ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p387-408

Les incohérences entre les préconisations institutionnelles et les conditions du système éducatif dans l'état de São Paulo

The inconsistencies between the institutional recommendations and the conditions of the education system in the state of São Paulo

Marlene Alves Dias[1]
Université Anhanguera São Paulo, Brésil
https://orcid.org/0000-0001-9168-9066

Valdir Bezerra Dos Santos Júnior[2]
Université Fédérale du Pernambouc, Brésil
https://orcid.org/0000-0001-6488-478X

Sirlene Neves De Andrade[3]
Direction Régionale Sud, Brésil
https://orcid.org/0000-0002-0434-392X

Míriam Do Rocio Guadagnini[4]
Université Anhanguera São Paulo, Brésil
https://orcid.org/0000-0001-9145-9252

Résumé

Dans ce rapport de recherche, nous montrons comment le fonctionnement d'un système d'éducatif, devant répondre aux besoins conjoncturels de la société, peut imposer des conditions et des contraintes qui transfèrent une partie considérable du développement des mathématiques aux enseignants et aux élèves. Ceci rend difficile que leur travail coopératif s'accomplisse de manière productive ; de plus, l'identification des évolutions qui ont lieu met en exergue des incohérences entre les propositions institutionnelles et ce qu'on peut attendre du travail des enseignants et des élèves

Mots-clés : Système éducatif, Conditions et contraintes, Rapport institutionnel, Documents officiels.

[1] - maralvesdias@gmail.com
[2] valdir.bezerra@gmail.com
[3] sirlene-neves@hotmail.com
[4] miriamgnini@gmail.com

Abstract

This paper aims at showing how the functioning of an educational system that should take into account social cyclical needs can impose conditions and restrictions which transfer a considerable part of the development of mathematics to teachers and students. This leads to difficulties in performing well in collaboration and to the identification of evolution that occurs, highlighting inconsistencies related to institutional proposals and expectations towards the work of teachers and students.

Keywords: Education system, Conditions and constraints, Institutional report, Official documents.

Les incohérences entre les préconisations institutionnelles et les conditions du système éducatif dans l'état de São Paulo

L'objectif de ce travail est de faire comprendre les difficultés rencontrées par les enseignants et les éducateurs brésiliens dans le développement de leur profession lorsqu'ils sont confrontés à des orientations pédagogiques une fois que ces orientations sont développées par la noosphère sur la base de propositions politiques, qui, en général ne correspondent à la structure scolaire.

Cet objectif nous a conduits à la question de recherche suivante : quelles sont les difficultés rencontrées dans l'enseignement des mathématiques pour mettre en œuvre des lignes directrices pédagogiques en fonction des conditions et des contraintes imposées par la conjoncture sociale qui se reflète dans l'organisation du système éducatif ?

Les lignes directrices correspondent aux contenus à étudier et aux indications sur des méthodes possibles à mettre en œuvre.

Il semble important de faire une brève présentation de la reconnaissance par le ministère de l'éducation de la nécessité de construire des propositions d'enseignement pour tenter d'organiser l'éducation dans le pays, en respectant sa diversité.

En 1997, le ministère brésilien de l'éducation présentait les paramètres curriculaires nationaux (PCN) de l'enseignement primaire (élèves de 6 à 10 ans) dans le but de « (...) définir des objectifs de qualité pouvant aider l'élève à faire face au monde actuel en tant que citoyen participatif, réflexif et autonome, conscient de ses droits et devoirs » (Brésil, 1997, p. 4). L'année suivante, étaient introduits les PCN du collège (étudiants de 11 à 14 ans) avec « l'intention d'élargir et d'approfondir un débat pédagogique impliquant les écoles, les parents, les gouvernements et la société et d'apporter une transformation positive dans le système éducatif brésilien » (Brésil, 1998, p.5).

Dans une perspective semblable, en 2000, les paramètres curriculaires de l'enseignement secondaire sont introduits, où il est explicité que, selon la nouvelle loi de lignes directrices et de bases de l'éducation nationale - 9394/96 (LDB), « le nouveau profil pour le curriculum est basé sur des compétences de base pour l'insertion de jeunes dans la vie adulte. » (p. 04).

Deux ans plus tard, PCN + est présenté (Brésil, 2002) dans le but de discuter de la conduite de l'apprentissage dans les différents contextes et conditions de travail des écoles brésiliennes et en soulignant l'importance de l'articulation entre les domaines de la discipline mathématique et les autres disciplines, ce qui est censé être réalisé par les enseignants dans leurs unités scolaires selon leur groupe d'élèves.

En 2006, les lignes directrices curriculaires pour l'enseignement secondaire ont été introduites (Brésil, 2006) dans le but de contribuer au dialogue, entre les enseignants et l'école, sur les pratiques pédagogiques. En ce sens, ce document présente des réflexions dans l'intention d'alimenter cette pratique.

En ce qui concerne les mathématiques, l'accent est mis sur : le choix du contenu ; la forme de travail du contenu ; le projet pédagogique et l'organisation curriculaire.

• Les contenus ont été organisés en quatre blocs : nombres et opérations, fonctions, géométrie, analyse de données et probabilités.

• Pour chaque bloc, des réflexions sont présentées afin de conduire l'articulation avec des connaissances déjà travaillées et avec des applications dans la vie quotidienne.

• Les problèmes d'ordre didactique, qui correspondent au projet pédagogique sont envisagés à partir du triangle didactique en explicitant un exemple de situation, dans le but de montrer les difficultés de la motivation du savoir d'une part, et sa transmission d'autre part. Ceci a conduit à l'introduction des idées socioconstructivistes de la construction du savoir par l'élève lui-même, amenant l'enseignant au rôle de médiateur qui consiste à construire des situations qui permettent aux élèves de remplir leur rôle.

Dans le document, il est souligné que les rapports entre l'enseignant et l'élève se font au moyen du contrat pédagogique, qui leur sera explicité. Les relations aux connaissances, renvoyant implicitement au contrat didactique, ne deviennent explicites que lorsque l'enseignant ou l'élève, en quelque sorte, rompent ce contrat.

À partir de la notion de contrat didactique, le document introduit l'idée de transposition didactique en utilisant la notion de transposition interne et externe. La transposition externe correspond au passage du savoir savant au savoir à enseigner, tandis que le travail interne se poursuit lors de l'introduction d'éléments nouveaux dans le savoir enseigné. D'où l'idée que la transposition interne se matérialise à travers les lignes directrices du curriculum et le manuel.

Ces indications nous ont amenés à considérer l'objectif présenté précédemment, puisque les enseignants et les éducateurs brésiliens sont confrontés à des orientations pédagogiques qui ne sont guère compatibles avec les conditions et les contraintes imposées par la structure scolaire, où la participation des enseignants est insignifiante, à de rares exceptions près.

L'organisation curriculaire est directement associée au projet politique pédagogique de l'école qui doit tenir compte de son contexte social. C'est pourquoi chaque école construit son propre curriculum. Pour le lycée, il est nécessaire d'envisager l'articulation et l'intégration des connaissances afin de renforcer le travail interdisciplinaire.

Ainsi, il est nécessaire de maintenir un équilibre dans la répartition des heures de cours, sans négliger l'importance du travail permanent qui nécessite un horaire hebdomadaire suffisant pour chaque année de lycée.

À partir de cette observation, nous avons été amenés à étudier la distribution des classes de mathématiques du secrétariat d'état de l'éducation de São Paulo pour différentes structures pédagogiques, où les mathématiques doivent être développées en tenant compte des mêmes domaines, secteurs, thèmes et sujets, lorsque nous nous référons aux niveaux de codétermination.

Ainsi, nous avons choisi comme référence théorique la théorie anthropologique du didactique pour le développement de notre recherche.

Cadre théorique

Afin d'observer ce que les différents acteurs qui composent la noosphère, en particulier, les spécialistes des mathématiques et d'éducation mathématique qui font des recommandations pour l'enseignement des mathématiques, nous avons choisi d'utiliser la théorie anthropologique du didactique (TAD) comme cadre théorique en particulier les notions de : rapport personnel, niveaux de codétermination didactique et de praxéologie. Nous soulignons que nous plaçons la discipline mathématique et son enseignement dans l'ensemble des activités humaines et sociales, telles que définies par Yves Chevallard (1998).

Nous avons choisi la TAD comme support théorique pour cette recherche, car elle fournit des outils qui nous permettent d'analyser ce qui est indiqué pour le développement des organisations mathématiques et didactiques en classe. Elle permet également de comprendre les conditions et les contraintes qui sont créées, non pas par l'enseignant, mais par d'autres acteurs du système éducatif, qui sont généralement responsables des choix structurels et didactiques à mettre en œuvre dans les écoles.

Les niveaux de codétermination définis par Yves Chevallard (2009), caractérisent les conditions et les contraintes du système éducatif et la responsabilité de ses acteurs selon l'échelle suivante.

Figure 1

Niveaux de codétermination didactique

Sujets ↔ thèmes ↔ secteurs ↔ domaine ↔ disciplines ↔ pédagogie ↔ école ↔ société ↔ civilsation ↔ humanité

Cette échelle peut être décomposée en deux niveaux. Le niveau inférieur est celui des sujets, thèmes, secteurs et domaines. Selon Chevallard (2009), l'action de l'enseignant, se concentre habituellement sur les sujets et les thèmes, c'est-à-dire, que son rôle est de gérer ce qui a déjà été décidé aux niveaux supérieurs de l'échelle. L’auteur souligne l'importance du fait que l'enseignant doive agir à d'autres niveaux, notamment aux niveaux : secteur, domaine et discipline.

Le niveau supérieur correspond à disciplines ↔ pédagogie ↔ école ↔ société ↔ civilisation ↔ humanité. C’est là que les décisions sont prises pour être mises en œuvre aux niveaux inférieurs, qui en retour peuvent exercer des conditions et des contraintes sur ces niveaux supérieurs. Notre travail s’insère dans cette perspective : nous analysons comment les décisions proposées aux niveaux supérieurs fournissent des conditions et des contraintes à l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

La notion de rapport personnel, comprend toutes les interactions qu'un individu peut avoir avec un objet (Yves Chevallard, 2015). Cette notion de rapport personnel d’un individu à un objet permet d’abord de définir son univers cognitif.

Pour faire face à l'évolution de l'univers cognitif, il est important de considérer la notion d'institution.

Nous soulignons ici que l'univers cognitif d'un individu est constitué et modifié à partir de son assujettissement à plusieurs institutions, constituant ainsi une *personne*. De plus, le rapport institutionnel à l’objet *o* par les sujets, devrait être celui des sujets de l’institution *I* en position *p*, selon Chevallard (2009, 2015).

La notion de praxéologie, notion fondamentale de la TAD, nous permet d'étudier les rapports personnels et / ou institutionnels, car selon Chevallard (1998) « (...) *toute* activité humaine régulièrement accomplie peut être subsumée sous un modèle unique, que résume ici le mot de *praxéologie* » (p.1).

En ce sens, les notions de la TAD structurent cette recherche, en particulier compte tenu que certaines conditions et contraintes ne sont pas créées par l'enseignant dans la classe et ne répondent pas à une intention didactique clairement identifiable (Chevallard, 2007).

Méthodologie

En cohérence avec le cadre théorique et la question de recherche, la méthodologie s'appuie sur :

- une explicitation de l'organisation du système éducatif mis en œuvre par le secrétariat de l'éducation de São Paulo pour le lycée, en considérant les écoles de jour et de nuit (où les cours sont développés de dix-neuf heures à vingt-trois heures du soir), les écoles « indígenas » et les écoles dans les prisons ;

- l'analyse du curriculum du secrétariat de l'éducation à São Paulo pour les trois années du lycée ;

- l'analyse du « cahier de l'enseignant », un manuel avec les contenus minimaux à développer dans les écoles publiques de São Paulo, construit par le secrétariat de l'éducation de cet état. Dans ce matériel didactique nous avons identifié : contenu, approche proposée, praxéologies, ostensifs et non ostensifs privilégiés, qui correspondent aux éléments indiqués pour être développés et qui servent d'outils pour identifier les conditions et les contraintes imposées ;

- l'analyse des macro-évaluations ENEM, obligatoire pour l'entrée dans les universités publiques brésiliennes et pour l'obtention de bourses d'études dans des universités privées, et la première phase du concours d’entrée FUVEST, obligatoire uniquement pour ceux qui postulent une place à l'université de l’état de São Paulo (USP). Pour cette analyse, nous ne considérons que les tests appliqués au cours des cinq dernières années.

C’est à partir de ces analyses, que nous prétendons répondre à notre question de recherche.

Contexte et système d'enseignement actuel au Brésil et dans l'état de São Paulo

Le contexte

Actuellement, le Brésil compte 48,8 millions d'inscrits en éducation de base, soit environ un quart de sa population. Ceux-ci sont répartis entre les vingt-sept états et une région autonome administrativement, qui contient la capitale du pays, le district fédéral. 81,6% des inscriptions sont situées dans les écoles publiques, c'est-à-dire gérées par le gouvernement fédéral, l'état ou la commune. Dans les écoles publiques de São Paulo,d’après le recensement de l'année 2015, 3 565 325 élèves étaient inscrits, dont 1 541 944 dans l'enseignement secondaire, ce qui correspondrait, si le même nombre demeurait en 2016, à environ 10% des 16,6 millions inscrits dans tous les états à cette étape de l'école.

Bien qu'il existe des documents nationaux qui proposent d’organiser le système éducatif, chaque état dispose d’une autonomie pour mener à bien cette organisation en fonction du contexte dans lequel se trouvent ses étudiants. L’état de São Paulo est le plus grand état brésilien, et ses politiques éducatives servent parfois de référence. C’est ce qui nous a conduit à le prendre comme objet d’étude.

Système d'enseignement actuel de l'état de São Paulo et ses conditions et contraintes

Plusieurs questions se sont posées à nous en initiant l’étude du fonctionnement du lycée dans l'état de São Paulo : Comment les étudiants sont-ils répartis selon le contexte culturel dans lequel ils se situent ? Quelles sont les disciplines requises et existe-t-il une proposition en termes d'horaire hebdomadaire pour chacune ? Existe-t-il un document qui guide la répartition des disciplines ou est-ce la responsabilité de l'état ? Existe-t-il des horaires hebdomadaires minimum pour les mathématiques au lycée ? Existe-t-il une proposition avec un contenu mathématique minimal à développer au lycée ?

En raison de la diversité des contextes culturels et du nombre d'élèves dans l'état de São Paulo, ceux-ci sont distribués dans des écoles sous l'autorité de régions et celles-ci reçoivent les directives du secrétaire d'état à l'éducation, de sorte que la répartition des élèves est effectuée par les régions selon les règles de ce secrétariat.

Nous observons que le lycée dans l'état de São Paulo, comme dans tout le pays, est organisé en trois ans, avec un horaire global annuel minimal de 800 heures, mais cette condition ne se réfère ni à l'enseignement accéléré ni à l'enseignement de nuit. Les programmes de formation accélérée appelés « éducation des jeunes et des adultes » s'adressent à des personnes qui ont quitté l'école pendant un certain temps ou ne sont pas dans la tranche d'âge appropriée au niveau de l'éducation. Comme ils ont des lignes directrices et des horaires hebdomadaires spécifiques et leur propre matériel, nous ne les considérons pas dans la recherche, mais nous prenons en compte l'enseignement de nuit.

De plus, en fonction des contextes trouvés, les régions doivent tenir compte de cas spécifiques tels que l'école pour les « indígena » et l'école qui est responsable des étudiants en prison. Par exemple, dans une des régions, nous trouvons les contextes suivants : les écoles régulières –école élémentaire, collège et lycée qui peuvent ou non être séparées –, l'école à temps plein (matin et après-midi), l'école des « indígena » et les services pénitentiaires. Nous ne considérons pas ici les écoles techniques, car elles ont un curriculum différencié.

Pour la région retenue pour l'étude, il existe 111 écoles réparties selon la figure 2.

Figure 2

Les écoles dans leurs contextes.

Écoles et leurs contextes	Nombre d'écoles	Nombre d'heures de classe de mathématiques hebdomadaire par période au lycée	Nombre d'heures de classe de physique hebdomadaire par période au lycée
Écoles : élémentaires, collège et lycée (matin, après-midi, nuit)	111 écoles 66 lycées	Matin : 6 heures de classe Après-midi : 6 heures de classe Nuit : 5 heures de classe	Matin : 2 heures de classe Après-midi : 2 heures de classe Nuit : 2 heures de classe
École "indígena"	1		
Service en prison	Sous la responsabilité de l'une des écoles d'enseignement régulier		
École à plein temps	1 école		

La figure 2 nous permet d'observer que la majorité des écoles sont à temps partiel (matin ou après-midi ou soir) et la figure 3 exprime les différences entre le nombre de cours et leurs durées respectives, témoignant de la différence entre l'enseignement de jour et de nuit dans les écoles secondaires.

Figure 3

Nombre de séances par semaine en mathématiques et en physique pour le lycée.

Matrice curriculaire du lycée	Nombre de séances hebdomadaire de mathématiques			Nombre de séances hebdomadaire de physique		
	1er année	2ème année	3ème année	1er année	2ème année	3ème année
Jour (50 minutes chaque séance)	5	5	5	2	2	2
Nuit (45 minutes)	4	4	4	2	2	2
Éducation des jeunes et des adultes (45 minutes)	4	4	4	2	2	2
Intégral (50 minutes)	5	5	6	3	2	2

Cette différence est avérée concernant les mathématiques (4 h 10 contre 3 h). Mais lorsque nous considérons les disciplines obligatoires présentées dans la figure 4, nous observons qu'elles sont les mêmes, seul l'horaire global annuel change.

En dépit des différences d'heures de classe, lors de l'analyse du curriculum de São Paulo mis en place en 2008, nous avons constaté que l'objectif fixé par le secrétariat d'état est « le devoir de garantir à tous des bases communes de connaissances et compétences, afin que nos écoles puissent fonctionner comme un réseau » (São Paulo, 2008, p.3).

Figure 4

Disciplines obligatoires pour le lycée dans les différentes modalités.

Matrice curriculaire du lycée	Horaire global annuel	Disciplines
Jour	1200 heures	Arts, biologie, éducation physique, philosophie, physique, géographie, histoire, langue et littérature portugaise, mathématiques, chimie, sociologie et langue étrangère (anglais).
Nuit	1080 heures	Les mêmes disciplines.
Éducation des jeunes et des adultes	540 heures	Les mêmes disciplines.
Intégral	1720 heures	Arts, biologie, éducation physique, philosophie, physique, géographie, histoire, langue et littérature portugaise, mathématiques, chimie, sociologie et langue étrangère (anglais). Disciplines électives : pratiques de la science, orientation et études, projet de vie, préparation académique et monde du travail.

Afin de garantir cet objectif, il est proposé que :

> ... l'apprentissage résulte également de la coordination des actions entre les disciplines, de la stimulation de la vie culturelle de l'école et du renforcement de ses relations avec la communauté. À cette fin, il (le secrétariat de l'état) renforce et propose des lignes directrices et des stratégies pour la formation continue des enseignants (São Paulo, 2008, p.4).

Ces différences et le fait qu'en 2015, l'état de São Paulo comptait 1 541 964 jeunes inscrits au lycée (São Paulo, 2015), dont environ 67% étudiaient la journée et les autres la nuit, nous a permis de considérer seulement ce groupe d'étudiants. Notre choix est dû au fait qu'ils représentent la majorité et nous permettent d'étudier les contraintes imposées au niveau de l'école, car l'horaire global annuel diffère, mais la proposition de travail est la même.

En ne considérant que les questions liées aux disciplines et aux contenus proposés, nous pouvons déjà mentionner les contraintes et les incongruités dans le cas des écoles secondaires. En effet, la proposition indique la nécessité de coordonner les actions entre les disciplines, mais les horaires de celles-ci, telles que les mathématiques et la physique par exemple, représentent déjà une contrainte, qui est encore plus évidente lorsqu'on considère que le même contenu est proposé pour les cours de jour et de nuit, en utilisant le même matériel didactique : le « cahier ».

Analyse du rapport institutionnel par le biais de documents officiels et de macro-évaluations

La présentation des indications nationales, dans l'introduction, au moyen de certaines lignes directrices trouvées dans les paramètres curriculaires nationaux (PCN) a permis de souligner que le lycée d'enseignement général devrait assurer un minimum de 800 heures et la régulation de l'enseignement secondaire est de la responsabilité de chaque état.

Cette orientation a été suivie par l'état de São Paulo qui a construit sa structure curriculaire selon les différents contextes et selon les besoins de ses élèves. En outre, les spécialistes du secrétariat de l'éducation de l'état ont développé des contenus minimaux (les cahiers) pour les trois années d'études secondaires régulières qui correspondent au « cahier de l'enseignant » et au « cahier de l'élève ».

Ces « cahiers » sont des manuels scolaires indiqués et distribués aux enseignants et aux élèves en tant que matériel didactique à développer en classe. Nous notons que la différence entre le cahier de l'enseignant et celui de l'élève réside dans les lignes directrices données à l'enseignant sur la façon dont les activités doivent être menées. Il n'y a pas de différence entre les cahiers concernant la période (jour ou nuit). Dans ces cahiers sont indiquées des tâches que nous avons analysées comme des praxéologies à développer afin de garantir une base de connaissances commune à tous les élèves du lycée. Les « cahiers » sont indiqués, mais il y a une macro-évaluation annuelle basée sur ce matériel.

Exemple de praxéologies indiquées pour l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie analytique

Nous avons choisi de présenter à titre d'exemples les praxéologies préconisées dans le « cahier de l'enseignant », pour le secteur de la géométrie analytique (qui s'insère dans le domaine 'géométrie' de la discipline mathématique), notant qu'elles sont indiquées pour être développées au cours des deux premiers mois de la troisième année du lycée. Le choix de la géométrie analytique est justifié par les difficultés présentées par les étudiants qui commencent leurs études dans l'enseignement supérieur par ce secteur.

Nous soulignons que, pour le secteur considéré, les thèmes proposés sont : points et droites, cercles et coniques, c'est-à-dire l'étude de la géométrie analytique dans le plan. En ce qui concerne ces thèmes, les sujets indiqués sont : distance de deux points, milieu de deux points, alignement de trois points, équation d'une droite et étude des coefficients, droites parallèles et perpendiculaires, distance d'un point à une droite, problèmes sur la droite et leurs propriétés, pour le thème « points et droites », équations, applications dans différents contextes pour les cercles et les coniques.

Nous mettons en évidence dans les figures 5, 6 et 7 uniquement les praxéologies et les ostensifs préconisés dans le cahier de l'enseignant pour l'étude des secteurs : points et droites, cercles et ellipses, ces dernières ayant leur centre à l'origine.

Dans l'annexe 1, nous présentons l'analyse des types de tâches T11 et T12 avec pour chacun d'eux un exemple de tâche typique issu du cahier.

Figure 5

Les praxéologies et les ostensifs associés aux tâches préconisées dans le cahier de l'enseignant pour les thèmes « point et droite », « cercle et ellipse centrées à l'origine »

types de tâches (T)	technique (s) (τ)	technologie (θ)	théorie (s) (Θ)	Ostensif (s)
T1. Représenter de couples de nombres dans le système cartésien orthogonal (dans la séquence SI – système cartésien orthogonal).	Reconnaître l'abscisse et l'ordonnée pour représenter le point dans le SI.	Notions de : couple de nombres, système cartésien orthogonal, abscisse et ordonnée.	La géométrie euclidienne plane et la géométrie analytique dans le plan.	Ostensif algébrique point (x, y). Ostensif graphique point. Ostensif intrinsèque point : A,B, …
T2. Déterminer la distance entre deux points.	Déduire la formule et l'appliquer. ou Appliquer la formule directement.	Notions de : représentation de coupes de nombres dans le SI, segment de droite, théorème de Pythagore, puissance $n^{ième}$ et son inverse.	La géométrie euclidienne plane et la géométrie analytique dans le plan.	Ostensif algébrique point (x, y). Ostensif graphique point. Ostensif formule de distance.
T3. Déterminer la pente d'une droite définie par deux points.	Déterminer la tangente d'un angle d'un triangle rectangle et l'associer à la pente d'une droite.	Notions de: tangente dans le triangle rectangle, segment horizontal et vertical.	La trigonométrie dans le triangle rectangle.	Ostensif algébrique point. Ostensif graphique droite. Ostensif formule de la tangente.
T4. Ecrire l'équation fonctionnelle d'une droite passant par deux points donnés.	Utiliser la notion de fonction affine et la pente d'une droite pour écrire son équation fonctionnelle.	Notions de: pente d'une droite, fonction affine, graphique d'une fonction affine et ses propriétés.	Fonction affine et ses propriétés.	Ostensif algébrique point. Ostensif graphique droite. Ostensif formule de la fonction affine.
T5. Déterminer les positions relatives de deux droites données au moyen de leurs équations cartésiennes réduites (y = ax + b)	Construire le graphique pour visualiser si les droites sont confondues, parallèles ou séantes. Comparer les pentes pour conclure si les droites sont confondues, parallèles ou séantes.	Notions de: droites confondues, parallèles et séantes, fonction affine, graphique d'une fonction affine, pente d'une droite, rapport entre les pentes et les propriétés des droites.	La géométrie euclidienne plane et fonction affine et ses propriétés.	Ostensif formule fonction affine. Ostensif graphique droite. Ostensif formule fonction affine.

Figure 6

Les praxéologies et les ostensifs associés aux tâches préconisées dans le cahier de l'enseignant pour les thèmes « points et droites », « cercles et ellipses centrées à l'origine »

types de tâches (T)	technique (s) (τ)	technologie (θ)	théorie (s) (Θ)	Ostensif (s)
T6. Déterminer la distance entre un point et une droite.	Représenter un point et une droite dans le SI et déterminer la distance entre eux au moyen de la similitude des trianglesrectangles.	Notions de: similitude des triangles rectangles, fonction affine, graphique d'une fonction affine, pente d'une droite.	La géométrie euclidienne plane et fonction affine et ses propriétés.	Ostensif formule fonction affine. Ostensif graphique droite. Ostensif formule inclinaison d'une droite.
T7. Déterminer si deux droites données par leurs équations cartésiennes réduitessont perpendiculaires.	Utiliser la propriété: deux droites sont perpendiculaires si leurs pentes m_1 et m_2 ont des signes opposés et sont inverses, c'est-à-dire si et seulement si $m_1.m_2 = -1$.	Les notions de : perpendicularité, pente d'une droite et congruence de triangles pour démontrer la formule $m_1.m_2 = -1$.	La géométrie euclidienne plane et fonction affine et ses propriétés.	Ostensif formule fonction affine. Ostensif graphique droite. Ostensif formule inclinaison d'une droite.
T8. Résoudre des tâches intra et extra mathématiques en utilisant les notions de points et de droites.	Techniques associées aux tâches T1 à T7.	Technologies associées aux tâches T1 à T7.	La géométrie euclidienne plane et fonction affine et ses propriétés.	Ostensifs associés aux tâches T1 à T7.
T9. Déduire l'équation réduite d'un cercle étant donné son centre et l'un de ses points.	Appliquer la notion de distance entre deux points pour déterminer l'équation réduite.	Les notions de:cercle, distance entre deux points.	La géométrie euclidienne plane et la géométrie analytique.	Ostensif algébrique point. Ostensif formule de distance.
T10. Déterminer le centre et le rayon d'une circonférence donné par son équation réduite.	Comparez l'équation donnée avec l'équation réduite $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ déterminer (a, b) le centre et le rayon r.	Notions de: équation réduite d'un cercle, notion de point.	Géométrie analytique.	Ostensif équation réduite d'un cercle. Ostensif algébrique point.

Figure 7 - Les praxéologies et les ostensifs associés aux tâches préconisées dans le cahier de l'enseignant pour les thèmes « points et droites », « cercles et ellipses centrées à l'origine »

types de tâches (T)	technique (s) (τ)	technologie (θ)	théorie (s) (Θ)	Ostensif (s)
T11. Représenter uncercle dans le SI.	τ1: Si le rayon et le centre sont donnés, représenter le centre et tracer le cercle. τ2: Si l'équation réduite du cercle est donnée, déterminer le centre, le rayon et un point et tracer le cercle.	θ1: les notions de: point, cercle et représentation de point dans le SI. θ2: les notions de: point, cercle et son équation réduite et représentation de point dans le SI.	La géométrie euclidienne plane et la géométrie analytique.	Ostensif équation réduite d'un cercle. Ostensif algébrique point. Ostensif graphique point. Ostensif graphique cercle.
T12. Déterminer l'intersection d'une droite donnée au moyen de l'ostensif formule de la fonction affine et d'un cercledonné au moyen de son équation réduite.	La droite étant donné par son équation réduite $y = ax + b$ et le cercle par son équation réduite, substituer $ax + b$ à y dans l'équation du cercle, résoudre l'équation quadratique obtenue pour trouver les abscisses des points d'intersection, et substituer les valeurs trouvées à x dans $y = ax + b$ pour trouver leurs ordonnées.	Les notions de: droite, cercle et ses représentations, équations, systèmes d'équations et résolution d'équations et systèmes d'équations, points et leurs représentations dans le SI.	La géométrie euclidienne plane, la géométrie analytique et la fonction affine et ses représentations.	Ostensif formule de la fonction affine. Ostensif équation réduite d'un cercle. Ostensif algébrique point.
T13. Déterminer les axes de symétrie d'une ellipse avec centre à l'origine étant donnée par son équation réduite.	Comparer l'équation donnée avec l'équation réduite d'une ellipse avec centre à l'origine.	La notion de: équation réduite d'une ellipse avec centre à l'origine.	Géométrie euclidienne plane, la géométrie analytique.	Ostensif équation réduite d'une ellipse avec centre à l'origine.
T14. Déduire le rapport entre les demi-axes et les foyers d'une ellipse centrée à l'origine (déterminer l'excentricité).	Représenter graphiquement une ellipse, pour visualiser les demi-axes et les foyers, appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle trouvé.	Les notions de: ellipse avec centre à l'origine, foyers et semi-axes, triangle rectangle et théorème de Pythagore, représentation des points dans le SI.	Géométrie euclidienne plane, la géométrie analytique.	Ostensif graphique d'une ellipse avec centre à l'origine. Ostensif algébrique théorème de Pythagore.
T15. Déterminer l'ordonnée ou l'abscisse des points qui appartiennent à une ellipse avec centre à l'origine donnée au moyen de son équation réduite.	Remplacer les coordonnées de point donné dans l'équation réduite d'une ellipse avec centre à l'origine et résoudre une équation quadratique.	Les notions de: points, ellipse avec centre à l'origine et équation quadratique.	Géométrie analytique et algèbre des équations.	Ostensif équation réduite d'une ellipse avec centre à l'origine. Ostensif algébrique point. Ostensif équation quadratique.

Étude des praxéologies de géométrie analytique privilégiées dans la macro-évaluation ENEM et le concours d'entrée FUVEST

L'analyse de l'évaluation ENEM et du « cahier de l'enseignant » montre que les notions de point, de droite, de cercle et de conique sont traitées de manière à ne pas poser de difficultés par rapport aux techniques algébriques nécessaires au développement des tâches proposées. En général, on demande la représentation graphique des points, de la droite, du cercle et de la conique, compte tenu de leurs équations. Les intersections sont peu explorées et les ostensifs utilisés sont : l'ostensif fonctionnel pour la notion d'équation de droite et l’ostensif « équation réduite » pour le cercle et les coniques.

L'analyse des tâches de la FUVEST sur la géométrie analytique a permis d'identifier certaines caractéristiques typiques de la section mathématique de cette évaluation. Les notions de géométrie analytique impliquées sont : les points, les droites et leurs propriétés, le cercle et ses propriétés, la position relative des droites et des cercles. Les élèves sont invités à dessiner une représentation graphique des points ou à déterminer une équation cartésienne de la courbe donnée, à utiliser des propriétés et à déterminer les intersections, mais les exigences techniques en termes de travail algébrique ne sont pas évidentes car il convient d’utiliser des techniques qui ne sont pas développées dans le cours en question. En annexe 2, nous présentons un exemple qui montre la différence entre le travail algébrique développé dans le cours et ce qui est demandé dans le concours d'entrée FUVEST.

En guise de conclusion

Dans ce rapport de recherche, nous essayons de montrer comment la TAD peut être utilisée dans une perspective de compréhension des difficultés rencontrées par les enseignants et, plus particulièrement, par les élèves qui, selon leurs besoins, étudient dans différents contextes.

Dans le but de résoudre ce problème, le secrétariat de l'éducation de l'état de São Paulo a créé un matériel de base commune qui, comme on le voit, ne répond pas aux besoins des étudiants qui souhaitent poursuivre leurs études. La proposition commune requiert beaucoup de travail supplémentaire aux enseignants et aux élèves lorsque nous nous référons aux types de tâches trouvées dans le concours d’entrée FUVEST.

Ainsi, lors de l'étude des similitudes et des différences entre les caractéristiques contextuelles du même état, lorsque l'on considère les besoins des élèves, il est possible de vérifier qu'ils se situent dans différents niveaux de codétermination. Par exemple, nous pouvons considérer qu'au niveau des écoles, les directives sont les mêmes et ne prennent pas en compte les conditions des élèves. Tandis qu'au niveau des disciplines, ces directives, en général, ne peuvent pas être développées en fonction des contraintes liées aux différences d'horaires hebdomadaire entre les cours de jour et de nuit.

En outre, en général, les directives sont mises en œuvre par les coordinateurs scolaires, qui n'ont pas toujours une formation mathématique, ce qui confère à l'enseignant l'entière responsabilité du travail recommandé, et contribue à accentuer les difficultés rencontrées.

Pour la tâche présentée en annexe 2, il existe d'autres techniques. Nous avons choisi de considérer uniquement celle qui est mise en œuvre actuellement dans les écoles secondaires brésiliennes. Comme il s'agit d'une question objective, il peut y avoir des élèves utilisant d'autre technique.

Références

Chevallard, Y. *Organisations didactiques 1 : les cadres généraux*, 1998 http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=38

Chevallard, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), p. 221-266, 1999.

Chevallard, YPassé et présent de la théorie anthropologique du didactique, 2007. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passe_et_present_de_la_TAD-2.pdf

Chevallard, Y. *La TAD face au professeur de mathématiques*, 2009. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162

Chevallard, Y. *Pour une approche anthropologique du rapport au savoir*, 2015. http://www.gfen.asso.fr/fr/dial155

Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Fundamental. – Brasília: MEC, SEF, 1997.

Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. – Brasília: MEC, SEF, 1998.

Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino medio. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica. – Brasília : MEC, SEF, 2000.

Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio + : Ciências da Natureza e suas tecnologias, 2002.

http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf

Orientações Curriculares para o ensino médio (vol. 2). Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

São Paulo (2008). Currículo Do Estado de São Paulo: matemática e suas tecnologias, 2008.

http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf

Censo Escolar, São Paulo, 2015.

http://www.educacao.sp.gov.br/cima/consultas/censo-escolar/

Annexe 1

Type de tâche : Représenter un cercle dans le SI et déterminer l'intersection d'une droite et du cercle(tâche qui correspond au moment de travail avec les techniques élaborées en T11 et T12).

Exemple : Sachant qu'un cercle de centre C(x_0; y_0) et de rayon r a une équation $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, considérez le cercle de centre (4 ; 4) et de rayon 4.

a) Représenter ce cercle dans le plan cartésien et déterminer son équation ;

b) Déterminer l'équation de la droite qui passe par l'origine et par le centre du cercle.

c) Calculer les coordonnées des points P1 e P2, l'intersection de la droite *s* avec le cercle donné.

Techniques :

Question a) τ1 : Construire le plan cartésien et représenter le point (4 ; 4), ensuite représenter le cercle. Pour déterminer l'équation il suffit de substituer les coordonnées du point et le rayon dans l'équation donnée.

Question b) $\tau 2$: Étant donné les deux points, il suffit de considérer l'ostensif formule de la fonction affine ($y = ax + b$) substituer les points (0 ; 0) et (4 ; 4) pour déterminer l'équation cartésienne réduite de la droite.

Question c) $\tau 3$: Remplacer y par x dans l'équation réduite du cercle et résoudre une équation quadratique pour trouver les abscisses.

Technologies :

Question a) $\theta 1$: Représentation des points et du cercle dans le plan cartésien, l'équation cartésienne réduite du cercle.

Question b) $\theta 2$: équation cartésienne réduite d'une droite.

Question c) $\theta 3$: équation cartésienne réduite d'une droite, équation cartésienne réduite du cercle et méthode de résolution d'une équation quadratique.

Théorie : Pour les trois questions, la théorie qui justifie les techniques et les technologies est l'algèbre élémentaire.

Ostensif(s) : ostensif équation réduite d'un cercle, ostensif algébrique point, ostensif graphique point, l'ostensif graphique cercle, ostensif formule de la fonction affine, ostensif discriminant (Δ).

Non ostensif(s) : règles et lois du calcul algébrique, notions et représentations algébrique et graphique de point, de droite et de cercle. La notion de fonction affine et sa représentation algébrique et la notion d'équation quadratique avec une méthode de résolution.

Annexe 2

Type de tâche : Déterminer l'intersection de deux cercles donnés au moyen de certaines conditions et calculer la valeur numérique d'une expression algébrique.

Exemple : Deux cercles de rayons 1 et 2 ont des centres dans le premier quadrant du plan cartésien et sont tangents aux deux axes de coordonnées. Ces cercles se coupent en deux points distincts de coordonnées (x_1 ; y_1) et (x_2 ; y_2). La valeur de $(x_1 + y_1)^2 + (x_2 + y_2)^2$ est égale à :

a) 5/2 b) 7/2 c) 9/2 d) 11/2 e) 13/2

Technique :

Pour visualiser que le centre du cercle est (R; R) on peut le représenter dans le plan cartésien en considérant que celui-ci est tangent aux axes de coordonnées.

Ensuite, il faut écrire l'équation cartésienne réduite du cercle et la développer. Puis, il faut substituer les valeurs des rayons donnés dans l'équation trouvée. Puisque les points d'intersection appartiennent aux deux cercles, ces deux points satisfont les deux équations. Il faut égaler les premiers membres des équations, pour trouver $(x + y)$. Comme $(x_1 + y_1) = (x_2 + y_2) = (x + y)$, il suffit de les remplacer dans l'expression donnée pour déterminer sa valeur numérique.

Technologie :

Représentation des points et du cercle dans le plan cartésien, l'équation cartésienne réduite du cercle et l'équation développée. L'intersection de deux cercles et la notion de valeur numérique d'une expression algébrique.

Théorie : algèbre élémentaire.

Ostensif(s) : ostensif équation réduite d'un cercle, ostensif algébrique point, ostensif graphique point, ostensif graphique cercle.

Non ostensif(s) : règles et lois du calcul algébrique, notions et représentations algébrique et graphique de : point, droite et cercle. Notion de fonction affine et représentation algébrique et notion d'équation quadratique avec une méthode de résolution.