

O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem

The use of technologies to teach trigonometry: teaching strategies for meaningful learning construction

GERSON PASTRE DE OLIVEIRA¹

RICARDO UCHOA FERNANDES²

Resumo

Este artigo traz os resultados de uma pesquisa realizada em uma escola pública de São Paulo, com alunos do Ensino Médio, e que investigou a eficiência de estratégias pedagógicas com tecnologias na construção significativa do conhecimento sobre conceitos iniciais de trigonometria, e, de forma mais específica, sobre seno e cosseno. A investigação valeu-se de dois instrumentos distintos, sendo o primeiro com o uso de tecnologias “tradicionais” e o segundo com o uso de tecnologias digitais. Além disso, foram considerados os erros cometidos durante o processo como forma de identificar concepções e de compreender conceitos já estruturados cognitivamente. Os resultados indicaram que o uso de uma estratégia pedagógica, amparada por tecnologias diversas, pode resultar em avanços cognitivos sobre o tema em estudo.

Palavras chave: *tecnologias na educação, educação matemática, aprendizagem significativa, ensino de trigonometria, GeoGebra.*

Abstract

This paper describes a research study carried out in a public school of São Paulo, with high school students, which sought to investigate the efficiency of the use of teaching strategies with technologies in order to build significant knowledge about early concepts of trigonometry, including sine and cosine. In order to achieve these intentions, the investigation used two instruments: the first using “traditional” technologies, and second using digital technologies. The errors committed during the process were considered, as a way to identify conceptions and in order to understand the concepts previously structured, which allowed reorganizing the learning process in a significant way. The results pointed out that the use of a pedagogical strategy, supported by technologies, can result in cognitive advances about the studied subject.

Keywords: *technologies in education, mathematics education, significant learning, teaching trigonometry, GeoGebra*

Introdução

O objetivo deste artigo é descrever os percursos e os resultados de uma pesquisa qualitativa que pretendeu promover e validar um cenário para construção de aprendizagem significativa dos conceitos básicos da trigonometria, especificamente

¹ Professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP – pesquisador do grupo TecMEM – doutor em Educação – email: gpastre@pucsp.br

² Professor de Ensino Médio – Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – mestre em Educação Matemática – PUC/SP – email: ric0612@yahoo.com.br

seno e cosseno, e sua representação no plano cartesiano, valendo-se dos erros cometidos pelos sujeitos como elementos de reconfiguração do processo. Quer-se dizer com isso que, neste trabalho, o erro foi visto como recurso à aprendizagem. Os participantes eram alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública que utilizaram, em um primeiro momento, instrumentos como o lápis, régua, transferidor e, posteriormente, recursos digitais, tendo como interface o software GeoGebra. Para tal abordagem, utilizou-se, prioritariamente, a teoria da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2003).

Em que pese o apelo por vezes visto como ‘inovador’, não se pretendeu, nesta pesquisa, que a introdução de elementos relativos às Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) ocorresse de forma descolada de um planejamento pedagógico consistente, mediante a adoção de uma estratégia didática (Oliveira, 2009a). A intenção, destarte, foi a de trabalhar com uma diversidade de mídias que permitisse, à luz da teoria eleita como referência, mapear questões relevantes, como a ocorrência de erros, que receberam, após uma análise pormenorizada, um tratamento reconstrutivo, ou seja, uma abordagem que procurou entender as questões teórico-práticas presentes no erro, de forma a não consolidá-lo, mas, de outra maneira, aproveitá-lo como elemento valioso no processo de aprendizagem (Perrenoud, 2000).

A questão da inserção das TICs merece atenção. Não se admitiu, na investigação aqui descrita, a idéia da substituição dos processos vistos como tradicionais, pura e simplesmente, como se, ao mudar o suporte, a mídia, o processo de ensino-aprendizagem de Matemática melhorasse automaticamente. Ao focar a estratégia, concebida e dada a conhecer pelo professor ao seu grupo de alunos, o que se pretende é dar conta do processo, ou seja, trabalhar com uma visão formativa da construção do conhecimento (Oliveira, 2007). De outra forma, quando se evidencia as estratégias, no contexto da Educação Matemática, o que se quer é instituir a visão de que as TICs devem ser pensadas em seu caráter mediador, de modo a proporcionar, quanto possível ao estudante, a possibilidade de consolidar conhecimentos matemáticos de forma autônoma (Oliveira, 2009a).

Assim, quando, aqui, se mencionam ‘estratégias pedagógicas com uso de tecnologias’, entendem-se, de maneira ampla, os mais diversos artefatos que podem estar presentes no processo de ensino-aprendizagem. Neste aspecto, a visão adotada neste trabalho concorda com Oliveira (2009a, p. 6), quando o autor argumenta:

A amplitude desta estratégia permite compreender as chamadas

tecnologias “tradicionais” (uso de sólidos, giz e lousa, lápis e papel, régua e compasso, etc) como outras abordagens, igualmente válidas, e que podem, em dados momentos, apresentar maior pertinência, de acordo com o cenário, os sujeitos, as disponibilidades de infraestrutura tecnológica, entre outros elementos.

Esta visão parte da idéia de Borba, Malheiros e Zulatto (2008) e de Borba e Penteadó (2003) de que a produção do conhecimento matemático na contemporaneidade se dá a partir de um coletivo de seres-humanos-com-tecnologias. E isto se dá, de certa forma, desde que lápis e papel, em Matemática, como outras tecnologias que são, tornaram-se fundamentais: “em matemática, por exemplo, as demonstrações são frutos da disponibilidade da escrita em diversas sociedades” (Borba e Penteadó, 2003, p.13).

Deste modo, as questões abordadas neste artigo foram delineadas da seguinte maneira:

- Como o emprego de estratégias pedagógicas com uso de variadas tecnologias mediadoras, desde as mais tradicionais até as TICs, pode promover um processo de ensino-aprendizagem significativa da trigonometria, especificamente quanto aos conceitos de seno e cosseno na circunferência?
- De que forma uma estratégia pedagógica com uso de tecnologias mediadoras pode concorrer para o êxito de um processo de ensino-aprendizagem em Matemática, mais especificamente em Trigonometria, a partir de uma abordagem que considere o uso reconstrutivo do erro?

Com tais intenções, a pesquisa aqui relatada valeu-se de suportes teóricos importantes, explicitados nas próximas páginas.

1. O uso reconstrutivo do erro

A desvalorização do erro – e do aluno que o comete, por consequência e associação direta – tem ocorrido no modelo institucional adotado pela maior parte das escolas. Os processos avaliativos, ainda predominantemente somativos, buscam formar hierarquias de excelência que desqualificam definitivamente a incorreção como algo abominável (Perrenoud, 1999; Oliveira, 2007). Entretanto, de acordo com Perrenoud (2000), o professor deve trabalhar a partir das representações dos alunos, o que não consiste em fazê-las expressarem-se para desvalorizá-las imediatamente, mas permitir que os mesmos possam ter direito à aula, em sua expressão comunicativa. Desta forma, fica possível entender as raízes das representações trazidas pelos estudantes, bem como sua forma de coerência.

Ainda segundo o mesmo autor, permitir que os alunos façam a discussão e a explicação de seus raciocínios espontâneos viabiliza a análise de como interpretam o objeto de

estudo. Existe uma dificuldade por parte dos professores de se colocarem no lugar do aluno, de modo a perceber que os mesmos muitas vezes não compreendem um assunto que o professor domina totalmente e, de certa forma, banaliza. De nada adianta explicar uma técnica de resolução para um problema matemático se o aluno não tem conhecimentos básicos para compreender esse processo, ou seja, não basta que os professores tenham a memória de suas próprias aprendizagens para imaginar o conhecimento já construído na mente do aluno. A competência didática do professor é essencial, ajudando-o a fundamentar-se nas representações prévias dos estudantes, sem se fechar nelas, e encontrar um ponto de entrada em seu sistema cognitivo, uma maneira de desestabilizá-los apenas o suficiente para levá-los a restabelecerem o equilíbrio, incorporando novos elementos às representações existentes e reorganizando-as se necessário.

Ainda sobre este tópico, Perrenoud (2000) indica a pertinência em trabalhar a partir dos erros e dos obstáculos à aprendizagem, pois o aprendizado não é um processo de memorização, mas sim uma reestruturação do sistema de compreender o mundo estruturado pelo estudante, considerando importante o trabalho cognitivo nesse processo. Sob este aspecto, o erro é uma importante ferramenta para ensinar, um revelador dos mecanismos de pensamento do aprendiz. Além disso, para o autor, podem representar etapas inestimáveis do esforço de compreender; logo, o professor deve reconduzir o processo de aprendizagem, proporcionando ao aluno os meios necessários para que possa tomar consciência de suas incorreções, identificar suas origens e transpô-las.

Brousseau (1983 apud Almouloud, 2007) considera fundamental o papel do erro, uma vez que, em situações de aprendizagem, o conhecimento sai de um estado de equilíbrio, passa por fases transitórias, chega a um novo estágio de equilíbrio, significando que houve uma reorganização dos conhecimentos, o que permitiu integrar um novo conhecimento ao saber antigo.

Este autor, citando teorias ligadas à psicologia social, afirma que, diante das pesquisas em didática da Matemática, há um embasamento na noção de “conflito sociocognitivo”, isto é, resumidamente, uma crença de que o conflito pode facilitar a aquisição de conhecimento. O erro tem papel muito importante na aprendizagem, portanto, principalmente na concepção construtivista. E foi nesta perspectiva que tal ocorrência serviu de base a este estudo, conectando-se ao conceito de aprendizagem significativa,

cuja concepção orientadora é comentada a seguir.

2. Aprendizagem significativa

Neste trabalho, o conceito de aprendizagem significativa teve um papel fundamental. Para Ausubel (1968 apud Moreira e Masini, 1982), este tipo de construção cognitiva ocorre quando uma nova informação associa-se a conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva de quem aprende. O autor define o armazenamento de informações no cérebro humano como altamente organizado, de maneira hierárquica, representando abstrações de experiências do indivíduo. De acordo com esta proposição, elementos mais específicos de conhecimentos são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos.

Quando um conteúdo novo a ser aprendido não estabelece nenhuma ligação com um conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do aluno, ocorre o que Ausubel (2003) denomina de aprendizagem mecânica.

A aprendizagem mecânica, ao contrário da aprendizagem significativa, não estabelece nenhuma relação ou faz uma insignificante relação entre os conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva e a nova informação. Logo, a informação é armazenada de forma arbitrária, ou seja, não faz ligação com os conceitos subsunçores específicos. Desta forma, Ausubel (2003) define a relação entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa como um continuum. A aprendizagem mecânica ocorre até que alguns elementos de conhecimento, relevantes para novas informações na mesma área, existam na estrutura cognitiva e possam servir de subsunçores, ainda que pouco elaborados. O conteúdo que foi aprendido de forma mecânica futuramente poderá ser um subsunçor e auxiliar a aprendizagem significativamente. Assim, conceitos subsunçores podem ser vistos como conteúdos ou informações que assumem um papel relevante na ancoragem de novas informações, tornando a aprendizagem significativa.

Segundo Ausubel (1968 apud Moreira e Masini, 1982), a aprendizagem significativa pode ocorrer por recepção e por descoberta. Na aprendizagem significativa por recepção, o conteúdo a ser aprendido é apresentado na sua forma final, enquanto que na aprendizagem significativa por descoberta o aluno não recebe um conteúdo na forma final, necessitando analisar e descobrir o seu sentido. Tanto a aprendizagem por recepção como por descoberta serão consideradas significativas se a nova informação se estruturar de forma não-arbitrária na estrutura cognitiva. É importante observar que a

aprendizagem receptiva não é apenas um processo passivo de abstração, mas sim um processo ativo de interação com os conceitos já adquiridos.

Como maneira de atingir aprendizagens significativas, Ausubel (2003) recomenda o uso de organizadores prévios, que são conteúdos introdutórios apresentados antes do assunto a ser aprendido, servindo de ponte entre o que o aluno (aprendiz) já sabe e o que ele deve saber, com o objetivo de que o novo assunto (material) possa ser aprendido de forma significativa. Caso o novo assunto seja totalmente não-familiar, um organizador “expositório” é usado para prover subsunçores relevantes aproximados, subsunçores estes que tentam uma relação superordenada com o novo material, fornecendo uma ancoragem ideacional em termos do que já é familiar para o aprendiz. Em situação aonde o material seja relativamente familiar, um organizador “comparativo” é usado para integrar novas idéias com conceitos basicamente similares existentes na estrutura cognitiva.

Segundo Ausubel (1968 apud Moreira e Masini, 1982) os organizadores são eficientes quando apresentados antes do assunto a ser aprendido, pois dessa forma suas propriedades integrativas ficam salientadas. Os organizadores são facilitadores para a aprendizagem de informações potencialmente significativas. Uma maneira de observar se o aprendiz aprendeu de forma significativa é propor uma tarefa de aprendizagem, sequencialmente dependente de outra, que não possa ser executada sem um perfeito domínio da precedente.

O processo de assimilação é um processo que ocorre quando um conceito ou proposição, potencialmente significativo, é assimilado sob uma idéia ou conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva, como um exemplo de extensão, elaboração ou qualificação do mesmo.

Em Educação Matemática, por exemplo, o conceito de “razões trigonométricas no triângulo retângulo” será potencialmente significativo para o aprendiz que já tiver o conceito de triângulos semelhantes em sua estrutura cognitiva. O novo conceito específico “razões trigonométricas no triângulo retângulo” será assimilado pelo conceito mais inclusivo e já adquirido de “triângulos semelhantes”. Logo, o conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo adquirirá significado para o aluno, e também o conceito geral de triângulos semelhantes, que ele já tinha será modificado e tornar-se-á mais inclusivo.

No âmbito deste artigo, considerou-se importante o caráter mediador das múltiplas tecnologias utilizadas no esforço de promover a aprendizagem significativa de trigonometria. Para isto, foi essencial uma abordagem baseada em estratégias pedagógicas que incluem, além das interfaces tradicionais, outras de caráter digital.

3. TICs e Educação Matemática: estratégias pedagógicas

As TICs têm sido cogitadas como elementos didáticos importantes no processo de ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos. Vários autores (Oliveira, 2009a; Borba e Pentead, 1999; Borba, Malheiros e Zulatto, 2008; Frota e Borges, 2004, entre outros) mencionam o uso das TICs integradas à prática dos professores e ao movimento de construção do conhecimento dos alunos, cogitando a elaboração de novas formas de pensar e fazer matemática, com as tecnologias digitais como extensões pessoais e/ou como elementos integradores de estratégias pedagógicas inovadoras.

Oliveira (2008) discute em sua pesquisa com mestrados em Educação Matemática o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação como instrumento para o desenvolvimento de atividades, contemplando o ensino-aprendizagem em Matemática nos níveis fundamental e médio, envolvendo softwares e tecnologias computacionais. Segundo o autor, as TICs por si só são insuficientes como elementos que proporcionam ambiência à construção do conhecimento. Os processos de interação e comunicação entre os sujeitos do ensino/aprendizagem e as estratégias pedagógicas dos professores são mais importantes que as tecnologias em questão.

De acordo com os PCNEM (BRASIL, 1999), é preciso ainda uma profunda reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando se refere às tecnologias ligadas à Matemática, tomar-se por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, sem desconsiderar sua importância, não constituem o centro da questão. O cerne das propostas de integração das tecnologias devem ser as estratégias que permeiam o trabalho docente em sala de aula. Nem mesmo os softwares, elementos considerados essenciais para o funcionamento de quaisquer tecnologias digitais, são os elementos mais relevantes. Isto porque os programas, em si, não são elementos didáticos:

o termo software didático é meramente relativo, no máximo, a uma intenção, mas sua efetividade didática depende de estratégia, planejamento, crítica, debate e significação. Não há software didático, por si, assim como não há tecnologias que educam (OLIVEIRA, 2009a, p. 6).

De fato, a melhor tecnologia informática pode ser subutilizada ou vir até mesmo em prejuízo do bom processo de aprender e ensinar. É preciso criar ambiências para que, no contexto de um trabalho que tenha por alvo construir conhecimentos e promover a autonomia dos estudantes, as tecnologias sejam mediadoras, auxiliando o professor em seu papel de orientação e promoção de interações. Para Oliveira (2009a, p. 4):

os artefatos tecnológicos presentes nas situações didáticas podem ter um caráter mediador, permanecendo a serviço de uma estratégia didática que têm o aprendiz como foco, que busca entender e planejar de acordo com as mais diversas propostas que lhe permitam ampliar a autonomia diante do desafio de aprender.

Por outro lado, no Brasil, por causa da sua dimensão, é difícil pensar em um programa nacional de informática que seja adequado a todas as escolas. O sucesso das ações de larga escala depende muito da articulação entre as diversas ações isoladas. Através dessa articulação, se poderá ter o uso de informática na educação de forma adequada em relação a cada região brasileira, o que permitiria melhorar o uso da tecnologia e informática nas escolas (Borba e Penteado, 2007, p. 27). De outra maneira, os mesmos autores (ibidem) enfatizam como eram os discursos sobre o perigo que a utilização da informática poderia trazer para a aprendizagem dos alunos. Estes discursos alegavam que aluno só iria apertar teclas e obedecer às orientações do computador, contribuindo assim para tornar-se um mero repetidor de tarefas. Então, o raciocínio matemático passaria a ser realizado pelo computador, o que faria com que o aluno não raciocinasse, e, por conseqüência, não desenvolvesse sua inteligência. Este discurso não pode ser levado a sério no âmbito de processos significativos de ensino-aprendizagem em Matemática. Tecnologias só causam dependência se os artefatos e demais dimensões máqunicas não cumprem o papel de interface entre o conhecimento (matemático, no caso) e o binômio aluno-aprendiz + professor-orientador (Oliveira, 2007). Frota e Borges (2004) relacionam a dependência de artefatos como um processo de mero consumo de tecnologias e não de seu uso didático, que depende de planejamento, crítica e reflexão do professor.

De fato, os computadores não substituem os seres humanos ou simplesmente os complementam, mas auxiliam na reorganização do pensamento, com outras formas de proceder à formulação e à resolução de problemas. Isto porque a correta inserção de novos elementos tecnológicos em um processo de ensino tem apenas o efeito de redefinir as práticas, e não de extingui-las (Oliveira, 2007). Sobre este aspecto, Lévy

(1993) considerava o pólo informático-midiático como evolução-extensão dos pólos anteriores, chamados por ele de pólo da oralidade primária e pólo da escrita. O acréscimo de novas condições de comunicação, uso e memória, portanto, redefiniram os usos anteriores e as tecnologias mais tradicionais, por assim dizer.

Em função dos pressupostos teóricos supramencionados, o trabalho investigativo relatado neste artigo teve lugar, como adiante se descreve.

4. Procedimentos metodológicos

Os sujeitos desta pesquisa são estudantes do 2º ano do Ensino Médio, período noturno, de uma escola pública da cidade de Guaratinguetá, interior de São Paulo, na região do Vale do Paraíba. A escolha deste grupo se deu em função de os alunos em questão já possuírem, em tese, a noção de trigonometria no triângulo retângulo e também o conceito de funções no conjunto dos números reais.

Alunos desta série foram considerados como sujeitos, também, por terem em seu conteúdo programático, definido pelas Orientações Curriculares Nacionais (Brasil, 2006), a trigonometria no ciclo trigonométrico e o gráfico da função trigonométrica, especificamente os gráficos da função $y=\text{sen}x$ e $y=\text{cos}x$.

Especificamente, a 2ª série D foi escolhida porque os alunos são assíduos e comprometidos com a aprendizagem, segundo as informações de seus professores, não significando que são alunos nota “A”, ou seja, aqueles que têm o melhor rendimento. O experimento foi feito no período de aula, com alguns alunos desta classe – doze, ao todo, e que se habilitaram voluntariamente. Foi necessário pedir a autorização aos responsáveis desses estudantes para que pudessem participar desta pesquisa.

Dois instrumentos foram utilizados na pesquisa. O primeiro, com quatro atividades, descritas mais adiante, deveria ser trabalhado pelos alunos com tecnologias chamadas de “tradicionais”: lápis, régua, papel e transferidor. Esta atividade foi planejada para ser aplicada em duas sessões, de cem minutos cada. A idéia era que as atividades conduzissem os alunos para a construção, reflexão e transcrição sobre conceitos relativos às funções seno e cosseno. O tempo, entretanto, não foi suficiente. Houve a necessidade de uma reformulação, com o acréscimo de outras duas sessões, também de cem minutos cada. Entre as dificuldades que surgiram, e que causaram a necessidade de mais sessões, a mais significativa foi a de trabalhar com o transferidor, já que a primeira

questão exigia a manipulação do instrumento para obter as projeções dos ângulos nos eixos cartesianos.

Com base na proposta curricular do ensino do Estado de São Paulo (São Paulo, 2008), especificamente no caderno do aluno da 2ª série do ensino médio, 1º bimestre, objetivou-se, na proposição, que a sequência de ensino privilegiasse a construção do conhecimento de forma significativa, ao invés de focar a mecanização de processos e em procedimentos decorativos. Com atividades semelhantes às do caderno do aluno, buscou-se a análise e a reflexão dos dados obtidos na realização da atividade, fazendo um confronto entre as construções no papel e no computador.

Através dos princípios da engenharia didática (Artigue, 1989 apud Almouloud, 2007), foram feitas as análises a priori de todas as sessões realizadas, destacando as variáveis didáticas e as estratégias previamente pensadas. Posteriormente, procedeu-se à experimentação, ao processo de análise à posteriori e à validação.

A resolução das atividades foi prevista individualmente para aquelas realizadas no papel, por tratar-se de tarefas que exigiam concentração e manipulação através de ferramentas de difícil compartilhamento (régua, transferidor); e em grupo de três pessoas no caso das tarefas computacionais. Esta estratégia é esclarecida ao longo deste artigo.

5. A Proposta Curricular do Estado de São Paulo como referência

Na proposição das atividades atinentes a esta investigação, tomou-se por base, em seu aspecto documental, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (São Paulo, 2008). Por tratar-se de documento oficial, que subsidia as práticas docentes cotidianas – e, por consequência, representar o material como o qual os alunos estão em contato nas aulas de Matemática, no caso – os cadernos docentes e discentes, portadores de enunciados e exemplos, foram adotados como referencial na elaboração das atividades. Isto implica na adoção de eventuais noções paramatemáticas (Chevallard, 1991; Oliveira, 2009b) utilizadas como elementos auxiliares para a construção do conhecimento quando da elaboração de tarefas, tanto na Proposta quanto na pesquisa em questão. Sobre tais noções, argumenta Oliveira (2009b, p.215):

As noções paramatemáticas são aquelas que representam um caráter utilitário em relação às noções matemáticas, ou seja, permeiam a atividade matemática nos contextos de ensino-aprendizagem sem serem, por si mesmas, objetos de estudo. Usualmente, não são saberes

avaliados formalmente, em função de o caráter auxiliar que detêm em relação à construção do conhecimento matemático, tendo, em relação a este, um status de ferramenta ou de interface.

Isto porque, de acordo com Chevallard (1991), o saber acadêmico original não é adequado, em sua forma original, para as relações de ensino-aprendizagem na escola, necessitando de transformações adaptativas que o tornem adequado ao trabalho didático – esta forma de apresentação do saber original é chamada, na teoria da Transposição Didática, de saber a ensinar (Chevallard, 1991). Quanto às características deste saber, do ponto de vista que interessa a esta investigação, aponta Oliveira (2009a, p. 211) que o mesmo é

ligado a uma abordagem didática, e que tem por finalidade organizar pedagogicamente e apresentar aos estudantes determinado saber através de livros didáticos e materiais semelhantes, nos quais a apresentação é feita de maneira diversa daquela encontrada nos escritos originais, veículos do saber científico. O saber a ensinar é aquele que surge, também, nas matrizes curriculares e nos conteúdos programáticos das disciplinas no âmbito escolar. Este tipo de saber é menos consensual, por assim dizer, que o saber sábio, uma vez que responde aos interesses de gestores educacionais, autores de livros e materiais, diretrizes governamentais, entre outras instâncias.

O que se aponta aqui é que, apesar da inexistência de consenso, é o saber a ensinar, com suas noções matemáticas, paramatemáticas e protomatemáticas que se encontra exposto nos cadernos advindos da Proposta Curricular usada nesta pesquisa (São Paulo, 2008), com suas transformações adaptativas e recursos ao entendimento, os quais, evidentemente, permanecem em concordância com o saber matemático original (saber sábio), tomado sempre como referência (Chevallard, 1991; Oliveira, 2009b).

Tendo como objeto de análise os protocolos recolhidos, as gravações e as observações feitas durante a aplicação, seguem a descrição das resoluções feitas pelos alunos durante a experimentação, representando a análise a posteriori da sequência didática.

Como já mencionado, a primeira atividade foi realizada individualmente por 12 (doze) alunos. Resolveu-se identificá-los por letras maiúsculas do alfabeto. Logo, a identificação dos estudantes ficou assim: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K e L.

6. Primeiro instrumento de pesquisa

Na primeira atividade deste instrumento, o aluno deveria obter as medidas das projeções dos ângulos nos eixos x e y , completar uma tabela com os valores das projeções e

concluir, refletindo sobre a resposta dada. Os alunos apresentaram problemas na realização integral desta atividade, pois tiveram dificuldades na obtenção das projeções no ciclo trigonométrico, que era de extrema importância para a realização dos itens seguintes. Após a mediação do pesquisador, em relação à utilização do transferidor para a obtenção das projeções, a atividade teve um grau satisfatório de aproveitamento, considerando o desempenho geral. Para a construção do ciclo trigonométrico, foi necessária certa precisão com o transferidor, régua e lápis para traçar as projeções e determinar as medidas. Ainda assim, nem todos os estudantes foram precisos quando traçaram as projeções e suas medidas nos respectivos eixos.

Oito alunos conseguiram ter uma boa precisão (traçar as projeções paralelas aos eixos e determinar a medida da projeção) ao realizar esta atividade. Isso não significa que os demais alunos não conseguissem realizar a tarefa: sabiam como deviam proceder, porém não foram precisos (não conseguiram traçar as projeções paralelamente aos eixos). Com isso, as medidas das projeções foram alteradas na construção do ciclo.

Esses alunos nunca construíram um ciclo trigonométrico, porém tinham subsídios para receber essa nova informação, tais como o conhecimento das unidades do ângulo, como marcar pontos no sistema de coordenadas cartesianas, como manipular o transferidor. Com relação a este último, embora não lembrassem muito bem como usar, a mediação foi relativamente simples, por ser um conhecimento já adquirido.

De maneira geral, esses conhecimentos anteriormente adquiridos serviram de “âncora” para os oito alunos que conseguiram ter uma boa precisão na consecução da atividade. A partir de então, e com as discussões coletivas sobre a produção realizada, o conhecimento novo passou a ter significado (Ausubel, 2003).

Após a construção do ciclo, havia a necessidade de completar uma tabela com as respectivas medidas das projeções dos ângulos. Dos doze participantes, quatro alunos completaram a tabela corretamente, quatro o fizeram com poucos erros e quatro erraram completamente. Julgou-se importante nesta análise, em seguida, trazer algumas representações significativas desde os protocolos produzidos pelos sujeitos, inclusive como forma de esclarecer a categoria “poucos erros”, utilizada nesta digressão.

O aluno G, bem como os Alunos B, D, E, F, I, K e L, conseguiram ter uma boa precisão em determinar os elementos solicitados no ciclo trigonométrico, ou seja, estes estudantes determinaram de maneira satisfatória as projeções e as medidas das

projeções dos ângulos na circunferência. É importante destacar, contudo, que os Alunos D, E, G e I tiveram alguns erros na construção da tabela. Para ilustrar, a Figura 2 traz a circunferência trigonométrica construída corretamente pelo Aluno G, enquanto que a Figura 3 indica, com relação ao mesmo aluno, alguns erros na construção da tabela.

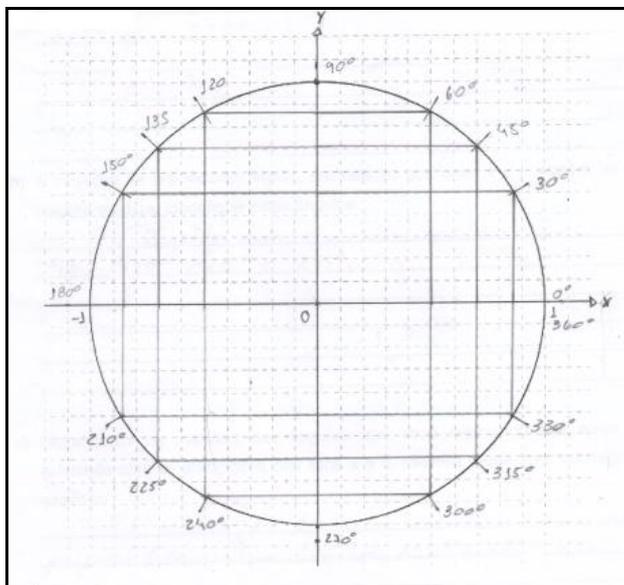


Figura 1 – Construção do Aluno G (precisão ao construir o ciclo)

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
PROJEÇÃO	x	1	0,9	0,7	0,5	0	0,9	-0,7	-1
	y	0	0,5	0,7	0,9	1	-0,5	-0,7	0

ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
PROJEÇÃO	x	-0,9	-0,7	-0,5	0	0,5	0,7	1
	y	-0,5	-0,7	-0,9	-1	-0,9	-0,7	0

Figura 2 – Tabela de Aluno G

Quanto ao protocolo produzido por este aluno:

- Primeira observação: o aluno trocou as medidas das projeções de 120°. O correto seria a projeção de 120° em x igual a -0,5 e a projeção de 120° em y igual a 0,9;
- Segunda observação: a projeção de 135° em y é 0,7 e não -0,7.
- Terceira observação: a projeção de 150° em y é 0,5 e não -0,5.

Desta forma, o Aluno G teve uma boa precisão ao construir o ciclo trigonométrico, porém, ao transpor os valores determinados pelas projeções para a tabela, cometeu pequenos erros, como foi analisado acima. Tais erros foram relativos às trocas de sinais

e inversão dos valores do seno e cosseno de 120° . Da mesma forma, os demais alunos, B, D, E, F, I, K e L tiveram um aproveitamento semelhante nesta atividade, inclusive com relação aos erros.

O aluno A, bem como os alunos C, H e J, não conseguiram ter uma boa precisão na realização da tarefa relativa ao ciclo trigonométrico. Sendo assim, as projeções não ficaram paralelas e a determinação das medidas das projeções dos ângulos na circunferência ficou impossibilitada, como mostra a próxima figura.

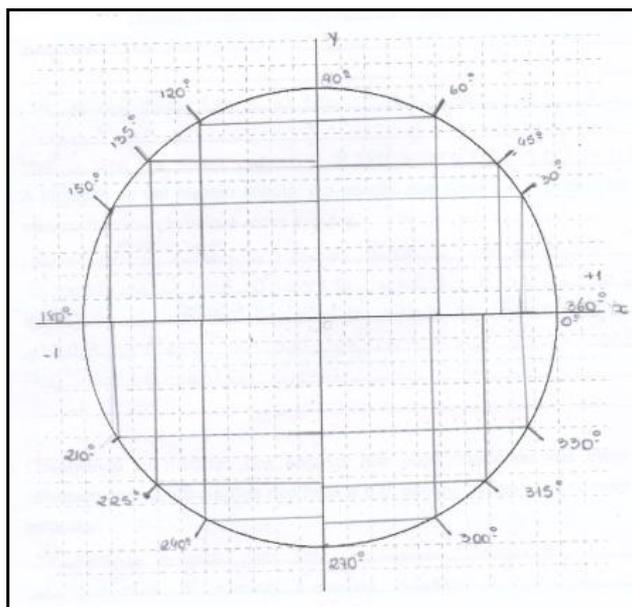


Figura 3 – Registro de Aluno A

A tabela que o Aluno A completou, relativa à atividade, também traz elementos dignos de menção, conforme mostra a Figura 4.

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	
PROJEÇÃO	x	0	0,85	0,7	0,5	1,0	-0,5	-0,7	-0,9	-1,0
	y	0	0,5	0,68	0,9	1,0	0,9	-0,7	-0,5	-1,0

ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
PROJEÇÃO	x	-0,9	-0,7	-0,5	-1,0	0,5	0,7	0,85	1,0
	y	-0,5	-0,7	-0,85	-1,0	0,9	0,7	0,5	1,0

Figura 4 – Tabela preenchida por Aluno A

O protocolo produzido por este aluno merece as seguintes observações:

- Primeira observação: para os ângulos de 0° , 90° , 180° , 270° e 360° , o aluno marcou valores repetidos, isto é, para o mesmo ângulo as medidas das projeções em x e em y têm o mesmo valor, mostrando que não percebeu como são as projeções destes ângulos;
- Segunda observação: as medidas das projeções de 30° em x e 60° em y foram preenchidas na tabela com valores 0,85 e 0,9, respectivamente, sendo que tais projeções deveriam ter o mesmo valor. O mesmo ocorreu com a medida das projeções de 45° em x e 45° em y, preenchidas com os valores 0,7 e 0,68, ou seja, erro igual ao anterior, o que pode indicar a imprecisão na utilização do transferidor no momento de marcar o ângulo na circunferência ou na projeção sobre os eixos;
- Terceira observação: os ângulos 120° , 135° e 150° têm projeções positivas em y. O aluno registrou todas negativas. E as projeções de 300° , 315° e 330° em y são todas negativas e não positivas conforme mostra o registro da figura anterior.

O Aluno A não teve uma boa precisão ao construir o ciclo trigonométrico. Além disso, ao transpor os valores determinados pelas projeções para a tabela, cometeu muitos erros, como é analisado acima. Os demais alunos C, H e J também não tiveram um bom aproveitamento nesta atividade.

Os registros dos alunos G e A são exemplos, escolhidos para a demonstração geral, objetivando caracterizar como os alunos realizaram as atividades e pelo fato de exibirem erros típicos.

Após a realização desta atividade, os alunos tinham outros três itens para responder: foi solicitado que identificassem ângulos diferentes que tivessem o mesmo valor de projeção e o ângulo que tivesse o mesmo valor de projeção em x e em y. Em seguida, o aluno deveria descrever suas conclusões em relação aos questionamentos.

Alguns protocolos foram escolhidos para representar como foi o desempenho dos alunos nesta atividade, de forma a contemplar respostas recorrentes (Figuras 5 e 6).

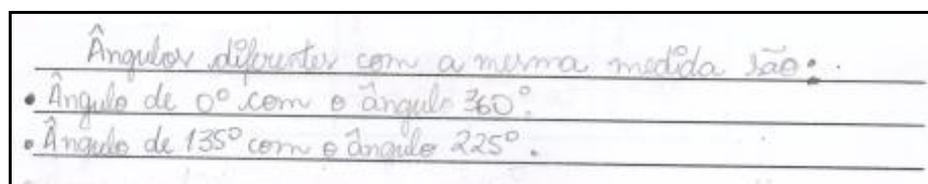


Figura 5 – Registro de Aluno D para a questão: “Existem ângulos diferentes que têm, em sua projeção no eixo, a mesma medida. Identifique-os”

Com relação ao questionamento exemplificado na figura anterior, os alunos se limitaram a relacionar alguns exemplos, sem, portanto, identificar todas as ocorrências existentes.

Em relação ao item seguinte, cinco alunos responderam de forma correta, registrando respostas semelhantes à do Aluno E, indicada na Figura 6.

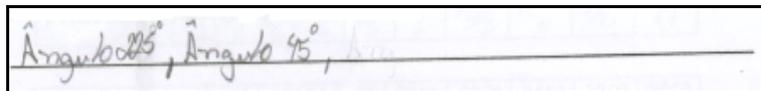


Figura 6 – Registro de Aluno E
“A projeção de um mesmo ângulo, em relação aos eixos x e y , podem ter a mesma medida. Identifique estes ângulos”

Entretanto, alguns alunos responderam com indicações dos ângulos 45° , 135° , 225° e 315° . Esses alunos não perceberam que os ângulos de 135° e 315° têm projeções com medidas representadas por números opostos, significando que não são iguais.

Com relação ao item seguinte, apenas um aluno (Aluno B) enxergou a simetria no ciclo, conforme pode ser constatado pelo seu registro, expresso na próxima figura.

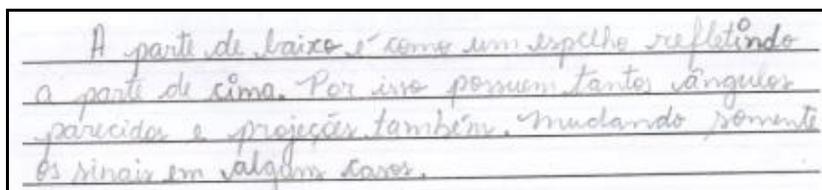


Figura 7 – Registro de Aluno B
“Observando as medidas dos ângulos que você relacionou aos eixos e refletindo com as afirmações dos itens a e b , escreva o que você conseguiu assimilar”

Neste caso, o Aluno B explicou com clareza o significado das construções anteriores, que era o objetivo da atividade. Os demais alunos tentaram descrever o que assimilaram, mas não conseguiram produzir respostas que pudessem ser consideradas corretas.

Na segunda atividade, o aluno deveria completar a tabela, trocando os números escritos na forma decimal para números escritos em forma fracionária, conforme a tabela enunciada nesta atividade. Os sujeitos entenderam, segundo foi possível concluir a partir de suas informações, a maneira pela qual a atividade deveria ser realizada. Entretanto, apesar disto, a maioria dos alunos cometeu algum erro. Os erros detectados, aliás, foram considerados pelo pesquisador, na continuidade da estratégia, como ferramentas futuras para o aprendizado. Segundo Perrenoud (1999) o erro revela os mecanismos do pensamento do aprendiz, o que fornece um elemento importante para o trabalho didático.

O objetivo dessa atividade era demonstrar que o número decimal pode ser representado

na forma fracionária, que é a forma usual para os gráficos das funções trigonométricas. Quatro alunos apresentaram dificuldades na consecução da atividade, tendo cometido muitos erros; três participantes completaram a tabela sem quaisquer erros; cinco sujeitos da pesquisa completaram a tabela cometendo alguns erros. Julgou-se importante nesta análise, em seguida, trazer algumas representações significativas desde os protocolos produzidos pelos sujeitos.

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
PROJEÇÃO	x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
	y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
PROJEÇÃO	x	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

Figura 8 – Registro produzido por Aluno K

O Aluno K, bem como os alunos B, E, conseguiram transpor os valores necessários sem cometer erros, conforme mostra a figura anterior.

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
PROJEÇÃO	x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
	y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
PROJEÇÃO	x	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

Figura 9 – Registro produzido por Aluno F – erros em destaque

O Aluno F, bem como os alunos D, G, I, L conseguiram transpor os valores cometendo alguns erros, o que denota alguma assimilação do conteúdo. Em particular, por exemplo, o Aluno F, ao escrever a medida da projeção de 240° em x e em y, inverteu os valores em relação à 315° (o correto seria $-\frac{\sqrt{2}}{2}$). Foi, também, muito comum o uso errado do sinal negativo para algumas medidas.

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
PROJEÇÃO	x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
	y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
PROJEÇÃO	x	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

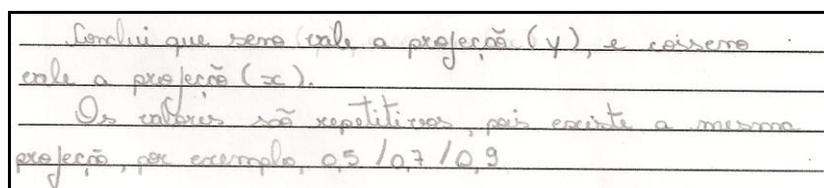
Figura 10 – Registro produzido por Aluno C – erros em destaque

O aluno C, bem como os alunos A, H, J, não conseguiram transpor os valores,

cometendo muitos erros. Mesmo assim, pode-se observar que existem alguns acertos, o que pode indicar a assimilação de algum conteúdo.

A maioria dos livros didáticos, ao abordar as razões trigonométricas no triângulo retângulo, insere uma tabela com os valores de seno e cosseno para os ângulos 30° , 45° e 60° , denominando os mesmos de “ângulos notáveis”, isto é, mais usados. A primeira atividade não institucionaliza, propositalmente, que as projeções de um ângulo em x e em y determinam respectivamente o cosseno e o seno desse ângulo – cabia ao aluno efetuar semelhante percepção. Portanto, o aluno, ao observar a tabela, que é um dado dessa segunda atividade, além da dinâmica das discussões, poderia concluir que as marcações obtidas na primeira atividade são relativas ao seno e ao cosseno.

Partindo de um conhecimento de base, que era a tabela construída por eles, que não mencionava os valores do seno e cosseno, e comparando com a tabela dos “ângulos notáveis”, o objetivo era que os alunos concluíssem que o seno de um ângulo é a medida da projeção de y e o cosseno é a medida da projeção de x . Essa atividade seria significativa para aqueles que construíram a tabela corretamente ou com poucos erros. Portanto, pode-se afirmar que a aprendizagem foi significativa apenas para o aluno A e o aluno C. A título de ilustração, segue registro do Aluno A.



Conclui que seno (x) é a projeção (y), e cosseno é a projeção (x).
Os valores são repetitivos, pois existe a mesma projeção, por exemplo, 0,5 / 0,7 / 0,9

Figura 11 – Registro de Aluno A

A atividade 3 solicitava transpor os valores da tabela para o plano cartesiano, sem fazer a definição de funções trigonométricas, apenas marcando os pontos no sistema de coordenadas cartesianas. O primeiro gráfico era para as projeções em y e o segundo gráfico para as projeções em x . Esta atividade tinha como objetivo ser um organizador prévio para o segundo instrumento. Segundo Ausubel (apud Moreira e Masini, 1982) os organizadores prévios são usados como uma estratégia para manipular a estrutura cognitiva do aprendiz com o intuito de facilitar a aprendizagem significativa.

Os alunos não conseguiram realizar essa transposição da tabela para o gráfico. Pode-se observar que até sabiam marcar os pontos no plano cartesiano, porém alguns erros de construção da tabela e a falta de atenção dos alunos contribuíram para que os gráficos

ficassem desfigurados, como mostram as Figuras 12, registro do Aluno A referente às projeções em x, e a Figura 13, registro do Aluno G, referentes às projeções em y. Esses exemplos foram característicos dos dados coletados.

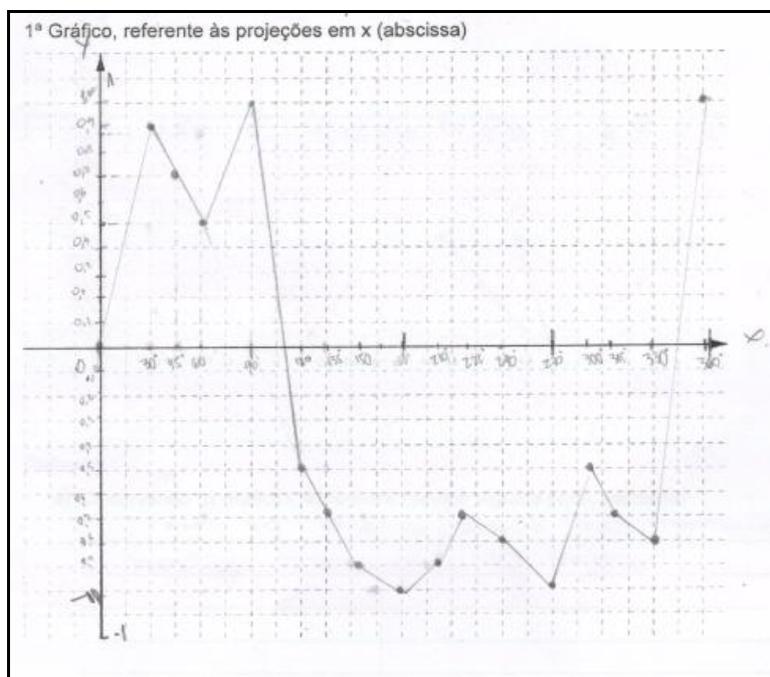


Figura 12 – Registro do Aluno A

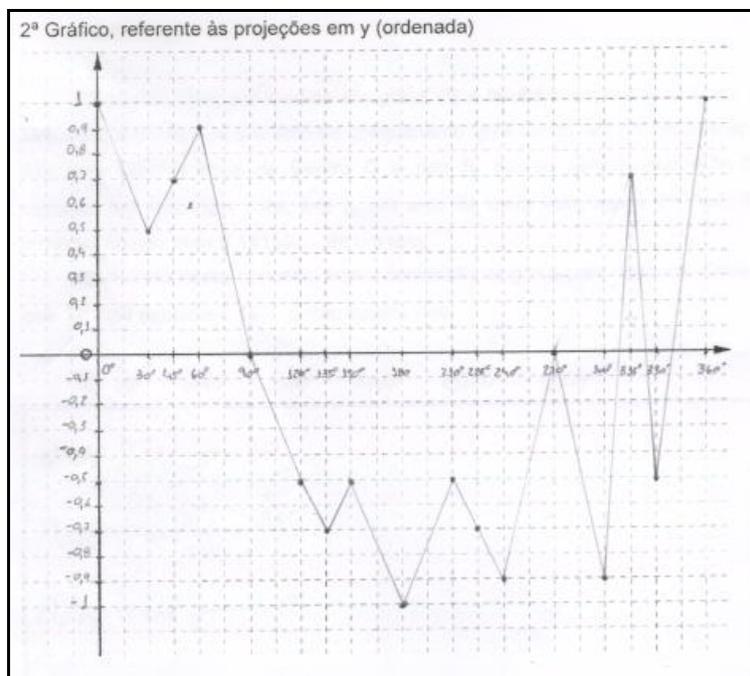


Figura 13 – Registro do Aluno G

O erro de construção dos gráficos está evidente. No âmbito desta análise, é importante considerar as asserções de Perrenoud (1999), que enfatiza ser o erro uma tentativa de

compreender determinado conteúdo, cabendo ao professor ter conhecimento em didática e em psicologia cognitiva para fazer a recondução dessa atividade, proporcionando meios para que o aluno possa identificar e transpor essa dificuldade.

7. Sobre o erro e a elaboração do segundo instrumento de pesquisa

De maneira geral, foi possível observar que apenas parte dos alunos conseguiu algum grau de acerto nas atividades um e dois do primeiro instrumento de pesquisa. As atividades seguintes deste instrumento, relativas aos gráficos, resultaram em erro para todos os casos. Pode-se observar, também, que os sujeitos não conseguiam manipular o transferidor a princípio, mas com a mediação do pesquisador, alguns estudantes começaram a ter um desempenho melhor na tarefa de marcar os ângulos na circunferência. Considerando que alguns conceitos de base seriam necessários para a realização destas atividades, pode-se constatar que parte deles estava consolidada na estrutura cognitiva dos alunos, ainda que dificuldades tenham surgido na mobilização dos mesmos.

Em um primeiro momento, pensou-se que as atividades do primeiro instrumento não criariam tantas dúvidas. Entretanto, percebeu-se que, em todas elas, existiram estudantes com dificuldades, o que culminou em problemas de natureza muito mais geral, quanto aos sujeitos, quando os mesmos realizaram a atividade três, na qual o gráfico saiu sem a configuração prevista – e sem a menor possibilidade de ser considerado correto. A manipulação do transferidor e a determinação de pontos em um plano cartesiano são assuntos que teoricamente fazem parte da estrutura cognitiva dos sujeitos desta pesquisa e, supostamente, o novo conhecimento iria ancorar nesse aspecto relevante. Entretanto, o experimento demonstrou a necessidade de reformulação das estratégias didáticas relativas ao processo de ensino-aprendizagem, como recomenda Oliveira (2009a).

Observando todo o contexto, e de posse das análises, percebeu-se que o objeto proposto no primeiro instrumento era, na realidade, um organizador prévio em relação ao segundo instrumento. Segundo Ausubel (1968 apud Moreira e Masini, 1982) como já mencionado, os organizadores prévios são materiais introdutórios apresentados antes do material a ser aprendido. Tais elementos servem de âncora para a nova aprendizagem, desenvolvendo no aprendiz subsunçores que facilitarão a aprendizagem subsequente.

Entretanto, o que se verificou foi à insuficiência de rendimento dos sujeitos, revelando a necessidade de reformulação da abordagem sobre o assunto. Os erros cometidos nas

atividades um e dois e, principalmente, aqueles cometidos na atividade três conduziram a elaboração do segundo instrumento, diferente daquele previsto no esboço da pesquisa. Este fato, no entanto, já era esperado, dada a abordagem reconstrutiva a partir dos erros, baseada em Perrenoud (2000) e Brousseau (2001). Em conformidade com as afirmações de Oliveira (2009a), Borba e Penteado (2003) e Kenski (2007), a estratégia adotada passou a prever a aplicação de atividades semelhantes com a mediação de TICs, mais especificamente do software Geogebra, pois ali estava em jogo um objeto matemático que deveria ser assimilado de forma significativa. Conforme já exposto, a questão não é a de usar um programa computacional como solucionador definitivo de problemas, mas de usar uma estratégia didática na qual tais elementos estejam presentes como mediadores. Além disso, entra em jogo a questão da aprendizagem colaborativa, que pede uma atuação do professor para que a mesma ocorra

a realização de atividades de forma coletiva, ou seja, a tarefa de um complementa o trabalho de outros. Todos dependem de todos para a realização das atividades, e essa interdependência exige aprendizados complexos de interação permanente, respeito ao pensamento alheio, superação das diferenças e busca de resultados que possam beneficiar a todos (Kenski, 2003, p.112).

Outro fator importante a considerar é a presença do erro no processo de ensino-aprendizagem e seu significado. A questão que se coloca não é o da mera certificação do erro – ou seja, confirmá-lo como elemento de incompetência do estudante – mas de seu uso reconstrutivo, como prevê Oliveira (2007). A este respeito, manifesta-se Perrenoud (2000, p.30)

Aprender não é primeiramente memorizar, estocar informações, mas reestruturar seu sistema de compreensão de mundo. Tal reestruturação não acontece sem um importante trabalho cognitivo. Engajando-se nela, restabelece-se um equilíbrio rompido, dominando melhor a realidade de maneira simbólica e prática.

Na visão de Astolfi (1997 apud Perrenoud 2000) o erro não deve ser visto como um elemento isolado, mas como um recurso didático, revelador do pensamento do estudante. É importante não desprezar o erro, mas vê-lo como uma fase da estruturação cognitiva, em busca de compreensão. Não basta apenas corrigi-lo, mas é importante fazer com que o aluno possa perceber sua ocorrência, identificar sua origem e superar o obstáculo que lhe deu causa.

No âmbito da sala de aula, e diante de um problema, quando os alunos dele se apropriam, a estrutura cognitiva de cada um põe-se em movimento, constrói hipóteses,

faz explorações, propõe tentativas (Ausubel, 2003). Neste aspecto, o trabalho coletivo favorece a discussão, havendo assim o encontro das representações, permitindo a cada um rever seu pensamento e considerar o dos outros colegas (Oliveira, 2009a).

Com relação às dificuldades no trabalho com lápis, papel e transferidor, os autores que suportam teoricamente este trabalho indicam que não se devem desprezar as iniciativas baseadas em tecnologias tradicionais, mas integrá-las ao uso de TICs em um processo, sob a égide do planejamento do professor e da estratégia prevista por ele.

Assim, o instrumento seguinte foi pensado a partir dos erros cometidos pelos alunos na consecução do primeiro. Enquanto na primeira experiência a realização das atividades ocorreu individualmente, utilizando lápis e transferidor, anotando os dados na folha de respostas, na segunda foi proposta a construção do ciclo trigonométrico usando o software Geogebra e a atividade foi realizada em grupos formados por três alunos, de forma a favorecer as discussões, as interações e a busca por respostas. Entretanto, as duas abordagens compõem uma só estratégia.

8. Segundo instrumento de pesquisa

Após a ambientação com o software Geogebra³, os alunos, divididos em quatro grupos de três componentes cada, começaram a demonstrar maior facilidade em sua manipulação. A construção do ciclo trigonométrico, primeira atividade do segundo instrumento, foi realizada sem muitas dificuldades, em grande parte porque os alunos auxiliavam uns aos outros nos seus grupos. Não ocorreu qualquer erro na execução desta atividade. Pode-se observar uma considerável melhora na construção da tabela trigonométrica, o que facilitou o processo. Todos os quatro grupos construíram a tabela trigonométrica corretamente. Esta tarefa foi utilizada como uma tentativa de trabalhar com o erro que alguns alunos tiveram no primeiro instrumento avaliativo, propondo uma estratégia pedagógica diferente, onde os alunos trabalhariam em grupos, fazendo assim um debate sobre o conhecimento já visto anteriormente de forma a concluir com maior propriedade sobre o significado dessa construção.

Como exemplo, pode-se observar o registro do grupo G3, composto pelos alunos F,K,L.

³ O Geogebra é utilizado tanto para geometria dinâmica como para o ensino de álgebra e foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, na University of Linz. Pode ser obtido e usado gratuitamente a partir do endereço eletrônico <http://www.geogebra.org>. Sobre a ambientação em relação ao aplicativo, uma sessão adicional, com cem minutos de duração, aproximadamente, foi realizada para o trabalho, em relação aos estudantes, com as competências básicas necessárias no âmbito da pesquisa.

Após a construção por parte dos quatro grupos, os mesmos foram questionados sobre a facilidade no entendimento com o auxílio do software Geogebra através da seguinte pergunta: “A construção com o GeoGebra facilitou seu entendimento? Explique o seu ponto de vista”. Em seguida, estão os registros feitos pelos grupos.

ÂNGULO	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	
PROJEÇÃO	x	1	0,9	0,7	0,5	0	-0,5	-0,7	-0,9	-1
	y	0	0,5	0,7	0,9	1	0,9	0,7	0,5	0

ÂNGULO	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	
PROJEÇÃO	x	-0,9	-0,7	-0,5	0	0,5	0,7	0,9	1
	y	-0,5	-0,7	-0,9	-1	-0,9	-0,7	-0,5	0

Figura 14 – Registro do grupo G3

Facilitou sim, pois mostra os pontos exatos das projeções e os ângulos.

Figura 15 – Registro escrito do grupo G1

O grupo G1, formado pelos alunos A, G e I, indicou a facilidade que o software Geogebra proporcionou, ao mostrar os pontos exatos das projeções dos ângulos nos eixos, conforme pode ser conferido no registro da Figura 15.

O grupo G2, formado pelos alunos C, E e J, observou o alinhamento que o software faz entre o ângulo e a projeção, concluindo que foi um fator que facilitou a conclusão correta da atividade, conforme exposto na Figura 16 .

Sim, pois o programa facilitou muito, com seu alinhamento perfeito.

Figura 16 – Registro escrito do grupo G2

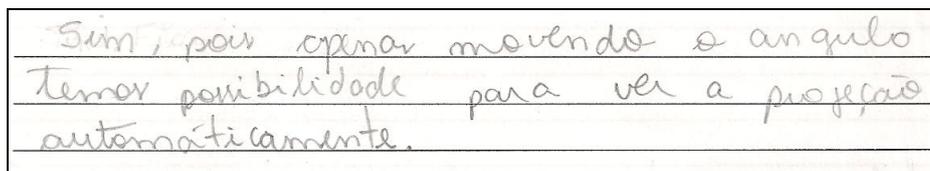
O grupo G3, formado pelos alunos F, K e L, destaca que o programa facilitou a identificação das projeções, o que se encontra registrado na próxima figura.

Sim, pois facilita melhor na hora de identificar sua projeção.

Figura 17 – Registro escrito do grupo G3

O grupo G4, formado pelos alunos B, D e H, comenta sobre o recurso que o software tem em relação ao dinamismo, isto é, ao mover o ponto C, o ângulo formado pelos

pontos BÂC é alterado, dando as projeções respectivas aos ângulos a serem identificados, conforme pode ser conferido na Figura 18.



Sim, pois apenas movendo o ângulo tem a possibilidade para ver a projeção automaticamente.

Figura 18 – Registro do Grupo 4

A segunda atividade do segundo instrumento também foi concluída corretamente por todos os grupos. A construção da circunferência trigonométrica e as determinações exatas das projeções favoreceram para que os estudantes concluíssem essa tarefa com êxito.

Em depoimento, registrado nas gravações realizadas, todos concordaram com a facilidade de construir a circunferência trigonométrica utilizando o software. Neste aspecto, percebeu-se que as características da interface, em conjunto com a estratégia pedagógica utilizada, fomentaram de forma bastante positiva o trabalho dos grupos no que se refere à construção dos gráficos. Isto permitiu recuperar questões relativas aos erros cometidos nas construções anteriores. Desta forma não ocorreram novos erros. Alguns fatores foram importantes para esta ocorrência:

- O trabalho colaborativo dentro dos grupos, como já recomendava Oliveira (2009a);
- A abordagem que permitiu, nas atividades e discursos – enfim, na estratégia pedagógica – a recuperação das dificuldades apresentadas e sua análise a partir do ambiente dinâmico (Perrenoud, 2000; Brousseau, 2001). Isto reflete, também, uma rica possibilidade no âmbito da avaliação formativa, que consiste em utilizar os resultados provisórios, obtidos até aquele momento, no fomento da aprendizagem e em seu avanço;
- O encadeamento das atividades, típica do planejamento, que permitiu criar uma ambiência para a construção do conhecimento. Uma vez que a tabela anterior havia sido grafada corretamente, os gráficos também ficaram corretos (Oliveira, 2009a), conforme pode ser verificado nas figuras a seguir.

Esta construção foi realizada com muita facilidade pelos alunos, que comentaram de maneira bastante ampla com relação ao progresso que tiveram desde a primeira atividade, no ambiente lápis e papel. Não obstante, relataram que a fase relativa ao trabalho com a primeira atividade foi fundamental para que a segunda, usando o Geogebra, complementasse a compreensão. Percebe-se pelos gráficos construídos pelo

G1 (grupo 1) e G2 (grupo 2) a evolução em relação a atividade 3 do primeiro instrumento.

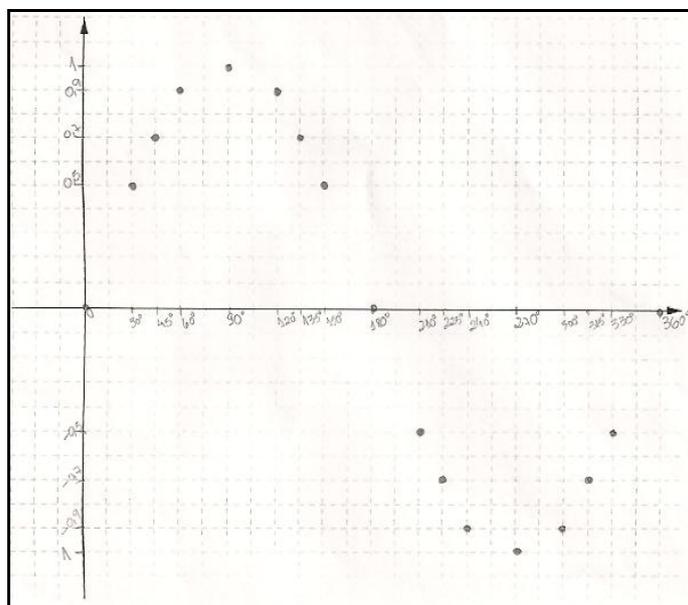


Figura 19 – Registro gráfico do grupo G1

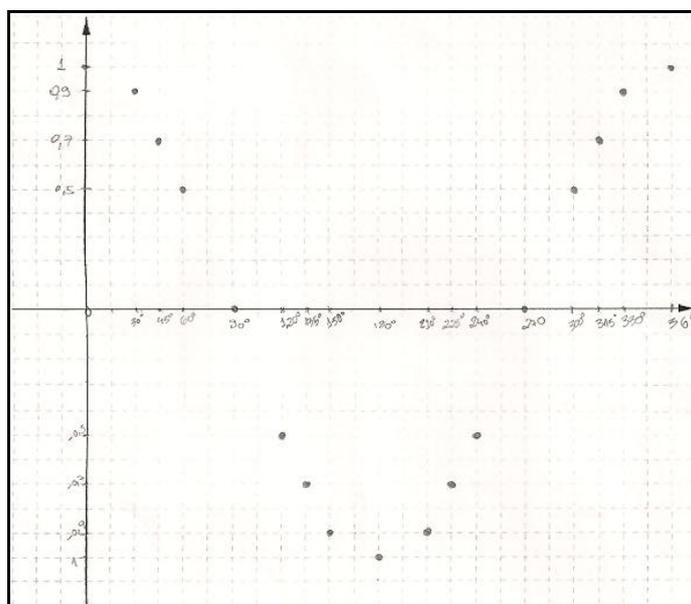


Figura 20 – Registro gráfico do grupo G2

Nas gravações, também, foi possível coletar, nos depoimentos dos alunos, que os mesmos acharam bastante fácil a marcação dos pontos e que haviam concluído que o gráfico das projeções em x era a curva da função cosseno e o gráfico das projeções em y era a curva da função seno – ressalte-se que isto ocorreu como resultado de toda a estratégia didática, e não só em função da segunda parte da mesma, e que os estudantes

conseguiram chegar a tais conclusões sem que o pesquisador lhes dissesse – evidentemente, após todas as atividades, as discussões com o pesquisador permitiram institucionalizar o conhecimento adquirido.

Considerações finais

As pesquisas em Educação Matemática sobre o uso da tecnologia como um recurso mediador das relações de aprendizagem nas escolas públicas de ensino básico, sob o ponto de vista de integrarem uma estratégia pedagógica mais ampla, permanecem, ao mesmo tempo, como um recurso importante e como um grande desafio para professores, pesquisadores e gestores do sistema de ensino. Podem ser recursos à medida que passem a ser utilizadas pelos docentes como fontes de estudo e de criação de estratégias pedagógicas, para as quais diversas tecnologias podem ser empregadas. Não cabe aqui discutir a fundo a questão da formação dos professores para a criação de semelhantes estratégias, mas é importante assinalar que as tecnologias não podem ser inseridas no processo sem esta característica mediadora, sem o planejamento devido, sem o conhecimento de causa por parte dos professores, que excedem a visão de meros consumidores de recursos tecnológicos para se tornarem agentes de orientação, de criação e de refinamento de estratégias de aprendizagem significativa. Permanecem como desafios quando se depara com a necessidade de divulgá-las amplamente, e de produzir pesquisas que realmente conduzam material relevante para o trabalho docente, sem procurar repetir fórmulas ou aderir a discursos dogmáticos (Oliveira, 2009a).

O presente trabalho consistiu em analisar o quanto é relevante o uso do software de Geometria Dinâmica Geogebra na aprendizagem significativa, em continuidade de atividades realizadas inicialmente com lápis, papel, régua e transferidor. Todo este instrumental é composto por diferentes tecnologias, estáticas e dinâmicas, que compõem uma estratégia pedagógica destinada a incentivar, por parte dos estudantes, a construção do conhecimento sobre os tópicos de trigonometria na circunferência (Ausubel, 2003; Oliveira, 2009a).

As conclusões aqui apresentadas resultaram das análises dos protocolos dos alunos, bem como de suas reflexões durante a resolução das atividades. Desde já se indica a necessidade de ampliar o escopo deste estudo, de modo a procurar constatar a pertinência destas asserções em relação a um grupo com mais participantes, com um número maior de sessões, por exemplo, ou com diferentes metodologias.

Na atividade sobre a construção do ciclo trigonométrico utilizando lápis, transferidor e papel, ficou evidente que os alunos tinham dificuldades para trabalhar com tais ferramentas, ou não lembravam mais como utilizá-las. Não foi possível posicionar com precisão, nesta pesquisa, se as dificuldades de aprendizagem eram mais relativas aos conteúdos de trigonometria ou relativos à manipulação dos instrumentos tecnológicos tradicionais, o transferidor em especial. Entretanto, esta ocorrência parece indicar que deve haver uma preocupação com a contemporaneidade da tecnologia usada, ou seja, com sua atualidade, com o uso cotidiano que os sujeitos dela fazem (ou não fazem), sem que isso leve a descartar qualquer uma que seja, mas a pensar no seu uso, na instrução sobre sua manipulação, enfim, na competência para usá-la bem, sem o que ela mesma pode representar um obstáculo na aprendizagem. Neste particular, estas considerações vêm apoiar, no campo empírico, as asserções teóricas de Oliveira (2009a), Kenski (2007), Borba e Penteado (2001) e Borba, Malheiros e Zulatto (2008), entre outros, sobre a pertinência do preparo para usar tecnologias. É preciso compreensão e fluência para as tecnologias computacionais, digitais e eletrônicas. Contudo é preciso não esquecer aquelas outras tecnologias ditas tradicionais, sobre as quais se pode achar, erroneamente, que todos já dominam.

De toda maneira, com relação ao conteúdo, a pretensão de produzir aprendizagem significativa (Ausubel, 2003) pareceu surgir consolidada com o emprego da estratégia pedagógica que aproveitou, nas atividades do segundo instrumento, os erros cometidos no primeiro, ressignificando-os a partir de nova abordagem, com outras interfaces (Perrenoud, 2000; Oliveira, 2009a). Cada etapa revelou-se importante – na recuperação das falas dos estudantes, todos os elementos somaram ao longo da estratégia e, ao acertar, os alunos não só compreenderam onde erraram, como consolidaram o conhecimento pretendido.

Na primeira atividade, mostrou-se que apenas uma parte dos sujeitos conseguiu construir o ciclo trigonométrico e transpor os dados das projeções dos ângulos para a tabela de forma correta. A atividade requeria concentração e paciência, pois era muito demorada e minuciosa. Na consolidação dos gráficos, porém, nenhum aluno acertou. O objetivo desta atividade era o de verificar os conhecimentos subsunçores que iriam ancorar novos conhecimentos potencialmente significativos na estrutura cognitiva dos alunos (Ausubel, 2003). Apesar de já terem estudado a trigonometria no triângulo retângulo e no ciclo trigonométrico, os alunos demonstraram, em sua grande maioria,

que não lembravam exatamente do que se tratava e não tinham habilidades em manipular o transferidor. Então, a pretensão de uso dos conhecimentos prévios para ancorar futuros aprendizados foi apenas parcialmente atingida.

Não era de fato esperado o que acabou acontecendo – foi o conjunto dos instrumentos, com base na estratégia pedagógica que usou várias tecnologias e o erro de forma reconstrutiva, que permitiu fazer a ligação entre um conhecimento já presente na estrutura cognitiva e novos conhecimentos a serem assimilados, quais sejam, neste caso, as funções trigonométricas. Assim, uma importante consideração desta pesquisa é a de que a estratégia aqui apresentada, como um todo, pode representar importante recurso para mobilizar conhecimentos matemáticos prévios (subsunçores). Em seguida, seria necessário elaborar outra estratégia, em continuidade a esta e ligada a ela, para o estudo das funções trigonométricas. Semelhante indicação fica aqui como recomendação para futuras perquirições.

De fato, o segundo instrumento foi uma reaplicação do primeiro, especificamente no que respeita à primeira e à terceira atividades dessa sessão, que abordavam a construção da circunferência trigonométrica, a transposição das projeções na tabela trigonométrica e a construção dos gráficos. Os resultados do primeiro instrumento não permitiram perceber os conhecimentos como consolidados na estrutura cognitiva dos sujeitos – e eram atividades de extrema relevância para a construção dos significados das funções trigonométricas. Pode-se observar, entretanto, que houve um avanço significativo nos resultados depois da realização do segundo instrumento. Esse instrumento, realizado em grupos de três alunos teve resultados bastante importantes, do ponto de vista da investigação, uma vez que todos os grupos construíram corretamente a circunferência trigonométrica no software Geogebra e conseguiram visualizar as projeções com maior facilidade. Em complemento, um fato de não menor importância: os estudantes compreenderam que as projeções em x são os valores do cosseno e as projeções em y são os valores do seno de um ângulo, quando compararam a tabela de ângulos notáveis com a tabela construídas por eles.

A utilização do software Geogebra foi importante para a aprendizagem significativa, facilitando a construção da circunferência e complementando a estratégia iniciada nos instrumentos estáticos (lápiz, papel e transferidor). A precisão das medidas das projeções, feitas no Geogebra, proporcionou que os alunos fizessem uma ligação do conhecimento antigo, isto é, a construção do ciclo trigonométrico, atividade três do

primeiro instrumento, com a mesma atividade do segundo instrumento. Ao realizar a segunda atividade do segundo instrumento, o aluno já tinha na sua estrutura cognitiva algumas idéias sobre o assunto: assim, as atividades nas quais tiveram dificuldades e em que cometeram erros, foram recuperadas de forma significativa com a continuidade do processo pedagógico (Ausubel, 2003; Perrenoud, 2000).

Diante do resultado positivo do segundo instrumento avaliativo, pode-se dizer que a aprendizagem foi significativa para este grupo de estudantes, não apenas porque os alunos acertaram as questões propostas, mas porque conseguiram construir um conhecimento a partir da estratégia pedagógica da qual participaram, o qual, por sua vez, servirá de base para novas conquistas cognitivas.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora da UFPR, 2007.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Tradução de Teopisto. L, Revisão científica Teodoro, V.D. Editora Plátano. 1ª edição PT – 467 – Janeiro de 2003.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Orgs). **Didática da Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique**. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, 1991.

BORBA, M. C; MALHEIROS, A.P.S; ZULLATO, R.B.A. **Educação a distância online**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília, v. 2, 2006

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quatro ciclos do Ensino Fundamental**. Brasília: SEF, 1998.

FROTA, M. C. R. e BORGES, O. N. Perfis de Entendimento sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática . In: **Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação**, 27a , Caxambu, MG, 2004. Sociedade, Democracia e Educação. Rio de Janeiro: ANPED, 2004.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informática**. Campinas, SP: Papyrus, 2007.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Papyrus, 2003.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Tradução de: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1993.

MOREIRA, M. A; MASINI, E. F.S. **Aprendizagem Significativa: A teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1992.

OLIVEIRA, G. P. Estratégias didáticas em educação matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras. **Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – IV Sipem**. Brasília: SBEM, 2009a. 1 CD-ROM.

_____. Transposição didática: aportes teóricos e novas propostas. In: Geraldina Porto Witter; Ricardo Fujiwara. (Org.). **Ensino de ciências e matemática: análise de problemas**. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009b, v. 1.

_____. **Generalização de padrões, pensamento algébrico e notações: o papel das estratégias didáticas com interfaces computacionais**. Educação Matemática Pesquisa, PUC/SP, São Paulo, v. 10, n.2, PP. 295-312, 2008.

_____. **Avaliação em cursos on-line colaborativos: uma abordagem multidimensional**, tese de doutorado, USP, São Paulo, Abril de 2007.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Editora Artmed, 2000.

_____. **Avaliação**. Porto Alegre: Editora Artmed, 1999.

SÃO PAULO. SECRETARIA DO ESTADO DA EDUCAÇÃO. **Proposta curricular do estado de São Paulo: Matemática**. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008.