

Modelización e indagación en la propuesta de un REI codisciplinar de matemáticas e historia

Modeling and investigation in the proposal of a codisciplinary REI of mathematics and history

Gemma Sala¹

Facultat d'Educació, Universitat de Barcelona, España

<https://orcid.org/0000-0001-9830-312X>

Berta Barquero²

Facultat d'Educació, Universitat de Barcelona, España

<https://orcid.org/0000-0001-7228-6210>

Vicenç Font³

Facultat d'Educació, Universitat de Barcelona, España

<https://orcid.org/0000-0003-1405-0458>

Resumen

Este trabajo empieza con la discusión de las nociones de *indagación* y de *modelización* y en qué sentido estos constructos son cuestionados e integrados en el paradigma de cuestionamiento del mundo y, en particular, a través de la propuesta de los recorridos de estudio e investigación (REI). Discutiremos los modelos epistemológicos y pedagógicos subyacentes que las propuestas de modelización e indagación ofrecen, y cómo estos pueden ser reformulados en el ámbito de investigación de la teoría antropológica de lo didáctico. Nos centraremos entonces en analizar el caso de un REI codisciplinar de matemáticas e historia, que ha sido experimentado a nivel de Secundaria, para mostrar cómo indagación y modelización aparecen como dos actividades indisociables en la construcción del conocimiento codisciplinar matemático-histórico.

Palabras-Clave: Modelización Matemática; Indagación; Codisciplinar

¹ gsala@ub.edu

² bbarquero@ub.edu

³ vfont@ub.edu

Abstract

This paper starts with the discussion of the notions of *inquiry* and *modelling* and how these constructs are questioned and integrated into the paradigm of questioning the world, in particular, through the proposal of the study and research paths (SRP). We focus on underlying the epistemological and pedagogical models that inquiry-based and modelling approaches offer and how they can be understood in the framework of the anthropological theory of didactics. Then, we present the case of a codisciplinary SRP that links mathematics and history, which has been implemented at Secondary school level, to show how inquiry and modelling appear as two inseparable processes in the construction of mathematical-historical codisciplinary knowledge.

Keywords: Mathematical Modeling, Inquiry, Codisciplinary.

Modelización e indagación en la propuesta de un REI codisciplinar de matemáticas e historia

En este trabajo nos centramos en discutir y caracterizar las nociones de indagación y modelización en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). Partiremos de distintas investigaciones que se han centrado en proponer modelos analíticos y descriptivos de las actividades escolares de indagación y modelización, para mostrar cómo es necesario proponer un *modelo epistemológico y didáctico integrado* de indagación y modelización cuando nos situamos en el *paradigma pedagógico del cuestionamiento del mundo* y, en particular, en el diseño, experimentación y análisis de la propuesta de los *recorridos de estudio e investigación* (REI).

Como afirman Michèle Artigue y Morten Blomhøj (2013) en su trabajo sobre la conceptualización de la Educación Matemática basada en Indagación (IBME), dependiendo del enfoque en que nos situemos hay distintas conceptualizaciones de la noción de indagación y distintos modos de concebir la inclusión de la indagación en las actividades de enseñanza. En particular subrayan que, dada la importancia de ligar la enseñanza basada en indagación con situaciones reales, enfoques como los propuestos desde el ámbito de la modelización son de especial interés, ya que conducen a una valiosa comprensión de la indagación como un proceso más general con diferentes realizaciones particulares en diferentes disciplinas y contextos (contacto con la realidad extra-matemática, procesos de matematización como vehículo de construcción conceptual o de modelos, procesos de construcción de modelos matemáticos explícitos, entre otros). También destacan el paralelismo entre los modelos descriptivos y analíticos de los procesos de indagación y modelización:

The modelling process can be described a cycling process where reflections along the process can leads to changes in previous sub-processes and thereby initiate new loops in the modelling cycle. The similarity with the diagram [referring to Harlem (2012, p.5) and Blomhøj (2004, p.148)] is striking. Working with modelling in mathematics and in other subjects can thereby lead to valuable understanding of inquiry as a more general process with different particular realization in different disciplines. (Artigue & Blomhøj, 2013, p. 805)

En este trabajo se destaca también que las herramientas y propuestas concretas de la TAD ofrecen un marco especialmente acorde para el enfoque propuesto por la enseñanza de las matemáticas basada en la indagación o IBME (*Inquiry-Based Mathematics Education*). En particular, la propuesta de los REI, que aparecen como modelos didácticos dentro del paradigma de cuestionamiento del mundo (Chevallard, 2015), permite dar un papel primordial a ambos procesos: *modelización e indagación*.

En este trabajo, nos proponemos discutir cómo se interpretan los procesos de modelización e indagación dentro de la TAD. En el marco de la propuesta de los REI, las matemáticas pasan a ser interpretadas como herramientas esenciales de *modelización* en el estudio de cuestiones y en la elaboración de respuestas (Barquero, Bosch & Gascón, 2013). Y, por su parte, *indagación* se incluye en el marco de algunas de las dialécticas de estudio fundamentales para el desarrollo REI (Chevallard, 2004 y 2008). En particular, prestaremos especial atención a las condiciones bajo las cuales se pueden desarrollar las siguientes dialécticas: la dialéctica de las cuestiones y las respuestas y la dialéctica de los media y los medios (o *media-milieux*).

Nuestra hipótesis principal de partida es que este trabajo nos permitirá: (1) poner de manifiesto los distintos puntos de contacto entre ambos procesos, y (2) mostrar la necesidad de construir un modelo descriptivo y analítico común que dé sentido e integre modelización e indagación dentro de un paradigma mucho más amplio. De esta manera, se podrán analizar prácticas educativas desde una perspectiva holística, que integre indagación y modelización, que permita determinar de qué manera ambos ciclos, además de ser indisociables, se retroalimentan creando distintas condiciones para el desarrollo óptimo de un REI. Para mostrar dicha complementariedad, nos centraremos en analizar el caso de un REI codisciplinar de matemáticas e historia, que ha sido experimentado a nivel de Secundaria, para mostrar cómo indagación y modelización aparecen como dos actividades inseparables en la construcción del

conocimiento codisciplinar matemático-histórico. Terminaremos por destacar los aportes esenciales de la articulación entre indagación y modelización en la dinámica del REI codisciplinar analizado que creemos pueden ser más extrapolables.

Indagación y modelización en la propuesta de los REI

La modelización matemática en la TAD y su papel en los REI

En trabajos anteriores (García, Gascón, Ruíz-Higueras & Bosch, 2006; Barquero, Bosch & Gascón, 2013) se caracteriza el modelo epistemológico de referencia sobre la modelización matemática, tal como se concibe en la TAD, y que aparece generalizando la noción clásica del “ciclo de modelización” tal como lo proponen, por ejemplo, Morten Blomhøj (2004) (ver figura 1). En términos generales, consideraremos los procesos de modelización como *procesos de reconstrucción y articulación de organizaciones matemáticas de complejidad creciente*. Este proceso parte de cuestiones problemáticas que se plantea una comunidad de estudio y que constituyen la *razón de ser* de las organizaciones matemáticas que va a ser necesario (re)construir a modo de respuesta. Más concretamente, podemos destacar tres características esenciales sobre la concepción de la modelización que van a ser desarrolladas en las próximas secciones:

- (1) Los sistemas y modelos tienen una estructura praxeológica (en el mismo sentido que Floriane Wozniak (2012) define como *praxeologías de modelización*).
- (2) Los procesos de modelización se pueden describir como una secuencia de cuestiones y respuestas que describen (a) la propia estructura de un ciclo de modelización, y (b) las posibles conexiones entre praxeologías. Por ello, vamos a encontrar su descripción en el próximo apartado en estos términos.
- (3) La actividad de modelización aparece como un proceso *continuo y recursivo* que puede representarse como una estructura articulada de cuestiones y respuestas o de praxeologías de modelización de complejidad creciente.

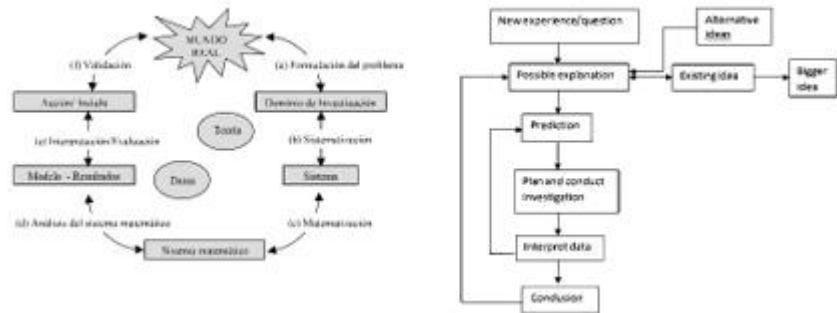
Como señalan Berta Barquero, Marianna Bosch y Josep Gascón (2013), los REI aparecen como un dispositivo didáctico privilegiado para dar cabida a la actividad de modelización en la enseñanza actual de las matemáticas. La modelización matemática tiene un papel esencial en este proceso por varios motivos. En primer lugar, la producción de *respuestas provisionales* a la cuestión inicial C_0 (punto de partida de un REI) requiere la construcción de modelos, su utilización y el cuestionamiento de su ámbito de validez, generando así nuevas cuestiones que, a su vez, requieren un nuevo proceso de modelización. Durante la evolución de un REI, el cuestionamiento de estas respuestas provisionales, que se van obteniendo, se incorpora en todo momento a la actividad de modelización. Este cuestionamiento es el *motor* del proceso de modelización y, por lo tanto, de la estructura arborescente y articulada de los REI. En segundo lugar, los REI permiten explicitar, institucionalizar y evaluar el proceso global de modelización. Esto es posible dado que el proceso de estudio generado por los REI tiene cierta continuidad en el tiempo, logrando superar la atomización y aislamiento tradicional del estudio escolar de las matemáticas.

Propuesta de modelo analítico sobre la indagación

El proceso de indagación es descrito por Wynne Harlen (2012) en el marco del proyecto Fibonacci como un proceso cíclico, como lo es el proceso de modelización, de construcción de comprensión mediante la recopilación de pruebas para probar las posibles explicaciones y las ideas tras ellas de una manera científica. Son destacables las similitudes que existen entre ambos procesos —el de indagación y el de modelización.

Figura 1

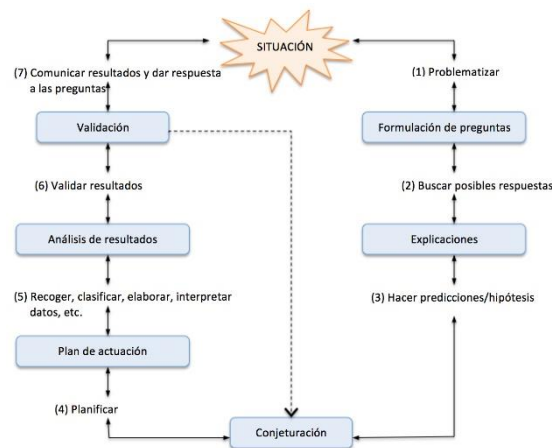
Descripción de proceso de modelización matemática (Blomhoj, 2004, p. 148) [izquierda] y del de indagación (Harlen, 2012, p. 5) [derecha]



En el trabajo de Gemma Sala (2016) se caracteriza la competencia de indagación a partir de su descomposición en distintos subprocesos que componen un proceso completo de indagación: (1) problematizar; (2) buscar posibles respuestas; (3) formulación de hipótesis; (4) planificar; (5) recoger, clasificar, elaborar, interpretar datos; (6) validar resultados; (7) comunicar resultados y dar respuesta a la pregunta. En este trabajo se utiliza esta caracterización para evaluar en qué grado el alumnado desarrolla las habilidades necesarias para llevar a cabo estos subprocesos en la implementación de ciertas secuencias didácticas basadas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la indagación en diversos contextos socioculturales. En todas estas secuencias didácticas la modelización matemática aparece como un elemento central, inextricablemente ligado al proceso de indagación, que permite hallar respuestas a la situación problemática. A partir de esta caracterización se ha elaborado un esquema para definir de manera gráfica el proceso cíclico de la indagación, como se puede observar en la figura 2.

Figura 2

Descripción del proceso de indagación Sala (2016, p. 67)



En las próximas secciones vamos a centrarnos en analizar el caso de un REI codisciplinar entre historia y matemáticas para mostrar la descripción paralela, aunque complementaria, en términos de modelización (en el sentido de la TAD) y en términos de indagación. Esto nos llevará a referirnos constantemente a los elementos que describen la dinámica de un REI (cuestiones planteadas, respuestas dadas, media consultados, respuestas externas tomadas en consideración, herramientas matemáticas o históricas puestas en uso, etc.) y a las condiciones bajo las cuales se han desarrollado la dialéctica de las cuestiones y las respuestas, y la dialéctica de los media y los medios. Nos proponemos mostrar, en conclusión, hasta qué punto ambos procesos de modelización e indagación se articulan, cómo y cuándo, para generar una dinámica rica de dichas dialécticas y, por lo tanto, de los elementos característicos de un REI (Chevallard, 2011).

Análisis de un REI codisciplinar bajo el prisma del modelo integral de indagación y modelización

La propuesta didáctica que nos centramos en analizar parte de una situación arqueológica real basada en el descubrimiento de unas ruinas romanas en el centro de Badalona —una ciudad muy cerca de Barcelona, Catalunya— por el equipo de arqueólogos del Museo de Badalona, hace algunos años. La cuestión inicial que se plantea es: *¿qué esconden estas*

ruinas?⁴ (C_0). Investigaciones arqueológicas iniciales (Padrós & Moranta, 2001) explican que estas ruinas podrían corresponder a un antiguo edificio perteneciente a la ciudad clásica *Baetulo* —el nombre romano de Badalona. El problema real que inició la indagación fue averiguar a qué tipo de edificio público podrían corresponder estas ruinas. Su implementación se realizó justo antes de finalizar el curso 2014-15 con un grupo de 30 estudiantes de primero de la ESO (12-14 años) en un instituto concertado de Badalona (Catalunya, España) (Sala, 2016). Desde el inicio, el proyecto se presentó como codisciplinar entre matemáticas e historia, por ello en la experimentación participaron conjuntamente los profesores de matemáticas e historia, junto a la primera autora de este trabajo que actuó de diseñadora y observadora. Los estudiantes, desde el inicio organizados en equipos de investigación de 3 personas, fueron guiados al desarrollo de un proceso completo de indagación que se estructuró en las fases siguientes caracterizadas por las siguientes cuestiones:

Tabla 1

Fases y cuestiones del proceso de indagación.

<i>Fases previstas</i>	<i>Cuestiones propuestas</i>
Formulación de las primeras cuestiones derivadas y conjeturas respuesta a C_0	C_1 : ¿A qué clase de edificio romano (teatro, circo, anfiteatro, etc.) pueden corresponder las ruinas (especialmente el fragmento de muro curvilíneo)? ¿Qué primeras hipótesis podemos formular sobre qué tipo de edificio se trata?
Definición de un plan de búsqueda, análisis y validación de hipótesis y respuestas	C_2 : ¿Qué patrones de construcción se seguían en la época romana para construir los distintos tipos de edificios?
Ampliación de sus herramientas de análisis y validación de sus investigaciones	C_3 : ¿A qué época corresponde el tipo de edificio de las ruinas? ¿Existen cánones de construcción que podamos consultar y simular?

A continuación, vamos a describir el estudio de las distintas fases. Para ello vamos a explicitar la estructura de los pares de cuestiones derivadas y respuestas parciales (C_i , R_i) que

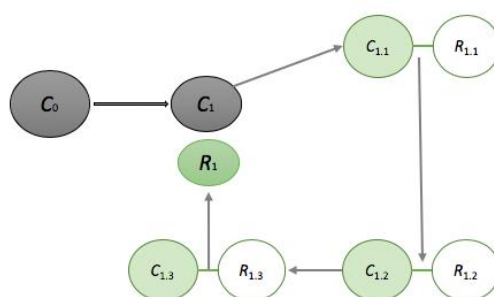
⁴ Los dossiers de trabajo sobre “¿Qué esconden estas ruinas?” están disponibles en el blog creado para su experimentación: <https://ruinesdebaetulo.blogspot.com.es/>

caracterizaron las etapas delimitadas, su dinámica dentro de un proceso de modelización e indagación y, los distintos medios-media integrados para hacer evolucionar esta dinámica.

La primera fase de la indagación se inició con la cuestión C_1 , que generó a su vez distintas cuestiones que fueron propuestas por los distintos equipos de investigación e integradas en sus primeros informes. En esta primera fase se formulan diversas conjeturas (algunas de ellas como respuestas a preguntas parciales formuladas) que serán validadas en la segunda fase.

Figura 3.

Descripción de la primera fase del REI



$C_{1.1}$: ¿Qué formas geométricas pueden encajar con la forma del fragmento de muro del edificio descubierto por los arqueólogos (un muro curvilíneo de 1,5 metros de altura)?

$R_{1.1}$: Los estudiantes proponen distintas formas geométricas que pueden encajar con el contorno del muro. Para ello buscan información sobre qué formas tenían todos los tipos de edificios públicos romanos. Aparecen así las primeras propuestas de modelos geométricos: rectángulos, circunferencias y elipses, que corresponden a las formas más comunes de los edificios romanos.

$C_{1.2}$: ¿Cómo podemos simular y hacer pruebas con las diferentes formas geométricas?

$C_{1.3}$: ¿Cómo podríamos contrastar las diferentes formas geométricas con la realidad?
 ¿Qué conclusiones sobre el posible edificio se pueden inferir del análisis de la información de las ruinas, especialmente acerca el muro parcial romano descubierto?

$R_{1.2}$ y $R_{1.3}$: Simulación con materiales diversos (cuerdas y palos, yeso, transportador para usar en la pizarra, reglas largas, etc.) de las formas geométricas, con diversos métodos vivenciales, contrastando con la maqueta de medidas reales del muro parcial descubierto en el suelo de una plaza pública al lado de la escuela.

Al finalizar esta primera fase, todos los grupos concluyen que lo más probable es que las ruinas encontradas se correspondan con una circunferencia o a una elipse (R_1), aunque aún no disponen de herramientas de validación suficientes. Así, esta primera fase, termina con la *formulación de las primeras conjeturas* como respuesta a C_0 .

La segunda fase gira en torno al estudio de C_2 , centrada en proponer qué patrones de construcción se seguían en la época romana y si estos se corresponden (o no) con las primeras hipótesis realizadas (R_1). En esta fase se solicita a los estudiantes que planifiquen cómo van a proceder y que consensuen la mejor forma de organizar su investigación. Empiezan por proponer la búsqueda en distintos *media* (internet, libros de historia, etc.) de respuestas existentes sobre qué tipo de formas geométricas seguían las construcciones romanas y, en particular, si había algún tipo de edificación romana en forma de circunferencia o elipse. Esto les lleva a recoger, seleccionar y clasificar información histórica y arqueológica susceptible de ser matematizada. En particular queremos destacar aquí dos respuestas que tomaron mucha relevancia, la primera dada por los estudiantes y la segunda introducida por las profesoras guía.

$R_{2.1}^\circ$: Los teatros romanos correspondían a una semicircunferencia; los anfiteatros a una elipse y los circos a un rectángulo con dos semicircunferencias en cada extremo.

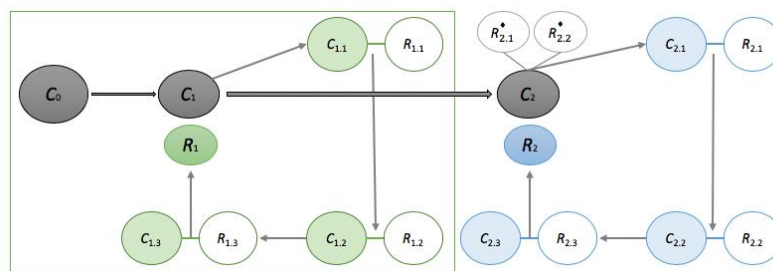
$R_{2.2}^\circ$: Canon arquitectónico de *Vitruvius* (arquitecto de la Roma antigua) para la construcción del tipo de edificios identificados de la época (teatro, anfiteatro o circo).

Esta búsqueda de respuestas existentes en distintos *media* fue de gran importancia y los estudiantes procedieron a ver si dichas respuestas podían ser incorporadas en su investigación y cómo. Es en estos momentos donde la dialéctica medios-media está más viva, y en que las

profesoras toman decisiones, como, por ejemplo, poner a disposición de los distintos equipos de investigación un enlace para consultar una traducción (en facsímil) del libro que describe el canon original de *Vitruvius*, así como, las instrucciones en GeoGebra para simular su construcción. De aquí se generaron nuevas cuestiones (ver descripción a continuación de la Figura 4) y, tal como lo interpretamos, llevan a procesos de modelización más complejos donde, a diferencia de la etapa anterior, los modelos matemáticos pueden ser explícitamente formulados, simulados y se hace una primera propuesta de validación de estos ($R_{2.3}$).

Figura 4

Descripción de la segunda fase del REI



$C_{2.1}$: Si nos basamos en el manual del canon arquitectónico de *Vitruvius* para la construcción de diferentes tipos de edificios públicos, ¿qué modelos geométricos resultan?

$R_{2.1}$: Construcción y simulación del modelo con GeoGebra.

$C_{2.2}$: Siguiendo las instrucciones del canon de *Vitruvius*, ¿qué modelo de edificio concuerda más con nuestras conjeturas iniciales?

$R_{2.2}$: Construcción y simulación del modelo con GeoGebra.

$C_{2.3}$: ¿El modelo construido encaja de forma adecuada en el plano 2-dimensional de la zona donde se hallaron las ruinas?

$R_{2.3}$: Contraste del modelo simulado con el plano bi-dimensional de las ruinas. Superposición de la forma geométrica simulada y el plano. Ajuste de los parámetros.

Al finalizar esta segunda fase, los distintos grupos terminan por reformular sus conjeturas sobre el tipo de edificación que parece corresponder a las ruinas encontradas. La mayoría defiende

que lo más probable es que las ruinas encontradas correspondan a un teatro. Es importante notar que la R_2 corresponde a una reformulación (o refinamiento) de las primeras conjeturas dadas en R_1 , y así los grupos lo plasman en su informe de final de fase. Cada equipo termina por exportar una imagen de su modelo construido con GeoGebra que fue trasladada, encajándola en el mapa de la zona. Una vez el modelo fue insertado correctamente tuvieron que comprobar que las medidas y las proporciones, según la escala definida en el mapa, se adecuaban aun a las proporciones de *Vitruvius*, con el objetivo de contrastar y evaluar la validez del modelo usado.

En esta tercera y última fase del proceso de indagación (ver figura 5), cuando los equipos habían propuesto R_2 , se les planteó una nueva cuestión C_3 con el objetivo no solo de que surgieran más herramientas de validación de sus respuestas, sino también de cuestionar la validez de los procesos de indagación y modelización seguidos.

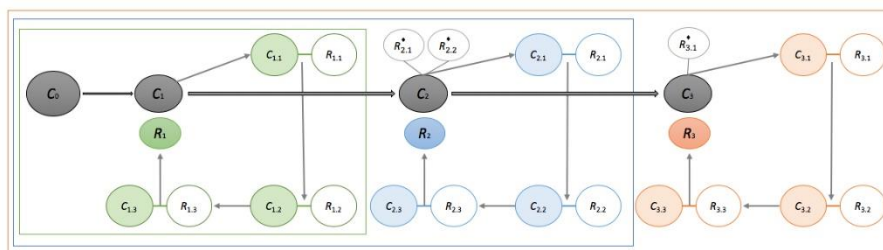
C_3 : ¿Cómo lo hacen los expertos arqueólogos para confirmar sus hipótesis? ¿Qué técnicas de validación usan para confirmar sus conjeturas?

Esto llevó al grupo-clase a buscar respuestas externas en informes de arqueólogos o técnicas generales arqueológicas. En dicha búsqueda encontraron un artículo del museo de Badalona en el cual el equipo experto narra el proceso arqueológico que siguió y, en particular, cómo confirmaron su sospecha de que se trataba realmente de un teatro ($R_{3,1}^\circ$). Esta consistía en aproximar cuál era la capacidad del teatro y contrastarla con la población total de la localidad. Si dichas aproximaciones no se alejaban demasiado, entonces planeaban dónde realizar una nueva excavación para validar que la edificación seguía la forma supuesta con los valores correctos de los parámetros que la definían.

Con el objetivo de reproducir las mismas técnicas de validación que los expertos, los alumnos plantearon cuestiones de la siguiente naturaleza que les llevaron a nuevos ciclos de modelización e indagación.

Figura 5

Descripción de la tercera fase del REI



$C_{3.1}$: Si se trataba de un teatro, según las dimensiones reales que se infieren del modelo construido (a escala) y teniendo en cuenta las indicaciones de *Vitruvius* (distancia entre las gradas para el público, disposición de las mismas, etc.) ¿qué capacidad ofrecía el edificio?

$C_{3.2}$: ¿La capacidad calculada era suficiente para albergar las necesidades de la ciudad? ¿Cuántos habitantes tenía *Baetulo*? ¿Acudía gente de todas las clases sociales al teatro o solo los adinerados? ¿Qué ajuste en los parámetros de nuestro modelo se debe realizar, según estos datos?

$C_{3.3}$: El “nuevo” modelo, por lo que respeta a la capacidad del teatro, ¿es compatible con las necesidades de la ciudad teniendo en consideración la información histórica y los resultados del equipo de expertos del museo? ¿Su situación en el mapa permitiría que fuese más grande?

El trabajo realizado en esta última fase resulta interesante por distintas razones. Incorpora nuevas herramientas de validación de todo el proceso de modelización basadas en la comparación con respuestas y procesos científicos externos realizados por los arqueólogos. Además, al terminar esta fase se programó una entrevista con la responsable del equipo del museo de Badalona que había realizado el descubrimiento, el estudio y la posterior redacción del informe de los expertos. Ella les confirmó algunos de los resultados aproximados por los estudiantes: el teatro tenía más capacidad de la que cabría esperar, teniendo en cuenta la población de *Baetulo* en la época. Seguramente, era visitado por habitantes de las ciudades vecinas. Esto es coherente con su situación dentro del plano de la ciudad, muy cercano a una

de las puertas de la antigua muralla, para facilitar la entrada y salida. Finalmente, tras una puesta en común para compartir el trabajo realizado por todos los equipos de investigación, cada equipo confeccionó un informe de la indagación con el objetivo de exponer sus resultados y dar respuesta a las preguntas y a la situación problemática inicial.

Algunos aportes de la articulación entre indagación y modelización en la dinámica de los REI

Sobre la dialéctica de las cuestiones y respuestas: Una dimensión esencial en la que la indagación insiste es la de la *problematización* (o formulación de cuestiones). *Per se*, no se trata de una tarea ni responsabilidad fácilmente asumible por los estudiantes, así que a lo largo del REI se fueron habilitando distintos dispositivos donde formular y compartir cuestiones (informes de investigación, puestas en común, etc.). Como diseñadores y responsables de la experimentación queremos notar que pensar cada etapa o fase en términos de un proceso de modelización nos ha ayudado a plantear y compartir con los estudiantes un conjunto de cuestiones centrales para avanzar en el proceso de estudio: ¿Qué modelos se proponen? ¿Cómo se puede trabajar con ellos? ¿Cómo se pueden validar? A medida que avanzaba la experimentación, este conocimiento compartido sobre cómo hablar y analizar los procesos de modelización se convertía en una fuente de formulación de nuevas cuestiones, tanto por nuestra parte como por parte de los propios estudiantes. Por otro lado, queremos destacar la importancia de asumir las respuestas como no definitivas, otorgándoles un estatus de hipótesis reformulables a lo largo de todo el proceso de indagación. Esto lleva a entender las respuestas como respuestas provisionales siempre abiertas a ser cuestionadas y reformuladas. Rompiendo con la visión más estática de la construcción de conocimiento matemático y, en concreto, de la visión simplista de la actividad de modelización como aplicación de conocimientos preestablecidos, sin tener que ser validada, cuestionada o modificada.

Sobre la dialéctica de los media-medios: Hemos destacado en distintas ocasiones la importancia de las distintas etapas de búsqueda, recogida y análisis de datos en media externos. Aunque podemos decir que esto corresponde a la búsqueda de R_j° , no se insiste explícitamente en la necesidad de que estas obras externas sean cuestionadas, deconstruidas y reconstruidas de acuerdo con las necesidades del proyecto iniciado. En el análisis presentado vemos que es en estos momentos cuando la construcción de las praxeologías de modelización toma un rol esencial. Se heredan respuestas (modelos previos existentes) y se cuestiona bajo qué hipótesis se construyen, qué variables se escogen, qué modelos resultan, se simulan, se contrastan, etc. Iniciar procesos de modelización es en estos momentos esencial para poder cuestionar la validez de estas respuestas preexistentes e integrarlas dentro del medio didáctico de los estudiantes. Buen ejemplo de ello son los del ciclo de modelización vivido alrededor de C_2 .

Agradecimientos

Esta investigación se ha financiado en el marco de los proyectos I+D+i: RTI2018-101153-A-C22 y RTI2018-101153-B-C21 (MCIU/AEI/FEDER, UE) y PGC2018-098603-B-I00 (MCIU/AEI/FEDER, UE).

Referencias

- Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797-810.
- Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2013). The ecological dimension in the teaching of modelling at university level. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 33(3), 307-338.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling-a theory for practice. En B. Clarke et al. (Eds.), *International perspectives on learning and teaching mathematics* (pp.145-160). Gothenburg: NCM, Gothenburg University.
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Journées de didactique comparée 2004*, Lyon.
- http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45
- Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. En G. Gueudet & Y. Matheron (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007* (pp. 344-366). Paris : IREM de Paris 7 et ARDM.
- Chevallard Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas, M. Abboud- Blanchard, L. Bueno-

- Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (Eds.) (pp.81-108) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2015). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counter Paradigm. En S.J. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 173-187). Dordrecht: Springer.
- García, F., Gascón, J., Ruíz-Higueras, L., & Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 38 (3), 226-246.
- Harlen, W. (2012). Inquiry in science education. En S. Borda Carulla (Eds.), *Resources for implementing inquiry in science and mathematics at school*. <http://www.fibonacci-project.eu>
- Padrós, P. & Moranta, L. (2001). La ciutat i la memòria: el teatre romà de Baetulo. *Carrer dels Arbres*, 3a època, 12, 15-31.
- Sala, G. (2016). *Competència d'Indagació matemàtica en contextos històrics a Primària i Secundària* (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona, Barcelona, España. Accesible en: <http://www.tdx.cat/handle/10803/388035>
- Wozniak F. (2012). Modélisation et démarche d'investigation. En Dorier J.-L. & Coutat S. (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT10, pp.1464–1475). <http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012>