Des elements mathematiques dans la culture bamanan Cas de la numération orale

MAMADOU LAMINE KANOUTE*

Resumé

L'objet de cet article est de mener une réflexion sur l'introduction des langues nationales à l'école et, plus particulièrement sur l'introduction d'une telle pédagogie en mathématique. Il s'agit essentiellement de s'interroger sur l'existence et le fonctionnement d'éléments mathématiques dans la culture bamanan. Dans une première partie nous ferons une description du système de numération bamanan; description au cours de laquelle seront présentés les termes de l'énumération et les règles de formation des dizaines, des centaines et des milles. A ces règles nous associerons des connaissances qui appartiennent à la langue. Dans une deuxième partie nous nous intéresserons aux connaissances élaborées en général par le calculateur bamanan pour effectuer un calcul à partir des termes de l'énumération, de quelques principes élémentaires et de règles opératoires. Pour conclure nous introduirons ce que nous appelons, dans le cadre de cette étude, les "mathématiques orales" dans une culture d'oralité.

Mots-clés: *langues nationales; mathématiques; énumaration; enseignement/apprentissage.*

Resumo

O objetivo deste artigo é refletir sobre a introdução das línguas nacionais na escola e, mais especificamente, sobre a introdução de uma tal pedagogia em matemática. Trata-se essencialmente de questionar-se sobre a existência e o funcionamento de elementos matemáticos na cultura bamanan. Na primeira parte deste estudo, faremos uma descrição do sistema de numeração bamanan, na qual serão apresentados os termos da enumeração e as regras de formação das dezenas, centenas e milésimos. A essas regras associamos conhecimentos que pertencem à língua. Na segunda parte, nosso estudo será focalizado nos conhecimentos elaborados em geral pelo calculador bamanan para efetuar um cálculo a partir dos termos da enumeração, de alguns princípios elementares e de regras operatórias. Para concluir, introduziremos o que chamamos, neste estudo, "as matemáticas orais" em uma cultura da oralidade.

Palavras-chave: línguas nacionais; matemática; numeração; ensino/aprendizagem.

Abstract

* Ecole Normale Supérieure, Bamako, Mali.

Key-words

Au Mali l'innovation pédagogique la plus importante est incontestablement l'introduction officielle des langues nationales à l'école. Elle marque le début de la fin de l'asservissement culturel colonial. Cette innovation, couramment appelée "Pédagogie Convergente" (PC) prend appui sur la culture et les langues nationales. Aussi, les premiers apprentissages à l'école s'effectuent d'abord dans les langues nationales puis se consolident et se perfectionnent, dans le cadre d'un bilinguisme fonctionnel utilisant concomitamment les Langues Nationales et le Français.

L'objet de cet article est de mener une première réflexion sur le contenu d'une telle pédagogie en mathématique. En d'autres termes, il s'agit de s'interroger sur l'existence et le fonctionnement d'éléments mathématiques dans la culture bamanan .

Dans une première partie nous ferons une description du système de numération bamanan; description au cours de laquelle seront présentés les termes de l'énumération et les règles de formation des dizaines, des centaines et des milles. A ces règles nous associerons des connaissances qui appartiennent à la langue, des connaissances qui sont incrustées dans la langue.

Dans une deuxième partie nous nous intéresserons aux connaissances élaborées en général par le calculateur bamanan pour effectuer un calcul à partir des termes de l'énumération, de quelques principes élémentaires et de règles opératoires.

Pour conclure nous introduirons ce que nous appelons, dans le cadre de cette étude, les "mathématiques orales" dans une culture d'oralité; une mathématique fondée sur deux principes fondamentaux:

> Dans les cultures d'oralité, les procédures de calcul et les cheminements opératoires sont essentiellement oraux et mentaux; ils ne s'appuient pas sur une symbolique figurative. (Joseph Poth, 1988)
> La numération orale a ses règles de fonctionnement. Elle doit faire l'objet d'un apprentissage dans le cadre d'un enseignement des mathématiques. (Colette Dubois, 1993)

Première partie: connaissances-types-innées

Au Mali, comme dans toute société à traditions orales, le calcul se fait de tête, en général sans manipulation d'objets, sans apport de l'écriture, car comme le dit Claude Dalbera,

> l'individu et la société à laquelle il appartient, accumulent de facto un capital considérable de connaissances et de techniques mentales pour assurer leur survie et leur développement, même si ce savoir n'est pas conservé et transmis grâce à l'écriture. (Claude Dalbéra, 1990, p. 7)

Et Geneviève Courtade-Coulomb de préciser que le mécanisme de l'apprentissage se joue au niveau des évoqués auditifs, par une certaine maîtrise de cette "langue pédagogique maternelle" (Geneviève Courtade-Coulomb, 1999), ou, selon Réné Taton, par une "mémoire auditive et motrice non visuelle" (R.Taton, p. 85).

Pour Ubiritan d'Ambrosio, s'agissant de l'aptitude à lire et à écrire, la langue maternelle et la langue "apprise" coexistent et permettent aux groupes sociaux de communiquer entre eux. Ici le transfert de compétence semble être facilement réalisable dans la mesure où la lecture et l'écriture ne sont pas des pratiques du milieu socioculturel de l'enfant malien. Il devient alors aisé de définir une pédagogie utilisant la même méthode de lecture et d'écriture en langue nationale et en français. Il s'agira d'apprendre, de "cultiver", le français, sur le terreau de la langue maternelle de l'enfant en utilisant la même démarche méthodologique, appelée pédagogie convergente. Les promoteurs de la pédagogie convergente parte de l'idée que "l'appropriation de l'écrit en langue maternelle détermine tous les apprentissages ultérieurs". d'où la définition de la P.C. "Amener les enfants à une véritable appropriation de la langue maternelle, leur permettre de suivre le même cheminement pour l'acquisition d'une seconde langue tel est le fondement de la PC définie par le CIAVER dès 1984" (Table ronde du 30 septembre au 4 octobre 1991Bamako, "l'expérimentation de la PC au Malie, CIAVER, Saint – Ghislain (Belgique)).

Qu'en est-il de l'aptitude à calculer? Et d'Ambrosio de poursuivre:

"Avec l'aptitude numérique la situation est tout à fait différente: l'aptitude "acquise" élimine ce qu'on pourrait appeler l'aptitude "spontanée". … Au cours de leur scolarité, de nombreux enfants perdent les capacités qu'ils possédaient, sans parvenir à les remplacer par des aptitudes "acquises" (Ubiratan d'Ambrosio, 1986, p449).

Les connaissances mobilisées et leur mode d'utilisation dans la résolution des problèmes constituent ce qu'on nous appellerons dans le cadre de cet article "la mathématique orale".

Dans cette première partie nous présenterons les termes de l'énumération et les règles utilisées pour former, à partir de termes autonomes, les dizaines, les centaines et les milles. Les connaissances utilisées dans l'élaboration et le fonctionnement de ses règles sont des connaissances qui appartiennent exclusivement à la langue, nous les appellerons des "connaissances-type-innées" pour reconnaître avec Chomsky que "un enfant applique spontanément, dès qu'il parle (ou compte), des règles de grammaire(ou de numération)[1] très complexes qu'on lui a jamais enseignées… La langue est innée, inscrite dans notre biologie" (cité par Chomsky lors d'un entretien accordé à Guy Serman de "Jeune Afrique plus" en Octobre 1989).

Les "connaissances-type-innées" sont donc des connaissances révélées par la langue; elles sont les manifestations du génie de la langue; elles sont essentiellement constituées de règles qui régissent la formation ordonnée des termes de l'énumération, à partir d'un nombre fini de termes.

Comment construire ces termes de l'énumération? Marco Panza (1999) en donne le principe de base et les critères de choix des termes retenus:

1 Les parenthèses sont de nous.

Le principe de base de la formation des termes consiste à attribuer des noms élémentaires et indépendants à un petit groupe de nombres et construire tous les autres noms de nombres en combinant ces noms élémentaires. Il s'agit d onc de construire un système de dénomination de nombres basé sur des nombres auxquels on a assigné un nom particulier.

Chaque peuple choisi, pour satisfaire ses besoins quotidiens, un nombre fini de noms élémentaires, pour construire son système d'énumération. … Ce choix répond en général à deux critères essentiels: Primo, que le nombre de noms élémentaires ne soit pas très grand (pour éviter des efforts de mémoire trop important). Secondo, qu'il ne soit pas trop peu nombreux (pour ne pas devoir recourir trop tôt à des noms trop composés).

Observons et écoutons un marchand jula compté les noix de colas de son panier: Il procède par groupement de dix noix de colas. A partir de deux groupements de dix le vocable *"bi"* apparaît. Appelons un tel groupement "bloc *bi-*" et notons le b_1. S'il obtient dix "bloc *bi-*", il les regroupe en un nouveau bloc plus grand et utilise un nouveau terme *"kÆmÆ"*. Notons ce bloc b_2. S'il obtient dix "bloc*kÆmÆ*", il les regroupe en un bloc plus important et utilise un nouveau terme: *"ba"*; notons ce bloc b_3. Il réitère ce procédé jusqu'à épuisement total du panier. Il arrêtera donc le regroupement lorsque le nombre de noix de colas restant ne permet plus de former un "bloc bi-".

Désignons par b_0 ces blocs de moins de dix objets (*tandÆsÆw*) [chiffres]: leur appellation en français et en bamanan est donnée dans la figure ci – dessous (Fig. 1).

Dans la première partie de cette étude, nous avons choisi de ne pas utiliser le symbolisme mathématique, en particulier l'écriture en chiffre des nombres; nous obligeant ainsi à rester dans la numération orale:

Nombre de noix	Terme français	Terme bamanan correspondant
*	Un	Kelen
**	Deux	Fila
***	Trois	Saba
****	Quatre	Naani
*****	Cinq	Duuru
***** *	Six	W øørø
***** **	Sept	W olonfila
***** ***	Huit	Segin
***** ****	Neuf	Kønøntøn

Fig. 1 – Tableau de correspondance – Enumération des neufs premiers termes de la numération en français et en bamanan.

La Fig. 2: schématise le procédé de regroupement. La convention graphique adoptée et la signification qui lui est associée est une préparation au symbolisme mathématique, le passage des "mathématiques orales" aux mathématiques écrites:

si nous représentons un objet, par exemple **un** caillou par * ,

alors nous convenons de représenter dix cailloux (**********) par ;

et dix par

Dans le tableau ci-dessous, le symbole = signifie "représente"

Bloc	Convention graphique	Nomination	Signification
b1		bi-	**********
b2		kÆm Æ-	=
b3		ba-	=
b4		ba-bi-	=
b5		ba-kÆmÆ-	=
……	……	……	…… .

Fig. 2 – Tableau des classes: de la manipulation des objets à la formation des termes.

Par exemple:

- Le schéma △ △ ▬ ▬ ▬ ***** représente le nombre *ba-fla ani*[2] *bi-saba ni duuru* (2035)
 **

- Le nombre *ba-kÆmÆ ani kÆmÆ ni kelen* (100101) est représenté par ⬠ ∧ *

En résumé:
Toute collection de moins de dix objets, c'est-à-dire tout bloc b_0 , est nommé par un terme de M_1 avec M_1 = {*kelen, fila, saba, naani, duuru, wøørø, wolonfila, segin, kønøntøn.*}
Le bloc b_1 de dix objets est appelé bloc *"bi-"*
Le bloc b_2 constitué de dix b_1 est appelé bloc *"kɛmÆ-"*
Le bloc b_3 constitué de dix b_2, est appelé bloc *"ba-"*
Le bloc b4 constitué de dix b3, est appelé bloc *"ba-bi-"*
Le bloc b5 constitué de dix b4, est appelé bloc *"ba-kÆmÆ-"*
....

A chaque groupement de dix, le marchand jula utilisera-t-il un nouveau terme non utilisé précédemment? Jusqu'où peut-il aller dans les regroupements?

A notre connaissance, le bamanan n'a pas crée de termes autonomes au delà de "ba-" pour nommer les collections b_4, b_5, ... Le compteur bamanan nomme successivement les collections b_4 et b_5 par "ba-tan" (ou "ba-mugan" ou "ba-bi-") et par "ba-kɛmÆ-". La logique du système voudrait que le bloc b_6 se nomme "ba-ba-" (ou ba-bakelen) équivalent du million, mais dans la pratique on n'entend presque jamais ce terme. A sa place, le terme français million a été emprunté.

Le système de numération bamanan dispose donc de six blocs de regroupements à l'aide desquels il peut dénombrer jusqu'à neuf cent quatre vingt dix neuf mille neuf cent quatre vingt dix neuf . Le tableau ci-dessous (Tableau 1) rend compte des six blocs:

2 Il nous semble que dans le parler courant le "*ni*" et le "*ani*" sont indifféremment utilisés.

Blocs	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
Termes Autonomes	**Les termes[3] de M_1 :** *kelen ; fila ; saba ; naani ; duuru ; wøørø ; wolonfila ; segin ; kønøntøn.*	*Tan ; mugan ; Bi-*	*kɛmɛ*	*ba-(b_0)*	*ba-(b_1)*	*ba-(b_2)*

Tableau 1

La notation *"ba-(b_0)"* signifie "*ba* suivi d'un élément de b_0"
Exemple*: ba-naani*[quatre mille]*; ba-segin* [huit mille]
La notation "*ba*-(b_1)" signifie "*ba* suivi d'un élément de b_1"
Exemple: *ba-tan* [dix mille]*; ba-bi-duuru* [cinquante mille]
La notation "*ba*-(b_2)" signifie "*ba* suivi d'un élément de b_2"
Exemple: *ba-kɛmɛ* [cent mille] *; ba-kɛmɛ-saba* [trois cent mille]

Comment à partir de ces termes autonomes construire les termes de l'énumération?

Dans une étude publiée dans la *Bulletin de liaison des Professeurs de Mathématiques*, *PENTANNUEL*, André Deledicq s'intéresse à l'expression parlée des nombres, à la formation des termes de l'énumération à l'intérieur d'un système de numération donné. Après avoir dégagé les différents niveaux susceptibles d'apparaître lors de l'énumération des nombres dans une langue quelconque, André Deledicq conclue à l'existence d'une hiérarchie relative à l'expression parlée des nombres. Considérant l'expression écrite des nombres comme l'étape supérieure l'évolution des nombres et des mathématiques, André Deledicq situe chaque niveau par rapport à la formation polynomiale d'un nombre. Aussi, une numération sera d'autant plus proche de l'expression polynomiale que le niveau atteint permet de représenter tout nombre parlé sous la forme $a_0+a_1b+a_2b^2+a_3b^3+\ldots$; combinant ainsi les opérations addition, multiplication et élévation à la puissance. D'où la structure d'expression des nombres présentée par André Deledicq:[4]

" Il existe toute une hiérarchie relative à l'expression (parlée) des nombres:

3 Le bloc b0 est le bloc des cheffres, on le nomme le bloc des "moins de dix" objects: "*tand ɛsɛ*"

4 L'extrait en italique est de A. Deledicq. Les exemples donnés en bamanan sont de nou.

Au niveau zéro, chaque nombre a un nom différent. Ce procédé est limité. Très tôt apparaît un mot synonyme de plusieurs sans autre précision. Par exemple, au – delà des milles *(ba)*, le bamanan dira *baawu*, pour dire beaucoup.

Le niveau un, pourrait se nommer niveau simplement additif: les noms des nombres sont différents jusqu'à un certain nombre a, puis on compte a+1, a+2, a+3, … jusqu'à un certain niveau b, où on dit alors b+1, b+2, b+3, … Exemple: Dans le système de numération bamanan a = *tan*; b = *mugan*. Le coordinatif *ni* est la marque de l'addition, et on dira*: tan ni kelen, tan ni fila, …, mugan ni kelen, mugan ni fila,… .*Dans ce système *tan, mugan* sont des nombres d'appui.

Le niveau deux, pourrait se nommer "niveau simplement multiplicatif". Certains nombres intermédiaires (a, b …) sont multipliés par des nombres inférieurs pour donner des nombres deux, trois, … fois plus grands. Par exemple: En bamanan ces termes intermédiaires sont: *bi, kÆmÆ, ba*. Aussi on dira *bi-saba,* pour dire trois fois dix; *kÆmÆ duuru*, pour dire cinq fois cents….

Le niveau trois donne lieu à des combinaisons de multiplication et d'addition parfois complexes. On peut parler d'un niveau "parenthètique" exprimant une succession non régulière d'additions et de multiplications. Par exemple en bamanan *"ba-tan ni fila"* signifie-t-il *"(ba-tan) ni fila"* c'est-à-dire "(dix fois mille) et deux"; ou alors signifie-t-il *"ba – (tan ni kelen)"* c'est-à dire "douze fois mille". Il s'agit bien là de la capacité de la langue à gérer les parenthèses.

Le niveau quatre est celui où apparaît véritablement le concept de "base". Il s'agit de la découverte de la "cinquième opération": élever à une puissance. Au lieu de dire "10 fois 10" on pense "10 au carré" ou "10 écrit deux fois et multiplié". A notre connaissance il n'existe pas en bamanan de termes signifiant "faire deux (ou trois) fois la multiplication de dix par lui même".

Le niveau cinq est celui de l'expression polynomiale d'un nombre sous la forme $a_0+a_1b+a_2b^2+a_3b^3+\ldots$ Il semble qu'aucune langue orale n'ait aboutit à un système d'énoncé d'un nombre. (A. Deledicq) (c'est sciemment que nous n'avons pas utilisé la numération écrite et éviter tout symbolisme mathématique).

A titre d'exercice plaçons la numération parlée bamanan dans le tableau de hiérarchie présenté par A. Deledicq:

Niveau zéro	Niveau un «simplement additif»	Niveau deux «simplement multiplicatif»	Niveau trois «parenthétique»	Niveau quatre «base simple»	Niveau cinq «polynomial»
Kelen *Fila* *Saba* *Naani* *Duuru* *wøørø* *wolonfila* *segin* *kønøntøn* *tan*	*kelen, …, tan* *tan ni kelen,* …….. … … ….. *mugan, mugan ni kelen,* …. … …. . . . *kɛmɛ,kÆmÆ ni kelen,*…… … … . . .	*kelen, …,* *tan,…* *mugan, …* <u>Expression orale :</u> *bi – X ni Y* Où X et Y sont des termes du niveau zéro sauf tan	*kelen, …, tan,… …* *kÆmÆ, … …. …* *ba-kelen, …… …* …….. <u>Problème</u> : comment distinguer «onze mille » {*ba-tan ni kelen* } de dix mille un {*ba-tan ni kelen*}? <u>Solution</u>: Répéter le terme ba dans: «onze mille»: {*ba-tan ni ba-kelen*}	*kelen,…, tan* *kɛmɛ* *ba-kelen* *kɛmɛ* ne dérive pas de *tan* ; de même *ba-kelen* n'a aucun rapport syntaxique avec *tan* ou *kɛmɛ* L'opération «élever au carré » n'est donc pas reconnue	*kelen, …, tan* *kɛmɛ* *ba-kelen* *ba-tan ni kɛmɛ-saba ni bi-duuru ni fila* Le principe de la numération écrite de position n'est pas reconnue explicitement.
	tan, mugan, kɛmɛ sont des nombres d'appui	Les termes *bi, kɛmɛ et ba* sont des opérateurs			

Tableau 2 – La numération bamanan dans la hiéarchie présentée par André Deledicq

Le Tableau 2 révèle que la numération bamanan atteint le niveau deux de la hiérarchie. A ce niveau, les termes d'appui, *bi-, kɛmɛ- et ba-* jouent le rôle d'opérateurs lors de la construction des termes de l'énumération. Remarquons qu'en bamanan, sur le plan syntaxique l'opérateur (le multiplicateur) précède le multiplicande: Par exemple dans *kɛmɛ-saba* [trois cents], *kɛmɛ* [cent] est un opérateur, il précède *saba* [trois] qui est le multiplicande.

En plaçant l'opérateur en première position, la numération bamanan doit nécessairement trouver un "système de fermeture" pour désigner la quantité sur laquelle portera l'opérateur.

Par exemple dans *"ba-tan ni kelen"*, l'opérateur *ba*-, agit-il sur *"tan"* ou sur *"tan ni kelen"?*

Il s'agit bien là d'un problème de "parenthèsage". Aussi nous dirons que le système de numération bamanan n'a pas atteint le niveau trois.

Contrairement à la numération bamanan, la syntaxe des termes de l'énumération du français place l'opérateur après le multiplicande. L'opérateur "ferme" donc le circuit et le problème de la parenthèse se trouve ainsi régler.

Par exemple dans "vingt trois mille", "mille" opère bien sur "vingt trois"; tandis que dans l'expression "vingt mille trois", "mille" opère sur "vingt" et non sur le trois qui est placé après. Ainsi la numération française se trouve au niveau 3, c'est-à-dire le niveau "parenthétique".

Formation des termes de l'énumération

Objectif: Décrire les règles qui régissent la formation des termes de l'énumération

Règle de transcription des termes contenant bi, kɛmɛ et ba

bi et *ba* ne fonctionnent jamais seul lors de l'énumération, ce ne sont pas des termes autonomes car ils ont toujours besoin d'un autre terme pour fonctionner comme terme de l'énumération ; ils seront donc reliés par un trait d'union (-) à tout autre terme qui le suit immédiatement. Nous conviendrons d'appliquer cette règle au terme *kɛmɛ* bien qu'il soit un terme autonome.

Donc, *bi, ba et kɛmɛ* seront désormais reliés au nombre parlé suivant par un trait- d'union.

Exemples*: bi-saba; ba-wøørø; ba-kɛmɛ- naani; ba-bi-segin; kɛmɛ-fila*

Conventions de transcriptions et notations

Tous les termes bamanan seront écrits en italique.

La traduction d'un terme d'une langue à l'autre sera écrite entre crochets [ ] immédiatement après le terme énoncé. Par exemple on écrit *bi-segin* [quatre vingt], ou alors, quatre vingt [*bi-segin*]

Désignons par:

M l'ensemble des termes (autonomes): *kelen* [un], *fila* [deux], *saba* [trois], *naani* [quatre], *duuru* [cinq], *wøørø* [six], *wolonfila* [sept], *segin* [huit], *kønøntøn* [neuf], *tan* [dix], *mugan* [vingt], *kɛmɛ* [cent].

M = {*kelen, fila, saba, naani, duuru, wøørø, wolonfila, segin, kønøntøn, tan, mugan, kɛmɛ*} et ses sous-ensembles:

M_1 = { *kelen, fila, saba, naani, duuru, wøørø, wolonfila, segin, kønøntøn* }

M2 ={*tan, mugan, kɛmɛ*}

L'ensemble O des opérateurs au sens mathématique

O = {bi-, keme-, ba-, ba-bi-, ba-kɛmɛ-}

C l'ensemble des coordinatifs

C = {*ni*}[5]

Soit Ñ = OM l'ensemble des termes formés d'un opérateur (élément de O) suivi d'un terme autonome (élément de M)

Les éléments de Ñ sont appelés des "nombres ronds"

Exemples de "nombres ronds": *kÆmÆ-kønøntøn, bi-saba, ba-kÆmÆ- naani, ba-mugan.*

Formation des termes de Ñ

Règle 2.1 – Fonctionnement des termes *bi-, ba- et kÆmÆ-*

Les éléments de Ñ obéissent aux régles suivantes:

Bi- est suivi d'un élément de M1 sauf kelen et fila.

"*bi* – Y" avec Y ∈ M1-{*kelen, fila*}

5 En réalité il existe deux coordinatifs "ni" et "ani" qui "semblent" interchangeables dans les termes de l'énumération; aussi dans cette première partie nous réduirons C au singleton {ni}. L'usage du coordinatif "ani" fera l'objet d'une étude ultérieure.

Exemples*: bi-saba; bi-segin; bi-duuru; …*

Kɛmɛ- est suivi d'un élément de M1 sauf kelen.

"*kÆmÆ* –Y" avec Y∈ M1-{*kelen*}

Exemples: *kÆmÆ-fila; kÆmÆ-kønøntøn; …*

Ba- est suivi d'un élément de Ñ autre que *ba-, ba-bi, ba-kɛmɛ-*

"ba –Y" avec Y∈ .-{ba-, ba-bi, ba-kɛmɛ-}

Exemples: *ba-kelen; ba-tan; ba-kÆmÆ; ba-bi-duuru; …*

Définition 2.1: mot – nombre élémentaire

On appelle *mot – nombre élémentaire* tout élément de M ou toute liaison o-m où o∈ O et m∈ M

Exemples: saba; bi-kelen; kɛmɛ, kɛmɛ-naani

Définition 2.2: mot – nombre

Définition 2. 3: **Ordre dans Ñ**

Dans Ñ la relation *"? "* définie par:

"∀, m'∈ Ñ (*m ? m'* si et seulement si m "précède" m')

est une relation d'ordre total. Ñ muni de la relation "*?*" est ainsi ordonné:

(Ñ, *?*) = (kelen, fila, saba, naani, duuru, wøørø, wolonfila, segin, kønøntøn, tan, mugan, bi-, kɛmɛ-, ba-)

Règle 2.2 – Forme générale d`un terme de l`énumération

Pour tout terme de l'énumération de la forme *mcm'*, on a *m'? m*

Exemples:

• dans *tan ni kelen*; *kelen ? tan*

• dans *ba-fila ni kɛmɛ ni kelen; kelen ? ba-fila ni kɛmɛ*; on aurait pu décomposer autrement et constater que: *kɛmɛ ni kelen ? ba-fila.*

Définition 2.4: Nombre

On appelle nombre tout mot-nombre qui respecte[6] les règles R1 et R2.

Termes	Est-ce un un mot – nombre	R1 est-elle respectée?	R2 est-elle respectée?	Est-ce un nombre?
Bi-kÆmÆ	Oui	Non	Oui	Non
Saba ni tan	Oui	Oui	Non	Non
Saba bi-duuru	Non	Oui	Non	Non
Ba-fila ni kɛmɛ-duuru ni kelen	Oui	Oui	Oui	Oui

Suivant d'un terme de l'énumération

Problème: Etant donné la suite ordonnée kelen*?* fila *?* saba *?* naani *?* duuru *?* wøørø wolonfila *?* segin *?* kønøntøn *?* tan; comment construire les autres termes de l'énumération?

Notations:
Dans toute la suite
• m* désigne le suivant du nombre-parlé m
• X est un élément de M_1

Règle 3.0: Suivant d`un terme de M1

Kelen * = fila; fila* = saba; saba* = naani; naani* = duuru; wøørø* = wolonfila; segin* = kønøntøn ; kønøntøn* = tan

Règle 3.1: Règle générale de la formation du suivant

Soit *m* et *m'* deux nombres-parlés tel que *(m ni m')* soit un nombre-parlé. Le suivant de *(m ni m')* est *(m ni suivant de m')*; c'est-à-dire *(m ni m')* = m ni m'**

6 Lorsque pour un terme de l'énumération, les conditions d'application d'une règle Ri (R=1,2) ne sont pas vérifiables, on dira que ce terme respecte cette règle Ri. Aussi, on dira que *tan ni kelen* respecte R_1 car il ne possède aucun opérateur. De même, *ba-fla* respecte R_2 car dans sa structure le coordinatif *ni* est absent.

Règle 3.2: suivant de *(tan ni X)*

$$(\text{tan ni X})^* = \begin{cases} \tan ni\ X^* & si\ X \neq \text{kønøntøn} \\ mugan & si\ X = \text{kønøntøn} \end{cases}$$

Règle 3.3: suivant de *(mugan ni X)*

$$(\text{mugan ni X})^* = \begin{cases} mugan\ ni\ X^* & si\ X \neq \text{kønøntøn} \\ bi-saba & si\ X = \text{kønøntøn} \end{cases}$$

Règle 3.4: suivant d'un nombre "rond"

$$\forall m \in \text{Ñ};\ m^* = m\ ni\ kelen$$

Règle 3.5: Suivant de (bi – X ni X')

$$\forall X, X' \in M_1,\ (bi - X\ ni\ X') \begin{cases} bi - X\ ni\ X'^*\ si\ X' \neq \text{kønøntøn} \\ bi - X^*\quad si\quad X' = \text{kønøntøn} \\ \text{KÆmÆ}\quad \text{si}\quad \text{X} = \text{X}' = \text{kønøntøn} \end{cases}$$

Règle 3.6: suivant de *(kÆmÆ – X ni X')*

$$\forall X, X' \in M_1,\ (bi - X\ ni\ X')\ ;\ (\text{kÆmÆ} - \text{X ni X'})^* = \text{kÆmÆ} - \text{X ni X'}^*$$

Règle 3.7: suivant de (kÆmÆ-kønøntøn ni bi-kønøntøn ni kønøntøn)

(kÆmÆ-kønøntøn ni bi-kønøntøn ni kønøntøn)* = ba-kelen

Règle 3.8: suivant de (ba-bi-X ni X`)

(ba-bi-X ni X')* = ba-bi-X ni X'*.

Conclusion

Les règles $(3.i)_{0 \leq i \leq 8}$ et $(2.i)_{1 \leq i \leq 2}$ permettent de construire la suite ordonnée des neuf cent quatre vingt dix neuf mille neuf cent quatre vingt dix neuf premiers termes de la numération bamanan.

A titre d'exercice, construisons les six termes qui suivent le terme *mugan ni wøørø* dans la numération bamanan, en précisant les règles utilisées.

On obtient:
mugan ni wøørø → **R1+R0** → *mugan ni wolonfila* → **R1+R0** → *mugan ni segin* → **R1+R0** → mugan ni *kønøntøn* → **R3** → bi-saba → **R4** → bi-saba ni kelen → **R1+R0** → bi-saba ni fila

Deuxième partie: les connaissances elaborées

Une connaissance élaborée est un ensemble de règles utilisées pour effectuer une opération quelconque en respectant la structure et les règles de formation des termes de l'énumération.

Deux opérations seront essentiellement utilisées: l'une, addition, associée à l'acte d'ajouter (kafoli) et l'autre, soustraction, associée à l'acte de soustraire (døbøli). La combinaison de ces deux opérations constituent la base du calcul mental ou oral en milieu bamanan.

Pour effectuer les combinaisons le bamanan procède à un découpage (mental) des termes de l'énumération et à leur recomposition (mentale) suivant des règles très précises. Ces règles sont des constructions théoriques[7] dépendantes des capacités intellectuelles de celui qui calcule.

Les recherches effectuées par Dominique Vellard auprès des vendeurs de rue au Brésil et commerçants analphabètes au Mali, confirment ces resultats:

> *Additions et soustractions sont en effet toujours traitées par* groupement[8]*, la soustraction étant le plus souvent vue comme une addition inversée; la multiplication et la division, traitée comme suite de multiplications approchées, par des* groupements répétés*. Dans tous les cas il est fait grand usage de* résultats standards connus par cœur*, autour desquels les heuristiques de calcul s'organisent.* (Dominique Vellard, 1994)

---

7 Par construction théorique il faut entendre élaboration de conventions et de règles autres que celles adoptées par la langue pour énumérer les termes.

8 C'est nous qui soulignons.

Principe du découpage des termes de l'énumération:

a) Tout terme de l'énumération[9] *est décomposable en un, deux , trois, quatre, cinq ou six "blocs" séparés par le coordinatif "ni" (ou "ani")*; chacun de ses blocs pouvant contenir au plus un terme de M_1. Ces blocs sont donnés dans le Tableau 1.

Les trois derniers blocs b3, b4 et b5 forment la classe des milles {ba sɛrɛ}

Les trois premiers blocs b0, b1 et b2 forment la classe des unités simples {ba nøna sɛrɛ} (Kanouté, 1977).

Exemples:

Ex1: le terme *"bi-saba ni fila"* {trente deux} est formé de deux blocs {b1-b0}; il en est de même du nombre-parlé *"bi-saba"* {trente}

bloc b_1	bloc b_0
Saba {trois}	*Fila* {deux}

bloc b_1	bloc b_0
Saba {saba}	

Ex2: le terme *"segin"* {huit} est formé d'un bloc {b_0}

bloc b
Segin

Ex3: le terme *"ba-segin ni kɛmɛ-fila ni bi-duuru ni naani"* {huit mille deux cent cinquante quatre} est formé de quatre blocs {$b_3.b_2.b_1.b_0$}

bloc b_3	bloc b_2	bloc b_1	bloc b_0
Segin {huit}	*Fila* {deux}	*Duuru* {cinq}	*Naani* {quatre}

Ex4: le terme *"ba-segin ni naani"* {huit mille quatre} est formé de quatre blocs {$b_3.b_2.b_1.b_0$}

bloc b_3	bloc b_2	bloc b_1	bloc b_0
Segin {huit}			*Naani* {quatre}

9 Dans cette étude, nous ne nous intéresserons pas aux grands nombres empruntés au Français, à savoir le million et le milliard (ou billion).

b)Tout terme du bloc M_1 peut être décomposé théoriquement[10] *de plusieurs façons à l'aide des termes de M_1 séparés par ni.*

Par exemple "segin" peut se décomposer en "duuru ni saba" qui n'est pas un terme de l'énumération, mais a un sens dans le langage parlé.

c)Lorsqu'un bloc d'un nombre-parlé ne contient aucun terme de M_1, le vocable de ce bloc n'est pas prononcé lors de l'énonciation de ce nombre. Par exemple, dans keme ni naani, le vocable bi- est absent de l'énoncé, donc le bloc bi- ne contient aucun terme de M_1. Cette absence ne peut être représenté, lors de l'écriture symbolique, par un espace vide (peut-être parce que la nature à horreur du vide) d'où le délicat problème du zéro dans la numération écrite. En traduisant l'absence d'un bloc par le "silence", la numération orale bamanan, comme toute numération orale à notre connaissance, est une numération sans zéro.

Principe de regroupement des blocs

Toute combinaison de blocs de même nature est un bloc de même nature.

Exemple: Considérons deux nombres-parlés t_1 et t_2:

t_1: *bi-saba ni wøørø*; t_2*: bi-duuru ni kelen*.

Décomposons chacun de deux termes de l'énumération en blocs

	b_1	b_0
→ t_1	*Saba*	*Wøørø*
→ t_2	*Duuru*	*kelen*

Par combinaison (ici il s'agit de l'addition) de blocs de même nature, on obtient le terme t_3 ainsi représenté:

b_1	b_0
saba ni duuru	*wøørø ni kelen*

10 Ici le terme théoriquement signifie que le composé formé peut ne pas être un terme de l'énumération, mais avoir un sens dans le langage parlé.

Principe de l'économie

Kɛmɛ-kelen se dit simplement kɛmɛ

Le terme ba apparaît au plus une fois dans l'énumération d'un terme.

En adoptant ce principe, l'utilisation du seul coordinatif *"ni"* conduit à des confusions dans l'expression des grands nombres- parlés: Par exemple si par économie, au lieu de dire: "*ba-tan ni ba-kelen*", on dit "*ba-tan ni kelen*", comment dire alors le suivant immédiat de *"ba-tan"*? Cette confusion justifie l'existence d'un paragraphe sur la gestion du coordinatif *"ani"* ou plus exactement "le mode parenthétique" du système de numération bamanan (évoqué dans le Tableau 2).

Utilisation du coordinatif "ani"

Pour des raisons d'économie et de clarté[11] , le coordinatif "ani" est utilisé pour séparer deux classes; tandis que le coordinatif "ni" sépare les blocs d'une même classe (Kanouté, 1977).

Exemples:
ba-tan ni kelen {onze mille}
ba-tan ani kelen {dix mille un}
ba-bi-segin ni fila {quatre vingt deux mille}
ba-bi-segin ani fila {quatre vingt mille deux}

Règles opératoires (RO)

Définition 5: calculer

Calculer, c'est donner le résultat d'une combinaison (opération[12]) sous la forme d'un nombre-parlé en respectant la syntaxe des termes de l'énumération. Ce résultat s'appelle:

somme *(kafolen)* si l'opération est une addition *(kafoli)*,
différence (*tø)* si l'opération est la soustraction (*døbøli*),

[11] Dans le langage courant il y a très souvent confusion entre, par exemple, les nombres "ba-tan ni kelen"{onze mille}, "ba-tan ni ba-kelen"{dix mille et un mille} et "ba-tan nii… kelen" {dix mille … un}

[12] Au cours de cet exposé, nous nous intéresserons surtout à l'addition et à la soustraction.

Exemple: Dans l'exemple précèdent les résultats *bi-(saba ni duuru)* ni *(wøørø ni kelen)* ne respectent pas la syntaxe des nombres-parlés, ils ne peuvent donc pas être les résultats d'une opération.

RO1: Règle d`itération de l`unité

Tout terme t de M_1 peut s'écrire comme une suite de t fois kelen séparés par des *ni*.

Exemple*: " saba"* c'est le terme " *kelen ni kelen ni kelen"*
{"trois" c'est le terme "un et un et un" }

RO2: Règle de concaténation

Dans (Ñ ., ≺) tout nombre parlé *m'* peut être construit à partir d'un nombre *m* énoncé antérieurement et d'un nombre fini du terme *ni kelen* [et un]. On traduit oralement cette situation en disant que *m'* est le mot-nombre *m ni n* où n est le nombre de fois que le terme *ni kelen* est utilisé.
Soit *m* un nombre-parlé antérieur au nombre-parlé *m'*

……., m, m ni kelen, ……, m', ….

m' est aussi le mot-nombre *m ni kelen ni kelen ni kelen … ni kelen* où *ni kelen* est répété n fois

Exemple: Enoncer le nombre-parlé *kønøntøn* [neuf] à partir du nombre-parlé *duuru* [cinq]:

En appliquant successivement la règle RO1 à partir de *duuru*, on obtient le terme *kønøntøn* :

*….**duuru**, ni kelen,* |
wøørø | *wøørø ni kelen,*
wolonfila, | *wolonfila ni kelen,*
segin, | *segin ni kelen,*

Traduction: ***kønøntøn***

{….cinq et un,
six, | six et un,
sept, | sept et un,
huit, | huit et un,
| **neuf**

Neuf c'est donc le mot-nombre cinq et un et un et un et un.

On dit aussi , par abus de langage que k]n]nt]n c'est le mot-nombre duuru ni naani.

Tu peux vérifier que:

- *segin ye fila ni wøørø ye* [huit c'est deux et six]
- *segin ye wøørø ni fila ye* [huit c'est six et deux]
- *tan ni fila ye wolonfila ni duuru ye* [douze c'est sept et cinq]

RO_3: Règle d`addition

L'application successive des règles RO_1 et RO_2 permet de calculer la somme de deux termes d'un même bloc.

Exemple: [Combien font trois et cinq?] *saba ni duuru ye joli ye?*

Saba ni duuru

Par **RO_2**

Saba ni kelen ni kelen ni kelen ni kelen ni kelen {Trois et un et un et un et un et un}

Par **RO_2**

segin $\xrightarrow{\text{Enfin par } RO_3}$ s*aba ni duuru* c'est le nombre-parlé *segin*

RO_4: Règle de conversion

* *bi-tan ye kɛmɛ ye*
(dizaine dix se dit cent)
* *kɛmɛ- tan ye ba-kelen ye*
(centaine dix se dit mille)
* *bi-fila ye mugan ye*
(dizane deux se dit vingt)
* *bi-kelen ye tan ye*
(dizaine un se dit dix)

RO_5: Règles de combinaisons de blocs

Pour combiner deux nombres-parlés, on combine si possible les blocs de même nature, puis on procède par conversions.

Exemple: Additionner les nombres-parlés t_1: *kɛmɛ-saba ni bi-wøørø ni wolonfila* [trois cent soixante sept] et t_2: *bi-naani ni kønøntøn* [quarante neuf].

Pour effectuer cette opération , on procède par étapes:

Etape1: découpage des termes en blocs

b2	b_1	b0	
saba	*wøørø*	*wolonfila*	t_1

b2	b_1	b0	
	naani	*kønøntøn*	t_2

Etape2: Regoupement des blocs de même nature

b2	b_1	b0	
saba	*wøørø*	*wolonfila*	t_1
	naani	*Kønøntøn*	t_2

Par RO_3

Etape3: Application de la règle RO3

b_2	b_1	b_0	
Saba	*tan*	*tan ni wøørø*	t_1 ni t_2

Par RO_4

Etape4: Application de la règle RO_4

b_2	b_1	b_0	
Saba *Kelen*		*tan ni wøørø*	t_1 ni t_2

Par RO_4

Etape5: Application de la règle RO_4

b_2	b_1	b_0	
Saba *Kelen*	*kelen*	*wøørø*	t_1 ni t_2

Par RO_2

Etape6: Application de la règle RO_2

b_2	b_1	b_0	
Naani	*kelen*	*wøørø*	t_1 ni t_2

Par RO_4

Etape7: Application de la règle RO_4

Ce nombre se lit: *Kɛmɛ-naani ni tan ni* wøørø	t_1 ni t_2

En résumé la somme des nombres-parlés *kɛmɛ-saba ni bi-wøørø ni wolonfila* {trois cent soixante sept} et de *bi-naani ni kønøntøn* {quarante neuf}est donc *kɛmɛ-naani ni tan ni wøørø* {quatre cent seize}.

Définition 6- Soustraction

Soustraire le nombre-parlé m du nombre-parlé m' c'est trouver le nombre-parlé t qui ajouté à m donne m'.

Dans la pratique des transactions commerciales, cette règle est très souvent utilisée par les marchands et les commerçants sous la forme du surcomptage. Elle ne donne pas le résultat de l'opération soustraction sous la forme d'un nombre-parlé.

Par exemple pour rendre la monnaie, suite à un achat, le commerçant utilise très souvent cette méthode, en complétant le prix de la marchandise à la somme donnée par le client. Ce complément qui est la différence, n'est pas en général exprimé en termes de nombres-parlés. A moins qu'on ne re-compte la somme rendue.

RO6: Règle d`équilibre

Dans l'acte de soustraire, ajouter (ou retrancher) le même nombre – parlé aux termes de la soustraction, ne change en rien le résultat.

RO7: Le choix du terme prioritaire[13]

Lors des opérations mentales, le bamanan privilégie en général, la formation des termes: tan, kɛmɛ ani ba et des "nombres – ronds" pour faciliter les conversions, en raison du caractère décimal de sa numération parlée et surtout par utilisation fréquente de la règle **RO6.**

Exemple 1: Si pour soustraire "quatre vingt treize" de "cent trois", le calculateur soustrait "quatre vingt dix" de "cent", nous dirons qu'il

[13] Le terme prioritaire, c'est le terme utilisé (provisoirement) comme unité dans les calculs (intermédiaires). Le choix de ce terme est souvent lié à l'activité professionnelle de celui qui calcule: En effet, le commerçant détaillant de produits divers, la vendeuse d'œufs et la ménagère n'utiliseront certainement pas la même démarche (les mêmes règles opératoires) pour faire le produit de treize par sept (*tan ni saba sigiyɔrɔma wolonfila*).

a utilisé la règle **RO6**. Remarquons que l'utilisation de la règle **RO6** suppose qu'il fait la décomposition des nombres en blocs, puis il applique le principe de la combinaison des blocs de même nature.

Exemple 2: Un commerçant vend le sucre par sachet d'un demi kilogramme. Le sachet est vendu à 210f (d. 42)[14] . J'ai acheté un sachet et je lui est remis 500f (d.100). Il m'a demandé d'ajouter 10f (d.2) à mes 500f. Quand je me suis exécuté, il m'a alors remis 300f (d.60). Quelles règles pensez-vous que le commerçant a utiliser pour effectuer l'opération et me faire sa proposition?

Etude de cas

A titre d'illustration voici un extrait d'un test que nous avons administré à des enfants analphabètes, afin de déterminer 1. "les connaissances – type-inné " et "les connaissances – élaborées", mobilisées par ses enfants non scolarisés, 2. les procédures utilisées pour résoudre les problèmes de type additif

Par exemple: Nous demandons à une "bonne"[15] de nous effectuer l'opération suivante:

"Si tu enlèves quatre vingt dix sept de cent trois, combien te reste-t-il?"

{N'i ye bi-kønøntøn ni wolonfila bø kɛmɛ ni wolonfila la, a tø bɛ to i bolo joli ye?}

Voici, la réponse donnée par la "bonne":

Propos 1: Propos tenus
- J'enlèves quatre vingt dix de cent, ce qui me fait dix [*n bÆ bi kønøntøn bø kÆmÆ la, o bÆ bÆn tan ma*]
- Je laisse tomber les sept[*n bÆ wolonfila bla ka bin*]
- Il me reste donc dix [*a bÆ to tan ye n bolo*]

14 d.(d]r]mɛ) représente l'unité de monnaie utilisée en bamanan, elle équivaut à 5f: d1 = 5f.

15 Au Mali, les servantes sont appelées des "bonnes".

Conclusion: Conclure pour introduire les mathematiques orales

La "Socio-mathématique orale" ou simplement "Mathématique Orale" désigne la Mathématique non écrite, sans symbolisme mathématique et où toutes les activités se situent sur le registre oral et le registre des objets concrets; une mathématique fondée sur le verbe et les manipulations concrètes dans un environnement culturel donné. Elle peut-être considérée comme une introduction à l'éthnomathématique, un premier enseignement des Mathématiques dans une société à traditions orales, un enseignement respectueux du principe: "Impossible d'enseigner sans connaître la culture des l'enseignés" (Jean Leffort, 2001, p. 71).

Son objet est:

> – de recenser les concepts mathématiques qui sont opératoires dans des pratiques soutenues par la langue maternelle, les jeux ou tout autre activité socio-culturelle;
> – d'étudier les procédures utilisées dans des activités arithmétiques, géométriques, ludiques, techniques,… et leur transfert d'un contexte naturel C_n dans un contexte scolaire C_s ; d'une langue maternelle L_1 dans une langue seconde L_2 et inversement.

Quels sont les concepts dont l'introduction ne nécessite pas un symbolisme mathématique? Mathématiques pour aveugle? Disons plutôt mathématiques pour ceux dont la "langue maternelle pédagogique" est auditive, c'est-à-dire "des individus pour qui les évocations auditives apparaissent d'abord. […] et c'est sur ses évoqués auditifs qu'ils apprendront à évoquer visuellement" (Geneviève Courtade-Coulomb, 1999).

Ici, le savoir de référence est incrusté dans la langue courante (LC) et dans des pratiques culturelles. Ce sont des connaissances implicites et non formalisées que possède tout locuteur de la langue (LC). Les mathématiques orales, par une espèce de mise en ordre d'un savoir social, étudient ces connaissances en mettant en relief leur contenu, leur mode de fonctionnement, leur domaine de validité et leur limite.

L'écriture, le symbolisme et les différentes représentations, en s'introduisant dans les mathématiques orales, créent un nouveau domaine plus vaste, plus riche, plus universel et infiniment plus précis. Ce nouveau domaine s'est construit une langue, la Mathématique (LM), inaccessible aux simples locuteurs de la langue (LC). Ce nouveau domaine constitue le savoir savant, au sens de Yves Chevallard. C'est précisément ce savoir savant qu'il va falloir transformé et le rendre accessible aux locuteurs de la langue (LC). Ainsi donc la mise en ordre d'un savoir social précède toujours un savoir savant constitué.

La question de l'enseignement des "mathématiques orales" reste poser: Par quelles méthodes pédagogiques peut-on introduire les "mathématiques orales" en vue d'une meilleure intégration avec les nécessaires acquisitions de l'enseignement classique des mathématiques ?

Deux questions essentielles seront au centre du débat; le symbolisme et le vocabulaire mathématique.

Pour aborder ces questions nous nous sommes intéressés aux problèmes suivants:

Problème 1: De l'usage prématuré des symboles.

Comment les mathématiques écrites transcrivent-elles les différents propos de la "bonne"? Quelles sont les propriétés mathématiques qui sont derrière chacun de ses propos?

Voici les étapes suivies par la "bonne" et les connaissances (connaissances-types-innés et les connaissances élaborées) qu'elle a mobilisée pour résoudre le problème.

Propos 1: Propos tenus	Connaissances mobilisées
- J'enlèves quatre vingt dix de cent, ce qui me fait dix {*n bÆ bi kønøntøn bø kÆmÆ la, o bÆ bÆn tan ma*} - Je laisse tomber les sept {*n bÆ wolonfila bla ka bin*} - Il me reste donc dix {*a bÆ to tan ye n bolo*}	RO7 – choix de termes prioritaires RO6 – règle de l'équilibre

Transcrivons les différentes étapes du propos 1:

Propos 1: $107-97 = (100+7) - (90+7)$ (1)

$= (100-90) + (7-7)$ (2)

$= 10 + 0$ (3)

$= 10$

(1) One figure pas explicitement dans les propos de la "bonne". La connaissance associée est une connaissance-langue (structure des mots-nombres) qu'elle possède avec la langue parlée. Elle est donc intuitive.

(2) Quand la "bonne" utilise la règle RO7 comme étant une connaissance élaborée, les mathématiques écrites utilisent des **propriétés inconnues**, lors du passage de (100+7) – (90+7) à (100-90) + (7-7). Propriétés inconnues de l'apprenant de ce niveau.

(3) L'égalité (3) pose le problème du zéro (0) dont l'existence n'apparaît pas comme terme de l'énumération. Quand la "bonne" dit "je laisse tomber les sept", il veut certainement dire que le bloc contenant sept est vide, donc que son nom ne sera pas prononcé conformément au principe du découpage des termes de l'énumération.

En ignorant les connaissances – langues et les connaissances élaborées de l'apprenant, et en introduisant des connaissances que l'apprenant ignore lors du traitement oral, l'écriture ne favorise-t-elle pas l'échec en mathématique?

A ce niveau nous émettons l'hypothèse que lors des premiers apprentissages, le symbolisme mathématique est incapable de rendre compte des connaissances mobilisées par le calculateur (oral).

Problème 2: De la mauvaise compréhension des termes mathématiques courants.

Pour aborder cette question, nous avons soumis à des futurs professeurs de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire, le test suivant, appelé test de Jones[16] .

[16] En 1981, Peter Jones, a réalisé une enquête en Papouasie-Nouvelle-Guinée, portant sur le type de difficultés conceptuelles qui peuvent résulter d'une mauvaise compréhension des termes mathématiques courants.

Jones a étudié la façon dont les élèves comprenaient les termes comme "plus", "plus que", "moins" et "moins que" au moyen d'un test que nous appellerons test de Jones. Pour cela il a proposé des items suivant trois formes: forme comparative (item 1 et 2), directe (item 3 et 4) et indirecte (item 5 et 6).

Jones a fait passer le test dans des écoles locales où la langue maternelle des enfants n'est pas l'anglais (qui est la langue d'enseignement) et dans des écoles internationales où l'anglais est la langue maternelle de la plupart des élèves.

Le test de Jones

N°	Item	Réponse
1	Qu'est-ce qui vaut plus, 10 ou 13?	
2	Qu'est-ce qui vaut moins, 7 ou 9?	
3	Qu'est-ce qui vaut 3 de plus que 6?	
4	Qu'est-ce qui vaut 3 de moins que 5?	
5	Le nombre 8 vaut 2 de plus que quel nombre?	
6	Le nombre 6 vaut 2 de moins que quel nombre?	

Ce test a été soumis à 9 élèves-maîtres de l' enseignement fondamental (PEF3) et 21 élèves-professeurs de l'enseignement secondaire (PES1).

Les élèves-maîtres de PEF3 ont entre 35 et 44 ans et ont tous au moins 10 ans d'expérience professionnelle au niveau de l'enseignement fondamental. Quant aux futurs professeurs de l'enseignement secondaire, ils ont entre 24 et 28 ans et ont tous leur licence en mathématiques.

Au terme de cette étude, une conclusion importante de Jones est: "A l'école presque tous les concepts mathématiques sont inextricablement liés à des concepts mathématiques. Les enfants qui reçoivent leur instruction dans une langue autre que leur langue maternelle sont donc désavantagés dans leur apprentissage des mathématiques" (M.A. (Kent) Clements, P122).

Résultat[17] au test de Jones(En Français)

PEF3 ***PES1***	Pas de réponse	2 réponses	Plus de 2 réponses	Une seule réponse	
				juste	faux
Item 1	1 *2*	2 *0*	0 *0*	4 *14*	2 *5*
Item 2	1 *2*	2 *0*	0 *0*	4 *12*	2 *7*
Item 3	1 *1*	1 *0*	0 *0*	5 *11*	2 *9***
Item 4	1 *0*	0 *0*	0 *0*	3 *13*	5 *8*
Item 5	1 *1*	0 *0*	1 *0*	3 *9*	4 *11**
Item 6	1 *1*	0 *0*	1 *0*	3 *8*	4 *12*
Total	6 7	5 *0*	2 *0*	22 *67*	19 *52*

Dans le tableau ci-dessus les nombres situés en haut et à droite du rectangle associé au couple (résultat, item) représente le résultat des PEF, tandis que les nombres en gras situés en bas et à gauche du même rectangle représente le résultat des PES

Maîtrise des formes indirectes: Le test proposé aux élèves-maîtres confirme un des résultats de Jones, à savoir que "presque tous les élèves des écoles internationales (qui apprennent les mathématiques dans leur langue maternelle, l'anglais) maîtrisaient les questions indirectes dès la 7ème année de scolarité, mais on ne pouvait pas dire autant des élèves des écoles provinciales (qui apprennent les mathématiques dans une langue autre que leur langue maternelle), même en 10ème année de scolarité" (M.A. (Kent) Clements).

17 Les numéros situés en haut et droite représentent le nombre d'élèves de pef3, tandis que les numéros en gras situés au-dessous de la diagonale représentent le nombre d'élèves-professeurs de pes1.Le nombre d'étoiles représentent le nombre de copies présentant une rature dans l'item considéré. Par exemple, 9** signifie que parmi les 9 copies il y a 2 qui comporte une rature, donc 2 ont certainement rejeté leur première réponse .

En effet seul 33% et 40% des effectifs de PEF3 et de PES1 ont réussi aux items relatifs aux questions “indirectes”.

La langue d’enseignement est-elle responsable de la mauvaise performance de ses élèves-professeurs?

Pour “apprécier” l’impact de la langue d’enseignement nous avons soumis à 27 élèves-professeurs de PES1 le test en bamanan (Le texte proposé, en annexe 1, est la traduction d’un professeur de mathématiques, locuteur de la langue). On constate alors que 93% des élèves-professeurs ont réussi les items 5 et 6.

Cependant lors de la passation en bamanan, plus de 10% des élèves-professeurs ont raté les items 4 et 5 (voir le tableau des résultats en annexe 2).

Sans prétendre affirmer qu’après 16 ans de scolarité et 10 ans d’enseignement, la langue est le principal responsable de l’échec, nous voulons simplement attirer l’attention des enseignants sur :

- l’importance des facteurs linguistiques dans l’apprentissage des mathématiques;
- le soin à apporter à la construction d’une terminologie mathématique dans la langue maternelle de l’élève;
- le méfait de l’importation de méthodes pédagogiques, sans tenir compte de l’environnement et de la culture de l’enfant surtout lorsque l’enseignement est dispensé dans une langue seconde étrangère à l’enfant.

Ce travail, pour être complet nécessiterait une étude linguistique plus élaborée des données mathématiques à partir des structures naturelles de la langue.

References

COURTADE-COULOMB, G. (1999). La gestion mentale et l’enseignement des mathématiques. *Bulletin Apmep*, n. 423, septembre-octobre. Paris.

DALBÉRA, C. (1990). *Calcul, vie quotidienne et alphabétisation*. Genève, Suisse. Unesco, Bureau International d’Education.

D’AMBROSIO, U. (1986). “Les influences de l’environnement”. *Etudes sur l’enseignement de mathématiques*. Paris, Unesco.

DELEDICQ, A. (1981). Numération et langues africaines. *Bulletin de liaison des professeurs de mathématiques, Pentannuel*, n. 27. Paris.

DUBOIS, C.; FÉNICHEL, M. e PAUVERT, M. (1993). *Se former pour enseigner les mathématiques. 3. Numération, décimaux*. Paris, Armand Colin.

LAMINE KANOUTÉ, M. (1977). Daw sebån cogo {Ecriture des nombres}. *Sankoré*, *Revue de l'Institut des Sciences Humaines*. Bamako, Mali.

_____ (1992). *Problèmes de l'enseignement des mathématiques dans une langue seconde.* Mémoire de D.E.A., ISFRA. Bamako, Mali

_____ (2000). "Mathématiques et langue nationale en milieu scolaire bamanan". In: *L'école et les langues nationales au Mali.* Nordic Association of African Studies, v. 9, n. 9. Helsinki.

LEFORT, J. (2001) Y a-t-il un naturel après 3? *Bulletin de l'Apmep*, n. 432, pp 71-80, janvier- février, Paris.

PANZA, M. (1999). *Nombres – Eléments de mathématiques pour philosophes*. Paris, Bibliothèque des Sciences/Didérot Editeur, Arts et Sciences.

POTH, J. (1988). *Langues nationales et formation de maîtres en Afrique. Guide méthodologique n. 3. Dossiers pour la formation pratique des agents de la reforme linguistique.* Unesco, Bureau Régional de l'Education pour l'Afrique, Paris.

TATON, R. (1961). *Histoire du calcul*. Paris, PUF (Col. Que sais-je).

VELLARD, D. (1994). "Pragmatique cognitive: de l'arithmétique du quotidien à l'intelligence artificielle". In: *Sociologie du travail*. Dunod

_____ (1982). *Pratiques de calcul et opérations logiques en milieu traditionnel africain (exemples maliens et rwandais).* Thèse de Doctorat de 3e cycle en Didactique des Mathématiques. Université de Paris 7, UER de Didactique des Disciplines.

ZEPP, R. (1990). Les mathématiques dans les cours d'alphabétisation. *Etudes sur l'enseignement des mathématiques*, v. 6, pp. 101-116. Paris, Unesco.

Recebido em abr./2005; aprovado em jun./2005.

ANNEXES

Annexe 1 – Traduction en bamanan du test de Jones.

N°	ininkali	Jaabi
1	JumÆn ka ca, 10 wali 13?	
2	JumÆn ka døgø, 7 wali 9?	
3	Da jumÆn ka ca 6 ye ni 3 ye?	
4	Da jumÆn ka døgø 5 ye ni 3 ye?	
5	8 ka ca da jumÆn ye ni 2 ye?	
6	6 ka døgø da jumÆn ye ni 2 ye?	

Annexe 2 – Résultat du test en bamanan

Item	*A m'a jaabi* {n'a pas répondu}	*Jaabi kelenpe* {une seule réponse }	
		A ka ñi {c'est bon}	*A ma ñi* {ce n'est pas bon}
Item 1	0	27 $\boxed{3}$	0
Item 2	0	27 $\boxed{1}$	0
Item 3	0	24 $\boxed{3}$	3
Item 4	0	21 $\boxed{2}$	6
Item 5	1	25	1
Item 6	1	25	1

Les nombres écrits entre crochets présentent le nombre de copies où l'item en question a eu une première réponse qui a été annulée, donc des copies comportant une rature.