

**Aire et de périmètre dans les manuels scolaires brésiliens à la transition entre l'école élémentaire et le collège**

**Area and perimeter in Brazilian textbooks at the transition from elementary school to college**

Lúcia de Fátima Durão Ferreira<sup>1</sup>

EDUMATEC, Université Fédérale de Pernambouc, Brésil

<https://orcid.org/0000-0003-0174-3650>

Paula Moreira Baltar Bellemain<sup>2</sup>

EDUMATEC, Université Fédérale de Pernambouc, Brésil

<https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>

**Résumé**

Ce travail, qui s'inscrit dans une recherche doctorale sur à la transition de la 5<sup>ème</sup> année (élèves de 10-11 ans) à la 6<sup>ème</sup> année (élèves 11-12 ans) de l'enseignement obligatoire brésilien, concerne l'analyse de manuels scolaires de 5<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup>, à l'aide du filtre des grandeurs, de la notion de reprise et des niveaux de codétermination. La prise en charge des reprises proposée dans les manuels scolaires analysés ne paraît pas a priori suffisante pour assurer les conditions favorables à la transition entre les sous-niveaux et l'apprentissage des nouveaux objets étudiés en 6<sup>ème</sup>.

**Mots clés:** Transition, Enseignement Primaire, Région; Périmètre, Manuel

**Abstract**

This work, which is part of a PhD research about the transition period between Grade 6 (students of age 10-11) and Grade 7 (students of age 11-12) in the Brazilian educational system, concerns of an analysis of Grade 5 and Grade 6 textbooks, with the help from magnitude's filters, the idea of *reprise* and the levels of co-determination. The occasions responsible for *reprise* contained in the textbooks analyzed do not seem enough to assure the favorable conditions for the transition between the sub-levels and the learning of new objects presented in Grade 7.

---

<sup>1</sup> [email.luciadurao@gmail.com](mailto:email.luciadurao@gmail.com)

<sup>2</sup> [pmbaltar@gmail.com](mailto:pmbaltar@gmail.com)

**Keywords:** Transition, Elementary education, Area; Perimeter, Textbook.

### **Resumen.**

Este trabajo, que es parte de una investigación de doctorado o sobre el período de transición entre la educación primaria (estudiantes de 10-11 años) y la educación secundaria obligatoria (estudiantes de 11 a 12 años) en el sistema educativo brasileño, se refiere a un análisis de los libros de texto de Grado 5 y Grado 6, con la ayuda de los filtros de magnitud, la idea de *reprise* y los niveles de codeterminación. Las ocasiones de *reprise* contenido en los libros de texto analizados no parecen suficientes para asegurar las condiciones favorables para la transición entre los subniveles y el aprendizaje de nuevos objetos presentados en el Grado 7.

**Palabras clave:** Transición, Educación primaria, Área; Perímetro, Libro de texto.

### **Resumo**

Este trabalho, que é parte de uma pesquisa de doutorado sobre a transição entre o 5º ano (alunos de 10-11 anos) e o 6º ano (alunos de 11-12 anos) do ensino obrigatório brasileiro, se refere à análise de livros didáticos de 5º ano e 6º ano, com a ajuda do filtro das grandezas, da noção de retomada e dos níveis de codeterminação. As ocasiões das retomadas propostas nos livros didáticos analisados não parecem *a priori* suficientes para assegurar as condições favoráveis à transição entre os subníveis e a aprendizagem de novos objetos estudados no 6º ano.

**Palavras-chave:** Transição, Ensino Fundamental, Área; Perímetro, Livro didático

## **Aire et de périmètre dans les manuels scolaires brésiliens à la transition entre l'école élémentaire et le collège**

Ce travail s'inscrit dans une recherche doctorale<sup>3</sup> (Durão Ferreira, 2018), dont le but est étudié les relations possibles entre les difficultés conceptuelles d'apprentissage auxquelles sont confrontés les élèves de la 6<sup>ème</sup> année sur l'aire et le périmètre et la façon dont ces objets sont enseignés depuis le début de la scolarité obligatoire au Brésil (1<sup>ère</sup> année – élèves de 6 ans) et plus particulièrement dans la transition de la 5<sup>ème</sup> à la 6<sup>ème</sup> année.

Au Brésil, le niveau de scolarité appelé Enseignement Fondamental, est composé de deux sous-niveaux : le premier (1<sup>ère</sup> à la 5<sup>ème</sup> année), adressé aux enfants de 6 à 10 ans est assuré par des professeurs polyvalents; et le deuxième (6<sup>ème</sup> à la 9<sup>ème</sup> année), concerne élèves de 11 à 14 ans et est assuré par des professeurs spécialistes par discipline.

Le découpage choisi pour ce travail est celui de l'enseignement des objets aire et périmètre, proposé dans les manuels scolaires. Il s'agit, en particulier d'étudier des reprises (Larguier, 2009) réalisées dans les manuels de 6<sup>ème</sup> année et leurs rapports à ce qui est proposé dans les manuels de 5<sup>ème</sup> année.

### **Explicitation des outils d'analyse**

L'analyse des manuels scolaires s'appuie sur des éléments du filtre de la grandeur aire (Bellemain, Bronner & Larguier, 2017) lequel prend ses racines dans le filtre des grandeurs (Anwandter-Cuellar, 2012) et le filtre du numérique (Bronner, 2007).

Dans leurs analyses de manuels scolaires de mathématiques brésiliens et français, pour la classe de sixième, Bellemain, Bronner et Larguier (2017) ont considéré sept types de tâche, que nous avons adaptés aussi à l'étude du périmètre. Ceci nous conduit à considérer *a priori* 14 types de tâche potentiels: comparer des aires ( $T_{CA}$ ), déterminer la mesure d'une aire ( $T_{DA}$ ),

---

<sup>3</sup> Il s'agit d'une thèse soutenue en 2018, développée à la UFPE, sous la direction de Paula Moreira Baltar Bellemain, avec le financement de la CAPES (Organisme du gouvernement brésilien de financement de la recherche et de l'enseignement supérieur - PDSE n 88881.133443/2016-1), pour le doctorat sandwich sous la direction d'Alain Bronner et en collaboration avec Mirène Larguier.

étudier les effets de déformations et des transformations géométriques et numériques sur l'aire d'une famille de surfaces ( $T_{TA}$ ), produire une surface d'une aire donnée ( $T_{PA}$ ), produire une surface d'une aire plus grande ou plus petite qu'une aire ou que l'aire d'un objet donné ( $T_{GA}$ ), changer d'unités d'aire ( $T_{UA}$ ), déterminer la valeur d'une espèce de grandeurs, autre que l'aire, dans un problème dont l'énoncé comporte des données concernant l'aire ( $T_{VA}$ ) et par analogie,  $T_{CP}$ ,  $T_{DP}$ ,  $T_{TP}$ ,  $T_{PP}$ ,  $T_{GP}$ ,  $T_{UP}$  et  $T_{VP}$ .

Nous avons modélisé les praxéologies mathématiques (Chevallard, 1999) autour des types de tâche ci-dessus, dans les deux manuels analysés ainsi que les domaines, les secteurs et les thèmes relatifs aux objets aire et périmètre (selon les niveaux de codétermination). De plus, nous avons tenu compte d'autres éléments du filtre de la grandeur aire (et de son analogie au périmètre), en particulier, les dynamiques intra-domaine, inter-domaines, intra-mathématique et extra-mathématique.

Puisque l'aire et le périmètre sont en partie enseignés de la 1<sup>ère</sup> à la 5<sup>ème</sup> année, nous nous intéressons aux indices dans les manuels scolaires des reprises (Larguier, 2009), c'est à dire, à la manière par laquelle ces objets sont actualisés lors des nouvelles rencontres avec des sujets liés à l'aire et au périmètre en classe de 6<sup>ème</sup>. Nous nous interrogeons aux liens de différentes natures qui se tissent avec ce qui a été étudié précédemment : s'agit-il de révisions systématiques des objets étudiés à l'école élémentaire, sans rencontre de nouveaux objets (par des rappels ou des révisions)? S'agit-il de reprises d'objets de savoir enseignés à l'étape antérieure en lien avec l'apprentissage de nouveaux objets ?

### **Analyse des manuels scolaires**

Nous avons repéré quatre domaines dans le manuel scolaire de 5<sup>ème</sup> année (Imenes; Lellis; Milani, 2015) - nombres et opérations ; espace et forme ; grandeurs et mesures ; traitement de l'information - et cinq domaines dans celui de 6<sup>ème</sup> (Imenes; Lellis, 2010) – arithmétique, géométrie, mesures, algèbre et statistique. Dans les manuels pédagogiques

destinés à l'enseignant, l'intention de favoriser les liaisons entre contenus et l'approche des contenus en spirale est exprimée, ce qui a pour conséquence que «les sujets sont abordés plus d'une fois, de différentes manières» (Imenes; Lellis, 2010, p. 6) aussi bien sur le même manuel que d'un manuel à l'autre dans la collection.

La raison d'être affichée pour le domaine des grandeurs et mesures dans le manuel de 5<sup>ème</sup> année est justifiée par l'usage dans la vie et la dynamique inter-domaines : « aussi bien sur son importance sociale que parce que [ce domaine] est utile à la prise de sens des nombres, en rapport aux axes des *Nombres et Opérations* et *Espace et Forme* et car il sert de base à l'axe *Traitement de l'Information*» (Imenes; Lellis; Milani, 2015, p. XIII).

Nous avons remarqué, dans les deux manuels, l'accent sur les mesures et une place secondaire accordée à la notion de grandeur, ce qui est apparemment justifié par l'objectif de mettre en évidence un regard sur les mathématiques liés à la vie sociale.

Dans le manuel de 5<sup>ème</sup>, *les relations entre l'aire et le périmètre de polygones* sont un thème du secteur *aire*, dans le domaine *grandeurs et mesures*. En 6<sup>ème</sup>, dans le domaine intitulé *mesures*, nous avons le thème *périmètre*, dans le secteur *mesure de longueur* et les thèmes *aire* et *formules pour le calcul de l'aire d'un carré et d'un rectangle*, dans le secteur *mesure de l'aire*.

### **Analyse praxéologique autour du périmètre**

Nous n'avons repéré que quatre types de tâche autour du thème périmètre:  $T_{CP}$  (comparer des périmètres),  $T_{DP}$  (déterminer la mesure du périmètre d'une figure),  $T_{VP}$  – Déterminer la valeur d'une espèce de grandeurs différente de périmètre, dans un problème dont l'énoncé comporte des données concernant au périmètre et  $T_{PP}$  – Produire une surface de périmètre donné, avec une nette majorité des tâches de type  $T_{DP}$ .

Dans tous les spécimens de tâches de type  $T_{DP}$ , il s'agissait de déterminer le périmètre de polygones par la technique  $\tau_{\Delta I}$  – addition des longueurs des côtés. Les principaux éléments

technologiques et théoriques mobilisés sont la définition de périmètre, les opérations numériques d'addition et multiplication et leurs propriétés, d'abord avec des nombres naturels, puis avec des nombres décimaux positifs.

Tableau 1

*Types de tâche autour du périmètre dans les manuels scolaires analysés.*

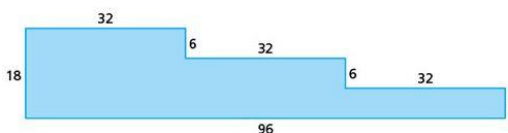
Types de tâche	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
<b>T<sub>CP</sub> – Comparer des périmètres</b>	3	5
<b>T<sub>DP</sub> – Déterminer la mesure du périmètre d'une figure</b>	11	22
<b>T<sub>VP</sub> – Déterminer la valeur d'une espèce de grandeurs différente de périmètre, dans un problème dont l'énoncé comporte des données concernant au périmètre</b>	0	1
<b>T<sub>PP</sub> – Produire une surface de périmètre donné</b>	0	4

Nous présentons ci-dessous un exemple de tâche de type T<sub>DP</sub>.

Figure 1

*T<sub>DP</sub> – Déterminer la mesure du périmètre d'une figure (5<sup>ème</sup>, p. 84)*

- 5 A principal utilidade das expressões é explicar como uma pessoa raciocinou para resolver certo problema. Por exemplo, vamos calcular o perímetro deste polígono:



- Complete o registro dos raciocínios.
  - Podemos calcular o perímetro assim:  
 $18 + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + 96 = \underline{\quad}$
  - Também podemos usar este "raciocínio esperto":  
 $18 + 3 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 96 = \underline{\quad}$

L'approche du périmètre dans le manuel de 5<sup>ème</sup> est d'abord en tant qu'outil dans une dynamique entre le domaine des grandeurs et mesures et celui nommé nombres et opérations, pour l'étude des thèmes autour des expressions numériques et de l'addition et la soustraction de nombres décimaux.

Le périmètre est travaillé, en tant qu'objet lors de l'étude du thème relations entre l'aire et le périmètre de figures polygonales, dans lequel est traité aussi le type de tâche T<sub>CP</sub> –

Comparer des périmètres, avec des unités conventionnelles et non conventionnelles, à l'appui du papier quadrillé.

En classe de 6<sup>ème</sup>, le périmètre est mesuré avec des unités conventionnelles et non conventionnelles, à l'appui du papier quadrillé et isométrique. Son étude est centrée sur les calculs. La première rencontre avec le périmètre en 6<sup>ème</sup> se fait en tant qu'outil dans une dynamique inter-domaines avec la géométrie, lors de l'étude du thème polygones, dans la figure 2 ci-dessous. Il s'agit de tâches de type  $T_{DP}$  et la technique est encore une fois  $\tau_{DP}$ . La phrase « Le périmètre est la longueur du contour » y figure comme élément d'une révision systématique au sens de Larguier (2009).

Figure 2

$T_{DP}$  – Déterminer la mesure du périmètre d'une figure (6<sup>ème</sup>, p. 93)

31. Nesta malha de triângulos regulares, suponha que o lado de cada um deles meça 1,5 cm. Considere o polígono ABCDEF e responda:

- Como chamamos esse polígono? *hexágono*
- Quantos centímetros mede cada um de seus lados?
- Qual é o perímetro do polígono? *12 cm*  
(*Perímetro é o comprimento do contorno.*)
- Quantos graus tem cada um de seus ângulos? *120°*
- Esse polígono é regular? Por quê?

Encore en tant qu'outil, dans une dynamique inter-domaines avec l'arithmétique, associé au thème sur les nombres décimaux, le périmètre apparaît dans une tâche de type  $T_{DP}$ , dans laquelle avant d'employer la technique  $\tau_{DP}$ , il s'agit de mesurer à l'aide d'une règle graduée les longueurs des côtés. Des commentaires dans le manuel pédagogique du professeur attirent l'attention sur le caractère approché des mesures obtenues par mesurage effectif.

Le type de tâche  $T_{CP}$  n'apparaît qu'une fois sur quatre sous-éléments d'une même question, dans les exercices d'une section nommée *Supertestes*, ayant pour fonction servir à l'autoévaluation par l'élève. Nous interprétons ceci comme rattaché à la syntèse selon Larguier (2009), où l'élève et/ou le professeur cherche à faire un contrôle des apprentissages. Le tableau 1 met en évidence l'élargissement des types de tâches entre la cinquième et la sixième année, avec l'insertion de tâches des types  $T_{VP}$  et  $T_{PP}$ .

## Analyse praxéologique autour de l'aire

La majorité des tâches sur l'aire, dans les deux manuels analysés, sont du type déterminer la mesure de l'aire, à l'aide d'unités conventionnelles ou non conventionnelles.

Tableau 2

*Types de tâche autour de l'aire dans les manuels scolaires de 5<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup>.*

Types de tâche	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>
<b>T<sub>CA</sub> – Comparer des aires</b>	5	13
<b>T<sub>TA</sub> – Étudier les effets de déformations et des transformations géométriques et numériques sur l'aire d'une famille de surfaces</b>	0	0
<b>T<sub>DA</sub> – Déterminer la mesure d'une aire</b>	51	99
<b>T<sub>VA</sub> – Déterminer la valeur d'une espèce de grandeurs différente de l'aire, dans un problème dont l'énoncé comporte des données concernant l'aire</b>	3	10
<b>T<sub>UA</sub> – Changer d'unités d'aire</b>	0	6
<b>T<sub>PA</sub> – Produire une surface d'une aire donnée</b>	7	0

L'aire apparaît en 5<sup>ème</sup> en tant qu'outil pour l'étude du thème fractions, dans une dynamique inter-domaines (grandeurs et mesures avec nombres et opérations). En tant qu'objet, son étude se fait dans un chapitre sur la notion d'aire comprise comme l'étendue d'une surface exprimée à l'aide d'unités de mesure, comme nous présentons ci-dessous un exemple.



Figure 3

$T_{DA}$  – *Déterminer la mesure d'une aire* (5<sup>ème</sup>, p. 110)

2 Observe o piso da sala e complete o texto.



• No piso há \_\_\_\_\_ ladrilhos na largura e \_\_\_\_\_ no comprimento. Portanto, a área da sala em ladrilhos é: \_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

Les tâches du type  $T_{DA}$  sont résolues à l'aide de la technique  $\tau_{AA2}$  – dénombrement des carreaux entiers sur la largeur et sur la longueur suivie de la multiplication des valeurs ainsi obtenues. Un élément technologique central ( $\Theta$ ) est celui de l'approche de la multiplication rattachée à la configuration rectangulaire.

Pour résoudre les tâches de type  $T_{CA}$  proposées sur papier quadrillé dans le thème des relations entre aire et périmètre de polygones, la technique mise en œuvre est composée par la juxtaposition d'une technique  $\tau_{AA1}$  – de dénombrement des carreaux suivi de  $\square_{CA}$  – comparaison des valeurs numériques ainsi obtenus. Les éléments technologiques en jeu ( $\Theta$ ) sont ceux autour de la mesure de l'aire comprise comme la quantité de surfaces unitaires nécessaires pour paver la figure et l'ordre des nombres.

En plus de l'usage des carreaux sur papier quadrillé, dans le domaine des grandeurs et mesures (en 5<sup>ème</sup>) ou du domaine des mesures (en 6<sup>ème</sup>), les objets aire et périmètre sont étudiés en rapport aux unités du système international d'unités, en particulier, avec des centimètres et des centimètres carrés. De manière générale sont étudiés l'aire et le périmètre de certains polygones.

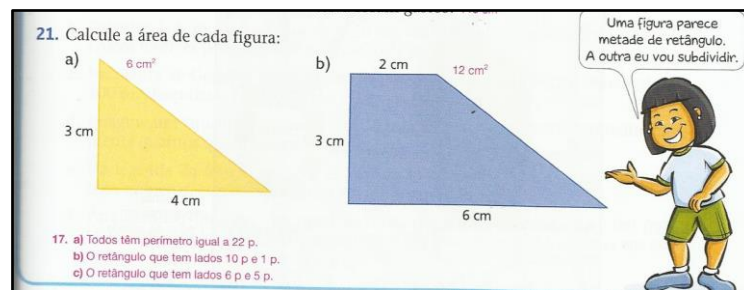
En 6<sup>ème</sup> les praxéologies autour des tâches de type  $T_{DA}$  appuyées sur la technique  $\square_{DA}$  de dénombrement de carreaux, sont une reprise de connaissances étudiées en 5<sup>ème</sup>, sous une approche où les connaissances anciennes servent de support à la rencontre avec la formule de l'aire d'un rectangle, avec la technique  $\tau_{DA4}$  – remplacer dans la formule  $A = c \times l$

les valeurs de la longueur et de la largeur du rectangle et représenter l'aire par la valeur obtenue accompagnée de l'unité de mesure de l'aire. L'entrelacement de l'ancien et du nouveau, « les tâches peuvent être anciennes et les techniques nouvelles » (Assude ; Gelis, 2002, p. 284).

Ensuite, nous présentons ci-dessous un exemple de tâche de type  $T_{DA}$ .

Figure 4

$T_{DA}$  – Déterminer la mesure d'une aire (6<sup>ème</sup>, p. 227)



Les tâches de type  $T_{DA}$ , qui sont anciennes (5<sup>ème</sup>), sont résolues par une nouvelle technique  $\tau_{DA3}$  – décomposition de figures polygonales en rectangles et carrés, usage des formules de l'aire des rectangles et des carrés et addition des aires (6<sup>ème</sup>). Pour Assude et Guelis « l'ancien nourrit le nouveau qui, lui, éclaire l'ancien, mais aussi l'ancien peut co-exister avec le nouveau dans un nouveau tissage de relations » (2002, p. 273).

Ces tâches sont reprises (Larguier, 2009) aussi pour introduire de nouvelles connaissances concernant le calcul de l'aire de triangles et trapèzes.

Le travail sur la formule de l'aire d'un rectangle ayant des mesures des longueurs des côtés des nombres fractionnaires met en place aussi une reprise de cette formule, rattachée au départ à la situation dans laquelle les mesures des longueurs sont entières.

### Conclusion

Les *secteurs* et les *thèmes* rattachés à l'étude des objets aire et périmètre sont différentes entre les manuels analysés et nous avons observé une dynamique inter-domaines plus intense en 5<sup>ème</sup> et une dynamique intra-domaine des mesures plus prononcée en 6<sup>ème</sup>.

Dans les deux manuels, l'accent est mis sur la mesure, comme nous l'avons constaté par les titres des secteurs et par la quantité très nettement supérieure des tâches des types déterminer la mesure de l'aire et du périmètre d'une figure. Même les tâches du genre comparer (des aires ou des périmètres) sont souvent résolues par des techniques dans lesquelles les aspects numériques sont au centre. Il y a un élargissement et un entrelacement des types de tâches.

Des reprises sont observées dans les manuels de 6<sup>ème</sup> année, en tant que révision systématique ou synthèse. Cependant, le lien avec ce qui a été étudié l'année précédente n'est pas toujours fait de manière explicite dans les remarques du manuel pédagogique du professeur, ce qui peut restreindre les conditions favorables à la transition entre les sous-niveaux.

### Références

- Anwandter-Cuellar, N. (2012). *Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France* (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.
- Assude, T. ; Gelis , J-M. La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematics*, Springer Verlag, 2002, 50, pp.259-287. ([hal-01805665](https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01805665))
- Bellemain, P. M. B., Bronner, A., & Larguier, M. (2013). Étude comparative de la reprise de l'enseignement de l'aire en classe de sixième en France et au Brésil. *4e congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique*, Toulouse, France.
- Bronner, A. (2007). *La question du numérique: le numérique en question?* Habilitation à diriger des recherches, Université Montpellier 2.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Durão Ferreira, L. F. Um estudo sobre a transição do 5º ano para o 6º ano do ensino fundamental : o caso da aprendizagem de área e perímetro. EDUMATEC- UFPE. Recife, 2018. 386f
- Imenes, L. M. , Lellis. (2010). *Matemática*. São Paulo, Ed. Moderna.
- Imenes, L. M. , Lellis, Milani, E. (2015). *Projeto Presente Matemática*. São Paulo, Ed. Moderna.
- Larguier, M. (2009). *La construction de l'espace numérique et le rôle des reprises en classe de seconde: un problème de la profession*. (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.