ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p171-200

Prática profissional de professores dos anos iniciais e o pensamento algébrico: contribuições a partir de uma formação continuada

Professional practice of teachers of the early years and algebraic thinking: contributions from continuing education

Práctica profesional de los maestros de los primeros años y pensamiento algebraico: contribuciones de la educación continua Algebraico: Contribuciones de la Educación Continua

Miriam Criez Nobrega Ferreira[1]
Universidade de Lisboa
https://orcid.org/0000-0001-8122-1136
Alessandro J. Ribeiro[2]
Universidade Federal do ABC
https://orcid.org/0000000196470274
João Pedro da Ponte[3]
Universidade de Lisboa
https://orcid.org/0000-0001-6203-7616

Resumo

Neste artigo analisamos como dois professores dos anos iniciais do ensino fundamental planejaram e conduziram uma aula considerando aspectos do pensamento algébrico a partir de uma abordagem de ensino exploratório, tendo em conta sua participação em uma formação continuada. O estudo enquadra-se em uma perspectiva qualitativa-interpretativa de pesquisa, em que a recolha de dados foi proveniente do planejamento dos professores, de registros em áudio das aulas, com sua subsequente transcrição, e registro fotográfico das tarefas matemáticas realizadas pelos alunos. Os resultados mostram que como consequência da formação realizada, as ações de planejamento e condução das aulas dos professores consideraram as fases do ensino exploratório, bem como aspectos do pensamento algébrico.

[1] criezmiriam@gmail.com
[2] alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br
[3] jpponte@ie.ulisboa.pt

Palavras-chave: Pensamento algébrico, Prática profissional, Ensino exploratório, Anos iniciais, Formação continuada.

Abstract

This article analyses how two teachers of the early years of elementary school planned and conducted a class considering aspects of algebraic thinking from an exploratory teaching approach, taking into account their participation in continuing education. The study fits into a qualitative-interpretative research perspective, in which the data collection came from the teachers' planning, from audio records of the classes, with their subsequent transcription, and photographic record of the mathematical tasks performed by the students. The results show that as a consequence of the training carried out, the actions of planning and conducting the teachers' classes considered the phases of exploratory teaching, as well as aspects of algebraic thinking.

Keywords: Algebraic thinking; Professional practice; Exploratory teaching approach; Early years; In-service training.

Resumen

Este artículo analiza cómo dos profesores de los primeros años de la enseñanza primaria planificaron y llevaron a cabo una clase considerando aspectos del pensamiento algebraico desde un enfoque pedagógico exploratorio, llevándose en cuenta su participación en la educación continua. El estudio se enmarca en una perspectiva de investigación cualitativo-interpretativa, en la que la recolección de datos provino de la planificación de los docentes, de los registros de audio de las clases, con su posterior transcripción, y registro fotográfico de las tareas matemáticas realizadas por los estudiantes. Los resultados muestran que como consecuencia de la formación realizada, las acciones de planificación y conducción de las

clases de los docentes consideraron las fases de la enseñanza exploratoria, así como aspectos del pensamiento algebraico.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, Practica profesional, Enseñanza exploratoria, Años iniciales, Educación continua.

Prática profissional de professores dos anos iniciais e o pensamento algébrico: contribuições a partir de uma formação continuada

Ao longo das duas últimas décadas, a introdução da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental vem se constituindo como uma tendência da educação matemática (Russell, Schifter, Bastable & Franke, 2016), com pesquisas apontando a viabilidade e a necessidade de sua inclusão no currículo e consequentemente na prática de sala de aula (Blanton & Kaput, 2005; Carpenter, Franke & Levi, 2003; Kieran, 2004; Mestre, 2014; Silva & Savioli, 2012). No Brasil, esta introdução ocorreu oficialmente em 2012, quando o trabalho com álgebra voltado para os anos iniciais surgiu nos documentos curriculares (Ferreira, 2017).

Este movimento levou à realização de várias investigações acerca da aprendizagem da álgebra pelos alunos dos anos iniciais (Warren, Trigueiros & Ursini, 2016), porém, poucos são os estudos que discutem os efeitos da formação na prática profissional dos professores no que se refere ao trabalho com o pensamento algébrico (Jacobs et al., 2007; Nacarato & Custódio, 2018). Existem alguns desafios para levar os alunos dos anos iniciais a pensar algebricamente. Dentre eles está o fato de que os professores não tiveram experiências com generalizações, tampouco tiveram acesso ao conhecimento de como ensinar álgebra, tanto na formação inicial como na continuada (Blanton, 2008; Hunter, Anthony & Burghes, 2018).

Ao considerar que o conhecimento do professor e, consequentemente, sua prática letiva tem um papel preponderante na aprendizagem dos alunos (Barboza, Ribeiro & Pazuch, 2020; Ribeiro et.al., 2018), o presente estudo analisa o planejamento e a condução de uma aula de dois professores que participaram de uma formação continuada voltada para o trabalho com o pensamento algébrico, buscando responder às questões: *Como professores dos anos iniciais planejam e conduzem uma aula considerando aspectos do pensamento algébrico, nomeadamente a generalização e as diferentes representações, a partir de uma abordagem de ensino exploratório? De que forma o planejamento, a condução da aula e os aspectos* *referentes ao pensamento algébrico se relacionam à formação continuada em que participaram?*

Tendo em conta os conteúdos discutidos na formação e a importância dada à elaboração das tarefas matemáticas e o seu desenvolvimento em sala de aula (Christiansen & Walther, 1986; Koellner et al., 2011; Ponte, Quaresma & Branco, 2012) analisamos como os professores elaboraram um planejamento (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015; Serrazina, 2017) e efetivaram a abordagem de ensino exploratório (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012; Ponte, 2005), investigando a presença (ou não) de elementos correspondentes a generalizações (Schliemann, Carraher & Brizuela, 2007) e o papel de múltiplas representações (Blanton, 2008) no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 3.º ano.

Enquadramento teórico - Pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental

Tal como em muitos outros domínios, existem várias visões na comunidade de educadores matemáticos no que diz respeito ao significado do pensamento algébrico e do pensar algebricamente (Arcavi, 2006). Porém, um componente essencial focando o trabalho com este conhecimento matemático, assumido por muitos autores (Blanton, 2008; Kieran, 2004) é o papel desempenhado pela generalização, a qual, a partir de um conjunto particular de dados, permite chegar a uma afirmação matemática respeitante a um conjunto alargado de objetos. Essa centralidade da generalização é sintetizada por Schliemann, Carraher e Brizuela (2007, p. 12), ao afirmarem que “a generalização está no coração do pensamento algébrico”. Também Mata-Pereira e Ponte (2013), ao apontarem o desenvolvimento do raciocínio matemático como um dos objetivos importantes da matemática, indicam que: “Formular uma generalização, um processo central no raciocínio matemático, não é mais do que fazer certo tipo de conjetura de natureza geral” (Mata-Pereira & Ponte, 2013, p. 19).

O desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais refere-se a uma reformulação da prática de ensino já existente, em que os alunos possam perceber as relações matemáticas nas tarefas que realizam (Oliveira & Paulo, 2019) e não ao acréscimo de mais um conteúdo ao currículo (Blanton, 2008). Tal reformulação agrega ao trabalho realizado com a aritmética oportunidades de construção de padrões, generalizações e justificativas matemáticas (Canavarro, 2007). Para Blanton (2008, p. 14):

> A Aritmética Generalizada não precisa ser muito diferente daquilo que você já faz. A partir de uma fácil transformação, um exercício para praticar habilidades de adição pode ser estendido a uma poderosa oportunidade para desenvolver, expressar e justificar uma generalização matemática sobre operações com números.

Blanton e Kaput (2005) definiram algumas categorias do pensamento algébrico e dentre elas, as possíveis trabalhar nos anos iniciais: (i) aritmética generalizada, que se traduz em "ajudar as crianças a ver, descrever e justificar padrões e regularidades nas operações e propriedades dos números" (Blanton, 2008, p. 12); e (ii) pensamento funcional, um "processo de construção, descrição e raciocínio com e sobre funções" (Blanton, 2008, p. 30).

Além da centralidade da generalização para o pensamento algébrico, as diferentes representações consideradas como uma das habilidades fundamentais do letramento matemático[4] (Brasil, 2017) tem grande importância tanto na aritmética generalizada quanto no pensamento funcional em que figuras, tabelas, gráficos, diagramas, materiais manipuláveis, símbolos matemáticos e linguagem natural desempenham um papel fundamental para a compreensão dos alunos (Blanton, 2008). As representações podem ser consideradas tanto como processo quanto como produto – processos "que ocorrem internamente na mente das pessoas que estão a trabalhar em Matemática" (Boavida et al., 2008, p. 71) e produtos do próprio raciocínio matemático que se constituem como "todas as marcas, notas e sinais" (Dolk, 2008, p. 39) que os alunos fazem quando buscam resolver alguma situação matemática. Em se tratando de alunos pequenos, o professor pode introduzir representações de forma a servir de

[4] Para a Base Nacional Comum Curricular o letramento matemático envolve as habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente.

modelo para problemas futuros, ou ainda solicitar que os alunos "façam desenhos ou usem outro suporte visual para explicar e justificar seu raciocínio" (Nctm, 2014).

Abordagem de ensino exploratório

O ensino pode ser distinguido em duas abordagens: o ensino direto ou tradicional e o ensino exploratório (Ponte, 2005). A diferença entre uma abordagem e outra está na natureza das tarefas, na forma pela qual as informações são apresentadas aos alunos e nas atividades que decorrem do envolvimento destes nas tarefas. Na abordagem direta, existe uma prevalência do professor no fornecimento das informações e na condução do ensino, uma vez que "o professor primeiro demonstra o método e depois dá tarefas para o aluno praticar" (Ponte et al., 2017, p. 3). Segundo Ponte, Quaresma e Branco (2012) este é o estilo mais adotado nas escolas.

Já na abordagem exploratória o foco está na atividade que o aluno realiza por meio da tarefa matemática proposta. Envolve uma forte componente de discussão, favorecendo a argumentação matemática na qual é ressaltado o trabalho de descoberta e de construção de conjecturas (Ponte et al., 2017). Esta abordagem vem sendo discutida por vários autores ainda que sob diferentes denominações e estruturas de fases (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012; Fosnot & Dolk, 2001; Ponte, 2005; Stein et al., 2008) e se constitui como uma forma pertinente de trabalho com o pensamento algébrico, ainda que muito desafiador ao professor (Canavarro, 2007). Para o presente artigo adotaremos o postulado por Stein et al. (2008), que indicam a realização de uma aula de matemática em três fases, a introdução da tarefa, realização da tarefa e a discussão coletiva da tarefa, esta última agregada à sistematização das aprendizagens, também por vezes denominada por resumo da aula.

A primeira fase de uma aula é crítica e dela dependem todas as outras (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2013), uma vez que é necessário que os alunos entendam "o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade" (p. 26), o que Ponte, Quaresma e Branco (2012) designam como aspecto cognitivo. Esta fase deve assegurar um efetivo envolvimento dos alunos na tarefa predispondo-os à participação, denominado aspecto relacional. Na fase de realização da tarefa cabe ao professor apoiar o trabalho dos alunos, avaliando as necessidades e diversificando “os seus próprios comentários, sugestões e questões de acordo com o aluno em questão” (Christiansen & Walther, 1986, p. 32). Na medida em que oferece pistas, propõe questões que levam os alunos a explicar e comparar suas ideias (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012), colocando questões pertinentes (Nctm, 2014) de modo a atingir o objetivo proposto, o professor trabalha efetivando seu papel de mediador (Christiansen & Walther, 1986). Por fim, na fase de discussão da tarefa os alunos apresentam suas resoluções sob a orquestração do professor, que deve gerir este momento “orientando para a compreensão das relações existentes entre as diferentes produções e dos aspectos matemáticos nelas envolvidos” (Rodrigues, Serrazina & Caseiro, 2018).

Planejamento

O ato de planejar é “uma das tarefas mais difíceis do professor comprometido” (Kraemer, 2008, p. 4) uma vez que este transita entre a necessidade de “dar conta” do conteúdo e as possibilidades concretas de aprendizagem de seus alunos, considerando, inclusive, os alunos que têm mais dificuldade com a matemática. Ao planejar, o professor coloca em jogo muitos dos seus conhecimentos e passa por um complexo processo de tomada de decisões (Ponte, 2005) que, ao fim e ao cabo, irão direcionar a aprendizagem dos alunos (Serrazina, 2017). Segundo Smith (2001, p. 8):

> Aqui o professor decide que conhecimento e processo matemático quer que os alunos aprendam; determina os conhecimentos e experiências prévias relevantes em que os alunos podem se basear para construir novos conhecimentos; e cria, identifica ou adapta tarefas ou atividades que constrói a partir dos conhecimentos e experiências prévias e que tem o potencial de favorecer a aprendizagem pretendida.

No ato de planejar são vários os aspectos que devem ser levados em conta. A definição do objetivo de aprendizagem para a aula (que norteia as ações do professor), a tarefa matemática que deve estar diretamente relacionada ao objetivo que se quer atingir, a análise das potencialidades da tarefa, a previsão das dificuldades dos alunos, a utilização dos recursos, o modo como os alunos irão trabalhar (individual, coletivo), as diferentes fases da aula e a gestão do tempo são elementos importantes que devem constar em um planejamento (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015).

O principal método de ensino da matemática assenta na definição das tarefas e nas ações realizadas pelo professor (Christiansen & Walther, 1986). Além destes dois aspectos, Smith e Stein (2011) sinalizam a importância de objetivos claros de aprendizagem considerando que os professores "devem selecionar uma tarefa que tem potencialidade para ajudar os alunos a atingir estes objetivos" (p. 13). Neste sentido, o presente estudo dá atenção ao estabelecimento do objetivo de aprendizagem a alcançar, sua estreita relação com a tarefa matemática e a consequente forma de condução da aula planejada. Tendo em conta que o planejamento deve "ser um instrumento de trabalho efetivamente útil ao professor" (Ponte, Quaresma & Mata-Pereira, 2015, p. 28) estes aspectos só serão colocados em prática se o professor atribuir sentido e significado ao seu próprio ato de planejar (Serrazina, 2017).

Metodologia

Este estudo parte de uma abordagem qualitativa enquadrada num paradigma interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994; Esteban, 2010). Refere-se à análise do planejamento e da condução de uma aula de dois professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que participaram de uma formação continuada.

A formação, denominada "Didática da matemática e o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico", teve por objetivo trabalhar os conhecimentos, matemático e didático, referentes ao pensamento algébrico, ancorados na aritmética já trabalhada pelos professores a partir de uma abordagem de ensino exploratório. Contou com uma carga horária de 64 horas, distribuídas em 32 horas presenciais (8 encontros semanais de 4 horas) e 32 horas de trabalho autônomo e teve por formadora a primeira autora deste artigo.

Considerando o trabalho do professor como um ciclo de ações, a saber, planejamento, ensino e reflexão (Smith, 2001) durante a formação foram criadas três oportunidades em que os professores foram chamados a planejar em subgrupos, efetivando as aulas com seus alunos, com posterior reflexão entre seus pares, envolvendo os professores em situações que estivessem o mais próximo possível de sua prática (Hunter et al., 2018). Estes momentos foram intercalados com discussões de temas oriundos da literatura empírica e teórica em que se realizaram reflexões acerca: (i) das características do ensino exploratório bem como de suas fases (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012); (ii) da importância e formas de se planejar uma aula de matemática (O'Donnell & Taylor, 2007; Serrazina, 2017); (iii) dos tipos de tarefa matemática e as diferentes representações que lhes estão associadas (Ponte, 2014); e (iv) do significado do pensamento algébrico e a forma de o trabalhar (Blanton & Kaput, 2005) e a necessária articulação entre aritmética e álgebra (Blanton, 2008) considerando o trabalho com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Com relação a escolha dos professores para participar deste estudo foi feito um convite, sendo que três professores se disponibilizaram dos quais foi possível obter duas aulas com material relevante. Adriana[5] é formada em Pedagogia, tinha na época nove anos de experiência na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental. Não fez curso específico em Matemática e esperava, com sua participação na formação, "aprender a ensinar de uma forma que todos possam aprender, mesmo que seja com estratégias diferentes". Moisés é formado em Letras e Pedagogia, tendo aproximadamente oito anos de magistério e ainda experiência em Educação de Jovens e Adultos. Não fez nenhum curso específico em Matemática e esperava melhorar sua prática pedagógica.

Passado um mês do término da formação foi solicitado a Adriana e Moisés o planejamento de duas aulas que envolvessem o pensamento algébrico (uma abordando a

[5] O nome dos professores é fictício.

aritmética generalizada e outra o pensamento funcional) e que fossem conduzidas a partir da abordagem de ensino exploratório. Os professores, por lecionarem no mesmo ano (3.º ano do Ensino Fundamental) e por terem participado colaborativamente nos momentos de discussão coletiva durante a formação, combinaram autonomamente, realizar estas aulas dividindo o planejamento. Assim, definimos que as aulas a analisar seriam aquelas da autoria de cada professor. Adriana esteve à frente do planejamento da aula de sequências e padrões (pensamento funcional) e Moisés da aula de regularidades dos números e das operações (aritmética generalizada).

Depois do planejamento entregue, foram combinadas as datas de observação das aulas realizadas em setembro de 2019, em turmas de escolas públicas diferentes da periferia de São Bernardo do Campo, São Paulo, Brasil. A recolha de dados foi proveniente de três fontes: (i) planejamento dos professores; (ii) registros em áudio das aulas, com sua subsequente transcrição, que proporcionaram informações referentes às ações dos professores relacionadas com o conteúdo dos encontros formativos; e (iii) registro fotográfico das tarefas matemáticas realizadas pelos alunos indicando a forma como estes iam percebendo e realizando as tarefas matemáticas propostas.

Para análise dos dados utilizou-se um processo dedutivo, em que os pontos de análise foram definidos a partir da revisão de literatura, bem como dos conteúdos discutidos na formação. Para análise do planejamento e da condução da aula no que se refere ao trabalho com o pensamento algébrico, foram observados: (i) a presença ou não da generalização (Blanton, 2008) e (ii) como foram consideradas as diferentes representações (Ponte, 2014). Para o planejamento foram observados: (i) a presença de um objetivo para a aula e de que forma este se relaciona ao conteúdo matemático solicitado (Smith & Stein, 2011); (ii) se a tarefa matemática planejada tinha potencial para promover o objetivo pretendido (Smith, 2001); e (iii) se e como o professor considerou as características das fases do ensino exploratório

(Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012). Na condução da aula, além de considerar as categorias referentes ao pensamento algébrico (generalização e representações), foram definidos como pontos de análise o papel do professor enquanto mediador entre a tarefa matemática e o raciocínio dos alunos em duas fases da abordagem de ensino exploratório: (i) na introdução da aula, verificando de que forma as intervenções do professor, ou seja as suas afirmações, comandas, solicitações e questões promoveram o engajamento dos alunos na execução da tarefa bem como sua efetiva compreensão e (ii) na realização da tarefa, verificando como as intervenções do professor contribuíram para a consecução do objetivo da aula, bem como para a argumentação e comunicação das ideias matemáticas (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012). A escolha das duas primeiras fases do ensino exploratório – a introdução e a realização – como objeto de análise deste estudo se deu em virtude da quantidade de dados relevantes das três fases, sendo que a fase das discussões coletivas será tema de estudos futuros.

Resultados

Os trechos destacados na análise representam o que foi mais significativo em cada categoria, de forma a compor um panorama do que os professores conseguiram mobilizar da formação em sua prática letiva. Neste sentido, apresentamos a análise dos dados por professor, distinguindo o planejamento e a condução da aula.

Planejamento: Ao planejar a aula, Adriana considerou uma tarefa matemática disposta na tese de Mestre (2014), registrando: objetivo da aula e descrição da tarefa, materiais e tempo necessários, possíveis dificuldades dos alunos e as fases do ensino exploratório. Ao estabelecer o objetivo de aprendizagem "*Compreender a relação entre o número de contas brancas e pretas*", a professora, ao mesmo tempo em que mostra a importância em definir um objetivo a alcançar, o faz associando-o a um dos aspectos do pensamento algébrico: levar os alunos a fazer uma relação entre variáveis (contas brancas e pretas), na busca de um padrão. O objetivo de aprendizagem registrado por Adriana advém das discussões ocorridas durante a formação que contemplou, entre outros temas, a importância e a forma de construir um planejamento bem como a necessidade de se ter claro o objetivo de aprendizagem a alcançar.

Tendo em conta a tarefa matemática (Fig. 1), Adriana segue a mesma sequência de Mestre (2014), porém coloca números menores do que os que constam na tarefa original (para a questão 4, a tarefa original apresentava um total de 40 contas e para a questão 5 eram 110 contas).

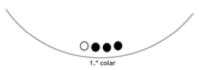
Embora a discussão sobre como as diferentes formas de levar os alunos a generalizar, entre elas considerando números maiores, tenha ocorrido durante a formação de maneira aprofundada, a professora optou por restringir a quantidade de contas uma vez que, na sua perspectiva, tarefas com análise de sequências não tinham sido trabalhadas até então. Se, por um lado, é importante considerar o trabalho já efetivado com os alunos e não colocar obstáculos ao seu entendimento, por outro lado, a decisão provocou uma redução na potencialidade da tarefa em alcançar seu objetivo, uma vez que operar com números maiores força os alunos, quando não dispõem de procedimentos automáticos, a pensar na regularidade presente e, por conseguinte, chegar mais facilmente a uma generalização.

Figura 1.

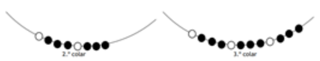
*Tarefa matemática que os alunos realizaram na aula de Adriana (*Dados da pesquisa*).*

Colar de contas (bolinhas)

Este ano, no dia do professor, vou oferecer colar à minha professora, feito por mim usando apenas duas cores: branco e preto.
Já fiz primeiro colar e ficou assim:



Também já tenho o segundo e o terceiro colares prontos:



1. Como vai ficar o 4.º colar que eu vou fazer? Desenha-o.
2. Preenche a tabela com o número de contas brancas e pretas que usei para fazer o colar.

Número de contas brancas	Número de contas pretas

3. Explique a relação entre o número de contas brancas e o número de contas pretas que vou usar na elaboração do colar?
4. Se eu fizer um colar com 20 contas, vou precisar de quantas peças brancas? Mostre como pensou.
5. E se o colar tiver 28 contas, vou usar quantas peças pretas? Registre como vocês pensaram.
6. No domingo, quando comecei a fazer mais um colar, percebi que já tinha 10 contas brancas. Consegue descobrir com quantas contas ficou o colar, no total?
7. Existe alguma maneira de encontrar o número total de contas de um colar sabendo o número de contas pretas?

É possível perceber que a tarefa matemática (Fig. 1), ao introduzir diferentes representações (desenho dos colares, tabela e uso da linguagem natural), além de contribuir para que os alunos compreendam a relação entre as variáveis (objetivo da aula), possibilita que os conceitos matemáticos possam ser visualizados sob diferentes formas, contribuindo assim para o desenvolvimento do raciocínio matemático e do pensamento algébrico.

No tocante ao planejamento da condução da aula, Adriana registrou as ações do professor descrevendo as fases da abordagem de ensino exploratório, antecipando possibilidades de favorecer a argumentação e a comunicação de ideias matemáticas subjacentes à tarefa. Além de problematizar as diferenças entre o ensino direto e exploratório e suas potencialidades para o ensino da matemática, a formação percorreu com detalhe cada uma das fases de ensino exploratório, o que foi considerado por Adriana em seu planejamento.

No que se refere à introdução da aula, as ações descritas no planejamento ("*solicitação da leitura do enunciado por um aluno; explicação das tarefas por outro aluno; e abertura de espaço para possíveis dúvidas"*) mostram que a professora tem compreensão das características principais desta fase: que os alunos compreendam o que é necessário ser feito e se engajem em sua execução. No tocante à realização da tarefa, o planejamento indica que o professor deve passar nos grupos "*sugerindo representações, colocando questões, dando pistas, pedindo justificações, regulando as interações entre os alunos e pedindo registro"*, contribuindo para alcançar o objetivo da aula. No registro da sistematização das aprendizagens matemáticas, fase da aula cujo objetivo é a institucionalização das ideias ou procedimentos, o planejamento especifica "*Fazer uma generalização: compreender que o número de contas pretas será sempre o triplo do número de contas brancas seja este qual for"*. Este registro, que se refere ao objetivo de aprendizagem, demonstra o conhecimento de Adriana relativamente ao estabelecimento de uma generalização. Tal conhecimento foi fruto das discussões ocorridas na formação em que foi trabalhada a importância e o significado da generalização para o desenvolvimento do pensamento algébrico, assim como de que forma levar os alunos dos anos iniciais a generalizar, considerando que estes já têm condições de sair dos exemplos particulares e ir para o caso geral, desde que a tarefa matemática proposta e a forma de conduzir a aula propiciem o surgimento de conjecturas.

Introdução da aula. Na introdução da aula, Adriana entregou aos alunos, que estavam dispostos em duplas ou trios, uma folha grande com duas folhas de sulfite coladas com a tarefa matemática. Após, foi colocando bolinhas autoadesivas em três cartolinas afixadas na lousa, representando as contas pretas e brancas, fazendo questões aos alunos:

Professora: Pessoal, então aí no desenho de vocês, da imagem de vocês, nós temos aqui... uma bolinha branca e... [vai apontando para a sequência que está na lousa].
Alunos: Três bolinhas pretas!
Professora: Uma bolinha branca e...
Alunos: Três bolinhas pretas!
Professora: Pessoal, e aí ele faz uma pergunta para você na questão número 1, leia pra mim aí, deixa eu ver... Ana Clara
Aluna [lendo a questão 1]*: Como vai ficar o quarto colar que eu vou fazer? Desenhe.*
Professora: Olha só, eles montaram o primeiro aqui, aí tem a foto do segundo e a foto do terceiro. Agora ele quer que você faça o quê? Quem pode me explicar o que é pra fazer? Nicolas?
Aluno: O quarto colar.
Professora: O quarto colar? Para fazer o quarto colar, Davi, ele diz que tem que fazer o quarto colar, você concorda?
Aluno: Sim.
Professora: Para fazer o quarto colar, como é que eu faço? Como que você faria?
Aluno: Uma bolinha branca e quatro pretas.
Professora: Uma bolinha branca e quatro pretas. Nhummmm... Alguém faria diferente dele? Fala Stefany.
Aluna: Uma bolinha branca e três bolinhas pretas.

Neste trecho, ao apresentar a tarefa, Adriana chamou nominalmente os alunos. Este movimento de convidar vários alunos a participar desta fase da aula tem por propósito predispor os alunos à realização da tarefa. Além disso, pediu que eles explicassem o que entenderam "*Quem pode me explicar o que é pra fazer?"*, fazendo intervenções de forma a levar os alunos a compreender o que era solicitado: "*Para fazer o quarto colar, como é que eu faço? Como que você faria?"*. Desta maneira, as suas intervenções mostram a concretização dos objetivos da fase introdutória da abordagem de ensino exploratório: promover a adesão e garantir a compreensão da tarefa, o que se deve aos momentos formativos em que as características de cada fase foram discutidas a partir de textos e análises de vídeos de aulas.

Realização. No momento da realização da aula, Adriana circulou pela sala junto aos alunos fazendo intervenções. O trecho abaixo retrata uma dessas intervenções sobre a questão 4 da tarefa: "*Se eu fizer um colar com 20 contas, vou precisar de quantas peças brancas? Mostre como pensou"*:

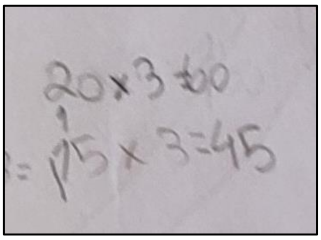
Professora: Quantas bolinhas têm nesse aqui? [Aponta para o desenho do 3º colar].
Aluno: 3.
Professora: No total?
Aluno: 4, 8, 12... 12 [contando de 4 em 4, olhando para o desenho do 3º colar].
Professora: 12, eu tenho 12. Qual é o número de bolinhas que eu vou ter? Qual é o número de bolinhas que ele quer aqui?
Aluno: 20.
Professora: Então já tenho 12 aqui, dá pra usar isso aqui [apontando para o desenho do 3.º colar] *para poder descobrir?*
Aluno: 12 mais 12 dá 24.
Professora: Então o que eu tenho que fazer se 2 vezes desse [da quantidade de contas do 3.º colar] *dá mais? O que eu tenho que fazer?*
Aluno: De menos?
Professora: Tá, como vocês fariam aqui?
Aluno: Eu já sei a resposta!
Professora: Qual a resposta?
Aluno: Lógico, vai ter umas 5 bolinhas brancas!
Professora: Por que 5 bolinhas brancas?
Aluno: Porque eu tava pensando aqui...
Professora: Fala como você pensou.
Aluno: Eu tava aqui e vi que tinha 16 [apontando para o desenho do 4.º colar que os alunos fizeram para responder à questão 1] *e isso dá 4* [bolinhas brancas] *eu só aumentei mais um* [uma bolinha branca].
Professora: Aí você contou quantas bolinhas brancas. Vocês entenderam como ele fez? Então explica para mim Diego, como que ele pensou?

Neste trecho, Adriana ora solicita informações dos alunos "*Quantas bolinhas têm nesse aqui?"*, ora pede que os alunos expliquem seu raciocínio *"... como vocês fariam?",* ou ainda promove a discussão entre os colegas "Vocês *entenderam como ele fez?".* Em outro trecho, em que o aluno acerta a resposta, Adriana, estabeleceu um diálogo a partir do raciocínio do aluno "*Por que 5 bolinhas brancas?", "Fala como você pensou*". Ao fazer estas intervenções (solicitar informações e explicações acerca do raciocínio realizado e promover discussão entre alunos), Adriana (atenta às respostas dos alunos) favoreceu a argumentação e a comunicação matemática. A sua postura na fase de realização da aula, em que fez diferentes tipos de intervenção, evidencia seu entendimento da importância de seu papel mediador/problematizador entre a tarefa matemática e o raciocínio dos alunos.

No que refere as generalizações, Adriana, ao se deparar com a representação constante na Figura 2, fez uma intervenção que buscou levar o aluno a generalizar, saindo de um caso particular e indo para o geral. Porém, o aluno ainda ficou preso a números específicos.

Figura 2.

*Representação espontânea dos alunos (*Dados da pesquisa*).*



Professora: Esse 20 é de que?
Aluno: Brancas, vezes 3 que é de pretas.
Professora: Por exemplo, se eu falar assim... no meu colar tem 15 peças brancas qual o total de peças que ele vai ter lá? Quantas peças pretas vai ter lá? Como você faria?
(Inaudível).
Professora: Isso aqui [apontando para 3] *serve para qualquer número de bolinhas? que eu vou fazer?*
Aluno: Porque... qualquer... por exemplo eu tenho... vamos supor... 60 brancas vezes 3.
Professora: 3 por quê?
Aluno: Por que são 3 pretas.
Professora: Sempre vai ser as 3 pretas? A gente multiplica?
Aluno: Pelas pretas.

Quando Adriana usou a palavra "qualquer", este questionamento mostra que procurou fazer com que o aluno usasse um exemplo particular para fazer uma generalização, indo ao encontro do objetivo da aula. A importância das intervenções que o professor realiza, nesta etapa da aula, que conduzem os alunos a alguma aprendizagem pelo próprio fato de tê-las respondido, bem como os questionamentos que levam a conjecturas foram conhecimentos discutidos na formação.

Em determinado momento da aula, Adriana focou uma das representações presentes na tarefa matemática, o preenchimento da tabela:

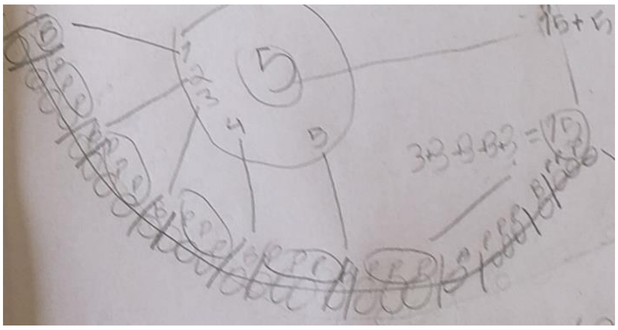
Professora: No segundo [a professora se refere à 2.ª linha da tabela] *quantas bolinhas brancas*?
Aluno: 2 bolinhas brancas e 6 pretas.
Professora: Por que 6 pretas?
Aluno: Porque somou.
Professora: Somou o quê?
Aluno: 3 mais 3.
Professora: E depois? 3 brancas [A professora se refere à 3.ª linha da tabela] *e ficaram quantas* [pretas]?
Aluno: 9 pretas.
Professora: Agatha, por que nove?
Aluno: Porque 3 mais 3 mais 3.

Neste trecho, as solicitações de Adriana focam no padrão recursivo presente na tabela, na medida em que suas intervenções assentam na observação das mudanças na 2.ª coluna da tabela, onde está o número de contas pretas: "*Por que 6 pretas?", "E depois? 3 brancas e ficaram quantas* [pretas]?". Aqui, a utilização da tabela como representação das relações entre as contas brancas e pretas é extremamente útil, uma vez que se deseja que os alunos cheguem a uma regra que descreva a relação entre o número de bolinhas brancas e o número de bolinhas pretas. Considerando que um dos objetivos do trabalho com sequências nos anos iniciais é que este seja uma base para que os alunos compreendam o conceito de função, é importante que estes percebam como as quantidades variam umas em relação às outras, evoluindo de um raciocínio recursivo para um raciocínio envolvendo as relações funcionais. O trabalho com diferentes representações, e mais especificamente, com tabelas visando o desenvolvimento do pensamento funcional foi discutido na formação.

Ainda no que se refere às representações, na questão 1, os alunos são chamados a desenhar o quarto colar. No esquema realizado por um grupo de alunos (Fig. 3), nota-se que a letra B representa as bolinhas brancas e a letra P as pretas, linguagem simbólica que pode ser considerada como um embrião da notação algébrica. É importante sinalizar que a representação das letras emergiu da natureza da tarefa matemática, sem solicitação por parte da professora. A notação simbólica feita de forma espontânea pelos alunos (uma vez que a questão solicitava apenas o desenho), além de indicar o poderoso papel da tarefa matemática, uma vez que diferentes tipos de tarefa levam a diferentes tipos de aprendizagem, pode constituir uma ótima oportunidade de valorização na prática diária do ensino da matemática, desde que o professor as use para fomentar a discussão na turma.

Figura 3.

Representação espontânea dos alunos (Dados da pesquisa).



Planejamento: Moisés, ao planejar sua aula, considerou uma tarefa descrita no livro didático EMAI do 3.º ano descrevendo as ações para a sua condução. A princípio, o objetivo que colocou para a aula "*Trabalhar a divisão por: 2, 4 e 8"*, (Fig. 4) se relaciona mais ao trabalho com a aritmética do que propriamente com o pensamento algébrico, uma vez que tal objetivo incide em números em particular. Porém, no item sistematização das aprendizagens, o professor coloca explicitamente o que espera que os alunos aprendam: "*Fazer uma generalização: compreender que dividir por 4 é a mesma coisa que dividir por 2 e depois dividir por 2 novamente. Assim como dividir por 8 é a mesma coisa que dividir por 4 e depois dividir por 2"*. Ao explicar o significado de *"Fazer uma generalização*", Moisés demonstrou que conseguiu identificar em uma tarefa aritmética, dentre outras presentes no livro didático, a potencialidade de se trabalhar com o pensamento algébrico, buscando uma generalização que tem por base a propriedade associativa do campo multiplicativo:

compreender que dividir por 4 é a mesma coisa que dividir por 2 e depois dividir por 2 novamente. Tal compreensão demonstrada por Moises é resultado da formação que tinha como um de seus objetivos fazer com que os professores compreendessem como identificar ou adaptar uma tarefa aritmética (comumente realizada) em algébrica.

Figura 4.

Tarefa matemática que os alunos realizaram na aula de Moisés (Dados da pesquisa).

Objetivos da tarefa: trabalhar a divisão por: 2, 4 e 8.

Tarefa exploratória

Dona Silvia pediu a seus alunos que completassem um quadro e que observassem possíveis curiosidades.

Numero Proposto	Divido por 2	Divido por 4	Divido por 8
08			
16			
24			
32			
40			
48			

1 – O que há de comum entre os números da coluna amarela, em relação aos registrados na mesma linha na coluna azul?

2 - O que há de comum entre os números da coluna verde, em relação aos registrados na mesma linha na coluna amarela?

3- Como podemos dividir por 4 mentalmente?

4 –E como podemos dividir por 8 mentalmente?

No que se refere ao planejamento da tarefa matemática (Fig. 4), e mais especificamente, aos números propostos (1.ª coluna da tabela), Moisés preferiu trabalhar com números menores (os descritos na tarefa do livro didático eram 16, 32, 48, 64, 80 e 96), de modo a facilitar a compreensão dos alunos de um conteúdo matemático recém-introduzido (divisão), agregado ao uso de materiais manipuláveis. Ainda que uma determinada tarefa matemática possa se tornar mais ou menos complexa, conforme os números escolhidos, esta adaptação feita pelo professor, além de não comprometer o trabalho com o objetivo da aula, favoreceu que os alunos pudessem, a partir da manipulação de materiais concretos, compreender o conceito pretendido.

Dentre as diferentes representações previstas no planejamento (materiais manipuláveis, tabela e linguagem natural por meio das questões abertas), a utilização de uma tabela nesta aula é especialmente importante uma vez que possibilitou que os alunos visualizassem o padrão existente na divisão por um mesmo algarismo, bem como o que acontece quando se divide o mesmo número por 2, 4 e 8. As questões de cunho investigativo (questões 1, 2, 3 e 4 da Fig. 4), que permitem o levantamento de hipóteses, foram mantidas por Moisés, que notou a sua potencialidade em suscitar a busca por regularidades e o estabelecimento de conjecturas.

No que se refere ao planejamento da condução da aula, Moisés registrou as ações mostrando sua preocupação em detalhar os materiais e o tempo necessários, as possíveis dificuldades dos alunos, as formas de organização dos alunos, a atividade do professor, a discussão da tarefa e a sistematização das aprendizagens matemáticas, características de uma aula exploratória.

Introdução da aula: Na introdução da aula, Moisés entregou aos alunos, dispostos em grupos de três e quatro, metade de uma cartolina para cada grupo com a tarefa matemática colada e fez uma explicação da tarefa, seguida da distribuição de blocos de montar:

Professor: Eu vou explicar, pessoal. Aqui é uma tarefa de divisão. Já fizemos algo semelhante no livro EMAI, há alguns dias aí certo? Nós temos duas folhas aqui nesta cartolina, duas folhas. A segunda folha tem uma tabela para ser completada. Na tabela eu sei o que? Eu tenho 4 colunas, a primeira é o número proposto. Eu tenho aqui o número 8, 16, 24, 32, 40, 48. Tá pessoal? É dividir por exemplo o número 8 por 2, depois 4 e depois 8, os demais a mesma coisa... O primeiro passo, vamos preencher a tabela. Na tabela qual é o maior número aí? 48, correto? Eu vou entregar 48 pecinhas, vocês podem usar isso para dividir, para fazer a divisão.

Neste trecho é possível observar a preocupação de Moises em explicar em que consistia a tarefa, porém sem trabalhar o envolvimento dos alunos e sem verificar se os alunos compreenderam o que era para ser feito, o que poderia revelar-se problemático para o envolvimento dos alunos na tarefa.

Realização. Durante a realização da tarefa, Moisés circulou pelos grupos fazendo intervenções:

Professor: Agora pessoal vocês entenderam a atividade? Como está a primeira coluna? Primeira parte é isso aqui, põe tudo num lugar só, vamos montar aqui, primeira parte não é 8? Eu vou dividir 8 por 2, não é?
Aluno: Sim.
Professor: Por 2. Deu quanto? Vamos dividir assim [O professor vai fazendo a divisão com os blocos].
Aluno: 4.
Professor: 8 por 4. Deu quanto? Partes iguais.
Aluno: Partes iguais?
Professor: 8 por 4. Deu quanto? Partes iguais.
Aluno: 2.

Ao passar nos grupos, Moises fez intervenções de modo a levar os alunos a compreender o que a tarefa solicitava, aspecto fundamental para o sucesso das aprendizagens pretendidas "*Agora pessoal, vocês entenderam a atividade? Como está a primeira coluna?".* Neste grupo específico, o professor enfatizou que a divisão é feita em partes iguais "*8 por 4. Deu quanto? Partes iguais*", incentivando a representação, bem como modelizando a situação de partilha fazendo a divisão com os blocos. Tal postura, fruto de discussões realizadas na formação que enfatizou o papel do professor quando faz as intervenções e a importância das diferentes representações, revelou sua habilidade em contribuir para o entendimento dos alunos no que se relaciona com o conceito da divisão e o quanto o uso de recursos pode ser potencializador de compreensão.

Em outro grupo, Moisés fez uma intervenção buscando a explicitação do conceito de dobro:

Professor: O que há de comum entre os números da coluna amarela, cadê a coluna amarela? Em relação aos da mesma linha na coluna azul? O que tem desse [coluna amarela] *pra este* [coluna azul], *o que tem de comum, ó, 2, 4; 4, 8; 6, 12.*
Aluno: Esse daqui [apontando para a coluna azul] ... *esse daqui é o dobro deste aqui* [apontando para a coluna amarela].
...
Professor: Você concorda? [O professor pergunta para outra criança]. *Esse número é o dobro deste?*
Aluno: Sim.
Professor: Como você sabe?
Aluno: Sabendo.
Professor: Mas então explica para mim, como a gente sabe fazer o dobro?
Aluno: Somando esse mais é igual a esse.
Professor: É isso? O que você acha? Como a gente sabe que o dobro de 8 é 16?
Aluno: A gente soma, 8 mais... a gente soma.

Professor: Eu tô perguntando assim, vocês colocaram que a coluna azul, os números da coluna azul são o dobro...
Aluno: Da coluna amarela.
Professor: Da coluna amarela, então eu tô entendendo que 4 é o dobro de 2, 8 é o dobro de 4, mas então como você sabe?
Aluno: Por que 8 mais 8 dá 16.

Neste trecho, a pergunta "*Como você sabe?"* leva os alunos a explicitar o significado de dobro. Porém, para que os alunos generalizem seriam necessárias outras intervenções de modo que os alunos saíssem de um exemplo em particular "*Por que 8 mais 8 dá 16"*, para chegarem a uma explicação geral do conceito de dobro e, consequentemente, a uma generalização.

No que se refere às diferentes representações utilizadas na aula é possível verificar a ênfase que Moisés dá a tabela, incentivando seu preenchimento:

Professor: Primeiro passo é a tabela, sem a tabela não adianta ir para a frente. Vocês não terminaram a tabela ainda.
Aluno: Ela tá querendo fazer essa aqui.
Professor: 24, dividido por 2, por 4 por 8. 32 dividido por 2, por 4 e por 8.

Nesta tarefa matemática, a tabela e seu correto preenchimento, ganha um papel de destaque na medida em que as questões seguintes, que provocam o raciocínio e a busca por regularidades, dependem de seu correto preenchimento. O acesso aos materiais manipuláveis também contribuiu para que os alunos passassem pela experiência do processo compreensivo da divisão, o que revelou um conhecimento do professor acerca dos recursos e suas potencialidades bem como a forma de sua exploração. Porém, é importante destacar que, neste caso, os materiais manipuláveis foram um meio para se chegar à resposta correta, mais do que uma forma de levar os alunos a fazerem conjecturas.

Conforme a aula foi avançando e os alunos iam terminando o preenchimento da tabela, Moisés solicitou que os alunos respondessem às questões que direcionavam para as regularidades presentes na tabela. Embora a conjectura de que dividir por 4 é o mesmo que dividir por 2 duas vezes não tenha surgido, os alunos conseguem perceber, a partir da própria tarefa matemática, que existe uma regularidade na sequência vertical dos números na tabela. Na coluna verde um aluno percebe:

A2: Aqui dá 4.
A1: 3,4.
A2: Então aqui é 5, e aqui é 6.
A1: Cadê a borracha?
A2: Aqui dá 10, é de 2 em 2.
A1: É mesmo. Essa aqui também, dá 20. [coluna azul]
A2: Nossa véio, que fácil, não precisa nem das peças.
A1: Dá 12. [olhando para a coluna amarela]
A2: 10, 12.
A1: Ó, 2, 4, 6, 8, 10, 12.
A2: E aqui dá 6.
A1: Pronto acabamos, vamos pôr no saco as peças.

Ao explicitar "*Aqui dá 10, é de 2 em 2*", o aluno demonstra que consegue identificar e descrever como as variáveis crescem, encontrando o padrão recursivo em uma sequência de valores. Porém, neste momento, o aluno ainda não conseguiu compreender (ou pelo menos não verbalizou) como estas variáveis se modificam umas em relação às outras. Neste trecho, a própria tarefa matemática serviu como ferramenta propulsora da aprendizagem dos alunos, que conseguiram por meio de discussão entre pares (e a partir da própria tarefa), perceber a regularidade colocada pelos resultados das divisões registrados na tabela.

Discussão

Neste artigo assume-se que o conhecimento dos professores, e, portanto, sua prática letiva, tem um papel preponderante na aprendizagem dos alunos (Ribeiro et al., 2018). Considerando que um dos desafios que se interpõe a este conhecimento se relaciona ao fato de que os professores dos anos iniciais não tiveram acesso a como ensinar álgebra (Hunter, Anthony & Burghes, 2018) é fundamental discutir como a sua participação em formações pode contribuir para superar este desafio. Para isso, este estudo analisa o planejamento e a condução de uma aula de dois professores que participaram de uma formação continuada, a qual tinha por objetivo o trabalho com o pensamento algébrico a partir de uma abordagem de ensino exploratório.

No que tange ao pensamento algébrico, tanto Adriana quanto Moises identificaram, em materiais de apoio, tarefas matemáticas que permitiram desenvolver generalizações, demonstrando sua compreensão acerca do que consiste o trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais (Canavarro, 2007). Tendo em conta a reduzida experiência dos professores dos anos iniciais com práticas de sala de aula que possam apoiar os alunos a pensar algebricamente, a formação buscou envolver os participantes em situações que estivessem tão próximas quanto possível de sua prática. Pretendia-se que os professores pudessem identificar possibilidades de trabalhar álgebra a partir da aritmética que já realizam (Blanton, 2008). Tal habilidade foi particularmente caracterizada quando Moises percebeu que um exercício rotineiro de divisão poderia ser estendido a uma oportunidade poderosa para desenvolver uma generalização matemática, a partir das operações com números. Notou-se também o papel desempenhado pelas representações (apresentadas na própria tarefa ou nos registros espontâneos dos alunos) que mostram sua potencialidade para o desenvolvimento do raciocínio matemático, tanto na aula de Moises, em que a partir de uma análise da tarefa os alunos chegaram à regularidade da sequência, como na aula de Adriana, em que os alunos, de forma espontânea, representaram a sequência por meio de notação simbólica (Ponte, 2014).

Considerando o papel determinante do planejamento para o sucesso das aprendizagens dos alunos (Serrazina, 2017), os dois professores planejaram suas aulas estabelecendo objetivos, recorrendo a tarefas matemáticas com potencialidade de levar os alunos a generalizações e registrando a forma da condução da aula. Tal como referem O’Donnell e Taylor (2007) estas condutas demonstram algo não usual nas práticas dos professores que tendem a buscar nos livros didáticos tarefas matemáticas prontas e discriminadas, sem uma necessária adaptação. Neste sentido, a estratégia formativa de elaboração de um planejamento a partir da discussão com os pares (efetivadas por três vezes ao longo da formação) considerada importante para a aprendizagem dos professores (Serrazina, 2017), contribuiu para a elaboração de um planejamento ajustado ao trabalho com o pensamento algébrico ancorado numa abordagem de ensino exploratório.

No que se refere à abordagem de ensino exploratório, Adriana, em um dos encontros formativos, testemunhou que, anteriormente à formação, suas aulas de matemática consistiam em entregar a folha da tarefa para os alunos resolverem individualmente com posterior correção na lousa, no quadro de uma abordagem tradicional do ensino da matemática (Ponte, 2005). Neste sentido, observar seu papel de mediadora, fazendo questões que desafiavam os alunos a raciocinar matematicamente, saindo de um ensino direto para uma abordagem exploratória, indica um passo significativo na mudança de sua prática, consequência da formação em que participaram. Porém, não é possível afirmar que durante a condução da aula os professores tivessem clareza de como promover uma discussão visando o pensamento algébrico, levando os alunos a conjecturar, testar suas conjecturas, chegando finalmente a uma generalização (Blanton, 2008). Especialmente no que se relaciona a fase introdutória da aula (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012), foi possível notar como os alunos foram se envolvendo com a realização da tarefa a partir de uma condução cuidadosa de Adriana, o que vai ao encontro dos estudos de Jackson, Shahan, Gibbons e Cobb (2012). Tal observação sugere que um trabalho bem conduzido nesta fase pode contribuir para que os alunos consigam superar a dificuldade de interpretar a situação-problema, dado que é comum que a justificativa para as dificuldades dos alunos em matemática se assente, entre outros aspectos, na deficiência da interpretação do enunciado (Smole & Diniz, 2001).

Conclusão

Este estudo buscou contribuir e ampliar a necessária discussão acerca dos efeitos que uma formação pode ter na prática profissional de professores dos anos iniciais (Jacobs et al., 2007), considerando um tema matemático recém-introduzido no currículo brasileiro, o pensamento algébrico, que se constitui como de extrema importância para dar maior profundidade ao trabalho com a própria aritmética (Blanton, 2008).

Ao considerar que as ações dos professores são manifestações de suas aprendizagens (Watson & Mason, 2007), é possível afirmar que tanto o planejamento como a condução das aulas (ações efetivadas pelos professores) refletiram os objetivos de aprendizagem trabalhados na formação, na medida em que foi possível observar: (i) no planejamento, a elaboração de tarefas com potencialidade algébrica a partir de tarefas cotidianamente realizadas (Blanton, 2008), considerando diferentes representações (Ponte, 2014) e as fases do ensino exploratório; (ii) na condução da aula a divisão da aula em fases, conforme proposto pela abordagem de ensino exploratório (Canavarro, Oliveira & Meneses, 2012), com ênfase nas diferentes estratégias de resolução.

No entanto, ainda que a formação tenha produzido efeitos esperados, foi possível identificar alguns desafios que se colocam para investigação futura. É natural que a prática do professor não corresponda totalmente ao que foi planejado, dadas situações imprevistas de uma sala de aula o que força o professor a responder de forma imediata. Esta tensão entre o que se planeja e o que é efetivamente colocado em prática (associada aos seus porquês) além de nos parecer um campo frutífero para investigações futuras, aponta a necessidade de rever o processo formativo de forma a apoiar o professor a desenvolver uma competência prática que contribua para a concretização do que foi planejado.

Outro ponto a destacar, associado à imprevisibilidade da prática, são as intervenções que o professor faz na condução da aula que podem ser distinguidas em dois tipos: aquelas que se referem a perceber o raciocínio do aluno e as que ajudam os alunos a superar suas dificuldades. O presente estudo apontou para incidência de intervenções do primeiro tipo, o que nos leva a pensar que intervir de forma a ajudar os alunos a transpor suas dificuldades, sem, contudo oferecer a estratégia e sem lhe dar a resposta para a resolução da tarefa, deve ser objeto de maior reflexão e de maior atenção do próprio processo de formação.

Referências

Arcavi, A. (2006). O ensino aprendizagem dos números e da álgebra: Que problemas, que desafios. In I. Vale. (Org). Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Barboza, L. C. S., Ribeiro, A. J., & Pazuch, V. (2020). Aprendizagem Profissional de Professores dos Anos Iniciais: Explorando os Diferentes Significados do Sinal de Igualdade. Acta Sci. (Canoas), 22(4), 71-120, Jul./Ago.

Blanton, M. L. (2008). Algebra in elementary classrooms: Transforming thinking, transforming practice. Portsmouth, NH: Heinemann.

Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A experiência matemática no ensino básico. Lisboa: ME/DGIDC.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora.

Brasil, Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. (2017). Base Nacional Comum Curricular: MEC/SEB.

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 26(2), 81-118.

Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: O caso de Célia. In P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes & S. Carreira (Orgs), Ac*tas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: Reidel.

Dolk, M. (2008). Problemas realistas: Um ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.). *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 3-28). Lisboa: Escolar Editora.

Esteban, M. P. S. (2010). *Pesquisa qualitativa em educação: Fundamentos e tradições.* Porto Alegre: AMGH Editora.

Ferreira, M. C. N. (2017). Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Uma análise dos documentos curriculares nacionais. *REnCiMa*, 8(5), 16-34.

Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). Young mathematicians at work (Vol II): Constructing Multiplication and Division. Portsmouth NH: Heinemann.

Hunter, J., Anthony, G., & Burghes D. (2018) Scaffolding teacher practice to develop early algebraic reasoning. In C. Kieran (Ed.) *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-Year-Olds.* Cham: Springer.

Jackson, K., Shahan, E., Gibbons, L., & Cobb, P. (2012). Launching complex tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18*(1), 24–29.

Jacobs, V. R., Franke, M., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 258–288.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), pp. 139-151.

Koellner, K., Jacobs, J., Borko, H., Roberts, S., & Schneider, C. (2011). Professional development to support students' algebraic reasoning: An example from the Problem-Solving Cycle Model. In J. Cai & K. Knuth (Eds.), *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 429-452). New York, NY: Springer.

Kraemer, J. M. (2008). Desenvolvendo o sentido do número: cinco princípios para planificar In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Org.). O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática (p. 3-28). Lisboa: Escolar Editora.

Mata-Pereira, J., & Ponte J. P. (2013). Desenvolvendo o raciocínio matemático: Generalização e justificação no estudo das inequações. Boletim GEPEM, 62, 17-31.

Mestre, C. M. M. V. (2014). *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.ª ano de escolaridade: Uma experiência de ensino.* Tese de doutoramento, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

Nacarato, A. M., & Custódio, I. A. (Org) (2018). *O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática.* Brasília: SBEM.

Nctm (2014). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática.* Lisboa: APM.

O'Donnell, B., & Taylor, A. (2007). A lesson plan as professional development? You've got to be kidding! *Teaching Children Mathematics*, *13*(5), 272-278.

Oliveira, V., & Paulo, R. M. (2019). Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Pesquisa,* *21*(3), 75-95.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. Ponte (Org.). *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal.

Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2013). A aula de investigação. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.). *Investigações matemáticas na sala de aula* (pp. 25-54). São Paulo: Autêntica.

Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., Quaresma, M., & Velez, I. (2017). Formação de professores dos primeiros anos em articulação com o contexto de prática de ensino de Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, *20*(1), 71-94.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1*, 65-86.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2015). É mesmo necessário fazer planos de aula? *Educação e Matemática, 133*, 26-35.

Ribeiro, M., Policastro, M., Marmoré, J., & Bernardo, R. (2018). Conhecimento especializado do professor que ensina matemática para atribuir sentido à divisão e ao algoritmo. *Educação Matemática em Revista*, *19*(19), 152-167.

Rodrigues, M., Serrazina, L., & Caseiro, A. (2018). Estabelecendo relações numéricas: Um estudo com alunos de 2.º ano. *Investigação em Educação Matemática: A aula de Matemática*, 533-545.

Russell, S. J., Schifter, D., Bastable, V., & Franke, M. (2016). Algebraic reasoning in the elementary classroom: Results of a professional development program for teachers. Retirado em 24 de março de 2020 de https://www.terc.edu/ publications/algebraic-reasoning-in-the-elementary-classroom-results-of-a-professional-development-program-for-teachers/

Schliemann, A. D., Carraher, D. W., & Brizuela, B. M. (2007). *Bringing out the algebraic character of arithmetic: From children's ideas to classroom practice*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Serrazina, M. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. In GTI (Org.). *A Prática dos professores: planificação e discussão em sala de aula* (pp. 9-31). Lisboa: APM.

Silva D. P., & Savioli, A. M. P. D. (2012). Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I. *Revista Eletrônica de Educação*, São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, 206-222.

Smith, M. S. (2001). Practice-based professional development for teachers of mathematics. Reston: NCTM.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (2011). 5 Practices for orchestrating productive mathematics discussions. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: ARTMED.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. Mathematical Thinking and Learning, 10, 313-340.

Watson, A., & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. Journal of Mathematics Teacher Education, 10, 205-215.

Warren, E., Trigueros, M., & Ursini, S. (2016). Research on the learning and teaching of algebra. In Gutiérrez, A., Leder, G. C. & Boero, P. (Eds.), The second handbook of research on the psychology of mathematics education (pp. 73–108).

Recebido em: 15/07/2020

Aprovado em: 04/11/2020