

**Praxéologies du professeur : analyse comparative du manuel scolaire dans l'enseignement des équations polynomiales du premier degré**

**Teacher's Praxeologies: Comparative Analysis of the Textbook in Teaching First-Degree Polynomial Equations**

Edelweis Jose Tavares Barbosa<sup>1</sup>

Universidade Federal de Pernambuco, UFPE (CAA), Brasil

<https://orcid.org/0000-0001-6032-9367>

Anna Paula Avelar Brito Lima<sup>2</sup>

Universidade Federal de Rural de Pernambuco, UFRPE, Brasil

<https://orcid.org/0000-0003-1471-228X>

**Résumé**

Le but de cet article est d'analyser, de manière comparative, les livres didactiques et les praxéologies mises en place par les enseignants dans leur pratique pédagogique, concernant l'enseignement des équations polynomiales du premier degré. Cette étude est faite dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) proposée par Yves Chevallard et ses collaborateurs (1999, 2002, 2009, 2010). La méthodologie est basée sur une approche ethnographique qualitative, dans laquelle les organisations mathématiques et didactiques de trois enseignants sont analysées en les comparant à celles des livres de référence. Les résultats indiquent qu'il existe une certaine conformité entre les praxéologies à enseigner, proposées par les auteurs des manuels scolaires et les praxéologies effectivement enseignées par les professeurs en classe. Les enseignants sont les organisateurs des tâches, des techniques et de la technologie de complexité croissante (FONSECA, 2004) qui sont rendus routinières ou problématiques en classe. La résolution d'une équation polynomiale du premier degré du type  $ax+b=c$  a été le point commun des trois professeurs, bien que deux des trois enseignants aient aussi travaillé des équations du type  $a_1x+b_1=a_2x+b_2$ .

---

<sup>1</sup> [edelweisb@yahoo.com.br](mailto:edelweisb@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> [apbrito@gmail.com](mailto:apbrito@gmail.com)

**Mots-clés :** Livres didactiques, Équations polynomiales du premier degré, Théorie Anthropologique du didactique.

### **Abstract**

The aim of this article was to analyze, comparatively, praxeologies in didactic books and praxeologies carried out by the teacher, concerning the teaching of polynomial equations of the first degree. This study is done within the framework of the Anthropological Theory of Didactics (ATD), proposed by Yves Chevallard and his collaborators (1999, 2002, 2009, 2010). The methodology consists of a qualitative ethnographic approach, in which the mathematical and didactic organizations of three teachers were compared with those of their reference books. The results indicate that there is some conformity between the praxeologies to be taught, proposed by the authors of the textbooks, and the praxeologies effectively taught by the teachers in the classroom. Teachers are the organizers of tasks, techniques, and technology of increasing complexity (FONSECA, 2004) that are made routine or problematic in the classroom. The resolution of a first-degree polynomial equation of the type  $ax+b=c$  was the common point among the three teachers, although two of the three teachers also worked on equations of the type  $a_1x+b_1=a_2x+b_2$ .

**Keywords:** Didactic books, Polynomial equations of the first degree, Anthropological theory of didactics.

## **Praxéologies du professeur : analyse comparative du manuel scolaire dans l'enseignement des équations polynomiales du premier degré**

Cet article est issu d'une thèse de doctorat qui pose le problème de l'enseignement de l'algèbre scolaire : son objectif principal était est de conduire une analyse comparative dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) entre les praxéologies mathématiques proposées dans trois manuels sur la résolution des équations polynomiales du premier degré et celles réalisées par trois enseignants en classe. L'algèbre scolaire ne se limite pas à l'enseignement et à l'apprentissage d'un ensemble de règles et de techniques, mais se rattache à une manière de penser et de raisonner, dans lequel les élèves généralisent, modélisent et analysent les situations mathématiques (Kieran, 2007).

### **Théorie anthropologique du didactique (TAD)**

Selon Chevallard (1999), cette théorie étudie l'homme face aux connaissances mathématiques, et plus particulièrement, dans des situations mathématiques. L'une des raisons de l'utilisation du terme « anthropologique » est que le TAD situe l'activité mathématique et, par conséquent, l'étude des mathématiques dans un ensemble d'activités humaines et d'institutions sociales.

Pour Fonseca (2004), la description des organisations mathématiques en termes de phraséologie selon les quatre éléments (pratique, technique, technologique, théorique) est suffisante (initialement) pour modéliser l'activité mathématique institutionnelle : ce postulat de la TAD doit être testé empiriquement. Lors de l'organisation des tâches, il incombe à l'enseignant de choisir les techniques et les technologies appropriées, c'est-à-dire que le rôle central de l'enseignant est d'organiser le travail de l'élève, tandis que l'élève doit accepter le professeur comme aide à l'étude.

## Processus méthodologique

La méthodologie choisie est une approche ethnographique qualitative qui cherche à caractériser, analyser et comparer des praxéologies mathématiques et didactiques existantes dans l'enseignement des équations du premier degré, selon trois moments. Le premier moment est la modélisation *a priori* des praxéologies mathématiques spécifiques existant autour de la résolution des équations de premier degré, au moins en termes de sous-types de tâches, de techniques et de technologies. Le deuxième moment consiste à analyser les praxéologies à enseigner (prédites) dans trois manuels. Le troisième moment concerne les phraséologies effectivement présentes dans l'enseignement des trois professeurs.

## Modélisation *a priori*

Chevallard (1994) considère/classifie les procédures de résolution des équations de premier degré en deux catégories: (1) des équations de type  $ax+b=c$  (T1) qui peuvent être résolues par des procédures arithmétiques et (2) des équations du type  $a_1x+b_1=a_2x+b_2$  (T3) qui ne peuvent pas être résolues que par des opérations arithmétiques. Dans cette définition,  $x$  est l'inconnue et  $a_1 \neq 0$ . Cependant, les équations polynomiales du premier degré ne sont pas toujours écrites sous une forme simplifiée. Souvent dans une activité, ils apparaissent sous différentes formes, parmi lesquels nous mettons en évidence deux autres catégories: les équations des types  $A(x)=c$  (T2) et  $A_1(x)=A_2(x)$  (T4) où  $A(x)$ ,  $A_1(x)$  et  $A_2(x)$  sont des expressions polynomiales qui n'ont pas encore été réduites sous la forme canonique  $ax+b$  mais qui peuvent être réduite sous cette forme par développement et réduction.

## Principaux résultats

La professeure (P1) a choisi de travailler le type de tâches T1  $ax+b=c$  ( $2x+3=9$ ) avec deux techniques : changer de membre, inverser le signe, passer le nombre dans le second membre avec un signe inverse et effectuer l'opération arithmétique.

Dans le tableau 1, nous présentons une comparaison entre le manuel *Time of Mathematics* que P1 a utilisé dans la salle de classe pour l'étude de sa praxéologie mathématique et les types de tâches effectivement étudiés.

Tableau 1

*Répartition des types de tâches liées à la forme des équations du premier degré dans les classes de P1 et comparaison avec le manuel de référence*

Types de tâches	Tâches suggérées (Manuel)	%	Tâches proposées (professeur)	%
T <sub>1</sub>	12	32	38	100
T <sub>2</sub>	4	10	0	0
T <sub>3</sub>	6	16	0	0
T <sub>4</sub>	16	42	0	0
Total	38	100	38	100

Selon le tableau 1, le nombre de tâches résolues, représentant le « topos » de l'enseignant, nous permet d'affirmer que, dans le cas de ce manuel, les auteurs privilégient les tâches T4 (42% des tâches à résoudre). Cependant, lorsque nous avons observé la séquence des cours de l'enseignant, nous avons remarqué que P1 a axé sur le travail en classe sur les exemplaires du type de tâches (T1), totalisant 100%.

L'enseignant (P2) a choisi la collection *Mathématiques*. Les tâches proposées par l'auteur de la collection étaient des travaux en classe. Dans le tableau 2, nous avons comparé les types de tâches proposées par le manuel (*Mathématiques*) et les types de tâches effectivement travaillées par l'enseignant en classe.

Selon le tableau 2, le nombre de tâches proposées à l'étude représentant le « topos » de l'enseignant dans le cas de ce manuel, montre que les auteurs privilégient les tâches

T4 (47% des tâches à résoudre). De l'observation de la séquence des cours de l'enseignant, on peut dire que P2 a travaillé les quatre types de tâches dans sa classe d'une part la résolution d'équations du premier degré par des procédures arithmétiques (T1 et T2) et d'autre part la résolution d'équations du premier degré par des techniques algébriques (T3 et T4), résolution qui exige une plus grande manipulation des termes et des coefficients. Cependant le manuel adopté par P2 propose 139 tâches qui relèvent majoritairement des types T1 et T4 : 84% contre 16% pour les types T2 et T3. L'enseignant P2 en cours n'étudie que 24 tâches, (ce qui représente 17% par rapport au manuel) mais contrairement au manuel il accorde une priorité aux types de tâches T1 et T2 (88%).

Tableau 2

*Répartition des types de tâches liées à la forme des équations du premier degré dans les classes de P2 et comparaison avec le manuel de référence*

Types de tâches	Tâches suggérées (Manuel)	%	Tâches proposées (professeur)	%
T <sub>1</sub>	52	37	11	46
T <sub>2</sub>	12	9	1	4
T <sub>3</sub>	10	7	10	42
T <sub>4</sub>	65	47	2	8
Total	139	100	24	100

L'enseignant (P3) a concentré ses activités sur les tâches de type T1 et T2 et n'a pas fait étudier les tâches T3 et T4. Dans le tableau 3, nous présentons une comparaison entre le manuel (*Nouvelle pratique en mathématiques*) que l'enseignant (P3) utilisé en classe et les tâches effectivement étudiées en classe.

Tableau 2

*Répartition des types de tâches liées à la forme des équations du premier degré dans les classes de P3 et comparaison avec le manuel de référence*

Types de tâches	Tâches suggérées (Manuel)	%	Tâches proposées (professeur)	%
T <sub>1</sub>	47	44	10	67
T <sub>2</sub>	22	20	3	20
T <sub>3</sub>	10	9	0	0
T <sub>4</sub>	29	27	2	13
Total	108	100	15	100

Selon le tableau 3 le nombre de tâches proposées représentant le « topos » de l'enseignant dans le manuel adopté par P3 montre que les auteurs privilégient les tâches de type T1 (44% des tâches à résoudre). L'observation de la séquence des cours de P3 atteste que d'abord, P3 concentre son cours sur les tâches de type T1 (67% des tâches étudiées en classe) résolues par des procédures arithmétiques (T1 et T2) puis sur des tâches de type T4 résolues par des moyens algébriques.

### Considérations finales

Nous continuons à analyser la trajectoire des praxéologies pour enseigner les connaissances effectivement enseignées en classe. Nous avons déjà constaté que l'enseignant était le médiateur de ce processus et, malgré les documents officiels ou autres moyens didactiques, le professeur choisit de suivre en partie ce que les auteurs des manuels scolaires proposent, : le manuel continue d'influencer fortement les pratiques en classe. Mais même si l'enseignant choisit un manuel de référence, il en fera des adaptations lors du processus d'enseignement en classe.

### Références

- Andrini, A. *Praticando Matemática*, 7. Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos. 3<sup>a</sup> Ed. Renovada- São Paulo: Editora do Brasil, (Coleção Praticando Matemática), 2012.
- Barbosa, E. J.T, *Praxeologia do professor: análise comparativa com os documentos oficiais e do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau*. Tese de doutorado, UFRPE. 2017.
- Chevallard, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, p. 221-266, 1999.
- Chevallard, Y. Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxieme partie. *Petit x* n° 19, IREM de Grenoble, p.43-75, 1989.
- Fonseca, C. *Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Enseñaza Secundaria y la Enseñaza Universitaria*. Tesis Doctoral, Departamento de Matemática Aplicada, 2004
- I. Universidad de Vigo.
- Imenes, L. M. (2010) *Matemática*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 6° ao 9° ano. São Paulo: Moderna.

Kieran, C. (2007) Learning and teaching Algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F.K. Lester, Jr., (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Name, M. A. (2010) *Tempo de Matemática, 7: ensino fundamental, 2 ed.*- São Paulo: Editora do Brasil.