ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i4p801-808

Parcours d'étude et de recherche : une étude sur les chemins minimaux

Study and research course: a study on minimal paths

Renato da Silva Ignácio[1]
Université Fédérale de Campina Grande, Brésil
https://orcid.org/0000-0003-0448-3241
Marianna Bosch[2]
Université Ramon Llull, Espagne
https://orcid.org/0000-0001-9756-116X
Marlene Alves Dias[3]
Université Anhanguera, Brésil
https://orcid.org/0000-0001-9168-9066

Résumé

Cette étude vise à exposer le progrès d'un projet de recherche doctorale dont l'objectif est d'analyser les limites et les possibilités d'un parcours d'étude et de recherche (PER) en tant que stratégie didactique pour faire face au paradigme monumentaliste des mathématiques scolaires. Nous ne présentons dans ce rapport que les résultats préliminaires.

Mots-clés : Optmisation; Parcours d´étude et de recherche, Distance, Trajectoires.

Abstract

The aim of this study is to expose the progress of a doctoral research project whose objective is the analysis of the limits and possibilities of a study and research course (SRC) as a didactical strategy to face the monumental paradigm of school mathematics. Only preliminaryr esults are presented in this report.

Keywords: Optimization; Course of study and research, Distance, Trajectories.

Resumen

Este estudio tiene como finalidad exponer el progreso de un proyecto de investigación de doctorado cuyo objetivo es analizar los límites y posibilidades de un recorrido de estudio y de

[1] renatosignacio@gmail.com
[2] mariannabosch@gmail.com
[3] maralvesdias@gmail.com

investigación (REI) como estrategia didáctica para enfrentar el paradigma del monumentalismo de las matemáticas escolares. En este informe sólo mostramos los resultados preliminares.

Study and research course: a study on minimal paths

La problématique de cette recherche est née d'une vieille question que les élèves de tous les niveaux scolaires posent habituellement aux enseignants : pourquoi étudier tel ou tel contenu mathématique ? Cette question m'accompagne dans mes 23 années de carrière d'enseignant.

À titre d'exemple de tentative de réponse, pour ceux qui ont demandé d'où venait le delta de la formule de Bhaskara, ma réponse était centrée sur la déduction. Et ainsi, j'ai continué en démontrant des formules et des théorèmes pour justifier les questions des étudiants sur l'étude d'un contenu ou d'une notion particulière. Mais je n'avais pas de moyens pour montrer que ces contenus et notions pouvaient être utilisés pour résoudre des problèmes intra et extra-mathématiques ou modéliser différentes situations, même en étant capable de percevoir que, pour apprendre les mathématiques, l'objet d'étude doit avoir un sens pour celui qui enseigne et pour celui qui apprend.

La théorie anthropologique du didactique (TAD) propose une réponse à cette question des étudiants en suggérant la transformation du paradigme monumentaliste des mathématiques scolaires dans le nouveau paradigme du questionnement du monde à travers la stratégie didactique liée auparcours d'étude et de recherche (PER).

Selon le TAD, pour mener une étude qui a du sens, il est nécessaire d'investir dans la recherche de réponses à une question problématique avec une forte capacité à engendrer et se diversifier en nouvelles sous-questions et nouvelles réponses. La force motrice du PER, en tant que modèle pour confronter le monumentalisme et la perte de sens dans les mathématiques scolaires, est l'étude de questions problématiques, de questions qui nécessitent la construction d'un ensemble de connaissances théoriques et pratiques associées les unes aux autres. La question problématique, point de départ du PER, doit être productive afin de solliciter un grand nombre de praxéologies permettant d’y répondre.

Dans ces dernières années, des chercheurs comme Rodríguez (2005), Barquero (2009), Lucas (2015), Gomes da Silva (2016), Licera (2017), Bezerra (2017) parmi d'autres ont appliqué des PER comme alternative didactique à développer dès l'école élémentaire jusqu'à l'enseignement supérieur dans les pays où leurs recherches ont été menées.

Les résultats de ces recherches nous ont amenés à proposer un PER à mettre en œuvre dans la classe de l'éducation obligatoire et dans des cours de formation des enseignants de mathématiques afin d'étudier la viabilité, les conditions et les contraintes qui affectent ce dispositif d'enseignement lorsqu'il commence à «vivre» en classe. L'objectif de la recherche est ainsi d'étudier les limites et les possibilités de mise en œuvre d'un PER dans les différentes étapes de l'enseignement scolaire brésilien.

La question Q_0 s'est posée lors d'un cours de géométrie pour les étudiants de licence en mathématiques. Ils ont commenté la chute d'un avion dans lequel tous les passagers appartenaient à une équipe de football brésilienne et comment le choix de la route de cet avion avait été déterminant pour l'accident.

Nous avons vu dans cet épisode que le souci de trouver le plus petit chemin a été un besoin constant de l'humanité, et ceci nous a conduit à ce thème à partir de la question qui sera exposée dans la section qui suit.

La question générative et ses questions dérivées

Notre question de départ se situe dans un problème plus large de la recherche du chemin le plus court entre différentes destinations. Une formulation générale pourrait être la suivante :

Q_0 : Comment trouver le parcours le plus court possible reliant l'origine (O) et la destination finale (D) de la trajectoire O jusqu'au D ?

Cette question pourrait être formulée à travers des situations concrètes, par exemple: un avion ou un drone qui doit atterrir sur différentes îles, un robot qui doit traverser différentes zones dans une sale, etc.

En analysant *a priori* la question initiale, nous identifions que l'élément problématique de Q_0 est de s'interroger sur :

Q_1.L'origine et la destination finale de la trajectoire sont-elles définies a priori ou seulement le point de départ est-il informe ?

Q_2.Y a-t-il des arrêts obligatoires sur le chemin ?

Q_3.Le nombre de parcours possibles et leurs distances qui interconnectent (O) à (D) sont-ils prédéfinis ou non?

Q_4: La forme du chemin de (O) à (D) doit-elle être considérée dans le but de rechercher le chemin le plus court ou non ?

Q_5. Le parcours se déroule-t-il dans un espace plat ou non ?

Q_6. Le parcours le plus court est celui qui se produit dans : la plus courte distance absolue, la plus courte durée ou le moindre coût du voyage ?

Notre stratégie pour répondre à Q_0 a été d'assumer les conditions et les contraintes des parcours et de l'espace où ils se produisent. En tant que contraintes d'analyse d'itinéraire, nous choisissons le plan euclidien bidimensionnel ou symboliquement $\mathbb{R}^2$, même em sachant que le chemin cherché peut se produire dans un espace à autres dimensions.

Nous limitons notre recherche en considérant seulement la plus courte distance absolue et nous avons choisi d'utiliser des éléments élémentaires de géométrie tels que : point, ligne, plan, circonférence pour représenter l'origine, la destination finale et leurs interconnexions.

Dans notre analyse de la question dérivée Q_2 présentée ci-dessus, on considérait que le chemin de (O) à (D) pourrait être direct, sans arrêts. C'est l'hypothèse que nous avons appelée H_1 ou indirecte (avec arrêts obligatoires avant d'arriver à (D)).

A partir de l'hypothèse H_1, nous allons étudier le parcours le plus court, en supposant connaître à l'avance l'origine (O) et la destination finale (D) et en supposant aussi que nous connaissons seulement l'origine de l'itinéraire et nous recherchons ainsi la destination (D) la plus proche de (O). Dans H_2 nous étudierons comment trouver le plus petit de tous les chemins et distances de (O) à (D) une fois qu'ils sont connus d'avance et nous étudierons également la situation quand ils ne sont pas connus à l'avance.

La carte du PER, en annexe 1, résume la route que nous avons construite a priori pour la recherche de réponses à Q_0.

A partir des questions dérivées et des hypothèses H_1 et H_2, nous simulons des situations de trajectoires compilées dans le tableau de l'annexe 2. Certaines situations ont déjà été étudiées, conduisant à l'émergence d'organisations praxéologiques en tant que réponses possibles. Nous mentionnons quelques organisations praxéologiques dans les considérations finales, à caractère préliminaire, dans le but de considérer les deux hypothèses possibles : H_1 et H_2.

Une guise de conclusion

La carte des chemins possibles montre que la question Q_0 aborde un sujet riche et très ancien, puisque depuis l'antiquité nous étudions des problèmes qui impliquent l'optimisation de différents parcours.

La construction d'un réseau routier reliant les différentes provinces de l'empire romain et les études de Héron d'Alexandrie qui utilisent le principe aristotélicien ; la nature, qui ne fait rien de plus difficile, a montré que la lumière cherche toujours le chemin le plus court : ces exemples correspondent à des problèmes d'optimisation.

Le principe de Héron a permis des réponses au plus petit chemin de certains cas particuliers (avec des distances et des chemins inconnus) en utilisant la réflexion comme un type de transformation isométrique dans le plan.

La nature de Q_0 montre également qu'il s'agit d'un problème de géométrie pratique, nous pouvons être précis et dire qu'il s'agit d'un problème d'optimisation géométrique où les modèles géométriques cartésiens et euclidiens émergent pour représenter la réalité physique de

Q_0. La géométrie se pose en vertu de sa capacité à modéliser l'espace perceptible, car elle convertit les êtres physiques en entités abstraites.

Yves Chevallard (2013) soutient que, derrière une question de géométrie pratique, il y a toujours un problème de géométrie théorique. En acceptant cette affirmation et en admettant que Q_0 représente un problème de géométrie pratique, on peut se demander quelles sont les limites et les possibilités de cette étude et de cette recherche en tant que stratégie de transition de la géométrie empirique à une géométrie déductive ? Cette question peut se poser si le chemin Q_0 que nous concevons est confirmé dans « l'analyse *in vivo* ».

Les hypothèses de chemin pour Q_0 ont permis d'interpréter les routes simulées en les considérant comme des fonctions avec l'objectif de trouver les points minimums. Les techniques de dérivation des multiplicateurs de Lagrange ont émergé comme réponses et comme méthodes d'optimisation.

Si les trajectoires et les distances sont déterminées précédemment, les variables seront nécessairement discrètes. La théorie des graphes et leurs différentes formes de présentation, telles que les diagrammes de Voronoi, la triangulation de Delaunay et le réseau minimum de Steiner, sont considérés comme une alternative viable pour répondre à ce type de condition hypothétique.

Ces modèles mathématiques sont largement nécessaires en géométrie computationnelle et en programmation linéaire, par exemple, grâce à la représentation visuelle qu'ils fournissent et qui réduit le problème aux relations entre éléments de deux ensembles finis, em rendant possible l'utilisation d'heuristiques basées sur des probabilités comme une méthode de colonie de fourmis et des algorithmes de recherche itératifs tels que celui de Dijkstra.

Le PER vécu jusqu'ici nous rappele l'histoire de l'ivrogne qui cherche la clé juste en-dessous de l’endroit qui a de la lumière. Les études sur la minimisation des distances est un thème encore inconnu de nous et nous a fait quitter la zone de confort. Exposer cette recherche dans le congrès est une opportunité pour introduire de la lumière dans notre projet de recherche.

Références

Barquero, B. (2009). *Ecología de la Modelización Matemática en la enseñanza universitaria de las Matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Bezerra V.S.J (2017). *Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa*. Tesis doctoral. Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil.

Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER :problèmes et avancées*. UMR ADEF. Toulouse, France.

Gomes da Silva J.V. (2016). *Grandezas e medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional*. Tesis doctoral. Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil.

Licera, R. M. (2017). *Economía y ecología de los números reales en la Enseñanza Secundaria y la Formación del Profesorado*. Tesis doctoral. Universidad Pontificia de Valparaíso, Chile.

Lucas, C. (2015). *Una posible «razón de ser» del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional.*Tesis doctoral. Vigo: Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial.

Rodriguez E.Q. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico.* Tesis doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.

Annexe 1 : La carte des parcours possibles de PER sur l'optimisation du chemin

LA CARTE DES POSSIBLES PARCOURS POUR L'ETUDE DE Q_0 :