

**T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique**

**T4TEL: A frame of reference for the formalization and extension of the praxeological model**

Hamid Chaachoua <sup>1</sup>

LIG, Université Grenoble Alpes, France

<https://orcid.org/0000-0002-6850-9052>

**Résumé**

Ce texte propose une synthèse de développement d'un cadre de référence T4TEL qui, à l'origine, a été développé pour répondre à des besoins de conception d'environnements informatiques. Nous présentons ses fondements, son intérêt et ses apports dans des recherches en didactique des mathématiques hors du champ informatique.

**Mots-clés :** environnement informatique, TATEL, didactique des mathématiques.

**Abstract**

This paper describes a theoretical framework T4TEL development, that was originally developed to meet the design needs of IT environments. We present its foundations, its interest, and its contributions in research in didactics of mathematics out of computer field.

**Keywords:** IT environments, T4TEL, didactics of mathematics.

---

<sup>1</sup> [Hamid.Chaachoua@imag.fr](mailto:Hamid.Chaachoua@imag.fr)

## **T4TEL : Un cadre de référence pour la formalisation et l'extension du modèle praxéologique**

Les recherches menées au sein de mon équipe s'inscrivent dans le domaine des Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH), où la modélisation des connaissances et savoirs est une question centrale. En effet, elle est à la base des différents services proposés par les EIAH comme l'indexation et la gestion des ressources, la conception des scénarios d'apprentissage ou la production de diagnostics et de rétroactions vers l'élève ou vers l'enseignant.

C'est dans ce contexte, et afin de disposer d'un modèle didactique pouvant être implémenté, Hamid Chaachoua (2010) a développé le cadre de référence T4TEL<sup>2</sup>. Une validation de cette modélisation a été faite dans le cadre du projet « Cartographie des savoirs »<sup>3</sup>, où les praxéologies ont été représentées selon le modèle ontologique, et ses applications ont permis de développer des outils pour les enseignants du primaire : production de profils des élèves, production de tests de diagnostic.

Le cadre T4TEL s'inscrit dans la théorie anthropologique du didactique développée par Yves Chevallard (1992, 1999) et plus spécifiquement dans l'approche praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) : ce modèle représente une formalisation et une extension du modèle praxéologique. Deux extensions importantes ont été faite : l'introduction de la notion de praxéologie personnelle par Marie-Caroline Croset & Hamid Chaachoua (2016) et de la notion de variable par H. Chaachoua & Annie Bessot, (sous-presse). Dans le prochain paragraphe, nous présentons les fondements de T4TEL. Ensuite, nous présenterons ses développements récents et quelques applications.

---

<sup>2</sup> T4TEL : T4 renvoie au quadruplet praxéologique (Type de tâches, Technique, Technologie, Théorie) et TEL à Technology Enhanced Learning. Ce cadre est le résultat d'un travail de l'équipe MeTAH.

<sup>3</sup> Projet « Cartographie des savoirs » (2012-2014) ; voir <http://intranet.cartodessavoirs.fr>.

## Fondements de T4TEL

Nous reprenons le postulat de la TAD selon lequel toute activité humaine peut être modélisée par un quadruplet praxéologique  $[T / \tau / \theta / \Theta]$ . Ainsi, une organisation mathématique ponctuelle regroupe-t-elle les tâches pouvant être accomplies par une ou plusieurs techniques, justifiée par une technologie, elle-même légitimée par une certaine théorie. Un des premiers enjeux de T4TEL est de disposer d'un modèle permettant de décrire les composantes d'une praxéologie ponctuelle, de rendre compte des relations entre les éléments d'une praxéologie et de décrire une structuration entre les différentes praxéologies. Un deuxième enjeu est de construire des fonctions didactiques pour produire différents services cités plus haut : diagnostic, rétroactions, indexation de ressources...

### Caractérisation de type de tâches et de sous-type de tâches

Comme dans la TAD, un objet premier est la notion de type de tâches : dans T4TEL nous irons jusqu'à définir une technique comme une suite de type de tâches (cf. paragraphe 2.3). Nous rejoignons le point de vue adopté par Y. Chevallard (1999) selon lequel :

Enfin, tâches, types de tâches, genres de tâches ne sont pas des données de la nature : ce sont des « artefacts », des « œuvres », des construits institutionnels, dont la reconstruction en telle institution, par exemple en telle classe, est un problème à part entière, qui est l'objet même de la didactique.

Ce qu'observe un chercheur dans une institution donnée, ce sont des tâches : comment peut-il définir un type de tâches ? Ou encore comment rattacher et organiser les tâches autour d'un même type de tâches ? Dans un premier temps il est possible de les regrouper par genre de tâches comme « calculer », « démontrer » etc., puis, dans un deuxième temps, de les discriminer par rapport aux objets communs sur lesquels porte l'action et par rapport aux moyens communs d'accomplir les tâches.

Remarquons que pour une institution d'enseignement donnée, on ne considérera que les types de tâches mises à l'étude possédant au moins une technique.

Nous présentons ci-dessous une caractérisation de type de tâches.

*Un type de tâches  $T$*  est un ensemble de tâches tel que :

– toute tâche est décrite par un verbe d'action donné et des compléments fixés, pris dans les objets d'une discipline ;

– il existe au moins une technique  $\tau$  qui accomplit au moins une tâche de  $T$  telle que soit la portée de la technique  $P(\tau)$  est un sous-ensemble de  $T$ , soit  $T$  est un sous-ensemble de  $P(\tau)$ .

Ici, il peut s'agir aussi bien d'une portée théorique que pragmatique que nous reprenons dans le paragraphe 2.2.

Remarquons que d'autres techniques accomplissant des tâches de  $T$  peuvent exister sans nécessairement vérifier la deuxième condition.

*Exemple.* Au début du collège on rencontre le type de tâches institutionnel  $T$  : « Résoudre une équation de degré 1 à coefficient entiers ». Plusieurs techniques seront étudiées comme celle qu'on qualifie d'arithmétique qui consiste à utiliser les opérations inverses. La portée de cette technique est un sous-ensemble de  $T$ . Une autre technique consiste à utiliser les transformations algébriques sur les équations dont la portée contient  $T$ .

On dit que  $T'$  est un sous-type de tâches du type de tâches  $T$  si

–  $T'$  est un sous-ensemble de  $T$  ;

–  $T'$  est un type de tâches.

*Exemple.* Considérons le type de tâches  $T_{eq2}$  « résoudre une équation du second degré ». Il existe une technique, celle du discriminant, qui accomplit toutes les tâches de  $T$ . Il existe d'autres techniques, comme la technique basée sur l'utilisation de la règle du

produit nul dont la portée est l'ensemble des tâches TPN « résoudre des équations de la forme  $P(x)Q(x) = 0$  où  $P(x)$  et  $Q(x)$  sont des polynômes de degré 1 ». TPN est un sous-type de tâches de Teq2.

Un type de tâches  $T$  est décrit par un verbe d'action et un complément que nous représentons par  $T = (\text{Verbe d'action}, \text{Complément})$ . Le verbe d'action caractérise le genre de tâches, comme « Calculer » ou « Intégrer ». Le complément peut être défini selon différents niveaux de granularité, du spécifique au générique et, pour prendre en compte ces relations entre le générique et le spécifique, nous avons introduit les notions de système de variables et de générateur de types de tâches (Chaachoua & Bessot, sous presse).

### **Générateur de types de tâches et système de variables**

Nous définissons un générateur de types de tâches par :  $GT = [\text{verbe d'action}, \text{complément fixe ; système de variables}]$ , où le couple (verbe d'action, complément fixe) est un type de tâches au sens définit plus haut et le système de variables désigne une liste de variables avec les valeurs qu'elles peuvent prendre.

Notons qu'un générateur de types de tâches n'est pas un type de tâches, mais qu'il permet d'engendrer des types de tâches selon une structuration hiérarchique. Le niveau le plus générique est défini sans aucune instanciation de variable, et il s'agit donc du type de tâches défini par le verbe d'action et le complément. Les différentes instanciations des variables permettent d'engendrer des types de tâches plus spécifiques.

*Exemple.* Considérons le générateur de types de tâches  $GTs = [\text{Calculer}, \text{la somme de deux nombres entiers ; } V1, V2]$ , où  $V1$  est la taille du premier nombre (nombre de chiffres) et  $V2$  la taille du second nombre (nombre de chiffres).

Dans cet exemple le complément fixe est « la somme de deux nombres entiers ». Un autre choix possible est de considérer comme complément fixe « la somme de deux

nombres », qui est plus générique, et d'ajouter une autre variable sur la nature du nombre (entier, rationnel, réel...) Le choix de niveau de granularité est un point important dans la construction des générateurs de types de tâches, qui dépend des questions de recherche et de l'institution<sup>4</sup> cible.

Par exemple, si l'institution cible est l'enseignement primaire (élèves de 6-11 ans), on peut introduire une variable  $V3$  portant sur la nature des nombres qui prend au moins deux valeurs : entiers et décimaux. On obtient alors comme générateur de types de tâches  $GTs = [\text{Calculer, la somme de deux nombres ; } V1, V2, V3]$ .

Nous avons considéré trois fonctions dévolues aux variables (Chaachoua & Bessot, sous presse) :

1) *Générer des sous-types de tâches en jouant sur les valeurs de cette variable.*

Par exemple les type de tâches  $T_{S1}$  « calculer la somme de deux entiers de taille 1 » et  $T_{S2}$  « calculer la somme d'un entier de taille 1 et d'un entier de taille supérieure à 2 » sont disjoints et sont des sous-types de tâches de  $T_{S3}$  « calculer la somme de deux entiers de taille inférieures ou égales à 2 ».

2) *Caractériser les portées des techniques.* En fait, nous distinguons deux types de portée. La portée théorique correspond à l'ensemble des tâches où la technique peut s'appliquer. La portée pragmatique est l'ensemble de tâches où la technique est fiable dans le sens où elle permet d'accomplir la tâche avec peu de risque d'échec et un coût raisonnable. Il est évident que la portée pragmatique est incluse dans la portée théorique.

Par exemple, la technique dite de sur-comptage<sup>5</sup> est fiable pour  $T_{S2}$ . Bien sûr, elle peut s'appliquer pour des nombres à deux chiffres mais le coût est important et elle peut échouer. On considère  $T_{S2}$  comme portée pragmatique de cette technique, domaine qui est inclus dans sa portée théorique.

---

<sup>4</sup> Il peut y avoir plusieurs institutions, comme dans le cas des études comparées.

<sup>5</sup> Pour ajouter 7 à 23 on compte 24, 25...

3) *Décrire les praxéologies personnelles.* Pour rendre compte des praxéologies personnelles des élèves (Croset & Chaachoua, 2016) qu'elles soient valides ou non, nous enrichissons *a posteriori* les valeurs des variables.

Les deux premières fonctions « apparaissent comme particulièrement intéressantes pour conduire des analyses *a priori* (point de vue épistémologique et didactique) et calculer des parcours d'apprentissage à partir d'un jeu sur ces variables et leurs valeurs. En particulier, la construction d'un modèle de praxéologie de référence pour un domaine mathématique (au sens de l'échelle de codétermination) inclut de fait pour nous l'explicitation de variables et de leurs valeurs possibles » (Chaachoua & Bessot, sous presse).

*Conditions et contraintes (institutionnelles).* Les conditions et contraintes dans une institution donnée vont restreindre non seulement le type de tâches, mais aussi les variables ou les valeurs possibles d'une variable d'un type de tâches institutionnel. Par exemple, au début de l'école primaire (élèves de 3-6 ans) on se limite aux nombres entiers inférieurs à 30.

Ainsi, « une variable et ses valeurs institutionnelles modélisent des conditions et des contraintes explicites ou implicites (relevant des niveaux de l'échelle de codétermination) sous lesquelles une praxéologie existe ou peut exister institutionnellement. » (Chaachoua & Bessot, sous presse). Soulignons que le découpage institutionnel en valeurs d'une variable peut ne pas avoir de pertinence épistémologique.

*Variable « Ostensifs ».* Une des variables importantes est « ostensifs » qui peut prendre différentes valeurs. Ce type de variables joue un rôle au niveau du type de tâches, et des tâches, mais aussi au niveau de la technique puisque les ostensifs sont les ingrédients premiers d'une technique.

Par exemple, dans sa thèse, Nathalie Brassset (2017) considère le générateur de type de tâches  $GT = [\text{Traduire, un nombre d'un ostensif de départ vers un ostensif d'arrivée ; } V1, V2, V3]$  où  $V1$  est l'ordre de la plus grande unité de numération dans le nombre en jeu,  $V2$  l'ostensif de départ et  $V3$  l'ostensif d'arrivée. Dans ce travail la considération des ostensifs dans les variables permet de structurer les types de tâches.

Cependant, il manque un véritable travail conceptuel sur l'intégration des ostensifs dans T4TEL. C'est ce qui est au cœur de la thèse (en cours) de Danielly Kaspary. Elle s'appuie sur son travail d'étude du rôle des ostensifs dans les techniques et leurs évolutions. Cela est lié en partie aux portées des techniques et à leur portée pragmatique. Par exemple pour le type de tâches « calculer la somme de deux entiers », la technique qui mobilise les doigts pour compter de 1 en 1 a pour portée pragmatique le type de tâches  $T_{S2}$ . Cette technique doit évoluer en dehors de cette portée en mobilisant d'autres ostensifs.

### **Description des techniques**

Certains travaux proposent des descriptions des techniques sous forme d'actions plus ou moins structurées, d'autres les décomposent en sous-tâches. Par exemple, Gisèle Cirade et Yves Matheron (1998) décrivent la technique utilisée pour le type de tâches « résoudre une équation du premier degré », par les sous-tâches : développer une expression algébrique, effectuer les produits, transposer les termes, réduire chacun des membres, résoudre une équation de la forme  $ax = b$ .

Dans T4TEL, une technique  $\tau$  est décrite par un ensemble de types de tâches  $\{(T_i)_i\}$ , chacun d'entre eux pouvant être de deux sortes :

– d’une part, les types de tâches qui n’existent qu’à travers la mise en œuvre des techniques de certains autres types de tâches, appelés *types de tâches intrinsèques*<sup>6</sup> ;

– d’autre part, les types de tâches qui peuvent être prescrits institutionnellement aux élèves, qualifiés de *types de tâches extrinsèques*.

*Exemple.* Pour le type de tâche  $T_{S2}$ , une des techniques consiste à poser l’addition. On peut la décrire par au moins deux types de tâches :  $T_D$  « disposer en colonne l’addition des deux nombres » et  $T_{SI}$  « calculer la somme de deux entiers de taille 1 ». Le type de tâches  $T_D$  est intrinsèque : il n’est pas prescrit par l’institution tout en relevant d’une praxéologie, en particulier une technique et une technologie. Le type de tâches  $T_{SI}$  est extrinsèque car il est prescrit au début de l’école primaire.

Les types de tâches intrinsèques ont eux aussi leurs propres praxéologies, qui peuvent même être prescrites aux élèves pendant un moment sous des formes adaptées dans des organisations didactiques, comme  $T_{SI}$ . Prenons un exemple autour de l’ostensif « tableau de variation », où l’institution crée des organisations didactiques autour des types de tâches comme « compléter le tableau de variation » ou « lire un tableau de variation ». Ces types de tâches ne vivent ensuite que comme ingrédients de techniques d’autres types de tâches.

Remarquons que chaque type de tâches qui est un ingrédient d’une technique possède lui-même une ou plusieurs techniques qui s’expriment à leur tour par un ensemble de types de tâches. Nous avons introduit la notion de *type de tâches élémentaire* pour exprimer qu’à un niveau donné de la description on arrête le processus.

---

<sup>6</sup> Ce terme permet de signifier que le type de tâches ne vit que dans les techniques contrairement aux types de tâches extrinsèques. C’est le cas de « transposer les termes » dans une équation.

Un type de tâches est *élémentaire* pour l'institution ou le chercheur si cette instance considère qu'il n'est pas nécessaire d'explicitier la ou les techniques pour ce type de tâches.

Au niveau de l'institution le statut élémentaire est souvent réglé au niveau du contrat didactique et évolue dans le temps : ce qui devait être explicité à un moment donné ne l'est plus à un autre moment. Par exemple  $T_S$  qui n'est pas élémentaire au niveau de l'école primaire devient élémentaire à partir du lycée (élèves de plus de 16 ans). Pour le chercheur il peut désigner des types de tâches comme élémentaires dans la construction de son modèle.

A l'aide des notions de type de tâches intrinsèques, extrinsèques et élémentaires on peut décrire toutes les techniques. Cependant, une question se pose sur le niveau de granularité pour décrire une technique, qui peut se traduire par : Quels sont les critères de choix des types de tâches qui interviennent dans la description d'une technique ?

Nous présentons les critères retenus. Soit  $\tau$  une technique d'un type de tâches  $T$  d'un générateur  $GT$ . Les types de tâches qui composent la technique  $\tau$  peuvent être

- des types de tâches intrinsèques ;
- des types de tâches extrinsèques générés par  $GT$  ;
- des types de tâches extrinsèques générés par d'autres générateurs de types de tâches  $GT'$ , mais du niveau le plus générique. C'est-à-dire le type de tâches obtenu par le verbe et par le complément fixe sans aucune instanciation de variables.

*Exemple.* Pour décrire une technique du type de tâches « résoudre une équation de degré 2 » on peut utiliser des types de tâches du même générateur comme « résoudre une équation du produit nul » ou des types de tâches générés par un autre générateur comme « factoriser un polynôme ».

### **Description des technologies et théories**

En TAD, la technologie est un discours rationnel qui permet de justifier, de produire, de rendre intelligible, de contrôler et d'adapter une technique (Chevallard, 1992).

Nous modélisons la technologie par un ensemble d'énoncés  $E_i$  qui ont un statut et un domaine de validité. Le statut peut être : définition, propriété, règle, croyance... Le domaine de validité précise la validité de l'énoncé par rapport à un domaine de référence.

Comme la théorie est pour la technologie ce que la technologie est pour la technique, nous adoptons la même modélisation pour la théorie.

### **Praxéologies personnelles**

Dans Chaachoua (2010) et Croset et Chaachoua (2016) nous avons introduit le terme de *praxéologie personnelle* constituée de quatre composantes.

Un type de tâches personnel est « l'ensemble des tâches que le sujet perçoit comme similaires, provoquant chez lui l'application d'une technique. Si deux types de tâches personnels sont distincts, alors nécessairement leurs techniques personnelles respectives sont distinctes. » (*ibid.* p. 180). Le découpage en types de tâches personnels ne correspond donc pas nécessairement à celui de l'institution : nous caractérisons ce découpage par des valeurs de variables qui peuvent ne pas être pertinentes du point de vue institutionnel.

*Une technique personnelle* permet de résoudre un seul type de tâches personnel : elle peut être correcte – attendue ou non dans l'institution – ou erronée. Elle doit présenter une certaine stabilité pour accomplir un type de tâches personnel dans le temps. Nous évitons ainsi de considérer comme une technique personnelle des erreurs erratiques.

Nous faisons l'hypothèse qu'il existe une *technologie personnelle* qui peut être explicite ou non. Il est important du point de vue de la recherche d'expliquer l'origine des

technologies personnelles non seulement dans les conditions et contraintes institutionnelles mais aussi dans le processus d'étude vécu par les élèves. Soulignons qu'une technologie, qu'elle soit personnelle ou institutionnelle, ne se réduit pas à un ensemble de théorèmes ou de règles mathématiques. C'est un discours qui permet de justifier, de produire, de rendre intelligible, de contrôler et d'adapter une technique. Elle est constituée de plusieurs ingrédients qui peuvent relever des mathématiques, de théorèmes en acte, de définitions en acte, de règles du contrat didactique ou institutionnel, etc.

Une *théorie personnelle* qui, à son tour, à l'instar du modèle praxéologique institutionnel, justifie la technologie personnelle.

### **Mises en œuvre du cadre T4TEL**

Dans ce paragraphe nous présentons des exemples de mises en œuvre du cadre T4TEL dans des travaux passés ou en cours.

### **Indexation des ressources**

Dans un travail de thèse en cours Sébastien Jolivet qui vise à proposer un modèle de description de ressources de type « exercices et problèmes » de mathématiques basé sur des critères didactiques, la place de T4TEL est centrale pour au moins trois raisons :

- l'utilisation des variables permet une structuration d'un modèle praxéologique de référence permettant de rechercher des relations entre différents types de tâches présents dans une même ressource ;
- l'intégration en cours des ostensifs dans le modèle T4TEL permet de les prendre en compte dans la description des ressources ;
- la dimension calculable de la représentation permet de placer le travail dans une perspective EIAH.

### **Construction d'un modèle praxéologique de référence (MPR)**

Pour valider notre modèle, nous l'avons mis en œuvre dans différents domaines relevant de disciplines différentes : conception expérimentale en chimie, électricité, algèbre élémentaire (Chaachoua, 2010) (Croset, 2009), numération (Chaachoua, 2016 ; Brassat, 2017) et géométrie dans l'espace (Tang, 2014). Dans ce paragraphe nous illustrons le dernier domaine.

Dans une recherche sur l'analyse comparative des rapports institutionnels en France et au Viêt Nam à l'objet « représentation en perspectives », Tang (2014) a construit un modèle praxéologique de référence pour analyser les activités et les exercices des manuels des deux pays. Pour cela il s'est placé dans le cadre T4TEL et, à l'aide des variables, il a structuré le MPR autour de 8 générateurs de types de tâches. Par exemple, le générateur  $GT = [\text{Étudier ; l'existence d'une transformation d'un objet géométrique de l'espace donné en un objet géométrique du plan donné ; } V1, V2]$  où  $V1$  est « objet géométrique de l'espace » et  $V2$  est « objet géométrique du plan » avec les valeurs qu'elles peuvent prendre.

La description des techniques à l'aide des types de tâches lui a permis de mettre en évidence l'intervention des types de tâches dans les techniques d'autres types de tâches (cf. Annexe 1). L'analyse des rapports institutionnels des deux pays à partir du modèle de référence a mis en évidence des différences sur le choix de certaines variables mais aussi sur les valeurs qu'une variable peut prendre dans chacune des deux institutions.

Enfin, pour étudier le rapport personnel de l'élève à l'objet « représentation en perspective », il a joué sur les valeurs des variables d'un type de tâches pour confronter les élèves à des situations inhabituelles et donc non conformes au rapport institutionnel.

## **Modélisation des praxéologies personnelles**

On trouve un exemple d'exploitation des praxéologies personnelles en EIAH dans la thèse de Catherine Bonnat (2017). L'étude porte sur une modélisation de l'erreur dans une situation de conception expérimentale en biologie proposée dans une plateforme informatique. Cela se traduit par une modélisation de praxéologies personnelles *a priori* qui s'appuie sur de possibles erreurs portant sur la technique du type de tâches ou bien sur la valeur de variable de la tâche. La modélisation a été enrichie par l'analyse de productions d'élèves et participera dans un second temps à l'évolution de la plateforme vers la mise en place d'un diagnostic automatique des erreurs.

## **Conclusion**

Si le développement de T4TEL a été motivé par des besoins liés à des problématiques EIAH, son développement s'est fait aussi dans des champs hors EIAH comme dans les travaux de Tang (2014) et Brassat (2017). Deux développements sont en cours dans la thèse Kaspariy : intégration conceptuelle des ostensifs dans T4TEL et caractérisation des conditions et contraintes des rapports institutionnels à l'aide des variables. Un autre développement en cours concerne la construction des PER en s'appuyant en particulier sur le jeu des variables.

Au niveau des EIAH, le déploiement du cadre se poursuit par la conception des environnements informatiques en sciences expérimentales et en mathématiques autour des services : diagnostic et rétroactions, outil d'orchestration pour un professeur, indexation de ressources.

## **Références**

Brassat, N. *Les décisions didactiques d'un enseignant dans un EIAH. Étude de facteurs de type histoire didactique*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes, 2017.

- Bonnat, C. *Étayage de l'activité de conception expérimentale par un EIAH pour apprendre la notion de métabolisme cellulaire en terminale scientifique*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes, 2017.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*. Vol. 19/1. Grenoble : La Pensée Sauvage, p.77-124, 1999.
- Chaachoua, H. & Bessot A. Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. *Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*. Castro-Urdiales, Espagne, à paraître.
- Chaachoua, H. *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas : la modélisation des connaissances des élèves*. Note de synthèse HDR, Grenoble : Université Joseph Fourier, 2010.
- Chaachoua, H. Ferraton, G. & Desmoulins, C. (2013). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un EIAH. In *Actes du 4e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*, Toulouse.
- Chevallard, Y. (Le concept de rapport au savoir, Rapport personnel, rapport institutionnel. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, 108 Grenoble, 1989.
- Chevallard, Y. Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12/1, p. 73 – 112, 1992.
- Chevallard, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19(2), p. 221-265, 1999.
- Chevallard, Y. Organiser l'étude 3. Écologie & régulation. In : *Actes de la 11e école de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, 2002.
- Cirade, G. & Matheron, Y. Équation du premier degré et modélisation algébrique. In : *Actes de l'École d'été de la Rochelle*, Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand., p. 199-250, 1998.
- Croset, M-C. *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel éducatif d'algèbre. Étude des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte*. Thèse de doctorat, Grenoble : Université Joseph Fourier, 2009.
- Croset, M-C. & Chaachoua, H. Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD : la praxéologie personnelle. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 36(2), 2016.
- Tang, M.D. (2014). Une étude didactique des praxéologies de la représentation en perspective dans la géométrie de l'espace, en France et au Viêt Nam. Thèse de doctorat, Grenoble : Université Joseph Fourier, 2014.

## Annexe 1. Praxéologies de référence épistémologiques concernant la représentation en perspective

La flèche dans le tableau indique qu'un type de tâches intervient dans la technique.

Figure 1

*Praxéologie de référence (Dung, 2014, p. 92)*

Type de tâches		Technique	Technologie	Théorie	
1	Déterminer le transformé d'un objet géométrique de l'espace par une transformation donnée.	$T^{\text{objE,PC}}_{1\_tr}$	$\tau^{\text{objE,PC}}_{1\_tr}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
2	Déterminer les transformés possibles d'un objet géométrique de l'espace.	$T^{\text{objE}}_{s\_tr}$	$\tau^{\text{objE}}_{s\_tr}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
3	Etudier l'existence d'une transformation d'un objet géométrique de l'espace donné en un objet géométrique du plan donné.	$T^{\text{objE\_objP}}_{tr}$	$\tau^{\text{objE\_objP}}_{tr}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
4	Dessiner un objet géométrique de l'espace ».	$T^{\text{objE}}_{De}$	$\tau^{\text{objE}}_{De\_PC}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
			$\tau^{\text{objE}}_{De\_R}$	$\theta_R$	$\Theta_{PC}$
			$\tau^{\text{objE}}_{De\_D}$	$\theta_D$	$\Theta_R$
5	Associer un dessin donné à un objet géométrique de l'espace.	$T^{\text{objE,D}}_{AsDO}$	$\tau^{\text{objE,D}}_{AsDO\_PC}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
			$\tau^{\text{objE,D}}_{AsDO\_R}$	$\theta_R$	$\Theta_{PC}$
			$\tau^{\text{objE,D}}_{AsDO\_D}$	$\theta_D$	$\Theta_R$
6	Compléter le dessin d'un objet géométrique de l'espace.	$T^{\text{objE,D}}_{Comp.}$	$\tau^{\text{objE,D}}_{Comp\_PC}$	$\theta_{PC}$	$\Theta_{tr}$
			$\tau^{\text{objE,D}}_{Comp\_R}$	$\theta_R$	$\Theta_{PC}$
			$\tau^{\text{objE,D}}_{Comp\_D}$	$\theta_D$	$\Theta_R$
7	Etudier une propriété des objets géométriques de l'espace représentés dans un dessin.	$T^{\text{P,objS,D}}_{EtP}$	$\tau^{\text{P,objS,D}}_{EtP}$	$\theta_{P,D}$	$\Theta_R$
8	Identifier des objets géométriques de l'espace satisfaisant une propriété géométrique donnée à l'aide du dessin.	$T^{\text{P,objS,D}}_{IdO}$	$\tau^{\text{P,objS,D}}_{IdO}$	$\theta_{P,D}$	$\Theta_R$