

Facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre

Factors of didactic decisions in secondary mathematics education in Andorra

Rosa Pons Duró¹

Université de l'Andorre UdA, Andorre

<https://orcid.org/0000-0003-3797-379X>

Résumé

Cet article porte sur les décisions didactiques prises par les enseignants de mathématiques et les facteurs qui peuvent les influencer. Nous nous situons au niveau secondaire en Andorre, contexte caractérisé par une diversité éducative particulière. Nous utilisons le modèle de décisions didactiques inscrit dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD) avec les niveaux de codétermination articulés avec la structuration du milieu de la théorie de situations didactiques (TSD). À partir du modèle de la transposition, nous centrons notre étude sur l'enseignement de l'algèbre et en particulier la résolution d'équations algébriques. Nous proposons un modèle de référence pour une analyse comparative sur l'enseignement des mathématiques dans le contexte étudié. Notre travail vise à étudier le facteur institutionnel dans le contexte particulier de l'enseignement des mathématiques en Andorre.

Mots-clés : Facteur institutionnel de décisions didactiques, TAD, Transposition didactique.

Abstract

This paper is about didactical decisions taken by teachers of mathematics and the factors that can influence them. We are on secondary school in Andorra, a context characterized by a particular educational diversity. We use the model of educational decisions in the

¹ mponsdu@uda.ad

framework of the anthropological theory of the didactic (ATD) with the levels of co-determination combined with the structuring of the educational environment in Theory of Didactic Situations (TSD). From the model of the didactic transposition, we focus our study on the teaching of algebra and in algebraic solving equations. We propose a reference model for a comparative analysis of mathematics education in the context under study. Our work aims to study the institutional factor in the context of mathematics education in Andorra.

Keywords: Institutional factor of didactic decisions, TAD, Didactic transposition.

Facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre

Introduction

Le contexte

Cette étude s'intéresse aux pratiques des enseignants et en particulier au rôle de l'enseignant dans le processus d'apprentissage des mathématiques à un niveau secondaire. Nous nous situons dans la société andorrane où coexistent trois systèmes éducatifs pour le niveau secondaire : le système éducatif espagnol (SEE), le système éducatif français (SEF) et le système éducatif andorran (SEA).

Figure 1

Systèmes éducatifs publics de l'Andorre

ÉDUCATION AU NIVEAU SECONDAIRE EN ANDORRE

		SEE		SEF			SEA			
Niveau										
11-12 ans	6	Primària			6ème	Cycle 3	Primera ensenyança			
12-13 ans	7	1º	Ciclo 1	ESO	5ème	Cycle 4	1º curs	2n cicle	SE	
13-14 ans	8	2º			4ème		collège	2n curs		
14-15 ans	9	3º	Ciclo 2		3ème					3r curs
15-16 ans	10	4º			seconde	lycée	4t curs			
calendrier		173-175 jours par cours scolaire - mêmes vacances scolaires								

SEE: Système éducatif espagnol | SEF: Système éducatif français | SEA: Système éducatif andorran
 ESO: Estudios de secundària obligatorios | SE segona ensenyança

La société andorrane instaure le même calendrier scolaire pour les trois systèmes éducatifs. La structure organisatrice de chaque système éducatif s'articule suivant ce calendrier et selon l'institution scolaire du pays d'origine. Dans ce contexte, les trois systèmes éducatifs permettent les échanges d'élèves mais pas des enseignants. En effet, chaque système intègre ses enseignants en fonction de leur formation initiale. Cette formation initiale diffère selon le pays d'origine de chaque système éducatif. Dans les

SEE et SEF, ce sont les institutions universitaires et administratives du pays d'origine correspondant qui assurent la formation initiale nécessaire pour devenir enseignant de mathématiques. Dans le SEA, l'administration publie les conditions d'admission en fonction des études supérieures antérieures des candidats. En effet, il n'existe pas à nos jours, à l'Université d'Andorre (UdA), une formation initiale spécifique pour les professeurs de collège et lycée en mathématiques. Dans cette diversité éducative du contexte propre à l'Andorre, il s'avère donc intéressant d'étudier comment un enseignant de mathématiques développe ses compétences professionnelles dans un système éducatif donné afin d'enseigner les mathématiques aux élèves et comprendre ce qu'un élève apprend en mathématiques. En définitive, nous nous intéressons aux facteurs qui influencent les décisions didactiques de l'enseignant de mathématiques suivant sa formation initiale et le développement de ses compétences professionnelles selon le système éducatif auquel il appartient. Nous centrons ainsi notre étude sur le facteur épistémique institutionnel c'est-à-dire sur comment le rapport personnel de l'enseignant à un savoir à enseigner peut-être nourri par différents éléments liés aux contraintes et aux conditions institutionnelles.

La problématique

La grande variété institutionnelle à petite échelle qui existe en Andorre constitue un contexte intéressant pour étudier la position de l'enseignant dans la l'enseignement des mathématiques. Actuellement, 3 collèges du SEA, 1 collège du SEF et 5 collèges du SEE assurent l'enseignement au niveau secondaire en Andorre en respectant une répartition équilibrée des élèves dans les trois systèmes éducatifs. En effet, depuis quelques décennies les élèves se répartissent librement à raison d'à peu près un tiers du nombre total de la population entre 6 et 18 ans, par système éducatif. Cette diversité éducative amène l'enseignant de mathématiques à faire des choix sur les ressources à utiliser pour

la conception de ses cours et la mise en œuvre en classe des séquences d'activité. En effet, pour enseigner les mathématiques en Andorre, un spectre riche de différentes ressources se présente à l'enseignant. Celui-ci dispose non seulement des programmes et manuels selon le collège dans lequel il travaille et selon le système dont son collège relève, mais aussi il est inévitablement en contact avec les programmes et manuels des autres systèmes éducatifs co-existant dans le pays, puisque les caractéristiques de ce petit pays favorisent particulièrement les échanges entre les élèves et les interactions entre les enseignants. Comment ces interactions et cette coexistence d'institutions scolaires diverses influencent ou non l'enseignement des mathématiques ? Comment l'institution influence-t-elle les décisions didactiques de l'enseignant lors de la mise en place des séances d'enseignement à un niveau secondaire ?

Notre première question de recherche se pose :

Q1 : *Quel est l'impact du facteur institutionnel sur les décisions didactiques de l'enseignant ?*

L'analyse des différents collèges selon les trois systèmes éducatifs nous porte à affiner notre interrogation. Alors que le SEF est présent en un seul collège dans tout le pays, les SEE et SEA se distribuent sur plusieurs collèges. Alors que les trois collèges du SEA suivent le programme andorran et adoptent un unique manuel, dans le SEE, trois collèges suivent le programme provenant du gouvernement autonome catalan de l'Espagne et les deux autres collèges espagnols du pays, suivent le programme espagnol à l'étranger. D'autre part, dans les SEE et SEF, les collèges choisissent les manuels en mathématiques parmi tous les manuels publiés par différents éditeurs respectant les programmes officiels. Ainsi, dans le seul collège français, un seul manuel par niveau éducatif existe, tandis que dans le SEE chacun des cinq collèges font des choix différents des manuels utilisés. Trois des collèges espagnols utilisent trois manuels différents suivant le programme catalan, les deux autres collèges suivant le programme espagnol à

l'étranger utilisent des manuels castillans différents. En ce qui concerne le SEA, la réalisation de l'unique manuel diffère de celle des manuels des autres systèmes éducatifs : ce sont des enseignants des trois collèges, choisis par l'administration, qui élaborent le manuel en puisant au choix dans les ressources *onlines* et les manuels des SEF et SEE. Cette diversité de ressources à laquelle est exposé l'enseignant de mathématiques en Andorre dépend donc de chaque système éducatif tout en tenant compte des particularités du pays. Ce qui fait que l'enseignant du SEF appartient à une institution scolaire avec un programme et un manuel au choix et l'enseignant du SEA appartient à une institution scolaire avec un programme et un manuel unique dont la réalisation est spécifique. De plus, deux institutions scolaires sont à considérer dans le SEE, l'une suivant le programme catalan, l'autre le programme castillan, avec un choix entre plusieurs manuels dans chacune. La richesse institutionnelle d'un tel contexte s'avère être spécialement favorable à l'étude de la question de l'influence de l'institution dans la prise de décision de l'enseignant. Ainsi une deuxième question de recherche se pose :

Q2 : Quels éléments spécifiques des institutions ont un effet sur les décisions didactiques de l'enseignant de mathématiques ?

L'objectif de notre recherche est donc d'apporter des éléments de réponse aux questions Q1 et Q2.

Méthodologie de travail

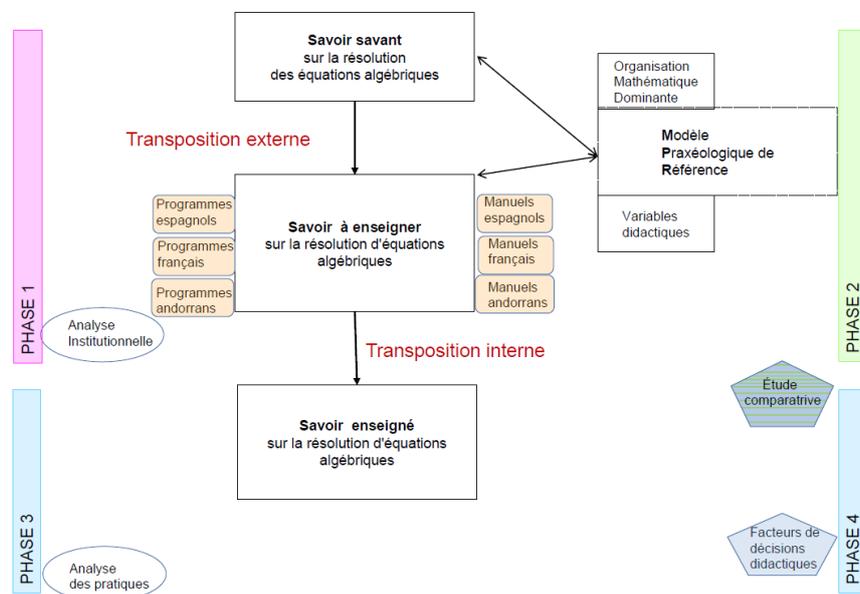
Organisation du travail

Pour répondre aux deux questions de recherche présentées ci-dessus nous mettons en place une organisation de travail en plusieurs étapes. L'état de l'art sur la position de l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques nous permet, tout d'abord, de situer notre cadre théorique. Notre objectif est d'étudier le phénomène social en éducation de la prise de décisions didactiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre, d'une manière qualitative sans pour autant laisser de côté des éléments d'analyse

quantitative. Le cadre de l'étude s'appuie sur la théorie anthropologie du didactique (TAD), plus précisément sur le modèle praxéologique et l'échelle des niveaux de codétermination. Ces modèles nous permettent de mettre en place une méthodologie cohérente pour recueillir, analyser et traiter les données nécessaires afin de modéliser comment l'enseignant du secondaire interagit avec un objet de savoir pour l'enseigner à ses élèves. En s'appuyant sur le processus de transposition didactique du savoir savant au savoir à enseigner puis au savoir enseigné, nous mettons en place l'organisation de travail présenté dans la figure 2.

Figure 2

Organisation de travail s'appuyant sur la transposition didactique



Analyse de travaux

Apporter des éléments de réponses à nos questions de recherche implique la compréhension des choix que fait l'enseignant pour que l'élève apprenne en mathématiques dans une institution donnée. Pour cela, nous partons des travaux (Pons Duro, 2014) portant sur les décisions didactiques prises par les enseignants de collège et de lycée de deux disciplines (mathématiques et sciences de la vie et de la terre) et les facteurs qui peuvent les influencer. Nous définissons un objet de savoir, les *équations*,

existant à un même niveau scolaire dans les trois institutions observées, et nous développons une analyse synchronique du point de vue didactique. Nous nous interrogeons ainsi sur l'enseignement de l'algèbre dans les institutions éducatives de l'enseignement secondaire en Andorre. Comme dans ce contexte les échanges d'élèves sont permis entre les trois institutions mais pas les échanges d'enseignants, nous étudions comment un enseignant de mathématiques développe ses compétences professionnelles dans un système éducatif donné. Pour cela nous centrons notre étude sur comment l'on enseigne la *résolution d'équations* dans les différentes institutions éducatives de l'enseignement secondaire publiques andorranes. Ce savoir est présent dans les trois institutions à des niveaux du secondaire équivalents, le 7^{ème}, 8^{ème}, 9^{ème} et 10^{ème} niveaux du secondaire (classes de cinquième, quatrième, troisième et seconde au collège et lycée français, classes de *1r, 2n, 3r et 4t ESO* au collège espagnol et, classes de *1r et 2n cicle* du collège andorran). Cela nous amène à réfléchir sur comment articuler une étude didactique comparative entre les trois institutions par rapport à l'enseignement de la *résolution d'équations*.

Nous mettons en place, alors, une analyse synchronique institutionnelle des programmes officiels et des manuels des trois institutions pour constituer notre première source de données. La théorie anthropologique du didactique (TAD) constitue notre cadre théorique et nous construisons un modèle praxéologique référence (*MPR*) à partir de l'enrichissement des modèles épistémologiques mis en évidence dans différents travaux de recherche dans le même cadre théorique de la TAD. L'analyse du rapport institutionnel à l'objet *équations* dans les trois programmes, nous amène à nous centrer sur le 9^{ème} niveau du secondaire. L'analyse des manuels du 9^{ème} niveau du secondaire, nous permet de détecter les types de tâches sur la résolution d'équations présentes dans l'enseignement de ce savoir dans les différentes institutions scolaires en Andorre. Le rapport

institutionnel à l'objet *équations* nous permet d'établir pour chaque institution les organisations mathématiques que nous définissons comme organisation mathématique dominante (*OMD*) de l'institution. Dans un premier temps nous construisons notre *MPR* à partir de l'étude comparative des manuels par la mise en relation des *OMD* de chaque institution. Divers travaux (Chaachoua, 2010), (Pilet, 2013), (Bosch & Gascón, 2005), (Ruiz, Bosch, & Gascón, 2010), (Monzón, Gascón, & Bosch, 2015), (Ferraton, Desmoulins & Chaachoua, 2013), (Matheron, 1999 -2000), (Espinosa, 2014), nous permettent d'enrichir notre *MPR* avec des éléments sur la *résolution d'équations* selon des configurations de l'algèbre, l'arithmétique, l'analyse et la géométrie. Le questionnement sur l'articulation de ces quatre domaines des mathématiques dans la *résolution d'équations* nous conduit à nous intéresser à d'autres travaux, (Erdogan, 2006), (García, 2007), (García, 2005), (Croset, 2009) et à réfléchir sur de nouveaux éléments pour l'interprétation de données obtenues dans les manuels. Dans le cadre T4TEL plus précisément (Chaachoua & Bessot 2016), (Jolivet, 2013) nous introduisons la notion de *variable didactique* dans la construction de notre *MPR* sur la *résolution d'équations*.

En parallèle, nous nous appuyons sur d'autres travaux dans le cadre de la TAD, qui portent sur la comparaison de l'enseignement des mathématiques entre différentes institutions, comme l'étude de (Bessot & Comiti, 2008) sur l'enseignement de l'algèbre en France et au Vietnam, ou encore le travail de (Larguier, 2016) sur l'enseignement de l'algèbre au Québec et en France.

Pour revenir sur les facteurs de décisions didactiques de l'enseignant, certains travaux nous interpellent, (Briant, 2013) (Ravel, 2003) avec l'articulation *d'Organisations Didactiques (OD)* et *d'Organisations Mathématiques (OM)*.

Finalement, sur la base de données de notre *MPR*, nous établissons une grille d'analyse des observables nécessaires pour dégager les décisions didactiques prises par

l'enseignant et les facteurs institutionnels qui l'influencent, tenant compte des spécificités de chacune des trois institutions étudiées. La qualité des observables rattachés à ces spécificités est de donner des éléments pour déterminer s'il s'agit ou non d'un facteur institutionnel. L'analyse de nos premières données sur les programmes et manuels, nous permet ainsi d'organiser le recueil des données à recueillir auprès des enseignants. La construction et l'établissement de grilles d'analyse doit ainsi nous permettre d'élaborer les outils pour le recueil des données afin de mesurer l'impact du facteur institutionnel dans la prise de décisions de l'enseignant.

Conclusion

Afin d'arriver à des conclusions pertinentes, nous travaillons dans la prochaine étape sur la définition du terrain d'expérimentation dans le contexte andorran où il existe une trentaine d'enseignants de mathématiques répartis dans les trois systèmes éducatifs. En effet, alors que les sources de collecte de données secondaires (programmes et manuels) sont représentées de façon équivalente pour les différentes institutions, les données primaires (observables des pratiques auprès des enseignants) doivent être considérées comme représentatives de chaque institution : pour cela les enseignants participants au projet de recherche doivent avoir une carrière professionnelle analogue en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques à un niveau secondaire. Cela risque de réduire le nombre d'enseignants pouvant participer à notre étude. Le nombre réduit d'individus constitue un risque pour notre étude. D'un autre côté, il faut pouvoir prendre contact avec les enseignants et recueillir des traces des élèves (cahier de l'élève) des trois systèmes éducatifs. Suivant le principe d'autonomie des institutions dans le cadre de l'éthique en recherche il faut donc informer avec transparence et clarté la finalité de la recherche ainsi que l'usage des données recueillies. Pour cela, il faut tenir compte des

risques et des avantages de notre étude : il ne s'agit pas de mettre en compétition et de déstabiliser l'équilibre établi entre les trois systèmes éducatifs coexistant dans le pays.

Références

Bessot, A., & Comiti, C. (2008). Apport des études comparatives aux recherches en didactique des mathématiques : le cas Viêt-Nam / France. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, p. 171-193, 2008.

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00464582>

Bosch, M., & Gascon, J. La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. Boletín del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, p. 135-160, 2004.

<http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/welcome.htm>

Briant, N. *Etude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français. Histoire et perspectives sur les mathématiques*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II, 2013.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00920506>

Chaachoua, H. *La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas : la modélisation des connaissances des élèves*. Note de synthèse, Habilitation à Diriger des Recherches, Grenoble : Université de Grenoble, 2010.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00922383>

Chaachoua, H., & Bessot, A. Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. *Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*, Castro-Urdiales, Espagne, 2017.

Chaachoua, H., & Comiti, C. L'analyse du rôle des manuels dans l'approche anthropologique. *Actes du 2e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*, 2010.

Chevallard, Y. Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Séminaire de didactique des mathématiques et d'informatique*. Grenoble : Université de Grenoble 1, 1989.

Chevallard, Y. Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 21/1, p. 73-112, 1991.

Croset, M.-C. *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel d'algèbre. Études des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte*. Thèse de doctorat, Grenoble I: Université Joseph-Fourier, 2009.

Erdogan, A. *Le diagnostic de l'aide à l'étude, en mathématiques: analyse didactique des difficultés relatives à l'algèbre et aux fonctions en seconde*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2006.

Espinosa, M. *La solución de la ecuación de tercer grado según Omar Al-Khayyām. Potencialidades de su uso en la formación profesional de un profesor de*

matemáticas. Licenciatura En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas, Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, 2014.

Ferraton, G., Desmoulins, C., & Chaachoua, H. Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un environnement informatique d'apprentissage humain. *Actes du 4e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*, Toulouse, 2013.

Fonseca, C., Bosch, M., & Gascon, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. Dans EDUCACIÓN MATEMÁTICA, vol. 22, núm. 2.

García, F. J. G. *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Tesis doctoral. Universidad de Jaén, 2005. <http://www.atd-tad.org/documentos/la-modelizacion-como-herramienta-de-articulacion-de-la-matematica-escolar-de-la-proporcionalidad-las-relaciones-funcionales/>

García, F. El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio en las relaciones funcionales. *La Educación Secundaria*, p. 71–92, 2007. <http://funes.uniandes.edu.co/1268/>

Jolivet, S. *Modèle d'indexation de ressources : construction d'un modèle à partir d'une approche praxéologique*. Mémoire de Master, Grenoble: UJF, 2013.

Larguier, M. Le développement de la pensée algébrique dans le curriculum officiel en France et au Québec. *Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique*, Castro-Urdiales, Espagne, 2017.

Matheron, Y. Analyser des praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x* n° 54, p. 51-78, 2000.

Monzon, N., Gascon, J., & Bosch, M. (2015). El problema didáctico del álgebra elemental: un análisis macro-ecológico desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *REDIMAT*, Vol 4(2), p. 106-131, 2015.

Pilet, J. *Parcours d'enseignement différentiel appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot, 2013.

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>

Pons-Duro, R. *Étude des facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement : Étude didactique dans le cas de l'enseignement des équations et équations produit du premier degré avec une inconnue dans une classe de 3ème au collège*. Mémoire de master, Grenoble : UJF, 2014.

Ravel, L. *Des programmes à la classe : Étude de la transposition didactique interne*. thèse de doctorat, Grenoble: Université Joseph Fourier, 2003.

Ruiz, J., Bosch, M., & Gascon, J. La algebrización de los programas y la introducción del álgebra de cálculo aritmético en secundaria. In: *Investigación en Educación Matemática XIV*, Lleida: SEIEM, p. 545-556, 2010.