

O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência

The teaching of probability in the mathematics teaching degree: considerations for an epistemological model of reference

La enseñanza de la probabilidad en la licenciatura en matemáticas: consideraciones para un modelo epistemológico de referencia

José Luiz Cavalcante¹

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

<https://orcid.org/0000-0003-2814-9264>

Anna Paula Avelar Brito Lima²

Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

<https://orcid.org/0000-0003-1471-228X>

Vladimir Lira Véras Xavier de Andrade³

Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)

<https://orcid.org/0000-0002-2679-2187>

Resumo

Neste artigo discutimos uma proposta de modelo epistemológico de referência (MER) para o ensino de probabilidade na licenciatura em matemática. A proposta é parte dos resultados da tese de doutoramento do primeiro autor, que buscou caracterizar o lugar do sujeito psicológico na teoria antropológica do didático (TAD). A tese analisa o funcionamento de um sistema didático no qual o objeto de saber era a probabilidade e suas noções. O MER cumpre a função de apresentar criticamente uma alternativa aos processos de ensino existentes numa dada realidade institucional. Usando as ferramentas da TAD, observamos que a ecologia em torno da probabilidade na instituição analisada não levava em consideração as demandas formativas dos futuros professores, corroborando os apontamentos de pesquisas no âmbito nacional e internacional. O resultado dessa análise foi a construção da proposta que assume como pilares as questões epistemológicas, didáticas e psicológicas que envolvem o conceito de probabilidade na formação de professores.

¹ Luiz-x@hotmail.com

² apbrito@gmail.com

³ vladiandrade@gmail.com.

Palavras-chave: Modelo epistemológico de referência (MER), Teoria antropológica do didático (TAD), Formação de professores de matemática, Probabilidade e estatística.

Abstract

This article discusses a reference epistemological model (REM) proposal for teaching probability in mathematics teaching degree. The proposal is part of the results of the first author's doctoral dissertation that sought to characterise the place of the psychological subject in the anthropological theory of the didactic (ATD). The dissertation analyses the functioning of a didactic system where probability was the object of knowledge. The REM fulfils the role of critically presenting an alternative to the existing teaching processes in a given institutional reality. Using the ATD tools, we observed that the ecology around probability in the institution analysed did not take into account the formative demands of the prospective teachers, corroborating the research notes at national and international levels. The result of this analysis was the construction of the proposal that takes as its pillars the epistemological, didactic, and psychological issues that involve the concept of probability in teacher education.

Keywords: Reference epistemological model (REM), Anthropological theory of the didactic (ATD), Mathematics teacher education, Probability and statistics.

Resumen

En este artículo presentamos una propuesta para un modelo epistemológico de referencia (MER) para la enseñanza de probabilidad en la licenciatura en matemáticas. La propuesta es parte de los resultados de la tesis doctoral del primer autor, que buscó caracterizar el lugar del sujeto psicológico en la teoría antropológica de lo didáctico (TAD). La tesis analiza el desenrollar de un sistema didáctico en el que el objeto del conocimiento era la probabilidad y sus nociones. El MER cumple la función de presentar críticamente una alternativa a los procesos de enseñanza existentes en una realidad institucional dada. Utilizando las herramientas TAD, observamos que la ecología en torno de la probabilidad en la institución

analizada no llevaba en cuenta las demandas de capacitación de los futuros docentes, corroborando las notas de investigación a nivel nacional e internacional. El resultado de este análisis fue la construcción de una propuesta que toma como pilares las preguntas epistemológicas, didácticas y psicológicas que involucran el concepto de probabilidad en la formación docente.

Palabras clave: Modelo epistemológico de referencia (MER), teoría antropológica de la didáctica (TAD), Formación del profesorado de matemáticas, Probabilidad y estadística.

O ensino de Probabilidade na Licenciatura em Matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência

As discussões em torno do ensino do conceito de probabilidade têm se constituído como tema de interesse da comunidade internacional há algumas décadas. Essas pesquisas ratificam a importância da Probabilidade e suas noções como saber a ser ensinado e o reflexo dessa consolidação é a sua inserção e/ou revisão no currículo educacional de muitos países, demandando um olhar atento sobre a formação dos professores responsáveis pela difusão dos saberes relativos à Probabilidade e suas noções (Coutinho, 2001; Cazorla, 2009; Henry, 2010; Bryant & Nunes, 2012; Batanero & Manfred, 2016).

Em estudo recente Cavalcante (2018) se propôs a analisar o funcionamento de um sistema didático em torno do ensino de Probabilidade em um Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública no Estado da Paraíba - Brasil. Ao tomar a probabilidade como objeto de saber na formação de professores ele observou que os resultados e apontamentos das pesquisas no âmbito nacional e internacional indicam avanços, mas também desafios no processo de implementação de um currículo que leve em consideração as demandas formativas que envolvem a Probabilidade e suas noções.

Henry (2010) aponta a compreensão da aleatoriedade como uma necessidade da sociedade atual. Para ele, as evoluções curriculares se alinham com essa necessidade, especialmente quando buscam romper com a dicotomia clássico-frequentista. A exploração do cálculo de probabilidades que privilegia apenas a abordagem clássica oferece uma visão limitada do potencial da probabilidade para lidar com situações aleatórias, no entanto, somente a concepção frequentista não dá conta da complexidade de fenômenos envolvendo o aleatório. O processo de ensino que leve em consideração uma abordagem dual, problematizando também, diferentes concepções da probabilidade e valorizando uso de ferramentas computacionais se alinha com o reconhecimento da necessidade de uma formação de professores tanto inicial quanto continuada que leve em consideração esses aspectos.

Para Chevallard & Wozniac (2011) a análise da ecologia que permite a vida da Probabilidade e suas noções como objeto de saber nas instituições indica que a passagem de uma visão clássica para uma visão frequentista do conceito de probabilidade não é algo trivial. Quando essa passagem é requerida na Educação Básica, para os autores, falta uma infraestrutura epistemológica adequada para que os professores a façam.

Esse problema, em parte é destacado também por Lopes, Coutinho & Almouloud (2010) que destacam, no caso da realidade brasileira, que muitos livros didáticos atuais ainda trazem uma abordagem do cálculo de probabilidade que remete aos primeiros livros didáticos disponibilizados na década de 1950, com os livros-texto da graduação a realidade não é diferente, como mostra Cavalcante (2018).

Para nós essas observações indicam, de modo preliminar, aspectos relacionados a realidade e as demandas do ensino de probabilidade. Esses aspectos são traços importantes do que na abordagem antropológica do didático chamamos de modelo epistemológico dominante (MED). Nesse caso o MED corresponde a materialização das relações das instituições com um determinado saber, a prática institucional vigente em suas dimensões epistemológicas e didáticas.

A construção de uma alternativa a esse modelo se constitui em um modelo epistemológico de referência (MER) que cumpre com o papel de fornecer subsídios teóricos-epistemológicos-didático para que a pesquisa em Didática da Matemática possa se guiar e apresentar alternativas frente aos modelos monumentalistas que já estão postos nas instituições de ensino (Gascón, 2014).

A partir do MER e do MED, podem ser desenvolvidos dispositivos didáticos para o ensino de probabilidade, além de modelos didáticos de referência (MDR). Os dispositivos didáticos correspondem na TAD a um conjunto de atividades estruturadas, cuja finalidade

principal é o estudo envolvendo os objetos de ensino. Como veremos adiante esses dispositivos se pautam no paradigma do questionamento do mundo.

Recentemente Almeida (2018) desenvolveu um MDR voltado para o ensino de Probabilidade no Ensino Médio. A autora seguiu os mesmos passos que citamos e, em geral, seu trabalho confirma que muitas dificuldades e demandas por nós relatadas estão presentes também na Educação Básica.

Neste artigo o objetivo central é apresentar e problematizar o que para nós se configura como um esboço da estrutura de um MER para o ensino de Probabilidade na Licenciatura em Matemática. Para tanto, iniciamos trazendo brevemente aspectos teóricos em relação ao MER na Teoria Antropológica do Didático. Fazemos uma discussão das dimensões epistemológica, didática e psicológica da probabilidade como saber a ser ensinado e apresentamos a proposta da estrutura de MER que leva em consideração as demandas formativas dos futuros professores.

O Modelo Epistemológico de Referência na abordagem antropológica do didático

A partir da noção de instituição como nicho que abriga e faz viver saberes matemáticos que assumem diferentes formas e, portanto, passíveis de questionamentos no seio dessas instituições, a abordagem antropológica do didático discute elementos que deram sustentação a todo um programa de pesquisa que está em evolução (Chaachoua & Bittar, 2016).

Os desenvolvimentos da teoria nos últimos anos têm encaminhado para discussões que aludem ao que Chevallard e seus colaboradores chamam de paradigma do questionamento do mundo que tem como ferramenta principal o *parcours des études et recherche* (PER), aqui no Brasil traduzido como percurso de estudo e pesquisa (PEP). Além da crítica ao modelo escolar dominante, esse paradigma busca o aperfeiçoamento de dispositivos didáticos, como o PEP, que intentam o rompimento com a lógica vigente, na qual as obras humanas são tomadas como inquestionáveis e o papel dos sujeitos diante delas é o de observador.

Para construção desses dispositivos e implementação do paradigma do questionamento do mundo é necessário a construção de modelos epistemológicos de referência (MER) que levam em considerações as pesquisas na área relacionadas aos objetos a serem estudados, trazendo aspectos epistemológicos, históricos, didáticos, dentre outros.

A TAD dispõe de algumas ferramentas essenciais nesse processo de construção do MER, dentre elas, a análise praxeológica e a escala de codeterminação didática. A praxeologia na TAD pressupõe um método para analisar as práticas que ocorrem no interior das Instituições, tanto pela sua descrição, quanto pelas condições em que estas ocorrem. A organização praxeológica diz respeito, portanto, ao modo como as práticas instituições são propostas (discurso) e efetivadas (prática).

Uma organização praxeológica completa seria composta de tipos de tarefas, técnicas para realizar essas tarefas, tecnologias que justificam essas técnicas e a teoria que dá sustentação as tecnologias, o sistema pode ser representado por $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Essas organizações praxeológicas assumem uma natureza epistemológica, ou seja, ligadas ao saber e sua organização (organização matemática), mas também uma natureza didática que se relaciona com a difusão desse saber (organização didática).

Outra importante ferramenta teórica da TAD são os níveis de codeterminação didática. De acordo com Chevallard (2002) da mesma forma que pensamos em uma instituição influenciando a vida dos sujeitos, essas instituições estão passíveis às influências de outras instituições que refletem a organização social em torno do ensino. Ela é estruturada em níveis de progressão da organização mais geral (Humanidade ↔ civilização ↔ sociedade ↔ escola ↔ pedagogia) para a organização mais específica (disciplina ↔ domínio ↔ setor ↔ tema ↔ assunto) em torno de um saber e seu ensino.

O estudo dos processos de transposição didática dos objetos de saber nas suas etapas externas (do saber sábio → saber ensinar) e internas (saber ensinado → saber aprendido), análise

das organizações praxeológicas matemáticas e didáticas, observação da escala de codeterminação didática são alguns dos processos presentes nos estudo da TAD que permitem apresentar aspectos do contrato institucional de uma instituição bem como caracterizar o modelo epistemológico dominante, cujo MER se apresentará como alternativa.

Por exemplo, ao analisar a natureza epistemológica da Probabilidade, sua apresentação como um saber sábio e os processos transpositivos porque passa, as demandas sociais, as condições e restrições nos níveis da Sociedade, Escola e da Pedagogia, construímos um quadro para poder responder em que medida a formação inicial de professores de Matemática atende as demandas formativas que são colocadas por esses níveis.

O Saber Probabilidade e suas dimensões

A escolha do objeto Probabilidade e suas noções como tema de estudo na formação de professores de Matemática teve como linha de argumentação a importância desse saber para a sociedade atual e o fato de que essas demandas sociais reverberam na construção do currículo da Educação Básica.

A necessidade de lidar com a incerteza levou à construção de um campo teórico que atualmente é fundamental para a compreensão da pesquisa científica com aplicações e implicações diretas na nossa vida cotidiana. Apesar dessa importância, a compreensão da natureza da Probabilidade não é considerada uma tarefa simples e carece de exame cuidadoso do conceito (Hacking, 2006).

A natureza complexa que envolve a aprendizagem da Probabilidade é discutida desde os anos 1950. No trabalho de Piaget e Inhelder (1951), vamos encontrar uma referência aos estágios operatórios de desenvolvimento cognitivo e à aprendizagem de questões envolvendo a probabilidade. Na época os autores, acreditavam que somente no estágio formal, último estágio previsto do desenvolvimento, é que seria possível mobilizar estruturas cognitivas capazes de assimilar questões envolvendo probabilidade (Piaget & Inhelder, 1951).

Apesar de críticas a esse estudo, conforme destaca Spinillo (1995), ele foi um marco para as pesquisas envolvendo questões ligadas a aprendizagem e ao ensino de Probabilidade.

Para Bryant & Nunes (2012) a síntese de muitas dessas pesquisas mostra que elas têm contribuído para compreensão de como a criança desenvolve a noção de probabilidade. Para os autores, a pesquisa sobre a aprendizagem da Probabilidade e suas noções têm apontado para 04 (quatro) demandas cognitivas: 1. Aleatoriedade e suas consequências; 2. Entender e analisar o espaço amostral; 3. Quantificação de probabilidades; 4. Correlação (relação entre eventos). Esse conjunto de demandas cognitivas tem se apresentado como passos para compreensão da Probabilidade e suas noções.

Além das demandas cognitivas destacadas por Bryant e Nunes (2012), vamos encontrar na literatura indicações de que o ensino de Probabilidade demanda o reconhecimento das diferentes abordagens do conceito. Essas abordagens estão ligadas a natureza epistemológica da Probabilidade como um ramo da Matemática: 1. Clássica ou laplaciana; 2. Frequentista; 3. Subjetivista; 4. Geométrica; e 5. Formal ou Axiomática.

A abordagem clássica ou laplaciana privilegia a definição clássica de probabilidade entendida como a razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis, assumindo a equiprobabilidade do espaço amostral. A definição clássica de probabilidade teve grande influência na formação da Teoria das Probabilidades, o que pode, no sentido de processos de transposição didática ser um dos porquês de sua presença marcante em livros didáticos, materiais de apoio e em muitas propostas de ensino.

Na abordagem frequentista ou empírica, a probabilidade é entendida como um acontecimento que emerge do processo de experimentação. O valor da probabilidade agora é compreendido como a frequência relativa de sucessos obtidos durante a realização de um experimento. Dependente fortemente da amostra ou do tamanho do experimento, a probabilidade frequentista é interpretada como uma aproximação e está amparada em um

importante teorema conhecido como Lei dos Grandes Números, fortemente associado ao nome do matemático Jacques Bernoulli.

A abordagem subjetiva é devida às ideias que associam a probabilidade como um grau de confiança, ou de crença, em alguém. Se na abordagem frequentista há uma forte dependência em relação ao experimento, nesta abordagem a probabilidade e seu cálculo dependem do observador e de quem realiza o experimento (Popper, 2007).

Já na abordagem geométrica temos a probabilidade interpretada como a proporção entre áreas das regiões A e B de um plano. Imaginemos, por exemplo, que alguém com olhos vendados está tentando acertar um alvo circular de 30 cm de raio (área do alvo é o espaço amostral) e que neste mesmo alvo a uma região central circular cujo raio é 5 cm (área que corresponde aos casos favoráveis). Se temos a informação que a pessoa acertou o alvo, qual é a probabilidade de ter acertado a região central. Essa probabilidade pode ser obtida pela razão entre essas áreas. Notemos, que ao tomar a probabilidade como cálculo de proporções entre áreas ou segmentos muda o sentido e os significados atribuídos a noção, pois não estamos mais trabalhados com grandezas discretas, mas contínuas.

Atualmente, na Teoria das Probabilidades, a probabilidade é entendida como uma função. A abordagem formal ou axiomática introduzida pelo russo Kolmogorov trouxe rigor matemático as definições de probabilidade o que impulsionou seu desenvolvimento atual. Ela assume alguns dos fatos já conhecidos do cálculo de probabilidade como axiomas que sustentam a existência da função probabilidade, de modo que a partir desses axiomas e outros a teoria vem se desenvolvendo.

As razões para existência de abordagens distintas para o ensino Probabilidade e suas noções reforçam o argumento de sua complexidade, não só sentido cognitivo, mas também epistemológico. Tanto que desde a década 1990 vamos encontrar estudos que recomendam ao invés de privilegiar uma ou outra abordagem, a possibilidade de trabalhar a probabilidade sobre

diferentes aspectos problematizando as diferentes formas de abordar o conceito. Vamos encontrar argumentos que mostram que é possível romper com visão limitada imposta pelo modelo clássico da probabilidade, levando em consideração o aporte das novas tecnologias da informação e comunicação (Coutinho, 1994; Batanero, 2001; Coutinho, 2001; Henry, 2010).

As pesquisas atuais têm mostrado que a exploração do conceito de probabilidade problematizando suas diferentes abordagens, valorizando processos de experimentação e uso de recursos tecnológicos como simulação computacional, podem ajudar a superar muitas das dificuldades ligadas a aprendizagem do conceito (Moura & Samá, 2016; Barragués & Guisasola, 2009).

No sentido didático é preciso considerar também que a natureza da Estatística e da Probabilidade é muito diferente da natureza determinista da Matemática. A evidência dessa diferença está, do ponto visto filosófico, em discussões sobre o uso de noções como probabilidade e aleatoriedade, o que não ocorre frequentemente com a Álgebra e a Geometria. (Batanero, 2001).

Se por um lado, as pesquisas apontam nessa direção, vemos que na formação inicial de professores essas orientações ainda não são implementadas de forma sistemática. Nas licenciaturas, em geral, não há um trabalho que evidencie o papel da estocástica, seja como ferramenta para os futuros professores, seja como saber a ser ensinado (Lopes, 2013).

Concordamos com Lopes (2013), pois em nossa tese vamos observar que o sistema didático analisado mostra que a licenciatura em Matemática apresenta um contrato institucional que não leva em consideração as demandas formativas dos futuros professores.

Além desse aspecto, no sentido curricular a instituição que analisamos apresenta dissonâncias institucionais em relação ao nível sociedade na escala de codeterminação. Enquanto a sociedade através do Ministério da Educação brasileira, em seus documentos oficiais, indica que a Probabilidade precisa ser abordada levando em consideração aspectos da

abordagem clássica e frequentista, na disciplina de Introdução à Probabilidade os futuros professores têm acesso exclusivamente à abordagem clássica, isso causa um ruído, uma dissonância que prejudica a forma como os professores percebem sua própria formação (Cavalcante, 2018).

Essa dissonância é mais grave quando ela nega ao futuro professor a possibilidade de discutir a Probabilidade como um saber a ser ensinado, limitando a aprendizagem da Probabilidade ao uso de técnicas e tarefas elementares em torno do conceito.

As praxeologias ensinadas refletem as organizações matemáticas e didáticas dos livros-texto disponíveis na bibliografia disponível para o componente curricular, com praxeologias pontuais e incompletas, ou seja, organizações em torno de uma única técnica. Para uma das obras, é essencial o estudante saber a definição clássica da probabilidade e a partir dela aplicá-la na solução das diferentes tarefas.

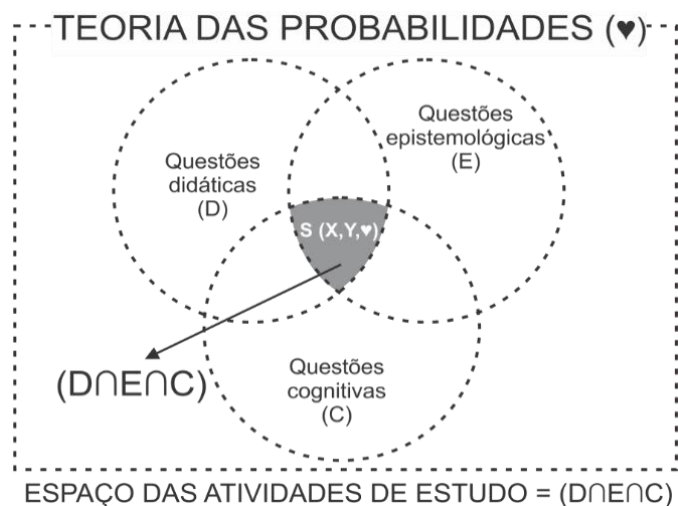
A resultante desse cenário institucional é a construção de uma relação fragilizada e por vezes confusa, por parte dos futuros professores, com a Probabilidade e suas noções. No sentido das demandas formativas há um fenômeno interessante a ser destacado, apesar da ausência de discussões sobre a Probabilidade e suas noções como um saber a ensinar, os futuros professores ao término da disciplina reforçam a crença de que o momento de estudo foi suficiente para lhes dar o suporte quanto a questão do ensino, o que pode indicar uma crença, por vezes, legitimada na formação de professores que basta estudar os conteúdos para depois ensiná-los.

Diante do quadro que apresentamos brevemente sobre a Probabilidade e seu ensino na formação inicial de professores de Matemática, nos questionamos o que pode se constituir como uma alternativa a esse modelo dominante? Que elementos precisam ser considerados em modelo epistemológico de referência? Que organizações praxeológicas podem fazer parte de um curso de formação inicial que equilibre as necessidades formativas dos futuros professores?

Das observações que fizemos ao longo da seção, podemos pontuar que a atividade de estudo da Probabilidade e suas noções corresponde a um espaço de natureza complexa que compreende minimamente três tipos de questões indicadas na Figura 01:

Figura 1.

Constituição do espaço da atividade sobre probabilidades (Cavalcante, 2018, p. 201)



A partir dessas considerações, apresentamos o que chamamos de proposta para um primeiro esboço de um MER para o ensino de probabilidade na licenciatura em Matemática.

O Saber Probabilidade e suas dimensões

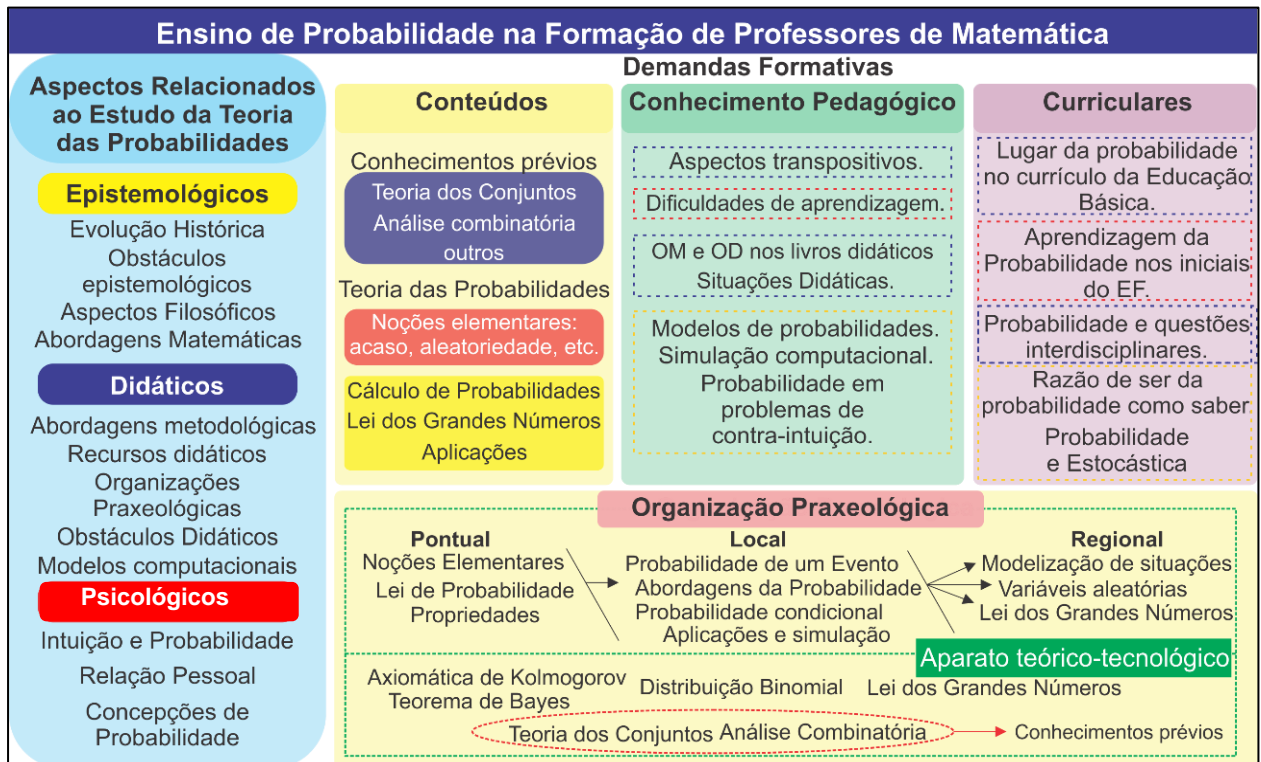
A partir da figura que definimos como espaço das atividades de estudo em torno da Teoria das Probabilidades e suas noções partimos para construção de proposta de MER que desse conta das demandas formativas dos futuros professores. O parâmetro aqui são as condições e restrições que surgem da análise de Cavalcante (2018) do funcionamento do sistema didática na Licenciatura em Matemática.

A caracterização do modelo epistemológico dominante do contrato institucional daquela realidade analisada, nos ajudou a balizar nossa interpretação do ecossistema em torno da Probabilidade e suas noções e como ele age na relação dos futuros professores na licenciatura em Matemática. Assim, em nosso esboço, pensamos que um MER para o ensino de Probabilidade na Licenciatura deve considerar três aspectos primordiais: 1. Aspectos

relacionados ao estudo da Probabilidade e suas noções como espaço complexo; 2. Aspectos ligados às demandas formativas; e 3. Organização praxeológica. A Figura 02 sintetiza o modelo:

Figura 2.

Esboço de um MER para o ensino de Probabilidade na Licenciatura em Matemática
(Cavalcante, 2018, p. 271)



Tomando os aspectos já mencionados dividimos o modelo em três regiões. A primeira é o espaço da atividade de estudo que contempla as questões epistemológicas, didáticas e psicológicas em torno da Probabilidade. As cores primárias indicadas em cada um desses itens indicam sua relevância e presença nos itens das demais regiões, sejam como plano de fundo indicando uma relação direta ou como cor derivada da mistura das cores primárias, nesse caso as relações entre seus itens e as dimensões da primeira região são descritas pelas linhas tracejadas na respectiva cor. A razão para esse destaque se assenta no fato de que a atividade de estudo na TAD é tomada como primordial (Chevallard, Bosch & Gascón, 2001).

Assim nas questões epistemológicas consideramos que em relação ao conceito de probabilidade é preciso construir dispositivos didáticos, como percurso de estudo e pesquisa, que levem em conta sua evolução histórica, a presença de obstáculos epistemológicos, bem como aspectos filosóficos e de abordagem matemática. Existe na literatura disponível trabalhos que abordam esses aspectos como Coutinho (1994), Hanking (2006), dentre outros.

Igualmente, do ponto de vista didático, as abordagens metodológicas, os recursos, as organizações praxeológicas e possíveis obstáculos didáticos devem ser levados em consideração. Sobre obstáculos didáticos Almouloud (2007) destaca que eles podem ter suas raízes nos processos de transposição didática, que ora fazem parte do engessamento do currículo, ora das escolhas didáticas do professor em relação a essa transposição.

Na análise do sistema didático que originou a proposta de MER, um obstáculo didático recorrente foi a falta de compreensão do raciocínio combinatório na composição do espaço amostral. Coutinho (1994), dentre outros pesquisadores, já chamava atenção para esse tipo de dificuldade.

Em termos de tipo de tarefa essa compreensão é essencial, pois o raciocínio em muitos problemas é combinatório, mas a definição clássica reduz o problema ao quociente entre o número de casos favoráveis e números possíveis. Se a construção do espaço amostral for tomada como uma tarefa superficial, isso pode incorrer nesse tipo de erro, por exemplo, ao lançar dois dados simultaneamente o espaço amostral é 36 e não 12, o que decorre da contagem como uma permutação, como mostrou Cavalcante (2018).

Sobre as questões psicológicas elas também devem ser levadas em consideração no estudo da Probabilidade e suas noções. As concepções prévias sobre as noções de acaso e aleatoriedade, o papel da intuição pode evitar e corrigir o que a literatura chama de vieses cognitivos em relação à Probabilidade e suas noções (Kahneman, 2012).

Durante sua análise Cavalcante (2018) mostrou que o sistema didático da Licenciatura em Matemática apresentava uma rigidez em torno da definição clássica de probabilidade, isto é, as tarefas e técnicas abordadas davam uma ênfase à solução através da abordagem clássica. Observamos no funcionamento que mesmo quando alguns futuros professores empregavam a técnica corretamente, a sua intuição os levava a abandonar a técnica e optar por uma resposta que estava fora do que era esperado:

Kátia – acho que será cara ou coroa.

Pesquisador – certo. Então justifique.

Kátia – (silêncio). Não. Espera. Eu estou com dúvida.

Pesquisador – nessa questão?

Kátia – é! Porque já aconteceu comigo.

Pesquisador – como assim?

Kátia – eu participei de uma rifa. Antes de fazer o sorteio oficial, sortearam três vezes o meu nome. Na quarta vez, balançaram (o saco com os nomes), e aí foi meu nome “kátia”. Posso responder assim?

Pesquisador – pode. Nessa primeira resposta “cara ou coroa”, você pensou em quê?

Kátia – nas possibilidades cara ou coroa no lançamento da moeda. Mais aí eu lembrei desse caso. Foi a primeira vez que eu ganhei alguma coisa (Cavalcante, 2018, p. 391).

Para a região das demandas formativas consideramos os conhecimentos necessários à formação docente. Assim, temos demandas que atendem às questões de conteúdo, ao conhecimento pedagógico e ao conhecimento curricular (Shulman, 1986).

Cada um dos blocos de demandas formativas é descrito em termos gerais que estão vinculados às dimensões do estudo de Probabilidade e suas noções. Assim, no bloco conteúdo, por exemplo, a consideração dos conhecimentos prévios está relacionada com as questões didáticas, ao passo que as noções elementares carregam componentes psicológicos, como, por exemplo, a noção de acaso e sua formação, e os conteúdos ligados à Teoria das Probabilidades remetem à dimensão epistemológica, um destaque nesse bloco é o papel da Lei dos Grandes Números. O teorema se constitui como resultado fundamental para que os futuros professores possam compreender a abordagem frequentista da probabilidade e, em especial, entender o seu

papel como parte da estocástica, isto é, para compreensão da ligação entre a Probabilidade e a Estatística, a lei dos grandes dos números é elo principal (Vu Nhu, 2009).

Na composição desses blocos tomamos como base o lugar da probabilidade na sociedade brasileira, por exemplo, podemos observar que no currículo atual (Base Nacional Curricular Comum) para o Ensino Fundamental a Probabilidade e suas noções é assunto a ser discutido do 1º ao 9º ano:

No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. [...] No Ensino Fundamental – Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista (Ministério da Educação, 2017, p. 230).

Destacamos ainda como sendo parte dessas demandas formativas do futuro professor conhecer as praxeologias dos livros didáticos, como forma de primeiro contato com o modelo epistemológico do futuro ambiente de trabalho. Esse contato, pode segundo Chevallard (2009) minimizar os impactos dos futuros professores com a Matemática Escolar. Acrescentamos também a consideração sobre problemas contraintuitivos que podem ajudar na reflexão de seus próprios vieses cognitivos (Barragués & Guisasola, 2009).

Por fim, a terceira região diz respeito às organizações praxeológicas que, em nosso entendimento, precisam fazer parte de um curso de formação de professores. Durante o trabalho de tese constatamos que a disciplina de Introdução à Probabilidade apresenta praxeologias pontuais e incompletas e com uma rigidez em torno da definição clássica de probabilidade. Em nosso esboço, pensamos que um MER para o ensino de Probabilidade pode partir de uma progressão que vai de uma organização pontual até uma organização regional.

Ao trazermos mais elementos de discussão para a formação do professor como as diferentes abordagens da probabilidade, simulação, construção de modelos probabilísticos e o papel da lei dos grandes números, podemos fornecer o enriquecimento do equipamento

praxeológico dos futuros professores, especialmente no que tange à compreensão do que chamamos de aparato teórico-tecnológico, algo ausente nas obras que analisamos para o ensino de Probabilidade na Licenciatura em Matemática.

A necessidade de incremento da organização praxeológica em um MER se justifica a partir de três argumentos. Primeiro, pela necessidade de uma infraestrutura epistemológica que possa dar condições para que o trabalho com ensino de Probabilidade e Estatística contemple as demandas da sociedade (Chevallard & Wozniac, 2011). Segundo, pela necessidade de romper com o paradigma vigente que limita as atividades de estudo a praxeologias incompletas (LUCAS et al, 2014). Por último, pela própria natureza da profissão docente, ou seja, o professor deve saber em profundidade aquilo que vai ensinar (Shulman, 1986).

Considerações Finais

Conforme já dissemos ao longo do texto, existe uma quantidade considerável de trabalhos que abordam os diferentes aspectos da Probabilidade e seu ensino na literatura nacional e internacional. Nossa colaboração para o debate reside na tentativa de provocar uma reflexão sobre o que é minimamente necessário para romper com os modelos epistemológicos já postos na Licenciatura em Matemática, ou mesmo, em muitos cursos de graduação nos quais a Probabilidade e suas noções são parte do currículo, especialmente como noções básicas.

Essa provocação está na apresentação de uma proposta que é fruto de intenso trabalho de pesquisa sobre as dimensões epistemológica, didática e psicológica do conceito de probabilidade. O resultado é uma proposição que, para nós, pode vir a respaldar a construção e implementação de dispositivos didáticos voltados para formação de professores de Matemática quando estiver em jogo o saber probabilidade e suas noções.

Em síntese, um MER para ensinar Probabilidade na Licenciatura tem como desafio o equilíbrio entre as demandas da atividade de estudo, as demandas formativas em termos de conhecimentos necessários ao professor, e as demandas da organização praxeológica que

precisa romper com modelo dominante superando fenômenos como a incompletude e rigidez em torno da abordagem clássica.

Diferente do trabalho de Almeida (2018), cujo foco era o ensino de Probabilidade na Educação Básica, nós optamos por materializar em nossa representação do MER os pilares que pensamos ser fundamentais na construção de dispositivos didáticos para formação de professores. No entanto, cremos que nossa proposta pode, ao mesmo tempo, auxiliar na reflexão e aprimoramento de modelos didáticos de referência como o de Almeida (2018), como também pode se servir destes para sua implementação na formação de professores no âmbito da licenciatura.

Por fim, temos ciência dos desafios para conduzir uma proposta dessa natureza. As restrições institucionais são muitas, mas reconhecemos também que o esforço de professores e pesquisadores, aliados ao desenvolvimento de ambientes institucionais propícios, podem se constituir como possibilidades de organizar espaços de estudo que problematizem e levem em consideração essas demandas. Rompendo com o paradigma vigente no qual os saberes são monumentos, quase que unicamente, para serem visitados. Esse é um processo que exige criticidade, mas na acepção freiriana, isto é, criticidade para experimentar metodicamente, cuja a única certeza é o amadurecimento contínuo.

Referências

- Almeida, C. M. C. (2018). *Um modelo didático de referência para o ensino de Probabilidade*. [Dissertação de Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia]. https://repositorio.ufba.br/ri/bitstream/ri/26173/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o_%20Cecilia%20Manoella%20C%20Almeida.pdf
- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora Universidade Federal do Paraná.
- Barragués, J. I. & Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. *Educación Matemática*, 21, n. 3, 127-162.
- Batanero, C. (2001) *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.

- Batanero, C. & Manfred, B. (2016) *Statistics and Probability in High School*. Sense Publishers, 2016.
- Ministério da Educação (MEC). (2017). *Base nacional comum curricular*. Brasília.
- Bryant, P. & Nunes, T. (2012) Children's understanding of probability: a literature review (full report). *Nuffield Foundation*, 2-86.
- Cavalcante, J. L. (2018) *A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de Probabilidade na licenciatura em matemática*. [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática do PPGEC-UFRPE].
- Cazorla, I. M. (2009) *O ensino de estatística no Brasil*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/carzola.htm.
- Chaachoua, H. & Bittar, M. (2016) A Teoria Antropológica do Didático: paradigmas, avanços e perspectivas. *Anais do I Simpósio Latino-americano de Didática da Matemática - LaDiMa*.
- Chevallard, Y. (2002) Organiser l'étude 3: Ecologie et Regulation. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=53>.
- Chevallard, Y. (2009). La TAD face au professeur de mathématiques. *Communication au Séminaire DiDiST*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf.
- Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (2001). *Estudar matemática: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Editora Artmed.
- Chevallard, Y. & Wozniak, F (2011). Un cas d'infrastructure manquante: statistique et probabilités en classe de troisième. In: BOSCH, M., et al. *Un panorama de la TAD*. CRM, 831-853.
- Coutinho, C. D. Q. E. S. (1994) *Introdução do conceito de probabilidade por uma visão frequentista*. [Dissertação (Mestrado em Matemática - PUC – SP)].
- Coutinho, C. Q. S. (2001) *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II*. [Thèse de Doctorat en la Université Joseph Fourier - Grenoble I].
- Gascón, J. (2014) Los modelos epistemológicos de referencia como instrumentos de emancipación de la didáctica y la historia de las matemáticas. *Educación Matemática*, p. 99-123.
- Hacking, I. (2006) *The Emergence of Probability*. 2ª. ed. Cambridge University Press.
- Henry, M. (2010) Évolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités. *Statistique et Enseignement*, v. 1, n. 1, p. 35-45.
- Kahneman, D. (2012) *Rápido e devagar: duas formas de pensar*. Editora Objetiva.
- Lopes, C. E. (2013). Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. *BOLEMA*, v. 27, n. 47, p. 901-915.
- Lopes, C. E., Coutinho, C. D. Q. E. S. & Almouloud, S. A. (2010) *Estudos e reflexões em Educação Estatística*. Editora Mercado de Letras.

- Lucas, C. O. et al. (2014). Aspectos da rigidez e atomização da matemática escolar nos sistemas de ensino de Portugal e da Espanha: análise de um questionário. *Educação Matemática e Pesquisa*, 16, n. 1, 1-24.
- Moura, G. M. M. & Samá, S (2016). Ilusão da equiprobabilidade, aleatoriedade e convergência nos processos cognitivos envolvidos no raciocínio probabilístico. *VIDYA*, v. 36, n. 2, p. 523-538.
- Piaget, J. & Inhelder, B (1951). *La genése de l'dée de hasard chez l'enfant*. PUF.
- Popper, K. R. A. (2007). *A lógica da pesquisa científica*. 13ª reimpressão da 1ª Edição. Editora Cultrix.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15, n. 2, 4-14.
- Spinillo, A. G. (1995). Noções iniciais das crianças sobre probabilidade. *Temas em Psicologia*, Recife, v. 1, n. 1, p. 47-68, 1995.
- Vu Nhu, T. H. (2009). *Une étude didactique sur l'introduction dans l'enseignement mathématique vietnamien de notions statistiques dans leurs liens avec les probabilités*. [Thèse en Co-tutelle Université Joseph Fourier e Université Hó Chi Minh].

Recebido em: 28/12/2019

Aprovado em: 21/04/2020