professor e do estudante, uma vez que na maioria das vezes é o único material que se tem como fonte de estudo. Isso porque contamos com um programa do governo, Programa Nacional do Livro Didático, que avalia e distribui gratuitamente o material para escolas públicas.

Dessa forma, “se queremos compreender algumas das razões de dificuldades de aprendizagem enfrentadas por alunos, o livro didático utilizado por eles é uma das fontes a serem consultadas” (AUTOR 2, 2017, p. 365), visto que o que está contido no material

se aproxima do que é ensinado e como é ensinado na sala de aula (LAJOLO, ano). Assim, considerando a importância do cálculo mental e o livro didático, nossa pesquisa de mestrado teve como objetivo investigar como o cálculo mental é proposto em uma coleção⁴ de livros didáticos dos anos iniciais (AUTOR 1, 2018).

Na seção seguinte, trazemos uma breve discussão do que estamos considerando como cálculo mental.

Cálculo mental

Em nosso trabalho consideramos como cálculo mental o conjunto de procedimentos que não consistem em um algoritmo pré-estabelecido, ou seja, não seguem um padrão de ordem para resolução de cálculos. Essa perspectiva de cálculo mental está de acordo com a definição de Parra (1996, p.195) como “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo preestabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”. Neste sentido, o uso de lápis e papel ou algum tipo de registro de resultado parcial não descaracteriza o cálculo como mental, uma vez que o que consideramos é o procedimento utilizado.

Ressaltamos que nossa ideia de cálculo mental se refere ao *pensado*, que se caracteriza pela compreensão e (re)elaboração dos procedimentos e estratégias ao realizar o cálculo (ANSELMO e PLANCHETTE, 2006). Conforme o indivíduo realiza os processos várias vezes, o cálculo torna-se *automatizado*; que é quando os resultados e processos ficam disponíveis na memória (idem). Um exemplo, é quando para a soma $1+1$ respondemos prontamente o resultado, 2, sem realizar um processo consciente, mas já realizamos tantas vezes o cálculo que respondemos de forma imediata.

Corroborando com esta perspectiva, o documento *Matemática: Cálculo mental con números naturales: apuntes para la enseñanza*, da Secretaria de Educação da cidade de Buenos Aires, afirma que o desenvolvimento do cálculo mental possibilita distinguir dois aspectos: sendo um a sistematização de um conjunto de resultados e, outro a construção de procedimentos pessoais (BUENOS AIRES, 2006). A sistematização de resultados permite a ter os mesmos disponíveis na memória, essa memorização contribui para que as técnicas sejam ampliadas, por exemplo, para a soma $2+3=5$, associar $20+30=50$. O

⁴ Uma coleção de livros dos anos iniciais é composta por 5 livros, sendo os primeiros 3 volumes referentes à etapa da alfabetização matemática.

segundo aspecto diz respeito à perspectiva de cálculo mental pensado, que como mencionado anteriormente, está relacionado com a elaboração de estratégias pessoais.

De acordo com os PCN o cálculo mental é uma habilidade que procura explorar diferentes estratégias de cálculo e articular as diferentes modalidades, de forma que “o cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental e nas estimativas e aproximações” (Ibid., p.75). Assim, conforme os benefícios apontados com o desenvolvimento de cálculo mental, que é uma habilidade (AUTOR 1, 2018), cabe estudar como a mesma é proposta na educação básica. Na seção seguinte discutimos como a TAD nos ajudou no estudo de como a habilidade do cálculo mental é proposta em uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais.

Teoria Antropológica do Didático e o estudo de uma habilidade

A Teoria Antropológica do Didático foi desenvolvida por Yves Chevallard (uma referência ao menos) tem como um dos principais postulados que toda atividade humana, como a atividade matemática, pode ser descrita por meio de uma praxeologia. E a praxeologia por sua vez é constituída pelo modelo praxeológico, representado pelo quarteto $[T, \tau, \theta, \Theta]$.

Podemos descrever o quarteto praxeológico da seguinte maneira: o tipo de tarefas, representado por T, corresponde à um conjunto de tarefas (t) que possuem a mesma característica ou mesmo objetivo; essas tarefas são resolvidas por meio de uma técnica (τ). A justificativa da validade dessa técnica é feita pela tecnologia (θ), e, a teoria (Θ) exerce a mesma função sobre a tecnologia. Os elementos do modelo praxeológico são divididos em dois blocos: bloco prático-técnico e bloco tecnológico-teórico. O primeiro bloco, representado por $[T/\tau]$ é referente ao “saber fazer: saber fazer um determinado tipo de tarefa T, e uma determinada maneira τ de realizar as tarefas desse tipo” (CHEVALLARD, 1999, p.3); o segundo bloco é o tecnológico-teórico, que é referente ao *saber* e representado por $[\theta/\Theta]$.

A organização praxeológica relacionada às atividades matemáticas, é composta por duas organizações: a organização matemática (OM) e a organização didática (OD). A OM diz respeito ao

resultado final de uma atividade matemática que, como toda atividade humana, apresenta dois aspectos inseparáveis: a prática matemática ou “práxis”, que consta de *tarefas e técnicas*, e o discurso fundamentado ou “logos” sobre essa prática, que é constituída por *tecnologias e teorias* (grifo dos autores). (CHEVALLARD, BOSCH e GASCÓN, 2001, p.275).

Já a OD é o *como*, os caminhos, as escolhas didáticas que são feitas para se chegar a OM prevista. Ao olhar para o livro didático a OM corresponde a “maneira como os autores apresentam os procedimentos e os recursos mais voltados para o estudo, podendo variar em função das orientações didáticas às quais estão associados” (BITTAR, FREITAS e PAIS, 2014, p.5).

O uso deste referencial nos auxiliou no estudo da habilidade em questão, que se deu da seguinte maneira: em um primeiro momento buscamos nos familiarizar com atividades que estivessem relacionadas com o desenvolvimento do cálculo mental a partir da pesquisa de doutorado de Guimarães (2009), modelar tipos de tarefas que contribuem com o cálculo mental e, a partir daí, analisar a coleção onde foram modelados novos tipos, técnicas e percebidas as tecnologias em que a habilidade permeia.

O cálculo mental é uma habilidade que permeia diferentes conteúdos, uma vez que se aplica em diversas operações. Dessa forma, foi preciso identificar qual das tarefas que visam a construção de um conhecimento são propostas especificamente para o desenvolvimento da habilidade. Por exemplo, dos tipos de tarefas que são propostos para trabalhar a operação de adição, alguns são específicos para o desenvolvimento do cálculo mental nesta operação e, o mesmo vale para as demais.

Guimarães (2009) em sua pesquisa buscou investigar estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, de 4º e 5º anos, durante a resolução de atividades que envolvem operações aditivas e multiplicativas. Para tanto, realizou uma *engenharia didática* fazendo um profundo estudo sobre a habilidade para elaboração de uma sequência didática, e em vista dos referenciais utilizados e o trabalho desenvolvido que tinha o desenvolvimento do cálculo mental como foco, modelamos as atividades propostas na sequência didática como tipos de tarefas *a priori*⁵. A partir daí olhamos no livro didático além das tarefas também as técnicas que se relacionam com o cálculo mental.

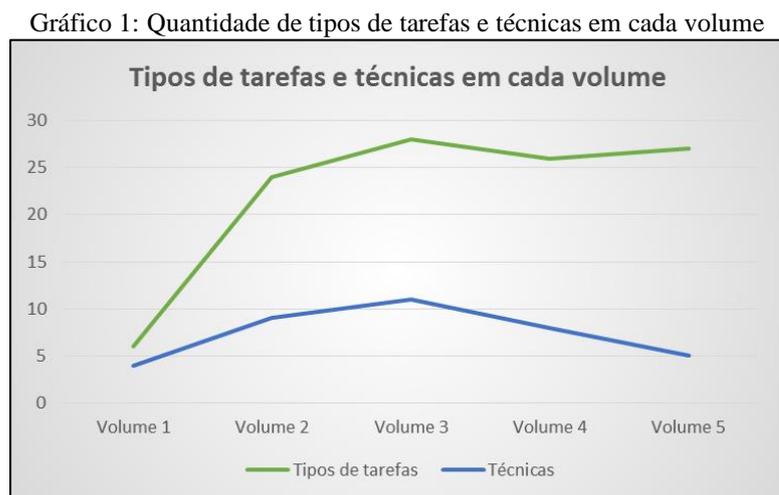
Os tipos de tarefas elencados foram fundamentais para o estudo do cálculo mental, uma vez que possibilitaram identificar como eles contribuem para o desenvolvimento de estratégias e construção de técnicas que estão estritamente relacionadas com a habilidade. Por exemplo, a tarefa $8+3$, faz parte das tarefas que contribuem para a construção da operação de adição (KASPARY, 2014). Mas além disso, especificamente tarefas do tipo

⁵ Os tipos de tarefas *a priori* são tipos de tarefas elencados a partir do estudo do trabalho de Guimarães (2009) e o termo não tem relação com o que é utilizado na Engenharia Didática. Para mais detalhes ver Autor 1 (2018).

somar dois números que estão entre 0 e 10 contribuem para o desenvolvimento do cálculo mental, uma vez que o objetivo é que estas somas se tornem automatizadas possibilitando que os cálculos futuros sejam mais fáceis de serem resolvidos. A técnica proposta para resolver tarefas deste tipo é *decompor uma das parcelas visando compor uma dezena* (CORRÊA DA COSTA, 2018).

Assim, o modelo praxeológico possibilitou que analisássemos os tipos de tarefas e técnicas que precisam ser trabalhados para que a habilidade em questão seja desenvolvida e como os mesmos estão sendo propostos na educação básica.

O uso dos elementos da TAD também oportunizou que fossem vistas as escolhas didáticas feitas pelos autores, como o uso de jogos e alguns ostensivos, que ocupam um papel relevante no desenvolvimento do cálculo mental. No trabalho desenvolvido percebemos que o uso de jogos e as atividades relacionadas com dinheiro são propostas com certa ênfase nos 3 primeiros anos do ensino fundamental, que é referente a etapa de alfabetização. Nesta etapa também percebemos que é o momento em que são propostos mais os tipos de tarefa e técnicas que preparam o estudante para o cálculo mental, como mostramos no Gráfico 1, em que apresentamos como se dá a quantidade de tipos de tarefa e técnicas em cada volume:



Fonte: AUTOR 1, 2018, p.150

Em vista disso, cabe ressaltar que que

a mudança na quantidade de técnicas e tipos de tarefas ao longo da coleção, conseqüentemente modifica as praxeologias, assim como quando começam a ser explicitadas as tecnologias; há uma evolução praxeológica de forma que passa-se de uma praxeologia pontual para uma local e assim por diante, essa evolução favorece a compreensão do aluno acerca do conteúdo estudado, no caso, da habilidade a ser desenvolvida.(AUTOR 1, 2018, p.151)

Dessa forma, o uso da TAD como aporte teórico e metodológico se mostrou fundamental para que pudéssemos estudar a habilidade e como ela pode ser desenvolvida, ao identificarmos as tarefas e técnicas necessárias de serem propostas e a função desempenhada pelos mesmos, bem como a organização didática presente.

Considerações finais

O cálculo mental é uma habilidade importante que deve ser desenvolvida desde os anos iniciais do ensino fundamental, visto que seu trabalho acarreta diversos benefícios como a autonomia na resolução de problemas, controle das respostas e elaboração de estratégias ao resolver uma conta. Para analisar como a habilidade é desenvolvida nesta etapa do ensino analisamos uma coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD 2016.

Assim, neste artigo apresentamos o contexto em que a pesquisa realizada se insere, bem como apontamos a relevância do material didático na educação básica. Posteriormente, apresentamos a concepção de cálculo mental adotada, que se apoia em Parra (1996) e referenciais franceses (ANSELMO e PLANCHETTE, 2006).

Por fim, apresentamos brevemente alguns elementos que constituem a TAD e como este referencial deu suporte para o estudo da habilidade em questão, o cálculo mental. Em vista disso, ressaltamos que a TAD forneceu aporte para o estudo de quais atividades matemáticas contribuem e são necessárias para o desenvolvimento do cálculo mental.

Referências

ANSELMO, B.; PLANCHETTE, P. , Le calcul mental au collège: nostalgie ou innovation? **Repères IREM**. Num. 62. p. 5-20, Metz: Topiques Editions, 2006.

BITTAR, M.; FREITAS, J.L.M.de.; PAIS, L. C.; **Reflexões sobre a Orientação de Pesquisas de Pós-Graduação em Educação Matemática com o Suporte da Teoria Antropológica do Didático**. Perspectivas da Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, v. 7, ISSN 2359-2842, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos, PNLD/2016**. Brasília: MEC/SEF, 2015.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

AUTOR 2. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. Zetetiké, Campinas/SP, v. 25, ISSN 2176-1744, 2017.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 19, n° 2, pp. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem – Capítulo 18**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

GUIMARÃES, S. D. **A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental**. 2009. 261 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2009.

AUTOR 1. **O CÁLCULO MENTAL EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS**. 2018. 171 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2018.

KASPARY, D. R. d. A. **UMA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS EM UMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. 2014. 142 f. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande. 2014.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: **Didática da Matemática**. Org. PARRA C. & SAIZ, I. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p.36-47.

SANTOS, S. F; MELLO, M. L. M. **Cálculo Mental no Ensino Fundamental I: Papel, Valor e Significado**. Disponível em < site.veracruz.edu.br/doc/ise/tcc/2013/ise_tcc_pedagogia_silvane_fautino_2013.pdf > Acesso em: 29 de Set. 2016.