

**La construction de savoirs pour un enseignement de la géométrie analytique plane  
: conception d'un PER – Formation Professionnelle**

**Building knowledge for teaching plane analytical geometry: designing a PER -  
Professional Training**

Rita Lobo Freitas<sup>1</sup>

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil

<https://orcid.org/0000-0001-6914-1483>

Saddo Ag Almouloud<sup>2</sup>

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil

<https://orcid.org/0000-0002-8391-7054>

**Résumé**

Cet article porte sur une phase de recherche doctorale en cours, dont les résultats préliminaires sont en accord avec la constitution d'un modèle épistémologique de référence alternatif (MERA) pour l'étude de la Géométrie Analytique Plane (GAP). Ce MERA constitué à partir de la raison d'être de GAP vise à concevoir un parcours d'étude et de recherche (PER) dont l'objectif est de participer à la formation professionnelle des futurs enseignants de mathématiques d'une université brésilienne, principalement des stagiaires en dernière année d'un cours de licence de mathématiques, en plus d'évaluer les effets de cette formation. Le PER prendra en compte les conditions et les contraintes institutionnelles ainsi que la formation mathématique et didactique des sujets de recherche.

**Mots-clés :** Géométrie Analytique Plane, Parcours d'étude et de recherche, MERA, Formation Professionnelle.

**Abstract**

This article is about a PhD research in progress phase, whose preliminary results are consistent with the constitution and an Epistemological Model of Alternative Reference

---

<sup>1</sup> [ritalobof@gmail.com](mailto:ritalobof@gmail.com)

<sup>2</sup> [saddoag@gmail.com](mailto:saddoag@gmail.com)

(EMAR) for the study of Flat Analytical Geometry (FAG). This MERA, constituted from the *raison d'être* of GAP, aims to base a proposal for a study and research path (SRP), a professional formation for future mathematics teachers of a Brazilian university, with trainees in the final phase of the undergraduate course in mathematics, besides evaluating its effects. The SRP will consider the conditions and institutional restrictions and the mathematical and didactic training of the research subjects.

**Keywords:** Flat Analytical Geometry, Study and research course, MERA, Professional training.

## **La construction de savoirs pour un enseignement de la géométrie analytique plane : conception d'un PER – Formation Professionnelle**

Cet article présente les principaux éléments de notre recherche de doctorat en cours. Notre motivation est basée sur la problématique de la formation initiale des enseignants de mathématiques au Brésil.

La motivation principale pour cette recherche vient de notre expérience acquise en formation des professeurs brésiliens en licence de mathématiques à l'université.

Pendant le travail de formation des enseignants de mathématique, plusieurs questions ont émergé concernant leur formation initiale. Nous avons remarqué pendant leur stage que les étudiants, même en 4<sup>ème</sup> année d'Université, ne possédaient que peu de connaissances en ce qui concerne les mathématiques pour l'enseignement, et aucune base didactique pour enseigner les mathématiques. Ces lacunes sont devenues cruciales lors d'activités pendant le stage encadré au lycée.

Nous mettons en évidence quelques travaux portant sur la formation des enseignants de mathématiques en géométrie analytique.

Catherine Lebeau (2009) discute, montre et analyse les obstacles à l'apprentissage d'étudiants de première année universitaire en géométrie analytique, à partir de la conversion de registres de représentation. Roberto Carlos Dantas Andrade (2012) met en évidence un problème curriculaire et institutionnel, à l'origine d'une désarticulation entre géométries synthétique et analytique, entre algèbre et géométrie.

Les recherches brésiliennes concernant la formation initiale et professionnelle des enseignants de mathématiques montrent, selon Maria de Fatima Costa Leal (2017), que les liens entre la formation mathématique et la formation didactique et pédagogique sont quasi inexistantes dans la formation initiale des enseignants brésiliens. Dans le même sens, Dario Fiorentini et al (2002), Bernardete Angelina. Gatti (2009, 2010), Selma Garrido Pimenta & Maria Socorro Lucena Lima (2012) et Iara Zimmer (2016), ont montré que la

formation initiale est fragile, déficitaire et que le stage encadré ne fonctionne pas comme il devrait.

On peut relever deux problèmes concernant la formation de futurs enseignants : la formation mathématique et la formation didactique des étudiants. En ce qui concerne la formation en géométrie analytique (GA), des recherches ont identifié des difficultés dans l'apprentissage de la GA : problèmes au niveau du curriculum, désarticulation entre géométries synthétique et analytique et entre algèbre et géométrie.

C'est dans ce contexte que se situe notre recherche de doctorat en cours.

### **Parcours d'étude et de recherche : une formation professionnelle**

Dans le cadre de notre problématique de recherche, nous avons conjecturé la possibilité de développement d'une expérience de formation et d'investigation, avec les étudiants de mathématiques prenant en compte les conditions et les contraintes qui peuvent permettre d'enrichir leurs équipements praxéologiques du point de vue mathématique et didactique.

A partir de cette hypothèse nous posons la question suivante : quelles connaissances nouvelles (ou pas) peut-on faire acquérir aux professeurs stagiaires en géométrie analytique plane à l'aide d'un *Parcours d'Étude et de Recherche-Formation Professionnelle* (PER-FP), et quel(s) bénéfice(s) peuvent-ils en tirer pour concevoir cet enseignement au lycée ?

Pour commencer à élaborer une réponse à cette question, le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) se révèle approprié, car il met à notre disposition des outils théoriques qui permettent de mettre en place un parcours d'étude et de recherche sur le processus de formation mathématique des sujets.

*Le Parcours d'Étude et de Recherche-Formation Professionnelle* (PER-FP) s'appuiera sur un modèle épistémologique de référence (MER). Ce MER nous permettra

de construire un modèle épistémologique de référence alternatif (MERA) pour l'étude de la géométrie analytique plane (GAP), pendant le stage encadré du cours de licence de mathématiques dans une université brésilienne et d'évaluer ses effets.

Nous nous appuyerons aussi sur les travaux de Tomás Ángel Sierra & Pedro Nicolás (2013). Dans cet article ils présentent une méthodologie concernant les parcours d'étude et de recherche dans la formation des professeurs (PER-FP) en se référant à Yves Chevallard (2009) et proposent un PER de formation. Dans notre recherche, nous adopterons l'expression « formation professionnelle » plutôt que formation des professeurs.

Pour atteindre l'objectif général, d'autres objectifs plus spécifiques, fondamentalement importants pour conduire les étapes de l'étude, sont les suivants :

- Identifier, à travers l'analyse des manuels, le modèle épistémologique dominant au lycée pour l'étude des GAP ;
- Etablir quel est alors le rapport institutionnel à la GAP et par conséquent quels peuvent être les rapports personnels des élèves à l'issue du lycée, quels sont les rapports personnels des étudiants avant le PER-FP (par exemple à partir de questionnaires).

En suivant Chevallard (2009), notre méthodologie de recherche consiste à construire un (PER) destiné aux professeurs en formation, à réaliser avec eux ce PER, à observer cette réalisation et à l'analyser pour en tirer deux ensembles de conclusions : l'une sur le PER lui-même, l'autre sur les stagiaires ayant suivi ce parcours d'étude et de recherche. La notion fondamentale de PER est décrite par Chevallard (2009) comme suit :

$X$  est un collectif d'étude (une classe, une équipe d'élèves, une équipe de chercheurs, un journaliste, etc.) et  $Y$  une équipe (en général réduite :  $Y$  peut même être l'ensemble vide) d'aides à l'étude et de directeurs de l'étude (professeur, tuteur, directeur de recherche, directeur de la rédaction, etc.). Le but de la constitution de ce système didactique est *d'étudier*  $Q$ , c'est-à-dire de chercher à lui apporter une réponse  $R$  qui satisfasse certaines contraintes *a priori*, dont celle de résister à sa mise à l'épreuve par la confrontation avec des « milieux adidactiques » appropriés. Le bilan du travail attendu de  $X$  sous la conduite et la supervision de  $Y$  peut être noté ainsi  $S(X, Y, Q) \rightarrow R$ . (p.1) (Chevallard 2009, p.1)

Dans le cadre de notre recherche :

- $X$  est le groupe d'étudiants de dernière année de la licence de mathématiques qui participent au stage encadré et que nous appellerons *stagiaires* ou *professeurs stagiaires* ;

- $Y$  est le groupe composé par la chercheuse elle-même, qui, en même temps, organise et conduit le PER dans le cadre du stage, sous la supervision de son directeur de thèse ;

- $Q$  est la question génératrice du PER ;

- $R$  est la réponse recherchée à la question *génératrice*  $Q$ , qui doit satisfaire l'ensemble des contraintes posées *a priori* (organisation mathématique régionale : éléments de géométrie analytique plane).

Globalement l'organisation de ce PER doit permettre de faire vivre en situation l'une des raisons d'être de la GAP : modéliser par l'algèbre des systèmes géométriques, travailler avec plus de facilité à l'aide du calcul dans le modèle algébrique, obtenir dans le modèle un résultat sur le système. La question qui engendre le PER ( $Q$ ) résulte alors d'un problème de géométrie très difficile à résoudre en géométrie synthétique, et dont la résolution fait rencontrer à  $X$  une raison d'être de la GAP pour pouvoir le résoudre.

L'organisation mathématique (OM) que le PER engendre est constituée au minimum des praxéologies mathématiques de la GAP présentes au lycée. Un travail individuel permettra la mise en œuvre du moment de la 1ère rencontre avec cette OM,

Puis en groupe et dans des débats collectifs, seront élaborées technique et technologie en organisant des moments d'exploration de la technique, d'institutionnalisation, etc.

Dans ce processus, les enseignants stagiaires devront concevoir un PER pour les élèves de lycée, sur un sujet GAP : par exemple, l'étude de points et de droites dans le plan cartésien. Les praxéologies qui seront mises en évidence dans les constructions de ces enseignants stagiaires, seront analysées avec l'apport de la TAD selon Chevallard (1999) et Michèle Artaud (2010).

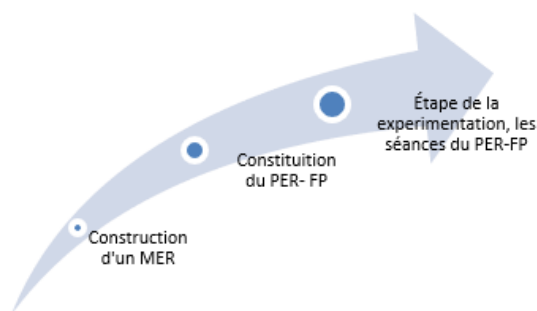
### Organisation provisoire

Les résultats des recherches sur la géométrie analytique ont donné une base pour analyser le problème d'enseignement et d'apprentissage en termes de praxéologies mathématiques et didactiques.

La figure 1 présente les trois étapes fondamentales de notre recherche.

Figure 1

#### *Les principales étapes de la recherche*



– Dimension épistémologique. L'étude épistémologique est guidée par le questionnement suivant : quelles sont les raisons d'être de la géométrie analytique ? Autrement dit : à quelles questions ou quels problèmes répond la GA ? Pour cela, on pourra analyser le développement de GA au cours de l'histoire des mathématiques (problèmes et réponses apportés par Descartes, Fermat et autres) ;

– Dimension scolaire (transposition didactique). Pour cela, nous analyserons des manuels scolaires et du programme du lycée au Brésil afin de déterminer le rapport

institutionnel à la géométrie analytique plane au lycée. Puis la passation d'un questionnaire aux étudiants du cours de licence de mathématique de première année sera effectuée pour déterminer le rapport personnel des étudiants (futurs professeurs) à GA : ce qu'ils savent ou ne savent pas faire en géométrie analytique plane du lycée.

*La deuxième étape* de la recherche consiste à construire les activités du PER-FP, qui seront basées sur une question génératrice ( $Q$ ), qui engendre le PER. Comme nous l'avons déjà écrit, cette question résultera d'un problème de géométrie très difficile à résoudre en géométrie synthétique, et dont la résolution fait rencontrer une raison d'être de la GAP pour pouvoir le résoudre. Le travail de ce PER devra, donc permettre que l'organisation didactique *a priori*, mise en place la question : quel topos pour les étudiants ?

Chevallard (2009) résume le travail de conception d'un PER comme suit :

Le but de la constitution de ce système didactique est d'étudier  $Q$ , c'est-à-dire de chercher à lui apporter une réponse  $R$  qui satisfasse certaines contraintes *a priori*, dont celle de résister à sa mise à l'épreuve par la confrontation avec des « milieux didactiques » appropriés. Le bilan du travail attendu de  $X$  sous la conduite et la supervision de  $Y$  peut être noté ainsi :  $(S(X, Y, Q) \rightarrow R)$  (p.2)

Toutes les situations qui seront proposées dans ce PER seront analysées *a priori*.

Enfin *la troisième étape* de la recherche sera constituée de l'expérimentation et de l'évaluation du PER-FP.

## Références

Artaud, M. Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? *Actas III Congreso Internacional sobre la TAD*. Sant Hilari, Espagne, 2010.

[https://ddd.uab.cat/pub/lilibres/2011/hdl\\_2072\\_200617/Documents10.pdf](https://ddd.uab.cat/pub/lilibres/2011/hdl_2072_200617/Documents10.pdf)

Andrade, R. C. *D A noção de tarefa fundamental como dispositivo para um percurso de formação de professores o caso da geometria analítica*. Thèse doctorat, Universidade de Federal do Pará. Belém, 2012.

Chevallard, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), p. 221-266, 1999.



[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse\\_des\\_pratiques\\_enseignantes.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf)

- Chevallard, Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées Recherches en didactique des mathématiques. UMR ADEF Toulouse, le 28 avril 2009. Récupéré du site de la revue : [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La\\_notion\\_de\\_PER\\_\\_\\_problem es\\_et\\_avancees.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER___problem es_et_avancees.pdf)
- Fiorentini, D., Nacarato, A. M., Ferreira, A. C., Lopes, C. S.; Freitas, M. T. M.; Miskulin, R. G. S. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista*, Belo Horizonte: UFMG, n. 36, p. 137-160, 2003.
- Gatti, B. A. *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: Unesco, 2009
- Gatti, B. A. Formação de Professores no Brasil: características e problemas. *Educ. Soc. Campinas*, v. 31(113), p. 1355-1370, 2010.
- Leal, M. de F. C. *Teoria e prática no processo de formação profissional: o caso de um curso de licenciatura em matemática*, 2016.
- Lebeau, C. *Étude d'une genèse d'un modèle algébrique du système formé par les points, droites et plans de l'espace usuel*. Thèse de Doctorat, Sciences : Didactique des mathématiques : Université de Liège, Belgique, 2009.
- Pimenta, S. G. & Lima M. S. L. *M.S.L. Estágio e Docência*. São Paulo. Cortez, 2012.
- Tomas, Á. S. y Pedro, N. Metodología de los REI-FP en el caso de los Sistemas de Numeración para futuros maestros de primaria y profesores de secundaria. *Actes du 4e congrès international sur la TAD*, Toulouse, France, 2013.
- Zimmer, I. *Estágio Curricular Supervisionado na Licenciatura em Matemática: Um componente curricular em discussão*. Thèse doctorat, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brésil, 2017.  
<https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/20007>