As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico

SANDRA MAGINA*
TÂNIA CAMPOS**

Resumo
A proposta deste artigo é diagnosticar as competências das crianças em lidar com situações-problema, no campo aditivo, desde o início de sua vida escolar e o desenvolvimento das mesmas nas quatro séries iniciais do ensino fundamental. O estudo foi realizado a partir da elaboração, aplicação e análise de um instrumento contendo cinco situações-problema relativas às operações de adição. O teste foi aplicado coletivamente, em oito turmas das quatro séries iniciais do ensino fundamental (duas turmas por série) em duas escolas da rede pública do estado de São Paulo, perfazendo um total de 248 crianças. A pesquisa conclui que a evolução das competências desses alunos não segue o mesmo padrão, variando de acordo com o tipo de problema – que exige da criança o domínio de raciocínios distintos – e o tipo de contextos.
Palavras-chave: Estudo diagnóstico; campo conceitual; estrutura aditiva; séries iniciais.

Abstract
The purpose of this paper is to diagnose young children's competences to deal with additive structure problem solving. The study focuses on students from the first to the fourth elementary school grades. The research was carried out in two public schools in the state of São Paulo, involving 248 children distributed in 8 distinct school classes (two classes per school grade). The study consisted in applying collectively in each class a questionnaire composed of 20 additive and multiplicative problems; five of them will be dealt with in this article. Research results show that the evolution of the children's competences do not follow the same pattern from the first to the fourth grade; it depends on the type of the problem – which requires of the children different types of reasoning – and on the context in which the problem is inserted.
Key-words: *Diagnostic study; conceptual field; additive structure; elementary school.*

* Doutora em Educação Matemática – Universidade de Londres. E-mail: magina@pucsp.br

** Doutora em Matemática – Universidade Montpelier. E-mail: tânia@pucsp.br

Introdução

O presente artigo descreve um estudo diagnóstico que tem por objetivo identificar competências referentes às estruturas aditivas que as crianças trazem ao entrar para a escola e como elas as desenvolvem ao longo das quatro primeiras séries do ensino fundamental.

Sabe-se que a formação matemática oferecida nas séries iniciais é menos analítica do que aquela oferecida nas séries finais do ensino fundamental, quando os conceitos algébricos começam a ser formalizados. Desse modo, é essencial para a aquisição e posterior formalização dos conceitos matemáticos, que o aluno identifique e se aproprie dos invariantes existentes nos conceitos de números e das quatro operações básicas. O professor, responsável por esse processo e desempenhando um papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, deve estar atento para "o que, como, quando e por que" ensinar um dado conteúdo. Pesquisas a esse respeito foram e ainda vêm sendo feitas, principalmente no que se refere às dificuldades dos alunos, tentando diagnosticar as possíveis causas e as possíveis relações com a formação de professores.

Cabe ainda ressaltar que os dados do Saeb (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica, 2001), revelaram um baixo desempenho dos alunos diante de situações-problema envolvendo as quatro operações básicas. O exemplo abaixo (retirado da última prova do Saeb 2001) ilustra bem a dificuldade que alunos da 4ª série do ensino fundamental ainda encontram ao resolver problemas envolvendo a estrutura aditiva:

Carol fez compras em uma loja, gastou R$ 46,00. Se Carol recebeu R$ 5,00 de troco, que quantia ela deu para pagar as compras?

(A) R$ 41,00 (C) R$ 51,00

(B) R$ 46,00 (D) R$ 56,00

Percentual de Respostas às Alternativas				
A	B	C	D	Em branco e nulas
32	11	43	7	7

Fonte: Relatório Saeb – Matemática , 2001, p. 28.

O problema acima se refere a uma transformação aditiva, no qual foram dados a transformação e o estado final, sendo perguntado o valor do estado inicial. Os resultados apontam que menos da metade (43%) dos alunos têm sucesso nesse tipo de problema O exemplo ainda nos apresenta um dado alarmante, em que 32% (alternativa A) dos alunos não conseguiram identificar a operação correta, subtraindo os valores ao invés de adicioná-los. O relatório do Saeb interpreta tal resultado explicando que os alunos estão "acostumados a lidar com problemas estereotipados, que envolvem, quase sempre, o total de gastos, o valor pago e o troco, numa ordem preestabelecida por uma lógica mais escolar do que real" (ibid., p. 29).

Se olharmos o último relatório do Saresp (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, 1998), sobre o desempenho dos alunos da 5ª série do ensino fundamental, tanto diurno quanto noturno, com relação à resolução de problemas no campo conceitual aditivo, a situação também é crítica. Apresentamos no quadro abaixo a questão 5 do Saresp com os respectivos percentuais da escolha de cada resposta:

Na tabela abaixo, anota-se a quantidade de pessoas que entram em certo edifício a cada hora. Observe que a tabela está incompleta

Hora	Número de pessoas
1ª	147
2ª	
3ª	95
TOTAL	311

Qual o número de pessoas que entraram no edifício na segunda hora?

Respostas	Diurno	Noturno
(A) 31	13%	16%
(B) 69	55%	49%
(C) 79	14%	15%
(D) 169	17%	19%
Nulas	1%	1%

Fonte: Relatório Saresp – Matemática, 1998, questão 5, p. 30.

Novamente, tratou-se de um problema aritmético dentro do campo conceitual aditivo e, no entanto, aproximadamente metade (55% e 49%) dos alunos da 5ª série ainda apresenta dificuldade na sua resolução. O problema é de composição aditiva, no qual se conhece o todo, duas das partes e pede-se a terceira. A síntese feita por Magina et alii (2001) dos tipos de problemas aditivos propostos por Vergnaud, aponta os problemas de composição – parte-todo – como os de maior êxito já entre crianças da 1ª série, sendo chamado como problemas protótipos de adição. O problema acima, contudo, tem uma variante que é ter três, ao invés de duas partes, além dos dados terem sido expostos em uma tabela. Apesar dessas variações, consideramos um problema fácil, ainda mais tratando-se de alunos da 5ª série.

Os resultados de pesquisas de Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001) apontam que a dificuldade na resolução de problemas com as quatro operações não está diretamente relacionada à operação requisitada. Além disso, os trabalhos desenvolvidos por Vergnaud (1990, 1994) nos dizem que a maior ou menor dificuldade na resolução de problemas aditivos está principalmente relacionada ao nível da cognição do aluno, o que, na maioria das vezes, não se dá de forma espontânea e independe de seu nível de escolaridade. É consenso entre esses pesquisadores que a construção de diferentes significados demanda tempo e ocorre pelo desenvolvimento de diferentes raciocínios.

De fato, segundo a teoria dos Campos Conceituais (1990, 1998), as competências e concepções dos alunos se constroem ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro, quanto fora da escola. Em geral, quando defrontados com uma nova situação[1], eles tentam adaptar conhecimentos adquiridos anteriormente a esta nova situação. O conhecimento dos alunos, por sua vez, tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica[2], quanto implícito, no sentido de que os alunos podem usá-lo em ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação (Vergnaud 1994).

Analisar os fatores que interferem no sucesso da criança em resolver problemas é justamente uma das maiores contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. No caso do Campo Conceitual Aditivo, as situações

1 Novo domínio, novas relações, novos dados numéricos.

2 Linguagem natural, esquemas e diagramas, sentenças formais, etc.

podem ser classificadas seja como problemas simples de relações entre o todo e suas partes, seja como problemas inversos de relação parte-todo, envolvendo tanto uma transformação, como uma composição ou ainda podem ser classificados como problemas comparativos (Vergnaud, 1983, 1994). Pesquisa realizada no Brasil por Magina, Campos, Nunes e Gitirana (2001), com 782 crianças das quatro séries iniciais do ensino fundamental, utilizando essa classificação proposta por Vergnaud, encontrou resultados similares àqueles obtidos entre as crianças francesas.

Problemas de composição são aqueles em que duas partes se juntam para formar um todo, podendo a situação variar dizendo-se para a criança o total e uma das partes e perguntando sobre a outra parte. Em contextos de quantidades, por exemplo, problemas do tipo "Há 4 meninos e 7 meninas em volta de uma mesa. Quantas crianças são ao todo?" são resolvidos com sucesso por crianças bem novas (entre 4 e 6 anos) e por isso são considerados como problemas protótipos de adição. Alternativamente, pode-se apresentar uma situação onde o todo e uma das partes são conhecidos e perguntar sobre a outra parte. Ou ainda, como proposto na questão 5 do Saresp (1998), acima mostrado, apresentar o valor do todo e de duas partes e pedir o valor da terceira parte.

Problemas de transformação são aqueles que têm um estado inicial, uma transformação (positiva ou negativa) e um estado final. A situação mais simples (prototípica) é quando o estado inicial e a transformação são conhecidos e pede-se o estado final. Nesse caso, crianças a partir de 4 e 5 anos já têm sucesso. Situações de transformação, com estado inicial desconhecido, como proposto no Saeb (2001) e apresentado anteriormente, são consideradas as mais difíceis. Magina et alii (ibid.) classificam esse tipo de problema como de 4ª extensão, mas resultados de seu estudo apontam que as crianças apresentaram melhor desempenho, uma vez que 83% dos alunos da 4ª série tiveram sucesso nesse tipo de problema. Uma explicação para essa discrepância entre um e outro estudo pode ser o fator regional. Os problemas de transformação podem ser ainda mais complexos se considerarmos composição de transformações, na qual não se conhece nem o estado inicial, nem o final, mas as transformações ocorridas. Vergnaud (1994) aponta que 75% das crianças de 11 anos não conseguem acertar problemas do tipo: "Roberto jogou duas partidas de bola de gude. Na primeira ele perdeu 4 bolas de gude. Ele jogou a segunda partida, mas não se lembra o que aconteceu nela. No final das duas partidas ele contou e viu que tinha ganhado 7 bolas de gude. O que aconteceu na segunda partida?".

Por fim, os *problemas de comparação* podem ser de relação estática entre dois todos – "Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem *mais* anos? Quantos anos a mais?" – ou de relação dinâmica, quando é dada a relação entre dois todos e apenas um é conhecido – "Carlos tem 9 reais e Luiz tem 6 reais a mais que Carlos. Quantos reais têm Luiz?". Magina et alii (ibid.) mostrou que as crianças têm mais dificuldade em resolver o primeiro problema do que o segundo. Para auxiliar as crianças a se apropriarem desse raciocínio, Nunes e Bryant (1997) sugerem apresentar uma situação intermediária, na qual seja suprimido do enunciado o termo "a mais": – "Numa sala de aula havia 9 alunos e 4 cadeiras. Tem mais alunos ou carteiras? – e, na seqüência, pergunta-se: "quantas cadeiras serão necessárias para que todos os alunos possam sentar?". Neste último caso, o percentual de erro cai substancialmente, numa clara indicação de que a dificuldade do problema diminuiu, como mostra a tabela abaixo extraída dos resultados da pesquisa de Nunes e Bryant (ibid.):

Tabela 1 – Percentual de acertos dos alunos nos problemas de comparação

Problemas	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série
Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos a mais?	48%	65%	75%	81%
Carlos tem 9 reais e Luiz tem 6 reais a mais que Carlos. Quantos reais tem Luiz?	58%	71%	77%	83%
Numa sala de aula havia 9 alunos e 4 cadeiras. Tem mais alunos ou carteiras?	79%	90%	94%	99%

Nunes et alii (2001), ao discutirem resultados obtidos num estudo diagnóstico constituído de problemas no Campo Conceitual Aditivo, aplicado em 248 crianças com esse nível de escolarização, concluem que a dificuldade dos problemas depende da relação entre a situação descrita e os esquemas de ação que a criança pode utilizar para resolver o problema. Os autores defendem que quanto mais direta for essa relação, mais fácil se torna o entendimento do problema. Da mesma forma, quanto maior for o número de operações mentais necessárias para encontrar um caminho para a solução, mais alto será o nível de dificuldade do problema. A razão teórica para as distinções na classificação é, portanto, de origem tanto psicológicas como matemática (Vergnaud, 1994, 1998).

Assim, as situações aditivas envolvem diferentes conceitos que fazem parte dessas estruturas, entre os quais citamos:

- Conceito de medidas, (por exemplo, a magnitude 5 é maior que 3, que é maior que 1);
- Conceito de adição,
- Conceito de subtração,
- Conceito de transformação de tempo (por exemplo, "ontem eu tinha... quanto tenho agora?");
- Conceito de número (por exemplo, número natural; inteiro, decimal)
- Relações de comparação (por exemplo, "quem tem mais, quem tem menos?");

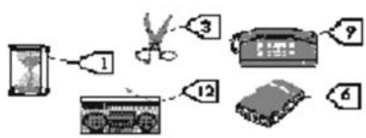
Considerando que as crianças normalmente constroem um campo conceitual através da experiência na vida diária e na escola, a importância de um estudo diagnóstico é fornecer ao professor subsídios que lhe permita saber em que nível de desenvolvimento seus alunos se encontram – quais classes de problemas são mais facilmente entendidas por seus alunos e quais procedimentos são mais naturalmente utilizados por eles – para que ele possa, a partir daí, trabalhar, gradativamente, com novas classes de problemas que requeiram raciocínios mais sofisticados desses alunos e assim expandir o campo conceitual envolvido.

O estudo

O diagnóstico foi elaborado a partir da análise de um teste, composto por 20 situações-problema relativas às quatro operações básicas. Cada questão ocupava uma página que tinha o tamanho de meia página A4, de tal forma que o instrumento tinha o formato de um caderno. O teste foi aplicado, coletivamente, em oito turmas das quatro séries iniciais do ensino fundamental (duas turmas por série) em duas escolas da rede pública do estado de São Paulo, perfazendo um total de 248 crianças, distribuídas em 62 alunos da 1ª série, 63 da 2ª, 62 da 3ª e 59 alunos da 4ª série. A aplicação foi feita por uma pesquisadora acompanhada de 3 auxiliares de pesquisa. As funções das auxiliares eram: distribuir o instrumento diagnóstico, responder questões relativas à leitura do texto (quando solicitado, reler a questão para o aluno), distribuir lápis e borracha e cuidar para que os alunos respondessem ao teste individualmente. Convém notar que essas auxiliares eram as professoras da escola e que, além disso, haviam participado do projeto Ensinar é Construir desenvolvido na PUC-SP dentro do Programa de Educação Continuada (PEC) da Seesp (Secretaria de Educação do Estado de São Paulo), o qual teve a pesquisadora como formadora e coordenadora. Cada problema era lido em voz alta pela pesquisadora e então era dado um tempo para que todas as crianças, individualmente, o resolvessem.

Neste trabalho, discutiremos apenas as questões relativas às estruturas aditivas, que no nosso instrumento diagnóstico consistiram de cinco situações-problema. Estas serão apresentadas segundo a porcentagem de sucesso dos alunos ao resolvê-las. É importante que se frise, portanto, que as mesmas não só não apareceram nessa ordem no teste, como também não foram apresentadas seqüencialmente. Abaixo estão as questões, seguidas por uma análise *a priori* das mesmas:

Problema 1



18 1 6 15 8 11 20
12 9 2 0 22 5
13 17 23 19 10
7 4 3 14 21 16

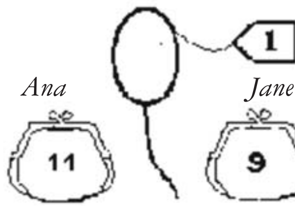
No quadro de cima, marque com uma cruz duas coisas que você quer comprar.
Quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas?

Problema 2

9 3 7 5
4 1 8
8 6 2 10 0

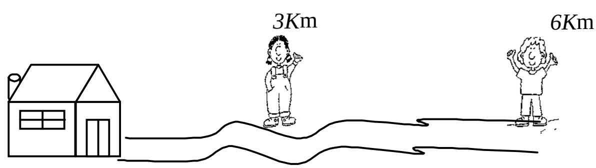
Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz.
Com quantos reais você vai ficar?

Problema 3



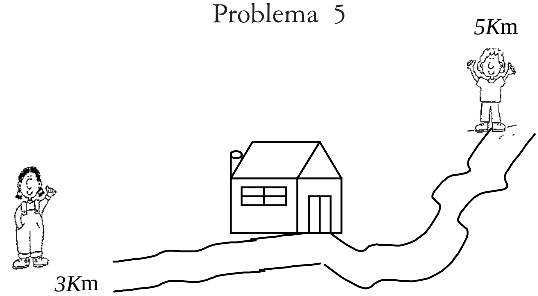
Duas meninas têm dinheiro nas bolsas.
Do lado de fora de cada bolsa escrevemos quantos reais cada uma tem dentro da sua bolsa ***Elas querem comprar bexigas***
Cada bexiga custa 1 real.
A) Quem pode comprar mais bexigas?
B) Quantas bexigas a mais do que a outra essa que tem mais pode comprar?

Problema 4



Dois amigos saíram de casa e andaram para o mesmo lado. A menina parou e o menino continuou andando. A menina caminhou 2Km e o menino caminhou 6Km. Qual a distância que um tem que caminhar para chegar no outro?

Problema 5



Dois amigos saíram de casa cada um foi para um lado. A menina andou 3Km para um lado. O menino andou 5Km para o outro lado. Qual é a distância que um teria que caminhar para chegar no outro?

Figura 1 – Instrumento de avaliação – o teste.

O problema 1 refere-se à operação de adição envolvendo a relação parte-todo. Trata-se de um problema de composição com as partes conhecidas (Vergnaud, 1982; Nunes e Bryant, 1997). Consideramos esse problema o de maior possibilidade de acerto, por se tratar de uma questão cujo único raciocínio exigido é a adição direta de duas quantidades (preço de dois objetos). Além disso, a situação-problema está dentro de um contexto familiar para o aluno. Acreditamos que os alunos já utilizam esse raciocínio desde a 1ª série. Nosso objetivo aqui é observar se nossa hipótese se confirma.

O problema 2 trata de uma transformação com o estado inicial e a transformação conhecidos. O estado inicial, representado pelo número 9 na bolsa, foi explicitado (e enfatizado) oralmente, uma vez que no enunciado do problema não há referência a esse valor. Esse problema, tal qual o anterior, é considerado por Vergnaud como protótipo de problemas de estruturas aditivas, cuja operação requisitada é a subtração. Novamente, esperamos um bom desempenho dos alunos, com resultados próximos aos obtidos no problema 1. De fato, o problema aborda um contexto familiar de compra e venda, com valores numéricos pequenos, exigindo-se da criança apenas a estratégia de resolução de um problema de transformação direta.

O problema 3 compara duas quantidades. Trata-se de problema de comparação com referentes conhecidos e a relação entre eles desconhecida. O problema é apresentado em duas etapas. Na primeira pede-se para a criança identificar quem pode comprar mais bexigas. Nossa hipótese é que não haverá dificuldade nesse reconhecimento. Nosso interesse, portanto, reside na segunda parte do problema, quando é perguntado à criança "quantas bexigas a mais". A criança deve perceber a subtração como o inverso da adição. Esperamos um índice de acerto inferior aos dois primeiros, por ser um problema que envolve um raciocínio mais sofisticado, visto que requer da criança operações de pensamento mais elaborados utilizando a operação inversa (Vergnaud, 1982; Nunes e Bryant, 1997).

O problema 4 é uma questão de transformação considerada simples, classificado em Magina et alii (2001) como problema de 1ª extensão. São dados os estados inicial (I) e final (F) – sendo F > I – e pede-se a transformação. Outra característica do problema diz respeito ao contexto apresentado. Trata-se de medida no contexto espacial, o que é uma inovação, já que tanto os problemas propostos por Vergnaud (1994) como aqueles que temos investigado (Magina et alii, 2001) referem-se a número enquanto quantidade e aqui estamos apresentando número enquanto medida. Para resolver o problema, o aluno pode subtrair os 2 Km caminhados pela menina, dos 6 km caminhados pelo menino. Outra possibilidade de resolver o problema é o aluno lançar mão da estratégia de complementar ("quantos quilômetros eu tenho que acrescentar aos 2 quilômetros para chegar no quilômetro 6?").

Finalmente, podemos ver que o problema 5 tem as mesmas características de contexto que o problema 4, tendo os números o significado de medida. A diferença está em que aqui as crianças andam em sentidos opostos. Trata-se de um problema protótipo de composição em que se conhecem as partes caminhadas e pede-se o todo. Esse problema também pode ser considerado um problema de transformação com os estados inicial (I) e final (F) – sendo F > I – e pede-se a transformação. Nesse último caso, a resolução passa a ser sofisticada, pois envolveria o conhecimento de número negativo – a casa seria o marco zero e uma das crianças teria andado em sentido negativo com relação à outra. Tal conjunto numérico ainda não é familiar aos alunos nesse nível de escolaridade. Portanto, se a estratégia de resolução da criança for a composição, ela não terá dificuldade em resolvê-lo. Já se ela optar pela estratégia de transformação, ela cairá na situação de subtrair números negativo, objeto matemático desconhecido dela.

Análise e discussão dos resultados

Os resultados dos desempenhos dos alunos, por séries (Figura 2), indicam que, em geral, houve aumento na porcentagem de acertos das primeiras para as últimas séries. Observamos que em todos os cinco problemas o percentual de acerto da 4ª série foi maior que o da 1ªsérie. Tal resultado nos permite supor que há uma efetiva contribuição da escola quanto ao desempenho desses alunos, uma vez que aqueles que pertenciam a séries mais avançadas obtiveram melhores resultados.

	P1	P2	P3	P4	P5
1ª série	78	73	35	25	27
2ª série	83	83	51	48	31
3ª série	84	80	62	65	37
4ª série	98	91	87	81	51

Porcentagem de respostas certas obtidas por 248 alunos das séries iniciais ante a cinco problemas aditivos. Os problemas estão dispostos segundo o nível de dificuldade.

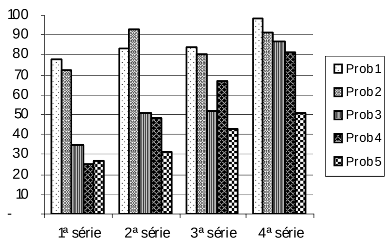


Figura 2 – Resultados dos desempenhos dos alunos, por série, apresentados em tabela e gráfico de barra

A Figura 2 mostra, ainda, que o sucesso na resolução dos problemas, em cada uma das séries, não foi homogêneo; havendo alguns problemas que apresentaram alto percentual de acertos e outros com percentual baixo. Dentro de cada uma das séries encontramos uma diferença significativa no percentual de acerto dos problemas, o que nos permite analisá-los por blocos. Os problemas 1 e 2 – protótipos de composição e transformação – apresentaram altos índices de acertos em todas as séries, mesmo para as crianças da 1ª série. Já o problema 3 – comparação com referentes conhecidos – iniciou com baixo índice de acerto na 1ª séries, apresentando significativa melhoria na medida em que a escolaridade avança. Quanto ao bloco formado pelos problemas 4 e 5 – transformação e composição no contexto espacial –, podemos notar que ambos partem de baixos patamares de acertos, sendo que enquanto no problema 4, tal qual no problema 3, há um expressivo avanço no percentual de acerto, o mesmo não acontece no 5.

Quanto aos problemas 1 e 2, observamos que os resultados por nós esperados e aqueles obtidos se confirmam. Os resultados dos alunos mostram que mais de 70% dos alunos da 1ª série não apresentam dificuldade em resolver problemas desse tipo, considerados por Vergnaud como "protótipos" da Estrutura Aditiva. Graças a esse alto percentual de acerto já na 1ª série, gerou-se o que chamamos "efeito de teto", no qual a diferença no percentual entre a 1ª e a 4ª série é pequeno porque todos tiveram altos índices de sucesso. Um fato importante a se considerar é que o instrumento foi aplicado no primeiro semestre do ano letivo, o que nos permite inferir que as crianças já trazem esse raciocínio antes mesmo de iniciarem a 1ª série.

Além disso, esses resultados estão em consonância com aqueles encontrados por Magina et alii (2001) com 782 crianças, no que tange à facilidade de alunos das séries iniciais resolverem problemas protótipos da Estrutura Aditiva.

O problema 3 marca uma queda acentuada no percentual de acertos, notadamente no que se refere às três primeiras séries, quando os índices, em relação aos dois primeiros, caem em, no mínimo, 28%. Tal resultado confirma a nossa hipótese de que o acerto aqui seria inferior aos dois problemas anteriores, visto que ele requer um raciocínio mais sofisticado. De fato, pergunta-se à criança "quantas bexigas a mais ela pode comprar" e, no entanto, para resolver é preciso calcular a diferença entre o dinheiro que as duas meninas têm nas bolsas. Nossos resultados estão em consonância com os encontrados nas pesquisas de Nunes e Bryant (1997) e Magina et alii (2001).

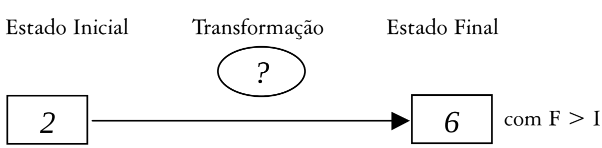
Na realidade, a dificuldade do problema depende da capacidade da criança em estabelecer uma relação entre a subtração e a adição, em que a criança teria que relacionar a situação aditiva com a solução subtrativa. A criança que não tem ainda essa capacidade, não entende como resolver a questão e apresenta como solução o número 11, que representa o valor contido na bolsa da menina que tem mais dinheiro. Durante a aplicação foram registradas inúmeras perguntas dos alunos, do tipo "a mais como?" De fato, dentre as respostas erradas, encontramos alta incidência da resposta 11, principalmente entre as crianças das duas primeiras séries (85% das respostas erradas da 1ª série e 80% das da 2ª série).

Gostaríamos de nos deter um pouco mais no termo "a mais". À primeira vista poderíamos pensar que a criança não responde corretamente essa questão por não entender o que esse termo significa e daí a explicação do porquê ela ficar perguntando "a mais como?" De acordo com Vergnaud (1982) e confirmado nos trabalhos de Nunes e Bryant (1997, 2001) e de Magina et alii (2001), o pouco sucesso das crianças mais novas nessa questão tem a ver muito mais com o nível de desenvolvimento cognitivo da criança do que com a semântica do termo "a mais". Eles propõem que, nesse caso, devemos primeiramente trabalhar problemas comparativos mais fáceis, que permitam à criança estabelecer relação entre correspondência um-a-um e as operações de adição/subtração. Assim, poderíamos apresentar situações como o das bexigas (problema 3), mas problematizando-as com questões do tipo: "é justo que Ana ganhe mais que Jane?", "quantas bexigas Jane iria precisar para ter o mesmo tanto de bexigas que Ana?", ou ainda "quantas bexigas Ana teria que perder para ficar com a mesma quantidade de bexigas que Jane?" Dessa forma estaríamos promovendo o desenvolvimento conceitual das crianças no campo das estruturas aditivas, ajudando-as a estabelecerem uma conexão entre duas noções já construídas, quais sejam: comparação um-a-um e o conceito de adição/subtração relacionado a situação de transformação com referentes conhecidos.

Os problemas 4 e 5 tiveram baixos percentuais de acerto na 1ª série, com índices muito próximos um do outro. A partir da 2ª série os percentuais de acerto entre um e outro problema se distanciam muito. Nos dois problemas o desempenho das crianças vai melhorando consideravelmente à medida que as idades avançam, apresentando saltos percentuais significativos de uma série para outra ($\chi^2 \geq 31{,}50$, para gl =3, $p < 0.001$ para o problema 4 e $\chi^2 \geq 9{,}07$, para gl =3, $0.05 > p > 0.02$ para o problema 5). Os resultados da provas estatísticas do Qui-quadrado mostram ainda que o valor de χ^2 para o problema 4 é significativo, muito além do nível 0,001, o que já era esperado, pois nesse problema o desempenho dos alunos culmina com 81% de acerto entre as crianças da 4ª série, contra 25% da 1ª série. Quanto ao problema 5, embora exista um crescimento gradual no percentual de acerto das crianças, chega-se à 4ª série com um índice de apenas 51%, uma diferença de 24% com relação à 1ª série.

O problema 4 foi o que iniciou com níveis percentuais mais baixos na 1ª série e que aparece em patamares bem aceitáveis na 4ª série, uma vez que mais de 80% dos alunos dessa série conseguem resolver satisfatoriamente a questão. O perfil evolutivo do problema também se mostra bem distribuído, apresentando saltos percentuais de pelo menos 16% de uma série para a outra.

Analisando o problema 4 em detalhe, percebemos que se trata de um problema de transformação dentro do contexto espacial, sendo o estado final maior que o inicial. O diagrama e cálculo relacional desse problema podem ser assim representados:



Os resultados de Magina et alii (2001) apontam para desempenho semelhante entre os alunos, iniciando com baixos percentuais de acertos entre os alunos da 1ª série e evoluindo positivamente na medida em que avança o nível de escolaridade. Vale ressaltar que embora o problema 4 esteja inserido em um contexto espacial e os resultados de Magina et alii (ibid.) em contexto de quantidade, os resultados de ambos os estudos apresentam a mesma trajetória quando comparado o desempenho entre as séries.

O problema 5 foi, efetivamente, aquele que apresentou o maior grau de dificuldade para as crianças de todas as séries. Sua evolução, embora contínua, não ultrapassou a casa dos 14% entre uma série e a seguinte. E mais, apenas a metade dos alunos da 4ª série conseguiu resolvê-lo.

Embora tivéssemos previsto que esse problema seria mais difícil que o problema anterior, esperávamos que, devido à similaridade dos contextos, a evolução deles seguissem caminhos relativamente próximos, fato que não ocorreu. Enquanto o problema 4 aumentou de 25% de acertos na 1ª série, para 81% na 4ª, o problema 5, que teve um percentual de acerto na 1ª série próximo a 27%, não passa de 51% na 4ª série.

Partindo da análise dos protocolos dos alunos com relação aos problemas 4 e 5 e, ainda, baseadas em nossas notas de observações efetuadas durante a aplicação do instrumento, notamos que quase metade das crianças da 1ª série davam como respostas números sempre acima de 10 nos dois problemas. Freqüentemente, as crianças calculavam a distância pedida contando os passos que um dos meninos do problema percorreria para alcançar o outro, movimentando seus dedos sobre o caminho, numa clara imitação de passadas. Um outro tipo de comportamento encontrado nessa série (20%) foi o de responder aos problemas repetindo um dos valores referentes à distância. Entre os alunos da 2ª série, que já apresentam índices de acertos superiores à 1ª série, o comportamento de simular passos sobre o papel, embora continue, cai para índices inferiores a 20%. Os comportamentos mais comuns para os problema 4 e 5 passaram a ser o de somar as distâncias no problema 4 e subtrair no problema 5 (operações contrárias às necessárias para resolver esses problemas) e o de repetir o valor dado para uma das distâncias. Já na 3ª série, os alunos têm menos dificuldades para resolver o problema 4. Entre as respostas erradas, encontramos a que indica a soma entre as distâncias percorridas (15% do total da amostra dessa série) e a que repete um dos valores de uma das distâncias (13% do total da amostra dessa série). Quanto ao problema 5, a estratégia mais comum foi subtrair as distâncias (34% dos alunos dessa série fizeram isso). Ainda encontramos erros de repetir o valor dado para uma das distâncias (11%), e respostas em branco (9%).

Por fim, a grande maioria dos alunos da 4ª série não teve dificuldade em resolver corretamente o problema 4, sendo que a estratégia de erro mais usada foi a de somar as distâncias (15%). Já o problema 5 foi difícil para metade dos alunos. A resposta errada mais comum foi a subtração das distâncias (41% dos alunos dessa série usaram essa estratégia), e os poucos restantes cometeram um erro de cálculo (5 + 3 = 9).

Uma eventual hipótese para explicar o baixo desempenho no problema 5, pode estar relacionada ao significado dos valores que representam as distâncias. De fato, a distância de 3km percorrida para um lado e a distância 5km percorrida para o outro lado, tendo a casa como referencial zero, pode ser o motivo para o alto índice de erros das crianças. Elas percebem que as distâncias caminhadas foram em sentidos opostos e que a casa é o marco zero. Assim elas entendem que o oposto está associado a operação de subtração. Daí termos encontrado tantos 2 como resposta (5 – 3 = 2).

Observamos que todas as crianças que obtiveram sucesso na questão utilizaram o raciocínio de composição, qual seja, de juntar duas partes para obter o todo.

Para concluir a nossa análise, gostaríamos ainda de apresentar, a título de ilustração, um gráfico que aponta a evolução do desempenho dos alunos, ao longo das quatro séries, em cada um dos problemas. Além disso, esperamos que ele facilite o acompanhamento não só da evolução na porcentagem de acertos da 2ª para a 3ª série, como também facilite a visualização da disparidade na evolução dos problemas 4 e 5 ao longo das séries.

Considerações finais

A partir dos resultados acima analisados podemos responder às questões por nós propostas, conforme segue:

a) quanto às competências referentes às estruturas aditivas, efetivamente as crianças na 1ª série resolvem facilmente problemas de adição e subtração, quando os mesmos tratam de transformação com estado inicial e transformação conhecidos ou quando tratam de composição sabendo as partes e pedindo o todo, ambos referindo-se à quantidade. Contudo, problemas envolvendo comparação de quantidades com referentes conhecidos e problemas dentro do contexto espacial, parecem trazer dificuldade para as crianças da nossa amostra, que não apresentam competência necessária para lidar com esses tipos de problemas, o que fica evidente quando observamos o percentual de acertos das crianças da 1ª série nos problemas 3, 4 e 5.

b) quanto ao desenvolvimento das competências ao longo das quatro séries, concluímos que elas, embora estejam presentes em todas as séries, não ocorrem de maneira análoga nas diferentes situações-problema de nosso instrumento. É fácil de ver na Figura 3 que no ponto de partida (1ª série) temos dois blocos: um formado pelos problemas 1 e 2, que partem de patamares altos, e outro formado pelos problemas 3, 4 e 5, que partem de baixas porcentagens de acertos.

Sobre o primeiro bloco não há muito o que discutir, considerando o alto percentual de sucesso, mesmo entre as crianças da 1ª série. O segundo bloco pode ser subdividido em dois outros, agrupando os problemas 3 e 4 de um lado e o 5 de outro. O sucesso nos problemas 3 e 4 seguem caminhos próximos, uma vez que partem de baixos percentuais de acerto na 1ª série e atingem índice de desempenho acima de 80% entre as crianças da 4ª série. O desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem são, provavelmente, os fatores responsáveis por essa trajetória ascendente das crianças. Contudo, o estudo não nos permite precisar o quanto cada um desses fatores influenciam na crescente melhora de desempenho desses alunos ao longo da escolaridade.

O problema 5 também apresenta baixo índice de sucesso entre os alunos da 1ª série, mas a evolução da competência das crianças nesse tipo de problema (composição no contexto espacial) fica muito aquém do esperado quando olhamos para os resultados dos alunos da 4ª série. De fato, pesquisadores (Vergnaud, 1994, Nunes e Bryant, 1997, Magina et alii, 2001, entre outros) são unânimes ao afirmar que problemas de composição são facilmente resolvidos, mesmo por crianças no início da escolarização. O que não havia sido investigado até então era a competência dos alunos em resolver esse tipo de problema dentro de um outro contexto, no caso espacial.

A partir de nossas reflexões sobre o desenvolvimento das competências dos alunos em resolver problemas de composição em contexto espacial, sugerimos a investigação da competência dos alunos em resolver problemas aditivos dentro de outros contextos, como, por exemplo, medida e representação gráfica.

Concluímos, finalmente, que é muito importante trabalhar, com os alunos, diferentes raciocínios aditivos em diferentes contextos. Desse modo, estaremos possibilitando que nossas crianças ampliem os conceitos pertinentes ao campo conceitual aditivo e, conseqüentemente, ampliem suas competências para resolver, paulatinamente, níveis mais sofisticados desses problemas.

Referências

HUDSON, T. (1983). Correspondences and Numerical Differences between Sets. *Child Development*, n. 54, pp. 84-90.

MAGINA, S.; CAMPOS, T.; CANOAS, S. e CUNHA, M. C. (1998). Composição de quantidades que transformam referentes: soluções dos professores e alunos, INEP, v. 78, n. 188-90, pp. 445-457.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. (2001). *Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais*. São Paulo, Proem.

NUNES,T. e BRYANT, P. (1991). Correspondência: um esquema quantitativo básico. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, n. 7, pp. 273-284.

_____(1997). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre, Artes Médicas.

NUNES, T.; CAMPOS, T.; MAGINA, S.; BRYANT, P. (2001). Introdução à Educação Matemática: números e operações. São Paulo, Proem.

SAEB – Sistema de Avaliação do Ensino Básico (1995). INEP, MEC.

SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (1998). SEESP.

VERGNAUD, G. (1982). "A Classification of Cognitive Tasks and Operations of thought Involved in Addition and Subtractions Problems". In: *Addition and Subtraction: a cognitive Perspective*. Hillsdale, USA, Lawrense Erlbaun.

_____(1983). "Multiplicative structures". In: LESH, R. e LANDAU, M. (eds.). *Acquisitions of mathematics concepts and procédures*. New York, Academic Press.

_____(1988). "Multiplicative structures". In: HILBERT, J. e BEHR, M. (eds.). *Number Concepts and Opérations in the Middle Grades*. New Jersey, Erlbaun.

VERGNAUD, G. (1990). "Epistemology and Psychology of Mathematics Education". In: NESHER, P. e KILPATRICK, J. (eds.). *Mathematics and cognition*. Cambridge, Cambridge University Press.

_____(1994). "Multiplicative Conceptual Field: What and Why?" In: HAREL, G. e CONFREY, J. (eds.). *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics.* State University Of New York Press.

_____(1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *JMB*, v. 17, n. 2, pp. 167-181.

Recebido em abr./2004; aprovado em jun./2004