

#### A2 http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p499-529

Letramento estatístico na educação básica: os desafios de ensinar o diagrama da caixa (box-plot) em contexto

Statistical literacy in basic education: the challenges of teaching an in-context box-plot diagram

Alfabetización estadística en educación básica: los desafíos de enseñar el diagrama de caja en contexto

Carolina Ribeiro de Almeida<sup>1</sup>
Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC <a href="https://orcid.org/0000-0002-4267-7074">https://orcid.org/0000-0002-4267-7074</a>

Helenita de Jesus de Sousa<sup>2</sup> Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC https://orcid.org/0000-0002-7424-6199

Irene Mauricio Cazorla<sup>3</sup>
Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC <a href="https://orcid.org/0000-0003-3028-5513">https://orcid.org/0000-0003-3028-5513</a>

#### Resumo

Este artigo tem por objetivo analisar e refletir sobre os resultados da implementação de uma sequência de ensino de estatística envolvendo variáveis quantitativas e o papel dos registros de representação na transnumeração dos dados brutos no diagrama da caixa (box-plot). Trata-se de uma pesquisa de campo do tipo qualitativa descritiva, percorrendo, como metodologia, as fases do ciclo investigativo, em que participaram 31 estudantes do ensino médio que analisaram seus dados sobre relação entre hábitos de estudos e desempenho na disciplina de matemática. Como resultados, verificou-se a complexidade de trabalhar variáveis quantitativas e a construção do diagrama da caixa com dados reais em sala de aula e que as estratégias adotadas contribuíram para a compreensão dos dados e conceitos estatísticos em contexto. Além disso, verificou-se que a metodologia adotada propiciou o engajamento dos estudantes na atividade,

<sup>3</sup> icazorla@uol.com.br

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Karolribeiro 1991@hotmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> hellenifba@gmail.com

a tomada de consciência dos fatores que interferem no rendimento escolar, a importância de hábitos adequados e a frequência de estudo para o aprendizado.

Palavras-chave: Educação estatística, Sequência de ensino, Diagrama da caixa (box-plot), Registros de representação, transnumeração.

#### **Abstract**

This paper analyses and reflects on the results of the implementation of a teaching sequence in statistics involving quantitative variables and the role of representation records in the transnumeration of raw data in the box-plot. It is a descriptive qualitative field research, covering, as a methodology, the stages of the investigative cycle, in which 31 high school students participated. These students analysed their data on the relationship between study habits and performance in the course of mathematics. As a result, it was possible to verify the complexity of working with quantitative variables, and the complexity of constructing the box-plot with real data in the classroom. The strategies adopted contributed to the understanding of data and statistical concepts in context. Furthermore, the study revealed that the methodology adopted led students to engage in the activity, raised awareness on the factors that interfere with school performance, the importance of proper habits, and the frequency of study for learning.

*Keywords:* Statistical education, Teaching sequence, Box-Plot, Representation records, Transnumeration.

#### Resumen

Este artículo tiene como objetivo analizar y reflexionar sobre los resultados de la implementación de una secuencia didáctica en estadística, que involucra variables cuantitativas y el papel de los registros de representación en la transnumeración de datos brutos en el diagrama de cajas (box-plot). Se trata de una investigación de campo cualitativa descriptiva,

que abarca, como metodología, las fases del ciclo investigativo, en que participaron 31 estudiantes de secundaria, quienes analizaron sus datos sobre la relación entre hábitos de estudio y desempeño en la disciplina de matemática. Como resultado, se verificó la complejidad del trabajo con variables cuantitativas y la construcción del diagrama de caja con datos reales en el aula y que las estrategias adoptadas contribuyeron a la comprensión de los datos y conceptos estadísticos en contexto. Además, se encontró que la metodología adoptada propició el compromiso de los estudiantes en la actividad, la conciencia de los factores que interfieren en el desempeño escolar, la importancia de hábitos adecuados y frecuencia de estudio para el aprendizaje.

Palabras clave: Educación estadística, Secuencia de enseñanza, Diagrama de caja,Registros de representación, Transnumeración.

# Letramento estatístico na Educação Básica: os desafios de ensinar o diagrama da caixa (box-plot) em contexto

A inserção dos conteúdos de Estatística no Ensino Fundamental no Brasil ocorreu em 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN pelo Ministério de Educação – MEC (MEC, 1997, 1998) no componente curricular Matemática, em um dos quatro blocos, denominado "Tratamento da Informação" e em 2020 no Ensino Médio, em um dos três eixos, denominado "Análise de Dados" (MEC, 2002).

Recentemente, em 2018, foi aprovada a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (MEC, 2018), que normatiza o currículo da Educação Básica e, no componente curricular Matemática, foi ratificado o seu ensino, fazendo parte de uma das cinco unidades temáticas, denominada "Probabilidade e Estatística".

Segundo Batanero (2001), a inserção da Estatística na Educação Básica se deve ao reconhecimento de sua contribuição no desenvolvimento do pensamento estatístico e do letramento estatístico. Para Cazorla, Kataoka e Silva (2010), a Estatística é uma ciência que tem como objetivo desenvolver métodos para coletar, organizar e analisar dados, sendo que a Educação Estatística é:

[...] uma área de pesquisa que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e matérias de ensino etc., visando o desenvolvimento do letramento estatístico. (Cazorla, Kataoka & Silva, 2010, p. 22-23).

Segundo Damin, Santos-Junior e Pereira (2019), no campo da Educação Estatística destaca-se o *desenvolvimento* das competências estatísticas, a saber, o letramento, o pensamento e o raciocínio estatístico. Os autores optam pela palavra *desenvolvimento*, pois entendem que essas competências não podem ser ensinadas, mas é possível oferecer condições para que o ensino de Estatística contribua para a formação de cidadãos capazes de utilizar suas ferramentas na compreensão do mundo que lhes rodeia.

A preocupação com o ensino de Estatística na Educação Básica propiciou um amplo campo de investigação tanto em nível internacional quanto no Brasil, sendo que em 2002 foi criado o Grupo de Educação Estatística — GT12, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática — SEM (Sbem, 2020), que tem tido uma presença marcante na produção de artigos, dissertações, teses, livros e materiais didáticos, como mostram os mapeamentos realizados por Cazorla, Kataoka e Silva (2010); Silva, Curi e Schimiguel (2017); Schreiber e Porciúncula (2019); Viali e Ody (2020), dentre outros autores.

Todavia, segundo Batanero (2013), apesar de a Estatística estar presente no currículo em todos os níveis de ensino, diversas pesquisas evidenciam que muitos estudantes, mesmo no nível universitário, têm ideias erradas ou não conseguem fazer uma interpretação adequada dos resultados estatísticos. Essa situação paradoxal — pois os conceitos são de relativa simplicidade matemática — parece ser explicada pelo ensino rotineiro, que enfatiza fórmulas e definições sem realizar atividades que exijam interpretação e dados contextualizados. Para a autora, não tem sentido ensinar Estatística sem levar em consideração sua própria natureza.

Além disso, a BNCC introduziu o diagrama da caixa (box-plot) como um objeto de conhecimento a ser trabalhado no Ensino Médio, o que implica no tratamento de variáveis quantitativas, a mediana, os quartis, o intervalo interquartílico, dentre outros conceitos próprios da distribuição dos dados, como simetria e comparação entre grupos, criando condições necessárias para o desenvolvimento do raciocínio inferencial informal, conforme propõem Makar e Rubin (2009). No entanto, há poucas pesquisas sobre como trabalhar esses conceitos com dados em contextos reais, como será visto a seguir.

É nesse contexto que inserimos a motivação para o desenvolvimento de uma sequência de ensino para trabalhar conceitos estatísticos inerentes à construção do diagrama da caixa (box-plot), doravante denominado apenas de box-plot, utilizando dados dos próprios estudantes, explorando os diversos registros de representação e o processo de transnumeração

dos dados brutos em informação. Para tanto, desenvolvemos junto aos estudantes uma pesquisa sobre "frequência e hábitos de estudos e desempenho na disciplina de Matemática", percorrendo as fases do ciclo investigativo.

Esse tema foi escolha das autoras, que como professoras e pesquisadoras verificam o insucesso escolar em Matemática, o qual precisa ser enfrentado com e pelos próprios estudantes. Neste sentido, é preciso desmistificar o insucesso em Matemática, que não pode ser explicado apenas com base na capacidade cognitiva do estudante, mas pela existência de outros fatores, como a postura e as atitudes do mesmo e a forma de condução do processo ensino-aprendizagem. Isto é, despertar a consciência e a proatividade dos estudantes, bem como dos profissionais da educação diante deste flagelo que assola a escola pública.

Assim, este artigo tem por objetivo analisar e refletir os resultados da implementação de uma Sequência de Ensino de Estatística envolvendo variáveis quantitativas e o papel dos registros de representação na transnumeração dos dados brutos no *box-plot*, em que os estudantes participaram ativamente do processo, percorrendo as fases do ciclo investigativo, analisando a relação entre hábitos de estudos e o desempenho em Matemática.

Para sustentação da construção da sequência de ensino, recorremos às diretrizes sobre o ensino de Estatística na Educação Básica normatizada pela BNCC, ao papel do letramento estatístico proposto por Gal (2002) e ao ciclo investigativo formulado por Wild e Pfannkuch (1999), na perspectiva do desenvolvimento do raciocínio inferencial informal postulado por Makar e Rubin (2009); apresentamos o diagrama da caixa e conceitos inerentes como objeto matemático e estatístico a ser ensinado na Educação Básica; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 2003, 2009, 2012) e o processo de transnumeração (Wild & Pfannkuch, 1999), que deram suporte à compreensão das transformações dos dados até se chegar no *box-plot*; o percurso metodológico; os resultados; e as considerações finais.

## Estatística, Letramento Estatístico e Ciclo Investigativo

Ensinar Estatística como um rol de conceitos e procedimentos com pequenos conjuntos de dados é relativamente simples, pois o ferramental matemático necessário aos seus procedimentos é de pouca complexidade, não requerendo mais do que as quatro operações fundamentais e no máximo elevar ao quadrado e extrair raiz quadrada para o cálculo da variância e do desvio padrão. Todavia, esse tipo de abordagem não desperta nos estudantes a importância e o valor que a Estatística possui tanto na Matemática e na compreensão dos fenômenos/problemas e fatos sociais quanto na postura de colaboração, que pode ser possibilitada pelo ensino em contexto.

Nesse sentido, observamos que a BNCC orienta desenvolver dez competências gerais ao longo da Educação Básica. Destas, destacamos a Competência 7:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (MEC, 2018, p. 9).

Relativamente às competências específicas da Matemática para o Ensino Fundamental, destacamos a sétima, que visa o desenvolvimento de projetos que abordem questões de urgência social, e a oitava, que incentiva a interação "com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas [...], respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles." (MEC, 2018, p. 267).

No Ensino Médio, os estudantes devem construir e viabilizar seus projetos de vida e, nesse contexto, o papel da escola é "auxiliar os estudantes a aprender a se reconhecer como sujeitos, considerando suas potencialidades e a relevância dos modos de participação e intervenção social na concretização de seu projeto de vida." (MEC, 2018, p. 473). Nessa perspectiva, para que o ensino de Estatística possa contribuir no alcance dessas competências,

seu ensino deve almejar o desenvolvimento do Letramento Estatístico que, segundo Gal (2002), é formado por dois componentes que se inter-relacionam:

(a) a capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, argumentos relacionados a dados ou fenômenos estocásticos, que eles podem encontrar em diversos contextos, e quando relevante (b) a capacidade delas discutirem ou comunicarem as suas reações a essas informações estatísticas, tais como a sua compreensão do significado da informação, suas opiniões sobre as implicações desta informação, ou as suas preocupações quanto à aceitabilidade de determinadas conclusões (Gal, 2002, pp. 2-3).

Ensinar Estatística na perspectiva do Letramento Estatístico implica em desenvolver a capacidade dos estudantes em compreender como os dados são gerados, bem como os conceitos e procedimentos estatísticos (conhecimento estatístico); o significado dos cálculos envolvidos nas fórmulas (conhecimento matemático); interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas geradas por esses dados (conhecimento de contexto); argumentar com base na evidência dos dados (capacidade de elaborar questões críticas), compreendendo o contexto de onde os dados foram coletados; e se posicionar, tomar decisões, agir de forma responsável e empática (relativo às crenças, atitudes e posicionamento crítico).

Contudo, para que o estudante compreenda como os dados são gerados e como eles são tratados e convertidos até se transformarem em informação, é desejável que ele participe ativamente do processo de investigação estatística, desenvolvendo o pensamento estatístico que, segundo Wild e Pfannkuch (1999), pode ser definido como um processo de pensamento complexo envolvido na solução de problemas do mundo real, utilizando as ferramentas estatísticas para otimizar tal solução. Segundo essas autoras, esse pensamento apresenta quatro dimensões: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições. A primeira dimensão se refere ao ciclo investigativo PPDAC do método estatístico, composto por cinco fases: Problema (compreensão da dinâmica do sistema e definição do problema); Planejamento (sistema de medição, instrumento de coleta de dados; desenho amostral; gerenciamento dos dados; teste-piloto e análises *a priori*); Dados (coleta

de dados; gerenciamento, limpeza e armazenamento dos dados); Análise (análise exploratória de dados; análises planejadas; análises emergentes e geração de hipóteses); e Conclusão (interpretação, conclusão, novas ideias e comunicação).

Além disso, é preciso observar a natureza e o objetivo da Estatística, cuja essência é a transformação de dados brutos (números ou categorias) em tabelas, gráficos e números (medidas resumo) que evidenciem as informações subjacentes aos dados, subsidiando a tomada de decisões em condições de incerteza. Nesse sentido, os estudantes devem ser capazes de transitar entre os diversos registros de representação, uma vez que esses registros exploram diversos aspectos da informação. Para isto, recorremos à Teoria de Registros de Representação Semiótica e à transnumeração proposta Wild e Pfannkuch (1999), que é mais específica para o processo de transformação de dados brutos em informação. Antes, apresentamos o *box-plot*.

## O diagrama da caixa ou box-plot

Uma das novidades que a BNCC trouxe no currículo de Matemática do Ensino Médio foi a inserção do gráfico/diagrama da caixa, o qual denominaremos *box-plot*, estando explícita na habilidade EM13MAT407 a relevância de "Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise".

Embora a BNCC não tenha elencado o diagrama de pontos univariado, conhecido como *dot-plot*, acreditamos que este é importante para a compreensão da conversão dos dados brutos até o *box-plot*. Além disso, fica implícita a inserção dos quartis, intervalo interquartílico e o conceito de valores atípicos ou fora do padrão (discrepantes ou *outliers*).

Segundo Walker, Dovoedo, Chakraborti e Hilton (2018), o *box-plot* é uma ferramenta de visualização de dados eficaz, útil em diversos aplicativos e disciplinas e, apesar de existir

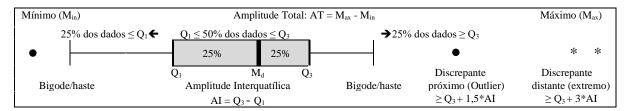
métodos gráficos mais sofisticados, o *box-plot* permanece relevante devido à sua simplicidade, interpretabilidade e utilidade, mesmo na era do *Big Data*.

O *box-plot* foi criado por Tukey (1977) no processo da Análise Exploratória de Dados (EDA), que valorizou a análise gráfica e visual dos dados antes de partir para a análise confirmatória, de cunho inferencial. O mesmo é apropriado para descrever a distribuição de variáveis quantitativas e seu poder reside na sua capacidade de síntese e de auxiliar visualmente a interferência ou não de variáveis qualitativas na variável quantitativa em estudo, subsidiando o teste de hipótese na comparação de médias entre dois grupos (teste *t-student*) ou mais de dois grupos (teste *F* ou análise de variância – *ANOVA*), conforme Triola (2005), que pode ser explorado já na Educação Básica a partir do raciocínio inferencial informal, conforme defendem Makar e Rubin (2009).

O *box-plot* é formado por cinco medidas resumo: a mediana ( $M_d$ ), o primeiro ( $Q_1$ ) e terceiro ( $Q_3$ ) quartil e os valores mínimo ( $M_{in}$ ) e máximo ( $M_{ax}$ ). Cazorla e Oliveira (2010) descrevem os componentes do *box-plot*, sintetizados na Figura 1. Esses podem ser construídos de forma vertical ou horizontal, sendo que a caixa contem 50% dos dados, abaixo ou à esquerda da caixa ficam 25% dos dados e acima ou a direita ficam 25% dos dados. Os valores atípicos (fora do padrão), discrepantes próximos (*outliers*, representados por círculos) ou discrepantes distantes (extremos, representados por asteríscos), são aqueles que se afastam das bordas da caixa 1,5 ou 3 vezes a amplitude interquatrílica ( $AI = Q_3 - Q_1$ ), respectivamente. O bigode ou haste é o menor (maior valor), que ainda não é *outlier*.

Figura 1.

Componentes do box-plot (Cazorla e Oliveira, 2010, p. 141)



Todavia, segundo Edwards, Özgün-Koca e Barr (2017), apesar de o *box-plot* ser uma representação gráfica relativamente fácil de ser construída, o seu entendimento, interpretação ou conexões com outras representações estatísticas não é algo tão simples, especialmente quando os estudantes têm o primeiro contato, haja vista que é um gráfico abstrato que se desprende dos dados.

Outro problema diz respeito às dificuldades inerentes ao cálculo da mediana, como apontam os trabalhos de Cobo e Batanero (2000) e Cobo (2003). Já quanto aos quartis, Figueiredo (2017) fez uma revisão de como a mediana e os quartis são apresentados e calculados nos manuais escolares do 7º e 8º ano e nas *Metas Curriculares* de Matemática em Portugal, verificando diversos procedimentos para calcular os quartis, como por exemplo, calcular a mediana em cada uma das metades dos dados, a técnica do resto da divisão de n (número de dados) por quatro e o método exclusivo e inclusivo, conforme Figura 2. Essa autora analisou os tipos de erros mais comuns cometidos por estudantes do 8º ano no cálculo e interpretação dessas medidas e seu impacto "diagrama de extremos e quartis" (*box-plot*).

Figura 2.

Posição dos quartis segundo o método (Figueiredo, 2017, pp. 41-42)

	(a) método do	resto 0, 1, 2 ou 3 da di	visão inteira de n por 4	Į.				
	Resto 0	Resto 1	Resto 2	Resto 3				
$Q_1$	$K = \frac{n+2}{4}$	$K = \frac{n+3}{4}$	$K = \frac{n+2}{4}$	$K = \frac{n+1}{4}$				
Q <sub>3</sub>	$K = \frac{3n+2}{4}$	$K = \frac{3n+1}{4}$	$K = \frac{3n+2}{4}$	$K = \frac{3n+3}{4}$				
(b) método inclusivo ou exclusivo								
	n p	ar	n ímpar					
	$Q_1$	Ç.						
Método inclusivo	$K = \frac{n+2}{4}$	3n+2	$K = \frac{n+3}{4}$	$K = \frac{3n+1}{4}$				
Método exclusivo	$K = \frac{1}{4}$	$K = \frac{3n+2}{4}$	$K = \frac{n+1}{4}$	$K = \frac{3n+3}{4}$				

Por esse motivo, trabalhar simultaneamente o *dot-plot* e o *box-plot* pode ser uma estratégia viável, como mostram os trabalhos de Silva, Magina e Silva (2010), que

apresentam, passo a passo, a construção do *dot-plot* e do *box-plot* no ambiente papel e lápis, denominando-o de *dot-box-plot*; e Silva, Kataoka e Cazorla (2011), que apresentam o *dot-box-plot* em um ambiente virtual. Araújo e Abar (2012) e Coutinho e Souza (2015) apresentam a construção do *dot-plot* e *box-plot* com o Geogebra e com o *software* R.

Moreno (2014), em sua dissertação de mestrado, desenvolveu uma sequência de ensino em que os estudantes construíram primeiro o *dot-plot* e sobre ele o *box-plot*, isto é, o *dot-box-plot*, evidenciando a dificuldade que os estudantes encontraram no cálculo da mediana e quartis, em especial quando havia valores repetidos em torno de tais medidas. Porém, essa construção promoveu a compreensão e leitura do *box-plot*, o que permitiu aos estudantes apontar a variabilidade por meio do intervalo interquartílico, sendo que as atividades de comparação entre variáveis diferentes em um mesmo grupo ou de uma mesma variável entre grupos diferentes favoreceram o reconhecimento da natureza da variabilidade e, o mais relevante, o envolvimento dos estudantes no contexto de coleta dos dados para as atividades, na construção e na interpretação dos gráficos, contribuiu para o desenvolvimento do letramento estatístico dos mesmos.

Isto posto, neste trabalho apresentamos a transformação dos dados brutos até a construção do *dot-box-plot* como uma alternativa pedagógica para introduzir o ensino do *box-plot*, segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da transnumeração apresentadas a seguir.

## Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Transnumeração

No cotidiano, grande parte das informações envolve conceitos estatísticos. Em algumas situações essas informações são apresentadas explicitamente, mas em outras não. Sendo assim, vemos que a leitura, a compreensão e a interpretação de dados, tabelas, textos e gráficos são necessárias para colocar o estudante como cidadão leitor do mundo que lhe

rodeia. Para isso, o estudante deve conhecer os possíveis tratamentos e conversões dos dados até se transformarem em informação.

Nesse contexto, trazemos à baila os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Duval em 1995. Nessa teoria, o autor parte do princípio de que um objeto só é perceptível por meio de suas representações. Ainda, explica que objetos matemáticos não são perceptíveis de imediato, diferentemente do que ocorre com objetos "reais". Neste sentido, faz-se necessário significar as representações semióticas de um objeto. Segundo Duval (2012):

São produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (...) As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento. (Duval, 2012, p. 269).

Nesse sentido, para compreensão em Matemática, não é suficiente que os estudantes tenham ciência de diferentes representações, mas sim a mobilização de diferentes formas de representações semióticas relativas a um mesmo conceito/objeto do saber. Em regra, é a transformação das representações semióticas que proporcionam a efetiva aprendizagem. Segundo Duval (2009), existem dois tipos de transformações de representações: tratamento e conversão. Os tratamentos são transformações de representações que ficam dentro do mesmo sistema ou registro de representação, sendo, portanto, uma transformação interna ao registro. Por exemplo, as operações realizadas durante a resolução de uma equação; já as conversões são as transformações de representações entre sistema ou registro diferentes, mas contemplando o mesmo objeto. Por exemplo, a passagem do registro algébrico para o gráfico.

Duval (2009) propõe que a efetiva aprendizagem das propriedades de um objeto ocorre justamente na passagem de um registro para outro, pois as diferentes representações apresentam conteúdos e atributos diferentes sobre um mesmo objeto. Com isso, entendemos que para o estudante compreender o conteúdo ou objeto matemático não é suficiente, apenas,

saber a possibilidade de obter diferentes registros de representações, mas saber transitar por estes. Segundo Duval (2003, p. 14), "[...] a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação."

Essas representações, formuladas em registros distintos, remetem ao termo coordenação, definida por Henriques e Almouloud (2016, p. 468) como "a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos", sendo que os registros predominantes na Matemática são a língua materna, o registro numérico, algébrico e gráfico.

Portanto, a utilização de procedimentos didáticos como aulas, tarefas e sequências de ensino, por exemplo, que proporcionem e solicitem a mobilização de representações de objetos do saber em diferentes registros, corresponde a uma alternativa para amenizar os insucessos no aprendizado do conteúdo matemático.

Entretanto, é importante salientar que o percurso recorrido pelos dados até se transformar em informação tem peculiaridades próprias da natureza da Estatística, que trabalha com dados, em geral, de amostras, com várias variáveis que interagem de forma imbricada, que implica não apenas em tratar e converter as representações dos objetos (dados) em diferentes registros, mas escolher aqueles que melhor descrevem o fenômeno em estudo e que extraem as informações mais relevantes, o que Wild e Pfannkuch (1999) denominaram de transnumeração e que Tukey (1977) denominou de Análise Exploratória de Dados.

Para Chick (2003), a transnumeração é a arte de representar os dados, sendo que Chick (2004) apresenta as habilidades necessárias para a representação de dados, bem como propõe "técnicas transnumerativas" que facilitam a representação de dados, observando as diversas etapas pelas quais os dados percorrem, como ordenar, organizar em tabelas ou gráficos,

calcular as medidas resumo etc., de modo que estas são etapas importantes na transformação dos dados brutos em informação.

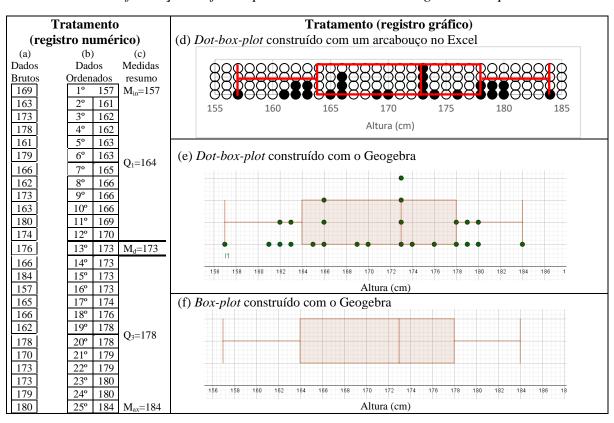
Nesse contexto, Coutinho, Silva e Almouloud (2011) articulam a TRRS com a transnumeração em uma pesquisa envolvendo professores de Matemática e o uso do Geogebra, construindo um tutorial para a construção de gráficos estatísticos.

A transnumeração tem sido utilizada em pesquisas envolvendo recursos tecnológicos, como a de Lee et al. (2014) que utilizaram o TinkerPlots e Fathom; Henriques e Oliveira (2019), o TinkerPlots, e o de Araújo e Abar (2020), que anunciam que utilizarão o Geogebra.

Por essa razão, neste trabalho foi utilizado tanto a TRRS quanto a transnumeração. Na Figura 3 apresentamos os tratamentos e conversões dos dados brutos até chegar ao *box-plot*.

Figura 3.

Transformações sofridas pelos dados brutos até chegar no box-plot



O processo se inicia com os dados brutos. Neste exemplo, utilizamos os dados da altura em centímetros de 25 estudantes (Silva, Magina & Silva, 2010, p. 84) (Figura 3a), que devem

ser ordenados (Figura 3b) para facilitar e encontrar as cinco medidas resumo (Figura 3c). Nestas três etapas realizamos apenas tratamentos dos dados em registro numérico. Nas Figuras 3d, 3e e 3f apresentamos a conversão da representação dos objetos do registro numérico para o registro gráfico, porém, entre os três gráficos realizamos apenas tratamentos. Observamos que o *box-plot* se desprende dos dados e, por essa razão, alertamos sobre o problema de seu ensino sem apresentar primeiro o *dot-plot*.

Nesse sentido, este trabalho é inédito pela contribuição pedagógica para auxiliar o professor no ensino do *box-plot*. A seguir, detalhamos o percurso recorrido na pesquisa.

# Percurso metodológico

O presente trabalho caracteriza-se como um estudo de campo do tipo qualitativo, realizado em uma escola estadual do Baixo Sul da Bahia, na qual foi desenvolvida a Sequência de Ensino "Rendimento da turma em Matemática *versus* frequência e hábitos de estudos". Os dados foram coletados em duas turmas (com 14 e 17 estudantes cada) do 1º ano do Ensino Médio no mês de outubro de 2019, totalizando 31 estudantes, a fim de se obter um número razoável de dados para a construção do *box-plot* pelas variáveis qualitativas. Já a análise de dados foi realizada com apenas com a turma de 17 estudantes, devido à limitação de tempo da investigação.

Esta pesquisa foi realizada no âmbito do projeto "Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática, D-Estat" (Santana & Cazorla, 2018), registrada na Plataforma Brasil sob o protocolo 85950217.6.1001.5526.

A sequência foi desenvolvida de forma coletiva e em grupos, percorrendo as cinco fases do PPDAC, sendo que as fases da formulação do Problema e a do Planejamento foram realizadas pelas autoras que escolheram o tema e construíram, *a priori*, o instrumento de coleta de dados (Figura 4).

# Figura 4. Instrumento de coleta de dados

Percepção sobre a influência dos hábitos e frequência de estudos no rendimento na disciplina de Matemática								
<b>Q1.</b> Para você, os hábitos de estudo (maneira como estuda) influenciam nos resultados da disciplina de Matemática? ( ) 0 - Não ( ) 1 - Sim								
Q2. Para você, a frequência (quantidade de horas) de estudo influencia nos resultados da disciplina de Matemática? ( ) 0 - Não ( ) 1 - Sim								
Relação com a disciplina e rendimento em Matemática								
Q3. Qual a sua relação com a Matemática? ( ) 0 - Não gosto ( ) 1 - Gosto ( ) 2 - Gosto muito								
Q4. Você entende os conteúdos de Matemática? ( ) 0 - Nunca ( ) 1 - Às vezes ( ) 2 - Sempre								
Médias em Matemática: M1: Na Iª unidade	<b>M2</b> : Na II <sup>a</sup> unidade N	M3: Média das unidades I e II						
Frequência e hábitos de estudos em Matemática Como você estuda a disciplina de Matemática?								
	sa os conteúdos de Matemática							
( ) 0 - Nunca	( ) 1 - Às vezes	( ) 2 - Sempre						
	e Matemática propostas pelo pr							
( ) 0 - Nunca	( ) 1 - Às vezes	( ) 2 - Sempre						
	ximo as aulas de Matemática.							
( ) 0 - Nunca	( ) 1 - Às vezes	( ) 2 - Sempre						
	ontamentos, resumos ou esque	emas para melhor compreender os conteúdos						
de Matemática.	( )1 }	( ) 2						
( ) U - Nunca	( ) 1 - As vezes	( ) 2 - Sempre						
( ) 0 - Nunca ( ) 1 - Às vezes ( ) 2 - Sempre <b>H5.</b> Faço uso da internet: <i>sites</i> , vídeo aulas para ajudar na compreensão do conteúdo de Matemática.								
( ) 0 - Nunca ( ) 1 - Às vezes ( ) 2 - Sempre								
<b>H6.</b> Algum colega, amigo ou familiar me ajuda com as tarefas de Matemática.  ( ) 0 - Nunca								
	Matemática (banca, aulas part							
	( ) 1 - Às vezes							
( ) o manea	( ) 1 115 VCZC3	( ) 2 bellipte						

A sequência foi implementada em três momentos. No primeiro momento, foi trabalhada a fase da problematização (P) em uma hora aula (50 minutos), a qual se deu através de discussões com a turma sobre o rendimento nas disciplinas, seus hábitos e frequência de estudo na disciplina de Matemática, com a exposição da distribuição das notas das duas turmas, relativa as duas unidades (Figura 5), obtidas a partir do Sistema de Gestão Escolar (SGE, 2019). Observa-se que a nota mínima de aprovação é cinco.

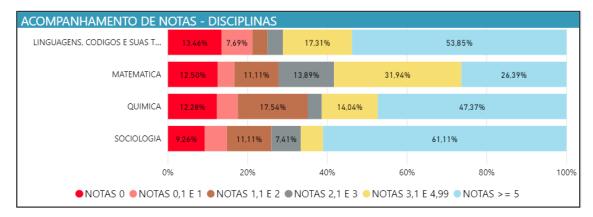
Com esses dados foram levantadas questões como: Vocês acham Matemática difícil? Quem na sala consegue média suficiente para aprovação em Matemática? A que se devem esses resultados? A intenção era direcionar as respostas de acordo com o objetivo da pesquisa, sendo questionado como esses alunos estudavam, quais recursos utilizavam (hábitos) e com

que frequência. As respostas foram variadas (conforme dados apresentados mais adiante).

Partindo dessas discussões, formulamos a seguinte questão de pesquisa: "O hábito e frequência de estudo influenciam no rendimento em Matemática?".

Figura 5.

Distribuição das médias das notas de duas unidades dos estudantes do 1º ano (SGE, 2019)



No segundo momento, com duração de duas horas aula, ocorreu o Planejamento (P), em que foram discutidos com os estudantes os conceitos relativos à população/amostra, como medir as variáveis hábitos e frequência de estudos, o rendimento (nota) e como esses dados poderiam ser analisados. Ainda, houve a fase Dados (D), quando foi solicitado aos estudantes que preenchessem o instrumento, cujas respostas foram organizadas em uma planilha, que foi projetada com o *Datashow* e permaneceu exposta durante a atividade.

O terceiro momento teve duração de quatro aulas dedicadas à Análise (A) e à Conclusão (C). Para a análise, os estudantes foram distribuídos em sete grupos com até quatro estudantes, conforme Figura 6. Desse modo, todos os grupos trabalharam a mesma variável quantitativa dependente "Rendimento em Matemática (M<sub>3</sub>)", mas cada grupo o fez em função de uma variável qualitativa independente, no contexto bivariado. Nesse sentido, todos os estudantes trabalharam os mesmos conceitos e procedimentos, mas cada grupo lidou com as peculiaridades próprias das variáveis independentes. Por opção metodológica entregamos um roteiro de atividades "personalizado" em três folhas, uma para cada categoria da variável

independente, com os dados da nota média (M<sub>3</sub>, variável dependente), junto com o arcabouço do diagrama de pontos (*dot-plot*) (Figura 7), a fim de que os estudantes pintassem as circunferências, considerando o valor da nota média (M<sub>3</sub>) correspondente e, em cima desse, desenhassem o *box-plot*, além do registro das estatísticas envolvidas nessa construção.

Figura 6.
Configuração dos grupos que trataram os dados

 $G_1$ : Relação com a Matemática  $(Q_3)$ :  $M_3xQ_3$   $G_2$ : Entende os conteúdos de Matemática  $(Q_4)$ :  $M_3xQ_4$ 

G<sub>3</sub>: Estudo em casa os conteúdos de Matemática (H<sub>1</sub>): M<sub>3</sub>xH<sub>1</sub>

G<sub>4</sub>: Colega, amigo ou familiar ajuda com as tarefas de Matemática (H<sub>2</sub>): M<sub>3</sub>xH<sub>2</sub>

G<sub>5</sub>: Aproveito ao máximo as aulas de Matemática (H<sub>3</sub>): M<sub>3</sub>xH<sub>3</sub>

G<sub>6</sub>: Estudo, faço apontamentos, resumos ou esquemas (H<sub>4</sub>): M<sub>3</sub>xH<sub>4</sub>

 $G_7$ : Uso da internet: *sites*, vídeo aulas... para ajudar na compreensão do conteúdo de Matemática ( $H_5$ ):  $M_3xH_5$ 

Figura 7.

Exemplo de uma folha do roteiro de atividades do Grupo M3*x*Q3

03: R	elação com	a Maten	nática (F	olha 1)									
	as dos estu				O GOST	O DE	MATE	MÁTI	CA s	e enco	ntram	a segui	r:
1ª	2ª	3ª	4 <sup>a</sup>	5ª	6ª	7ª						Ü	
3,0	3,0	4,0	4,5	5,0	5,0	5,5							
		_		_					_	_			
inte n	o <b>diagram</b>	a de pont	os os círc	ulos com	as notas	dos alu	nos que	respor	iderai	n <b>não</b>	gostar	r de Ma	itemát
Q	QQQ	QQQ	QQQ	QQ	QQ	QQ	QQ	Q Q	Q (	Q			
$\aleph$	888	888	388	88	88	22	88	R	38	$\aleph$			
$\aleph$	888	888	388	88	88	88	88	8	38	>			
-		7 7	T 1 - T						- 9	Ц.			
0,0	1,0	2,0 3	8,0 4,0	) 5,0 édia das d	6,0	7,0	8,0	9,	0	10,0			
Oı													
Qı	uantos alun	os respon	deram "N	ão gosto'	"?			_					
	uanto soma												
Qı	ual é a nota	Média? _											
	ual é a posi												
	ual é o valo												
	ual é o valo								_				
Qı	ual é o valo	r do Terc	eiro Quar	til?					_				
. De	esenhe o di	agrama da	a caixa (b	oxplot) ei	n cima d	o diagr	ama de p	ontos					

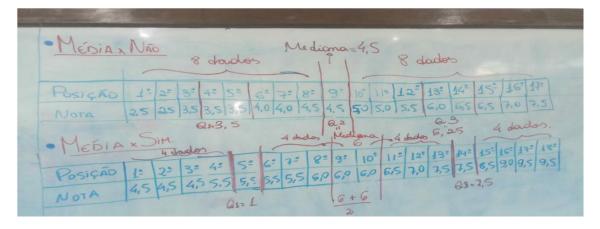
Outra escolha metodológica foi o arredondamento da nota média (M<sub>3</sub>) para valores inteiros ou terminados em 0,5, isto porque a média tomava qualquer valor com duas casas decimais, o que poderia se tornar um obstáculo didático.

A quinta fase, Conclusão (C), foi realizada de forma coletiva, quando todos os grupos socializaram seus achados.

A sequência de ensino foi iniciada pelas pesquisadoras com a apresentação formal dos conceitos básicos como população, amostra, variáveis quantitativas e qualitativas, frequência, mínimo, máximo, média, moda, mediana, quartis, amplitude total e interquartílica, mobilizando o registro numérico no tratamento da variável M3 (Rendimento em Matemática), segundo a resposta da Q2: "Para você a frequência (quantidade de horas) de estudo influencia nos resultados da disciplina de Matemática? (Não e Sim)", havendo participação integral da turma, utilizando o quadro branco, conforme Figura 8. Neste caso, foram utilizados dados fictícios. O registro dos dados organizados em ordem crescente, acompanhados da posição, possibilitou explicar os conceitos de mediana e dos quartis, uma vez que os estudantes acompanharam visualmente a divisão de um conjunto de dados em duas e em quatro partes iguais, respectivamente.

Figura 8.

Tratamento no registro numérico da variável M3 x Q2, realizado pelas autoras



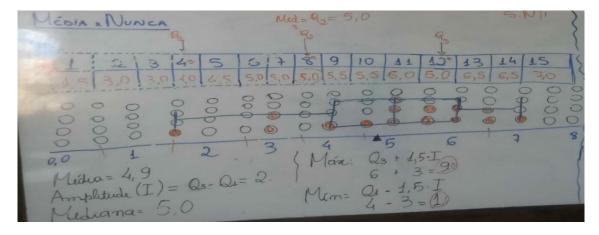
Destacamos o processo de cálculo da média, que possibilitou aos estudantes o real entendimento em relação ao n (número de dados), haja vista que eles acreditavam que n sempre era igual a dois (n = 2). Os estudantes calcularam a média de grupos de diferentes tamanhos, sendo possível a desconstrução desse conceito equivocado sobre média.

Em seguida foi construído o *dot-plot* e, em cima dele, o *box-plot*. Em conjunto com os estudantes, foram trabalhados os conceitos de máximo, mínimo, amplitude total, amplitude interquartílica, bigodes e *outliers*, convertendo a representação dos objetos (correspondentes

aos dados) do registro numérico para o registro gráfico, em que a visualização contribuiu também para a conversão para o registro algébrico. (Figura 9).

Figura 9.

Exemplo da conversão de dados do registro numérico para o gráfico e algébrico realizado pelas autoras



A partir daí, foi entregue o roteiro de atividades para os estudantes realizarem em seus grupos, que relatamos a seguir.

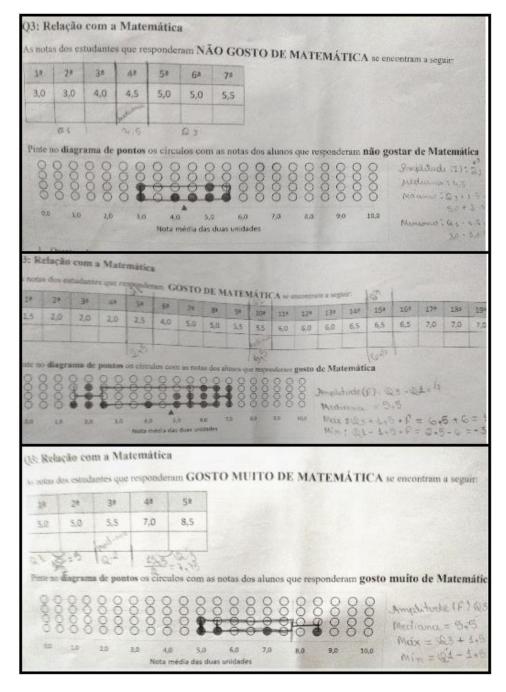
# Da mobilização de registros ao letramento estatístico dos estudantes

Após a apresentação formal dos conceitos pelas pesquisadoras, os estudantes analisaram seus dados em grupos, auxiliados pelas pesquisadoras, quando requerido.

A título de ilustração, apresentamos a análise realizada pelo grupo que trabalhou "Rendimento em Matemática vs Relação com a Matemática" (M3xQ3), que relatou que os sete estudantes que responderam "não gosto" obtiveram uma média de 4,3 pontos, com nota máxima 5,5, sendo que a maioria (4 de 7) não conseguiu aprovação; ainda, verificou um melhor rendimento dos estudantes que responderam "gosto", embora também muito heterogêneo, com uma média de 4,9 pontos, nota máxima de 7,0 pontos e aprovação da maioria (13 de 19), já os estudantes que responderam "gosto muito de Matemática" obtiveram uma média de 6,2 pontos, com nota máxima de 8,5 pontos e com aprovação de todos, conforme Figura 10.

Figura 10.

Registros dos estudantes da análise das variáveis M3xQ3



Em síntese, os estudantes concluíram que gostar de Matemática influencia diretamente no rendimento em Matemática. A análise dos outros grupos foi bastante similar. Todos examinaram as notas de cada categoria a partir da amplitude total e interquartílica da média e do número absoluto e relativo dos estudantes que conseguiram aprovação, estabelecendo a relação do desempenho médio entre os grupos, concluindo que havia alguma relação entre o

rendimento e as variáveis estudadas e que entender os conteúdos, prestar atenção nas aulas, participando ativamente, estudar fazendo apontamentos, resumos ou esquemas ou usando a internet contribui positivamente para um melhor rendimento na disciplina.

Os estudantes não apresentaram dificuldades para encontrar a mediana e os quartis. Nesse sentido, acreditamos que ter apresentado a lista dos dados ordenados e o arcabouço do *dot-plot* juntos permitiu aos estudantes a localização dessas medidas, dificuldade encontrada pelos estudantes na investigação de Moreno (2014), que trabalhou apenas com o *dot-box-plot*. Nesse caso, para localizar as medidas, os estudantes tinham que contar as posições e se os dados se repetiam (onde residiu a dificuldade) esses estavam empilhados. Aqui podemos ver a importância do registro numérico e do registro gráfico na emergência da mediana e dos quartis, que foram encontrados com a técnica de encontrar a mediana em cada metade, observando a quantidade de dados que variava, segundo a categoria da variável independente.

Além disso, como o arcabouço do *dot-plot* foi padronizado e igual para todos os grupos, o exame visual dos pontos do *dot-box-plot* permitiu a análise da distribuição dos dados e a tendência da média entre as categorias, possibilitando relacionar as variáveis, verificando tendências. Essa exploração visual defendida por Tukey (1977) permite analisar diversos aspectos dos dados, possibilitando a emergência das informações subjacentes a eles, isto é, qual é o melhor registro ou como esses registros se complementam nesse processo.

Quando todos os grupos terminaram a atividade foi realizada a socialização dos resultados de forma coletiva, sendo que cada grupo escolheu um representante, que leu as conclusões que chegaram. Dessa forma, os estudantes verificaram quão benéfico é ter bons hábitos de estudos para um bom rendimento escolar. É neste particular que a transnumeração se torna importante, pois não basta o tratamento e as conversões quando se trata de analisar e compreender como os fatores socioemocionais afetam o rendimento em Matemática.

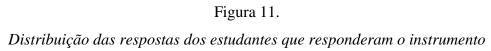
Nesse sentido, o delineamento desta sequência de ensino atingiu seus objetivos, pois verificamos que todos os grupos perceberam que as variáveis qualitativas, de alguma forma, interferem no desempenho, em alguns casos de forma muito evidente e em outros nem tanto. Além disso, os estudantes perceberam a relação direta entre a maior média e a maior intensidade do sentimento/percepção/frequência/hábito; conseguiram perceber a variabilidade dentro das categorias, ressaltada pela amplitude da caixa; e associaram a quantidade absoluta e relativa de estudantes que conseguiram aprovação. Dessa forma, verificamos a emergência do raciocínio inferencial informal, conforme preconizam Makar e Rubin (2009), bem como os diversos aspectos do letramento estatístico postulado por Gal (2002).

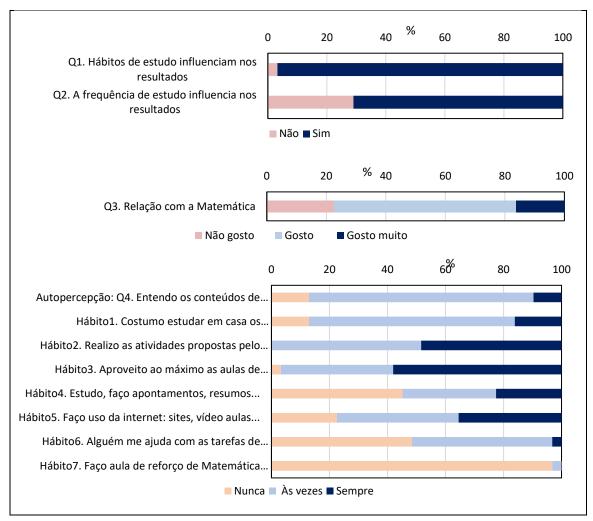
Foi solicitado aos estudantes que realizassem uma breve avaliação da atividade. A maioria afirmou que gostou e verificou como a Estatística pode ser útil no conhecimento da problemática da reprovação e evasão escolar, concluindo, assim, a fase da intervenção.

# Para além do ensino do boxplot, o potencial da Estatística na gestão escolar

Enquanto professoras e pesquisadoras, além de pensar em estratégias de ensino para trabalhar o *boxplot* em sala de aula, ficamos surpreendidas com o potencial da Estatística na compreensão de quem são nossos estudantes, como eles se relacionam com a Matemática, quais são seus hábitos e como isso pode subsidiar a gestão escolar.

Por essa razão, a seguir, tecemos reflexões sobre as respostas dos estudantes. Observamos que a maioria assinalou que os hábitos (30 de 31) e a frequência (22 de 31) dos estudos influenciam o rendimento em Matemática; poucos gostam muito (5 de 31); a maioria entende a matéria "às vezes" (24 de 31) e não faz aulas particulares (30 de 31), sendo que a maior parte (15 de 31) não tem alguém em casa para auxiliar nos estudos, próprio de famílias da classe mais desfavorecida, que frequenta a escola pública. O que parece ser bastante alentador é que a maior parte dos estudantes (15 de 31) realiza as atividades propostas pelos professores e aproveita ao máximo (18 de 31) as aulas de Matemática, conforme Figura 11.





Além disso, a título de ilustração, apresentamos os *box-plots* do rendimento por quatro variáveis qualitativas, construídos no *software* SPSS (Figura 12), no qual podemos visualizar o rendimento entre grupos e a relação que se estabelece entre essas variáveis, permitindo uma apreensão panorâmica do fenômeno em estudo. Na Figura 13 apresentamos o *box-plot* construído no Geogebra. Infelizmente, nem todas as escolas dispõem de laboratórios de informática, como foi o caso da escola em que se desenvolveu esta sequência de ensino.

Figura 12.

Distribuição das notas médias dos estudantes, segundo a variável independente

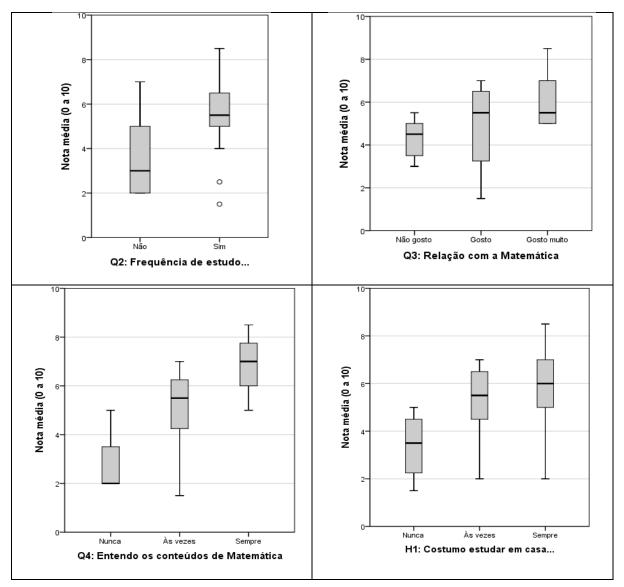
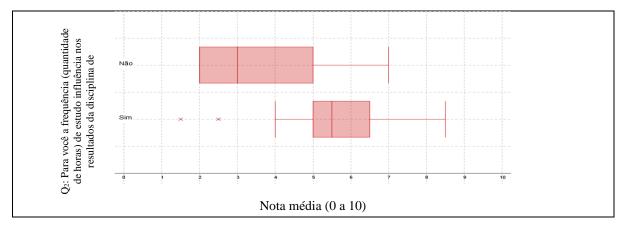


Figura 13.

Box-plot das notas, segundo Q2, construído com o Geogebra



## **Considerações Finais**

As conjecturas formuladas em torno da problemática, assim como as hipóteses apresentadas pelos estudantes, foram confrontadas com os resultados das análises estatísticas feitas pelos próprios estudantes, confirmando-se a maioria das relações. Os estudantes perceberam a importância de se ter bons hábitos de estudo.

Podemos perceber que partir de um tema que importa e faz parte da realidade dos estudantes funcionou como principal elemento para motivá-los à participação ativa na construção dos conhecimentos estatísticos, atestando-se a importância da contextualização no processo de ensino e aprendizagem. Esse resultado condiz com os encontrados por Moreno (2014), em que os estudantes trabalharam as variáveis antropométricas por gênero.

Verificamos que a estratégia de levar pronto o roteiro de atividades, com os dados ordenados e o arcabouço do *dotplot* para cada categoria, possibilitou o tratamento e as conversões de dados. Se fosse solicitado que os estudantes construíssem o *dot-plot* à mão, acreditamos que gastariam muito tempo, tornando a atividade enfadonha, tirando do foco da riqueza da análise. Outra escolha acertada foi o trabalho em grupos, pois foi observado que todos se envolveram e dividiram tarefas: enquanto uns calculavam as medidas para uma categoria, outros o faziam para outra. Ainda, foi possível observar que foram 31 dados em três categorias, o que implica que cada grupo calculou três médias, três medianas etc. Além disso, a quantidade de dados envolvidos na análise, foram 217 dados (7 x 31).

A socialização coletiva também foi positiva, pois os estudantes foram observando a tendência de que ter bons hábitos e frequência nos estudos leva a um melhor rendimento. Verificamos que os estudantes utilizaram o raciocínio inferencial informal, isto é, foram constatando tendências, "diferenças" entre grupos, que é a base do teste de hipótese na comparação de médias. Desse modo, concordamos com Makar e Rubin (2009) quando

afirmam que é possível trabalhar a inferência estatística informal na Educação Básica. Por essa razão, acreditamos que o ensino do *box-plot* deve ter esse propósito.

Por fim, a mobilização de representações em diferentes registros e o tratamento de várias variáveis correlatas fomentou a apreensão do todo o problema, interpretando e refletindo a partir da análise delas promovendo o letramento estatístico.

Como limitações, verificamos que implementar uma sequência de ensino desta natureza em condições escolares reais não é simples, demandando um preparo e planejamento do professor para lidar com uma grande quantidade de dados e os desafios da tomada de decisões, uma vez muitos professores não viram esse conteúdo em sua formação inicial, como mostra Silva, Kataoka e Cazorla (2014), que trabalharam com 23 professores de Matemática do Ensino Médio, dos quais 12 responderam que o *box-plot* lhes era familiar, mas apenas três conseguiram interpretá-lo de forma adequada, sendo que todos sinalizaram que haviam ensinado a mediana, mas nenhum havia ensinado os quartis nem o *box-plot*.

Essa realidade acaba por exigir desses professores mais tempo de estudo e pesquisa para que possam ofertar ao aluno as explicações e representações capazes de facilitar sua compreensão acerca desses novos conhecimentos e envolvê-los nessa construção, como vivenciado pelas pesquisadoras.

O tema da reprovação e evasão escolar é de altíssima relevância na escola e a tomada de consciência dos estudantes de que é preciso ter bons hábitos e frequência nos estudos pode ser o primeiro passo para reverter esse flagelo da escola pública. Além disso, os estudantes perceberam que os conceitos que estão estudando podem ser úteis para suas vidas, o que pode contribuir para o engajamento nas atividades escolares.

Dessa forma, esperamos que esse trabalho contribua com a discussão sobre o tratamento de variáveis quantitativas e a construção e interpretação do *box-plot* em contextos reais, auxiliando os estudantes a aprender a se reconhecer como sujeitos, considerando suas

potencialidades e a relevância dos modos de participação e intervenção social na concretização de seu projeto de vida, como sinaliza a BNCC.

#### Referências

- Araújo, P. C. & Abar, C. A. A. (2012). *Sobre o Boxplot no GeoGebra*. 1ª Conferência Latino Americana de Geogebra, p. 13-21. https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8115/6574.
- Batanero, C. (2001). Didáctica de la Estadística. Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2013). Sentido Estadístico: componentes y desarrollo. In: Contreras, J. M.; Cañadas, G. R.; Gea, M. M.; Arteaga, P. (Eds.). *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 1., 2013, Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013. p. 55-61. http://www.jvdiesproyco.es/documentos/ACTAS/1%20Ponencia%206.pdf.
- Cazorla, I. M. & Oliveira, M. S. (2010). Para saber mais. In I. M. Cazorla e E. Santana (Orgs.). Do tratamento da Informação ao Letramento Estatístico (pp. 113-144). Itabuna: Via Litterarum.
- Cazorla, I. M., Kataoka, V. Y. & Silva, C. B. (2010). Trajetória e perspectivas da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: Lopes, C. E.; Coutinho, C. D. Q. E. S.; Almouloud, S. A. (Org.). *Estudos e reflexões em Educação Estatística*. Campinas: Mercado de Letras (p. 19-44). Série Educação Estatística em Foco.
- Chick, H. L. (2003). Transnumeration and the art of data representation. In L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, e J. Mousley (Eds.), *Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 207-214). Sydney: MERGA.
- Chick, H. L. (2004). Tools for transnumeration: Early stages in the art of data representation. Em I. Putt, R. Faragher, e M. McLean (Eds.), *Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 167-174). Sydney: MERGA.
- Cobo, B. (2003). Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria [Tese de Doutorado, Universidade de Granada]. https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf.
- Cobo, B. & Batanero, C. (2000). La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo? *UNO*, 23, 85-96.
- Coutinho, C., Silva, M. & Almouloud, S. (2011). Desenvolvimento do Pensamento Estatístico e sua Articulação com a Mobilização de Registros de Representação Semiótica. *Bolema*, 24(39), 495-514.
- Coutinho, C. & Souza, F. (2015). Análise didática do uso dos softwares R e Geogebra no desenvolvimento do letramento estatístico. IASE. <a href="http://iase-web.org/documents/papers/sat2015/IASE2015%20Satellite%2035">http://iase-web.org/documents/papers/sat2015/IASE2015%20Satellite%2035</a> COUTINHO.pdf? 1438922670.
- Damin, W; Santos-Junior, G. & Pereira, R. S. G. (2019). Constituição dos Saberes da Formação Profissional no Curso de Licenciatura em Matemática para o ensino de Estatística. *Revemat*, Florianópolis (SC), v.14, Edição Especial Educação Estatística, p. 1-21.

- Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. A. (org.). *Aprendizagem em matemática: registro de representação semiótica*. Campinas-SP: Papirus, 2003. cap. 1, p. 11-31.
- Duval, R. (2009). Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Duval, R. Tradução: Méricles Thadeu Moretti. (2012). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat*, 7(2), 266-297.
- Edwards, T. G; Özgün-Koca, A.; Barr, J. (2017). Interpretations of boxplots: helping middle school students to think outside the box. *Journal of Statistics Education*, 25(1), 21-28. https://doi.org/10.1080/10691898.2017.1288556.
- Figueiredo, T. (2017). *Mediana e quartis: um caso de estudo das dificuldades de aprendizagem de alunos do 8.º ano de escolaridade* [Dissertação de mestrado em Matemática para professores, Universidade de Aveiro]. <a href="https://ria.ua.pt/bitstream/10773/21920/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o\_Teresa\_Figue">https://ria.ua.pt/bitstream/10773/21920/1/Disserta%C3%A7%C3%A3o\_Teresa\_Figue</a> iredo.pdf.
- Gal, I. (2002). Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 1(70), 1-25.
- Henriques, A. & Almouloud, S. A. (2016). Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do *software* Maple. *Ciênc. educ.* (*Bauru*)[online], 22(2), 465-487. http://dx.doi.org/10.1590/1516-731320160020012.
- Henriques, Ana. & Oliveira, H. (2019). Transnumeração em contexto STEM: Um cenário de aprendizagem desenvolvido por futuros professores com alunos do 8.º ano. Em J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín & E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Lee, H., Kersaint, G., Harper, S., Driskell, S., Jones, D., Leatham, K., Angotti, R., Adu-Gyamfi, K. (2014). Teachers' use of transnumeration in solving statistical tasks with dynamic statistical software. *Statistics Education Research Journal*, 13(1), 25-52.
- Makar. K. & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal Statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105. <a href="https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8(1).pdf#page=85">https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ8(1).pdf#page=85</a>.
- Ministério da Educação MEC. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.
- Ministério da Educação MEC. (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC.
- Ministério da Educação MEC. (2002). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino Médio. Ministério de Educação. Brasília: MEC.
- Ministério da Educação MEC. (2018). *Base Nacional Comum Curricular BNCC. Educação é a base*. Brasília: MEC.
- Moreno, M. M. A. (2014). *Utilização do dotplot e do boxplot na aprendizagem da variabilidade estatística no Ensino Médio* [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz]. <a href="http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201270066D.pdf">http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201270066D.pdf</a>.

- Santana, E. & Cazorla, I. (2018). Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. *Projeto de pesquisa*. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, Brasil,
- Silva, J. F., Curi, E. & Schimiguel, J. (2017). Um Cenário sobre a pesquisa em Educação Estatística no Boletim de Educação Matemática Bolema, de 2006 até 2015. *Bolema*, Rio Claro (SP), 31(58), 679-698.
- Silva, C., Magina, S. & Silva, E. (2010). Homem Vitruviano. In I. Cazorla & E. Santana (Orgs.). *Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico* (pp. 80-93). Itabuna: Via Litterarum.
- Schreiber, K. & Porciúncula, M. (2019). Mapeamento das pesquisas sobre Educação Estatística na Biblioteca digital de teses e dissertações: um olhar para a formação do professor de Matemática. *Revemat*, Florianópolis-SC, v. 14. Edição Especial Educação Estatística, p. 1-17.
- Sistema de Gestão Escolar SGE (2019). http://sge.educacao.ba.gov.br/
- Silva, C., Kataoka, V. & Cazorla, I. M. (2011). Linguagem, Estratégia e Nível de Raciocínio de Variação dos Alunos do Ensino Fundamental II. *Bolema*, 24(39), 515-536.
- Silva, C., Kataoka, V. & Cazorla, I. (2014). Analysis of teacher's understanding of variation in the *dot-boxplot* context. In: 9th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 9). Flagstaff, Arizona, USA: International Statistical Institute, July, 2014. http://icots.net/9/proceedings/pdfs/ICOTS9\_3A2\_SILVA.pdf.
- Silva-Junior, A. V. (2018). Efeitos do Ciclo Investigativo PPDAC e das transformações de representações semióticas no desenvolvimento de conceitos estatísticos no Ensino Fundamental [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz].
- Sociedade Brasileira de Educação Matemática SBEM. (2020). <a href="http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-12">http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho/gt/gt-12</a>.
- Triola, M. F. (2005). *Introdução à estatística*. 9ª Ed. Rio de Janeiro: LTC.
- Tukey, J. W. (1977). Exploratory data analysis. Reading, M.A: Addison-Wesley.
- Viali, L. & Ody, M. C. (2020). A produção brasileira em Educação Estatística avaliada pela análise das teses. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, 22(1), 068-094.
- Walker, M. L.; Dovoedo, Y. H.; Chakraborti, S. & Hilton, C. (2018). An Improved Boxplot for Univariate Data. *The American Statistician*, 72(4), 348-353.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-265. http://www.stat.aucland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.

Recebido em: 04/01/2021

Aprovado em: 23/02/2021