

<https://doi.org/10.23925/983-3156.2021v23i4p021-053>

Hilos de estadística y probabilidad en Twitter®: una nueva herramienta para el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas

Statistics and probability threads on Twitter®: a new tool for the professional development of mathematics teachers

Fios Estatísticos e de Probabilidade no Twitter®: uma nova ferramenta para o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática

Ángel Alsina ¹

Universidad de Girona

<https://orcid.org/0000-0001-8506-1838>

Luis J. Rodríguez-Muñiz ²

Universidad de Oviedo

<https://orcid.org/0000-0001-8702-8361>

Resumo

O objetivo deste artigo é refletir sobre o papel do Twitter® como ferramenta de desenvolvimento profissional para professores de matemática no ensino de estatística e probabilidade na educação infantil e fundamental. Em primeiro lugar, algumas das principais questões em aberto sobre o ensino de estatística e probabilidade são abordadas nessas etapas: os objetivos do ensino, as práticas de ensino e a organização do ensino. Considerando estes três elementos, em segundo lugar, são apresentados e analisados vários tópicos sobre estatística e probabilidade da rede social Twitter®, que contêm sequências de ensino e atividades de competência matemática implementadas em sala de aula. Por fim, são descritas as possibilidades e limitações dessa plataforma para promover o desenvolvimento profissional docente.

¹ angel.alsina@udg.edu

² luisj@uniovi.es

Palavras-chave: Ensino de estatística e probabilidade, alfabetização estatística e probabilística, desenvolvimento profissional de professores, Twitter®, Primeira infância e educação básica.

Abstract

The aim of this article is to reflect on the role of Twitter® as a professional development tool for mathematics teachers to teach statistics and probability in early childhood and primary education. Firstly, it addresses some of the main open questions about the teaching of statistics and probability at these stages: the purposes of teaching, teaching practices and the organisation of teaching. Considering these three elements, secondly, several threads on statistics and probability from the social network Twitter® are presented and analysed, containing both teaching sequences and mathematical activities. Finally, the possibilities and limitations of this platform to promote the professional development of teachers are described.

Keywords: Teaching of statistics and probability, statistical and probabilistic literacy, professional development of teachers, Twitter®, Early childhood and primary education.

Resumen

Se reflexiona acerca de la función de Twitter® como herramienta de desarrollo profesional del profesorado de matemáticas para enseñar estadística y probabilidad en infantil y primaria. En primer lugar, se abordan algunas de las principales cuestiones abiertas sobre la enseñanza de la estadística y la probabilidad en estas etapas: las finalidades de la enseñanza, las prácticas de enseñanza y la organización de la enseñanza. Considerando estos tres elementos, en segundo lugar, se presentan y analizan diversos hilos sobre estadística y probabilidad de la red social Twitter®, que contienen tanto secuencias de enseñanza como actividades matemáticas competenciales implementadas en el aula. Finalmente, se describen las posibilidades y limitaciones de esta plataforma para promover el desarrollo profesional docente.

Palabras clave: Enseñanza de la estadística y la probabilidad, Alfabetización estadística y probabilística, Desarrollo profesional del profesorado, Twitter®, Educación infantil y primaria.

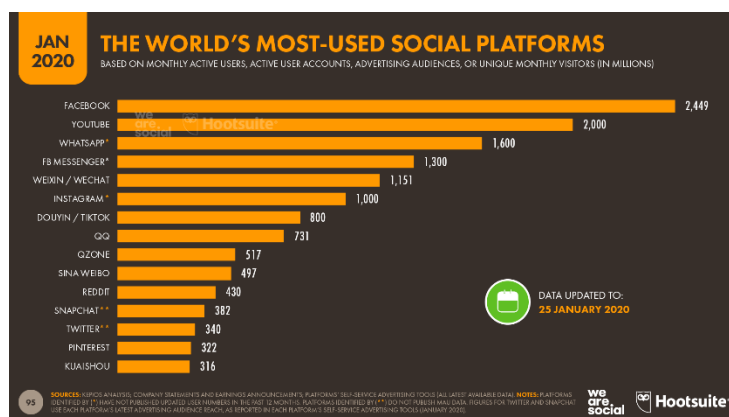
Hilos de estadística y probabilidad en Twitter®: una nueva herramienta para el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas

La sociedad actual cambia a una velocidad vertiginosa. Tanto que, a menudo, no hay tiempo para pararse, tomar consciencia de estos cambios y analizar sus repercusiones. Una de estas transformaciones substanciales es, sin duda, la forma de acceder a la información y, más en general, al conocimiento. De la era de la televisión, la radio, los periódicos o las enciclopedias, hemos pasado a la era de las redes sociales, con miles de millones de usuarios en todo el mundo, tal como se evidencia en el estudio *Digital 2020 Global Digital Overview* realizado por las empresas *We are Social* y *Hootsuite* (Figura 1).

Figura 1.

Redes sociales más usadas en el mundo. Fuente:

<https://wearesocial.com/blog/2020/01/digital-2020-3-8-billion-people-use-social-media>



Una mirada superficial al gráfico de la Figura 1 asombra, por el enorme impacto que tienen estas redes en la población, lo que requiere preguntarse qué llega a la ciudadanía, cómo y cuándo lo hace, o porqué y para qué llega. Probablemente, se podrían encontrar algunas respuestas en la telemática y, más específicamente, en las teorías de la información, como por

ejemplo la teoría general de sistemas o la teoría de la cibernética, que son teorías que se han ido desarrollando en el contexto académico para estudiar cómo hacer llegar los mensajes con mayor eficacia a un público cada vez mayor, más crítico, exigente o simplemente saturado e insensible.

Nuestro propósito es mucho más humilde y, únicamente, pretendemos reflexionar acerca del posible impacto de estas redes sociales en la educación matemática y, más concretamente, en la forma de acceder a la información y al conocimiento matemático que se comparte en dichas redes, como elementos susceptibles de promover el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. Esta preocupación se fundamenta en la propia experiencia y en recientes trabajos como López-Beltrán *et al.* (2020), que ponen de manifiesto la actual falta de sistematización y de especialización en la formación continua del profesorado en matemáticas, lo que provoca un desarrollo profesional enormemente autónomo y, en consecuencia, muy dependiente de las capacidades y recursos del profesorado y de su sentimiento de pertenencia a la comunidad.

Puesto que todavía se trataría de un propósito demasiado amplio, porque coexisten muchas plataformas y el conocimiento matemático es de naturaleza diversa, en este artículo nos vamos a centrar en la red social Twitter®, por sus características diferenciales, ya que permite enviar mensajes de texto plano de corta longitud, con un máximo de 280 caracteres, llamados tuits o tweets, que se muestran en la página principal del usuario. Estos tuits se pueden concatenar secuencialmente, dando lugar a una unidad llamada “hilo” (*thread* en inglés). Este rasgo distintivo respecto de las demás plataformas requiere, por parte del emisor del tuit, una enorme capacidad de síntesis y facilita, a los receptores, un acceso muy rápido a la información, sin necesidad de invertir un tiempo del que a veces no se dispone (Carpenter *et al.*, 2019). Además, diversos estudios han señalado Twitter® como una red social que aporta beneficios en educación (Carpenter & Morrison, 2018). Así, en Tang y Hew (2017), a partir

del análisis de 51 investigaciones, se señala que el uso de Twitter® genera una notable mejora en los niveles de interacción entre el alumnado y entre este y el profesorado, así como en la propia interacción del alumnado con el contenido. También se ha identificado que el uso de Twitter® como herramienta de creación y compartición de contenidos y de colaboración aumenta el compromiso y la motivación de los usuarios (Tur *et al.*, 2017) y contribuye al desarrollo de comunidades de práctica y aprendizaje en el desarrollo profesional del profesorado, también en matemáticas (Larsen & Liljedahl, 2017; Willet & Reimer, 2018), reforzando la construcción de la identidad profesional (Carpenter *et al.*, 2019).

Respecto a los contenidos, nos centramos en la estadística y la probabilidad, por tratarse del bloque de contenidos de incorporación más reciente en el currículo y, en consecuencia, uno de los que requiere más atención en la formación del profesorado, sobre todo en el caso de los maestros y maestras en ejercicio que han tenido una formación inicial escasa o nula en este ámbito (Alsina & Vásquez, 2016; Batanero & Godino, 2004; Batanero & Díaz, 2011; Godino *et al.*, 1987; Rodríguez-Muñiz *et al.*, en prensa, entre otros). Desde este prisma, el artículo se distribuye en tres partes: en la primera, se presentan algunas de las principales cuestiones abiertas acerca del desarrollo profesional del profesorado de las primeras etapas escolares en el ámbito de la estadística y la probabilidad; en la segunda, se presentan una selección de hilos en Twitter® sobre este ámbito; y finalmente, en la tercera, se reflexiona acerca de las posibilidades y limitaciones de esta plataforma para promover el desarrollo profesional del profesorado de Educación Infantil y Primaria en el ámbito de la estadística y la probabilidad.

El desarrollo profesional del profesorado de matemáticas: el caso de la estadística y la probabilidad

El desarrollo profesional del profesorado de matemáticas es un ámbito de investigación en educación matemática que ha generado un amplio interés en las últimas décadas. Llinares (2008), por ejemplo, a partir de un estudio para empezar a caracterizar la investigación en educación matemática realizada en España y publicada en revistas de *ISI-web of knowledge* (actual *JCR-Journal Citation Reports*) y del *European Reference Index for the Humanities* (ERIH) del *European Science Foundation* en el periodo 2000-2008, determina dos agendas de investigación: 1) Aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas y desarrollo profesional. Variables y factores que influyen; 2) Relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional del formador e investigador. Alsina (2019a), considerando estas agendas junto con diversos estudios bibliométricos sobre las investigaciones en educación matemática infantil realizadas en España (Alsina, 2013, 2016a; Gómez *et al.*, 2011; Sierra & Gascón, 2001), plantea los focos en los que se debería centrar este ámbito de investigación en las próximas décadas. En concreto, propone cinco agendas de investigación acerca del desarrollo profesional del profesorado de matemáticas: 1) Aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas; 2) Planificación y gestión de la enseñanza en diversos contextos de enseñanza y su influencia en el desarrollo de la comprensión; 3) Evaluación formativa (del profesor) y formadora (del alumno); 4) Relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional del formador e investigador; y 5) Sistema de creencias del estudiante para profesor, el profesor y el formador de profesores.

Considerando las dimensiones establecidas por Alsina (2020a) para determinar cómo estas agendas nutren a la práctica docente, y con base en la caracterización de la enseñanza de la estadística y la probabilidad de Alsina (en prensa), se proponen cinco elementos clave que deberían tenerse en cuenta para caracterizar la enseñanza de la estadística y la probabilidad

tanto en infantil como en primaria y promover el desarrollo profesional del profesorado de estas etapas (Figura 2):

Figura 2.

Elementos clave para promover el desarrollo profesional del profesorado de Educación Infantil y Primaria en estadística y la probabilidad: Fuente: elaboración propia



Estos cinco elementos se organizan en tres dimensiones con base en las finalidades de la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil y Primaria (¿para qué se enseña? y ¿por qué se enseña?), las prácticas de enseñanza de la estadística y la probabilidad (¿cómo se enseña?) y la organización de la enseñanza de la estadística y la probabilidad (¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?).

Finalidades de la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil y Primaria

Describir intenciones implica posicionarse. En este sentido, nuestro primer posicionamiento tiene que ver con la edad de incorporación de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas. Considerando los conocimientos matemáticos que los niños y niñas pueden movilizar y, de acuerdo con el propósito de este artículo, *apostamos por la*

presencia de conocimientos de estadística y probabilidad en el currículo de matemáticas desde los 3 años de edad, en la línea de los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003), a pesar de que algunos currículos de las primeras etapas escolares todavía no son suficientemente explícitos. En España, por ejemplo, la estadística se introduce en el currículo de matemáticas de Educación Primaria a partir de 1990, mientras que los conocimientos sobre probabilidad no aparecen explícitamente hasta el 2006 (Alsina, 2016b). En lo que se refiere a la Educación Infantil, Alsina (2013) realiza un análisis de la presencia de contenidos de estadística y probabilidad en la Orden ECI/3960/2007, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil, que todavía sigue vigente en la actualidad. En dicho análisis se evidencia la ausencia de contenidos de estadística y probabilidad, a pesar de que se mencionan algunos contenidos relacionados con el recuento de datos.

El segundo posicionamiento acerca de las finalidades de la enseñanza de la estadística y la probabilidad se refiere a la razón de la incorporación de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas de las primeras etapas escolares. De acuerdo con Alsina (2017, 2019a), Alsina y Vásquez (2016), Batanero y Godino (2004) y Godino *et al.* (1987), entre otros, se asume que la presencia explícita de estos contenidos en dichos currículos trata de dar respuesta a una necesidad social, puesto que la ciudadanía se ve enfrentada constantemente a una gran cantidad de datos e información recibidos a través de diversos medios, como por ejemplo la televisión, la prensa escrita, Internet, etc., frente a los cuales es necesario contar con un pensamiento crítico, que permita realizar interpretaciones y análisis para la toma de decisiones, así como para discriminar entre información relevante y no relevante, o aquella que no se ha comunicado adecuadamente. Por ello, *existe la necesidad de contar con ciudadanos y ciudadanas alfabetizados en estadística y probabilidad, capaces de comprender, evaluar y*

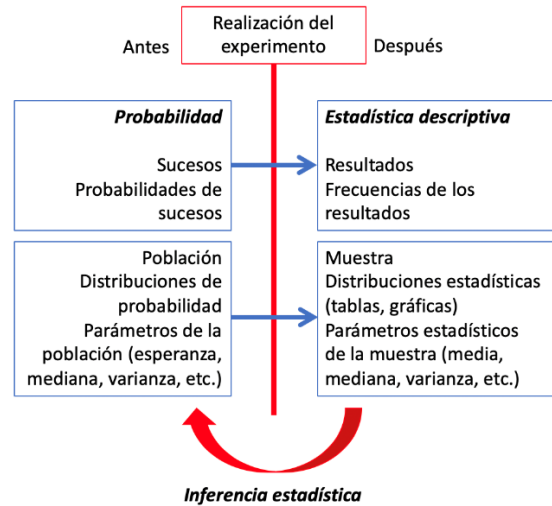
razonar estadísticamente respecto de los principales desafíos de desarrollo para la humanidad, de acuerdo con Gal (2002, 2005, 2012).

Muy sintéticamente, Gal (2002) indica que la alfabetización estadística se refiere a la capacidad de las personas para interpretar, evaluar críticamente y, cuando sea pertinente, expresar sus opiniones respecto a la información estadística, los argumentos relacionados con los datos, o fenómenos estocásticos. Este autor argumenta, además, que el comportamiento estadísticamente alfabetizado requiere la activación conjunta tanto de componentes cognitivos como de disposición. Desde esta visión, Gal (2002, 2005) caracteriza la alfabetización probabilística vinculándola a la alfabetización estadística, que concibe inicialmente como la habilidad de comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que permean la vida cotidiana, y para apreciar las contribuciones de la estadística en las decisiones públicas y privadas, profesionales y personales. Posteriormente, Gal (2012, p. 4) define la alfabetización probabilística como: “la capacidad de acceder, utilizar, interpretar y comunicar información e ideas relacionadas con la probabilidad, con el fin de participar y gestionar eficazmente las demandas de las funciones y tareas que implican incertidumbre y riesgo del mundo real”.

El tercer y último posicionamiento tiene que ver con la necesidad de vincular la estadística con la probabilidad. En este sentido, en la Figura 3 se establecen puentes con el propósito de fijar las estrechas relaciones que existen entre ambas, en lugar de presentarlas por separado y de forma desvinculada.

Figura 3.

Esquema del tipo de tratamiento matemático de los experimentos aleatorios. Fuente: Rodríguez-Muñiz et al. (2020).



De acuerdo con Rodríguez-Muñiz et al. (2020), la probabilidad nos ayuda a estimar, antes de que se produzca un experimento aleatorio, el grado de creencia (objetiva o subjetiva) que tenemos acerca de que se produzca un determinado resultado del experimento. Pero este grado, incluso aunque sea muy elevado, no predice su ocurrencia. Después de realizar el experimento, el resultado se habrá producido o no, pero una sola repetición del experimento no respalda ni refuta una probabilidad, sería necesario tener un gran número de repeticiones para poder revisar nuestra probabilidad. Por ejemplo, en un solo lanzamiento de dos dados podemos obtener un doble seis, aunque el resultado sea poco probable, y pueda considerarse subjetivamente sorprendente obtenerlo a la primera. Sin embargo, ese resultado no altera nuestra idea de probabilidad, excepto que, tras una gran cantidad de lanzamientos, estuviésemos obteniendo el doble seis muchas más veces de las esperadas, en cuyo caso podríamos sospechar que los dados estuvieran cargados.

Por otro lado, la estadística descriptiva tiene lugar después de la realización del experimento, para recopilar, organizar y analizar los datos del resultado de ese experimento cuantas veces haya sido realizado. Y, finalmente, la inferencia (formal o informal) nos permite dar un giro a la situación, utilizando los datos de lo que ha ocurrido en un experimento para emitir, y en su caso contrastar, estimaciones, conjeturas e hipótesis acerca del comportamiento

del experimento en un conjunto mayor que el estudiado (en la población) o ante una posible repetición del experimento en otra muestra. Por ello, *los problemas que planteemos en estadística y en probabilidad, deben estar encaminados no al cálculo de parámetros o valores, sino a la argumentación y a la toma de decisiones en ambientes de incertidumbre de contextos próximos al alumnado*, que le permitan manejarse con soltura respecto a qué información maneja en cada caso, antes o después de realizar un experimento aleatorio, y a cómo los resultados de experimentos anteriores y el estudio de datos muestrales pueden contribuir a inferir resultados de realizaciones experimentales futuras y de datos poblacionales.

Las prácticas de enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil y Primaria

El posicionamiento acerca de las finalidades de la enseñanza de la estadística y la probabilidad y su incorporación en el currículo de las primeras etapas determinan, en buena medida, las formas de enseñar estos contenidos.

En este sentido se asumen las recomendaciones del Proyecto GAISE (*GAISE College Report ASA Revision Committee, 2016; Franklin et al., 2007*), que ponen el foco en enseñar el pensamiento estadístico como un proceso investigativo de resolución de problemas y toma de decisiones; centrarse en la comprensión conceptual; integrar datos reales con un contexto y propósito; fomentar el aprendizaje activo; o bien usar tecnología para explorar conceptos y analizar datos. Se trata, en definitiva, de promover una alfabetización estadística a partir de contextos cotidianos y de interés social junto con una alfabetización de datos a partir de herramientas como la manipulación tecnológica para manejar bases de gran tamaño, con el propósito de que progresivamente el alumnado pueda desarrollar una mirada crítica contra datos manipulados, noticias falsas, etc. En otras palabras, se trata de desarrollar la

alfabetización estadística del alumnado para que sean ciudadanos y ciudadanas bien informados y capaces de interpretar críticamente los datos.

Se consideran también las aportaciones de Batanero y Díaz (2011) acerca de la enseñanza de la estadística y la probabilidad desde el enfoque del trabajo con proyectos, algunos de los cuales son planteados por el profesorado y otros escogidos libremente por el alumnado. Desde este enfoque, en lugar de introducir los conceptos y técnicas de forma descontextualiza, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real, se trata de presentar las diferentes fases de una investigación estadística. En definitiva, se trata de que los niños y niñas sean capaces de aplicar sus conocimientos a la resolución de una situación problema que sea significativa para ellos, para su entorno, de manera similar a como lo hacen los estadísticos, siguiendo los pasos de un ciclo de investigación estadística (Wild & Pfannkuch, 1999).

Desde una perspectiva más amplia, se asumen también los planteamientos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), que plantea la enseñanza de las matemáticas a partir de itinerarios de enseñanza, entendiendo por “itinerario” una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles (Alsina, 2019b): 1) contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático (recursos literarios y tecnológicos); y 3) contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico (recursos gráficos). El EIEM, pues, se aleja de una visión de la enseñanza de las matemáticas basada en la repetición y la práctica de ejercicios que presentan los libros de texto como principales estrategias para “aprender” matemáticas, y en su lugar,

plantea que es necesario fomentar la comprensión más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición. Con base en estos planteamientos, Alsina (2020b) plantea seis recomendaciones para su aplicación en el aula, que concreta posteriormente para la enseñanza de la estadística y la probabilidad (Alsina, 2020c, 2020d): 1) planificar y gestionar la enseñanza de la estadística y la probabilidad a través de los procesos matemáticos, es decir, promover una enseñanza que implique pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos; 2) promover prácticas de enseñanza que consideren tanto al alumnado como al profesorado, es decir, que combinen el aprendizaje por indagación con la instrucción directa, en el sentido planteado por Godino y Burgos (2020); 3) considerar contextos informales, intermedios y formales en todos los itinerarios, con un claro predominio de los contextos informales (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos), pero sin olvidar que deben proporcionarse otros contextos para avanzar hacia la formalización; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, de manera que, a lo largo de un itinerario, se considere la visualización, la manipulación, la simbolización y la abstracción, de acuerdo con las posibilidades del alumnado (Treffers, 1987); 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de las matemáticas, a partir de distintas herramientas; 6) promover la educación matemática inclusiva a través de itinerarios que consideren la diversidad del alumnado, en todas sus dimensiones (cognitiva, cultural, de género, motriz, sensorial, etc.), lo que requiere formar ciudadanos y ciudadanas que descubran por sí mismos las ideas matemáticas a través de buenas prácticas, más que transmitirles un conocimiento matemático ya construido (Alsina & Planas, 2008).

La organización de la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil y Primaria

Abordar de forma sintética el conjunto de conocimientos matemáticos que contribuyen a desarrollar la alfabetización estadística y probabilística del alumnado de Educación Infantil y Primaria es ampliamente complejo, puesto que son muchos los autores y organismos que desde hace décadas vienen realizando aportaciones que han contribuido a organizar la disciplina.

El NCTM (2003), por ejemplo, tiene el mérito de haber explicitado los conocimientos en estadística y probabilidad que deberían aprender los niños y niñas a partir de los 3 años (Figura 4).

Figura 4.

Estándares de estadística y probabilidad para las etapas de Pre-K-2 (3-8 años) y 3-5 (9-11 años). Fuente: NCTM (2003, p. 408)

Análisis de datos y Probabilidad		
ESTÁNDAR	Etapa Pre-K-2	Etapa 3-5
<i>Los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:</i>	Expectativas En la etapa Pre-K-2, todos los estudiantes deberían:	Expectativas En la etapa 3-5, todos los estudiantes deberían:
Formular preguntas que puedan abordarse con datos y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas	<ul style="list-style-type: none"> proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y a su entorno; ordenar y clasificar objetos de acuerdo con sus atributos y organizar datos relativos a aquellos; representar datos mediante objetos concretos, dibujos y gráficos; 	<ul style="list-style-type: none"> diseñar investigaciones para abordar una pregunta, y considerar cómo los métodos de recogida de datos afectan a la naturaleza de éstos; recoger datos por medio de observaciones, encuestas y experimentos; representar los datos utilizando tablas y gráficos, como diagramas de puntos, de barras o lineales; reconocer las diferencias en la representación de datos cualitativos y cuantitativos.
Seleccionar y utilizar métodos estadísticos apropiados para analizar datos	<ul style="list-style-type: none"> describir parte de los datos y el conjunto total de los mismos para determinar lo que muestran los datos; 	<ul style="list-style-type: none"> describir la forma y las características importantes de un conjunto de datos, y comparar conjuntos que tengan relación, poniendo el énfasis en cómo se distribuyen los datos; utilizar medidas de centralización, principalmente la mediana, y comprender lo que cada una indica y no indica respecto al conjunto de datos; comparar representaciones diferentes del mismo conjunto de datos, y evaluar cómo cada una muestra aspectos importantes de los datos.
Desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos	<ul style="list-style-type: none"> discutir sucesos probables e improbables relacionados con las experiencias de los alumnos. 	<ul style="list-style-type: none"> proponer y justificar conclusiones y predicciones basadas en datos, y diseñar estudios para investigarlas más a fondo.
Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad		<ul style="list-style-type: none"> describir sucesos como probables o no probables, y discutir su grado de probabilidad usando expresiones como <i>seguro</i>, <i>igualmente probable</i> e <i>improbable</i>; predecir la probabilidad de resultados de experimentos sencillos, y someter a prueba tales predicciones; comprender que la medida de la probabilidad de un suceso puede representarse por un número comprendido entre 0 y 1.

A partir de estos estándares principalmente, Alsina (2013, 2018) hace una propuesta de organización de los contenidos de estadística y probabilidad para el 2º ciclo de Educación Infantil (3-6 años). Dicha propuesta, siguiendo el ciclo de investigación estadística propuesto por Wild y Pfannkuch (1999), se centra en la recogida y la organización de datos (p. ej., a través de tablas de recuento y de frecuencias), junto con la representación a través de gráficos

concretos y su posterior interpretación. Se trata de datos cercanos a la propia experiencia, que pueden ser propuestos por el profesorado o bien por los propios alumnos y alumnas. Con relación a la probabilidad, se propone que el alumnado establezca un primer contacto con el significado intuitivo de la probabilidad y empiecen a usar de forma comprensiva lenguaje probabilístico elemental en el marco de una escala cualitativa que vaya desde “imposible” hasta “seguro”, en situaciones de incertidumbre que forman parte de su entorno.

Más adelante, considerando las aportaciones de otros autores como Batanero y Godino (2004) y Godino *et al.* (1987), entre otros, Alsina (2019b) propone una selección de conocimientos importantes para esta etapa educativa y una distribución por niveles, desde los 6-7 años hasta los 11-12 años. Se parte de la base que, al iniciar la etapa de Educación Primaria, y en consonancia con el trabajo iniciado en Educación Infantil, el alumnado debería seguir involucrándose en la realización de investigaciones sencillas sobre temas cercanos a las experiencias del alumnado, que pueden ser la base para analizar previamente el grado de posibilidad de ocurrencia a partir de la construcción progresiva de una escala cualitativa desde “imposible” hasta “seguro”, trabajando de esta forma el significado intuitivo (y también subjetivo) de la probabilidad. A partir de estas investigaciones o experimentos, tal como se muestra en la Figura 3, se puede plantear la recogida y la organización de los datos en tablas de recuento y de frecuencia, la representación de los datos (principalmente con materiales concretos o bien en gráficos de barras simples) y, finalmente, la interpretación de los datos. Estos conocimientos se deben ir ampliando a lo largo de toda la etapa de Educación Primaria, incorporando progresivamente estudios con variables tanto cualitativas como cuantitativas con muestras más grandes; otros tipos de gráficos (gráficos de barras apiladas y dobles, gráficos de línea simples y dobles, pictogramas, histogramas, gráficos de sectores, junto con gráficos que no son tan habituales en los libros de texto pero sí en contextos cotidianos, como las coropletas, los gráficos de burbujas, las nubes de palabras, etc.); medidas de tendencia central como la

media aritmética, la mediana y la moda; la idea intuitiva de dispersión; o bien otros significados de la probabilidad como el frecuencial o el clásico, tal como se plantea también en Alsina *et al.* (2020).

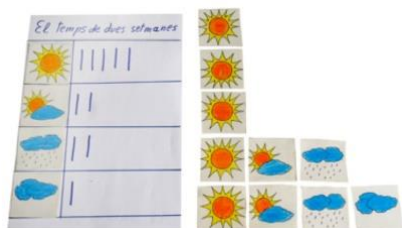
Hilos de estadística y probabilidad para Educación Infantil y Primaria en Twitter®

Se presenta una breve selección de seis hilos en español publicados entre septiembre de 2019 y diciembre de 2020 que abordan grandes temas de la didáctica de la estadística y de la probabilidad en infantil y primaria, como la importancia del recuento y el uso de manipulativos para representar datos en los primeros niveles, junto con conocimientos acerca de la probabilidad intuitiva, clásica y subjetiva. En concreto, en los hilos de las Tablas 1, 2, 3, 4 y 6 se describen secuencias de enseñanza elaboradas por el segundo autor del artículo, y en la Tabla 5 se describe una actividad competencial implementada por un maestro en activo. Como puede apreciarse a continuación, además del texto se pueden incorporar también imágenes (fotos, *gifs*, etc.) para complementar la información.

Tabla 1.

Alfabetización estadística en primaria (recuentos)
<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1301084797809418240?s=20>

1. El currículo tiene algunos contenidos ocultos, como el relativo a los recuentos. Se habla explícitamente de tablas de frecuencia en edades tempranas y en libros de texto, pero se dedica poca atención a cómo realizar el recuento



2. La organización del recuento de casos ofrece situaciones muy ricas en las que, previamente al estudio frecuencial, hay que tomar decisiones sobre cómo organizar la información. Por ello es interesante plantear preguntas que hagan notar la diferente naturaleza de los datos.

3. En los primeros cursos de Primaria es suficiente con distinguir cuantitativo y cualitativo, pero tiene mucho interés plantear situaciones con posibles valores ambiguos o de difícil clasificación o categorización.

4. Si damos libertad para que, planteada una pregunta, el alumnado organice la recogida y

5. Con signos no organizados (palitos o X) u organizados (en bloques de 5 o de 10, por ejemplo). Es importante trabajar estos

organización de los datos, observaremos diferentes formas de registro, por ejemplo:

Abuelos	
Primos	☐
Tíos	
Amigos	
Mi profe	XXXXXXXXXXXXXXXX
"La Tata"	

7. Además, como en la tabla donde se plantea "¿Con quién has hablado durante el confinamiento?", pueden surgir respuestas de difícil categorización ("la Tata") y es preciso decidir dónde las ubicamos (si las contamos conjunta o separadamente a otras categorías)

Abuelos	
Primos	☐
Tíos	
Amigos	
Mi profe	XXXXXXXXXXXXXXXX
"La Tata"	

símbolos para que el recuento sea más sencillo (como ocurre con la llamada "five bar door", formada por cuatro palitos y uno que los corta oblicuamente).

6. También la organización espacial de la tabla es importante: vertical u horizontal, orden de las modalidades observadas, etc. Todo esto nos permite mantener una discusión con el alumnado que nos ayudará a detectar problemas que no veríamos directamente con la tabla de frecuencias

8. A partir de una buena tabla de recuento, es mucho más sencillo construir la tabla de frecuencias, el salto conceptual es más ligero y, además, detectaremos posibles dificultades.

Persona	Frecuencia
Abuelos	12
Primos	6
Tíos	5
Amigos	7
Mi profe	14
"La Tata"	1

Si te ha interesado lo desgranamos con más detalle en nuestra publicación *¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria*
https://thales.cica.es/epsilon/sites/thales.cica.es/epsilon/files/epsilon104_7.pdf
 @AngelAlsinaP L. Muñiz y C. Vázquez

En este primer hilo se ofrecen orientaciones al profesorado para realizar representaciones estadísticas de tipo tabular, mediante tablas de recuento y la consiguiente transnumeración a tablas de frecuencias. Su interés está en que, habitualmente, son aspectos poco considerados en los proyectos o investigaciones estadísticas, en los que se prioriza la representación gráfica sin contemplar apenas estas representaciones previas, que son imprescindibles para recoger y organizar los datos de forma adecuada.

Tabla 2.
Representaciones estadísticas con manipulativos

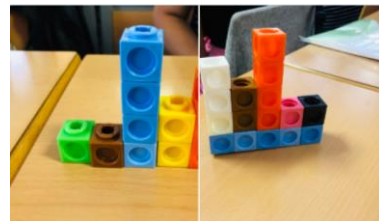
1. Comenzamos planteando una situación: 6 chicos (3 no tienen hermanos/as, 2 tienen 2 y 1 tiene 3) y 5 chicas (2 tienen un hermano/a, 2 tienen 2 y 1 tiene 4) y pidiendo que se represente.

2. Las primeras representaciones son traslaciones literales de la realidad al manipulativo con códigos de colores (con o sin base que sustente) con algunas variantes.



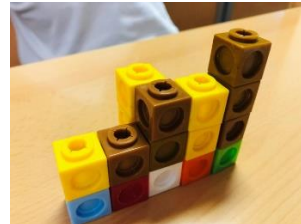
3. Intervenimos para recordar la finalidad de resumen de cualquier estudio estadístico y para identificar de manera clara variables y valores y volvemos a representar.

4. Ya aparece la idea de representación estadística con el concepto de frecuencia asociada a cada valor.



5. Aunque hay casos que insisten en la representación del par valor/frecuencia con soluciones imaginativas para el valor 0.

6. Y por fin encontramos representaciones bivariadas.



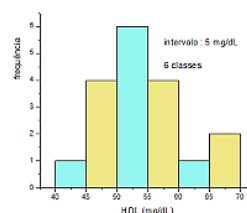
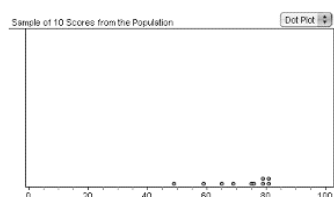
7. En lugar de trabajar directamente la definición del gráfico de barras, hemos pasado por etapas que su futuro alumnado podrá atravesar nos ha dado una visión profesional de la tarea del docente de Primaria trabajando con gráficos estadísticos.

Este segundo hilo, el autor alude a las primeras representaciones gráficas, de tipo concreto, usando manipulativos como por ejemplo los bloques multibase. Desde un punto de vista didáctico, la contribución de este hilo al desarrollo profesional del profesorado está en que ofrece pistas para diferenciar las representaciones gráficas de las tabulares propiamente. Adicionalmente, incide también en aspectos más puramente estructurales de los gráficos

concretos, como identificar de manera clara variables y valores, la frecuencia asociada a cada valor, etc.

Tabla 3.
Manipulación de histogramas
<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1314607253488578565>

- | | |
|--|--|
| <p>1. Una de las características más complejas para manejar en matemáticas es el paso de lo discreto a lo continuo. En el caso de la estadística, las variables continuas presentan algunas complejidades.</p> | <p>2. Las variables discretas tiene valores "aislados" (entre un par de valores consecutivos no cabe otro posible valor; generalmente son enteros en los ejemplos de Primaria, pero no necesariamente). Por ejemplo todas las que resultan de contar (núm. de coches, núm. de hermanos, etc.).</p> |
| <p>3. Mientras que en las continuas teóricamente no podemos "aislar" estos valores (i.e., sus posibles valores contienen al menos un intervalo real), aunque a veces consideramos como continuas variables discretas al agruparlas en intervalos para la observación.</p> | <p>4. Por ejemplo, magnitudes como tiempo o longitud son generalmente consideradas continuas, pero si observamos cantidades grandes y las agrupamos en intervalo estamos haciendo una cierta "continuación" de una variable discreta.</p> |
| <p>5. A los de las gráficas estadísticas las discretas tienen una representación habitual con el <i>dotplot</i> (diagrama de puntos) o el gráfico de barras: sobre cada valor observado se añaden tantos puntos como la frecuencia o se levanta una barra de longitud igual a la frecuencia del valor.</p> | <p>6. Pero esta representación no nos sirve para las continuas porque la semiótica del gráfico nos da a entender que la barra se apoya en un único punto, mientras que en la continua buscamos representar la frecuencia de todo un intervalo, por eso se usa el histograma...</p> |



- | | |
|--|--|
| <p>7. ...que levanta sobre cada intervalo (y no sobre un valor puntual) un rectángulo cuya área es proporcional a la frecuencia observada. Cuando todos los intervalos tienen la misma amplitud podemos considerar la frecuencia proporcional a la altura de ese rectángulo.</p> | <p>8. Si tenemos los datos originales los podemos agrupar como queramos, pero a veces no los tenemos, sino que nos los dan ya agrupados en intervalos de diferente amplitud. Entonces hay que calcular la altura del rectángulo para que el área sea proporcional a la frecuencia.</p> |
| <p>9. Este es un procedimiento cada vez menos habitual, pero genera problemas porque pasamos de representar la frecuencia con una barra o apilando ítems (Véase https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1176</p> | <p>10. Vamos al grano, nunca mejor dicho, utilizamos un objeto que ha sido descrito como idóneo para experimentar manipulativamente el paso de lo discreto a lo continuo: granos (es mejor el arroz porque</p> |

901626315063296?s=20) a utilizar un objeto bidimensional.

11. Aunque no la usan para estadística la idea está basada en el trabajo de mis amigas y colegas M. Mellone, A. Baccaglioni-Frank y F. Martignone

https://researchgate.net/profile/Anna_Baccaglioni-Frank/publication/339928047_Measuring_Rice_in_Early-Childhood_Education_Activities_A_Bridge_Across_Discrete_and_Continuous_Magnitudes/links/5ed3630592851c9c5e6c2bbd/Measuring-Rice-in-Early-Childhood-Education-Activities-A-Bridge-Across-Discrete-and-Continuous-Magnitudes.pdf

13. Hemos separado los intervalos con cello enrollado (o palillos) y ponemos sobre cada intervalo tantos granos como frecuencia observada



15. Y establecemos la discusión sobre la semiótica del gráfico: se representa un valor (el que está bajo la pila) pero queremos representar un intervalo. El intervalo 50-70 tiene la misma frecuencia que el 0-10 pero es el doble de amplio. ¿Qué hacemos? Pues aglomerar...

17. De este modo, se aprecia más intuitivamente por qué el 10 del intervalo 20-30 es mucho más alto que el 10 del intervalo 30-50: porque tenemos que repartir la misma frecuencia en el doble de amplitud. Y lo mismo con los intervalos 0-10 y 50-70. Vemos y palpamos problema y solución

aglomera mejor, pero con clase *online*, usé alubias negras para que se viera bien)

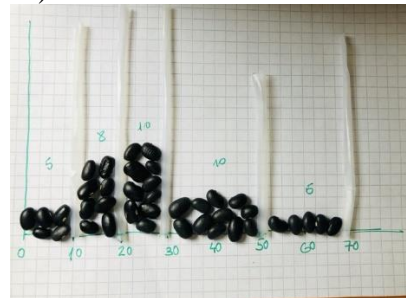
12. Partimos de una situación que representar: el número de caramelos que te comes en un año, y una muestra ya agrupada en intervalos desiguales:

Valores-Frecuencias
0-105
10-208
20-3010
30-5010
50-705

14. Una vez tenemos la "frecuencia" la ordenamos como si fuera un "grainplot" o sea apilando los granos, en una única dimensión.



16. Esta aglomeración supone el paso de lo unidimensional (la pila o barra de frecuencias) a lo bidimensional: lo que representa la frecuencia no es ya la longitud (que no nos servía para interpretar el intervalo) sino el área



18. Y así, hacemos una aproximación manipulativa al cálculo de alturas en histogramas que, si nos aproximamos solo pictóricamente, puede representar un obstáculo porque estamos manejando realmente un nivel de complejidad semiótica y conceptual mucho mayor del que parece tener.

Este tercer hilo aborda una idea estadística compleja en primaria: las variables continuas, ya que el alumnado de esta etapa tiende a menudo a otorgar un comportamiento discreto a todas las variables. Por esta razón, el hilo va presentando una secuencia concatenada de tuits en los que el autor va comunicando de forma sintética algunos conocimientos indispensables para no caer en errores didácticos, introduciendo también un tipo de representación gráfica adecuada para las variables continuas: los histogramas. Otro aspecto destacable de este tuit es que, además del texto y las imágenes de apoyo, el autor aporta una referencia para el lector que desee ampliar información sobre las magnitudes discretas y continuas.

Tabla 4.

Alfabetización probabilística en primaria

<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1306859959469199363?s=20>

1. El currículo en la mayoría de los países recoge la necesidad de familiarizarse con el lenguaje probabilístico: seguro, posible, muy probable, imposible, etc.



2. A menudo las tareas que encontramos vinculadas a esta competencia se pueden resolver mediante conteo. Por ejemplo, mostrando un cajón con calcetines de colores (viendo cuántos son y pudiendo contarlos) y preguntando si es más o menos posible sacar uno rojo o uno azul.

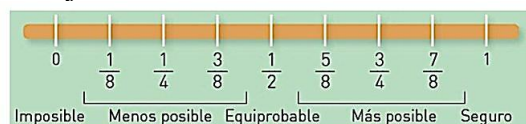


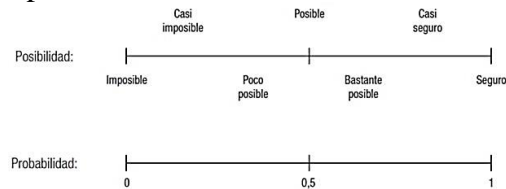
Figura 15. Cuantificación de la posibilidad de ocurrencia en una escala de 0 a 1. Fuente: Matepractic12 (Alsina, 2015, p. 12).

3. Son actividades que pueden servir como una primera aproximación, pero al igual que las clásicas de urnas y bolas, no son actividades próximas ¿quién saca al azar un calcetín al azar y luego comprueba el color?



4. En muchas de las actividades cotidianas en las que manejamos la probabilidad no tenemos la posibilidad de aplicar la fórmula de Laplace (número de casos favorables entre número de casos posibles). Esta funciona muy bien cuando es aplicable, pero en muchos casos no lo es

5. Por este motivo es importante no restringir las actividades de clasificación y ordenación de sucesos (imposible, posible, seguro) a experimentos que se resuelvan por conteo. Podemos ubicar en la escala 0-1 los sucesos sin necesidad de asignarles numéricamente una probabilidad



7. Utilizando la escala imposible-seguro para simplemente ubicar sobre ella cada una de las situaciones (entendidas como sucesos) en el lugar que le corresponda



9. Esta aproximación está apoyada en el significado subjetivo o bayesiano de la probabilidad, en la cual, la asignación numérica que se haga depende de la cantidad y la calidad de información (e incluso de las creencias) que tenga cada individuo. Si os interesa este tema: [@AnaBayes](#)

6. Contextualizando en la COVID, se pueden realizar actividades que fomenten esta idea. Por ejemplo, podemos plantear diferentes combinaciones de distancia y uso de mascarilla para plantear una discusión sobre la probabilidad de contagio en cada una de ellas



8. De este modo, no reducimos la probabilidad a las situaciones clásicas de conteo, de urnas y bolas, de cartas y dados, sino que la vamos dotando, desde los primeros años escolares, de una utilidad práctica para la vida cotidiana.

10. Y si os ha gustado la actividad en Vásquez, Muñiz-Rodríguez, & Rodríguez-Muñiz (2020) <https://thales.cica.es/epsilon/?q=node/4841> t enéis más información al respecto.

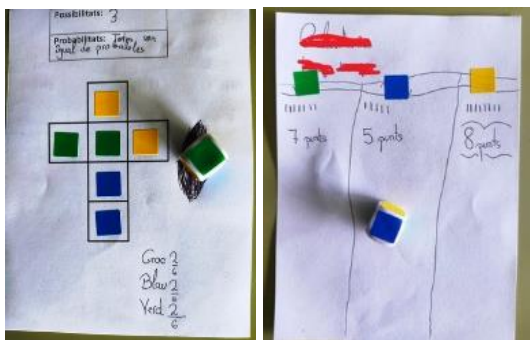
El cuarto hilo seleccionado gira alrededor del significado intuitivo de la probabilidad, que es el primer eslabón necesario que debe trabajarse en infantil y durante los primeros niveles de primaria, principalmente, para promover el desarrollo de la alfabetización probabilística. Como se puede observar en la Tabla 4, la secuencia concatenada de tuits combina texto, imágenes y *gifs* animados para introducir algunos conocimientos básicos, como la expresión de la posibilidad de ocurrencia de los hechos del entorno cercano mediante una escala cualitativa desde imposible hasta seguro, o bien la importancia de trabajar a partir de contextos reales relevantes, como la COVID-19.

Tabla 5.

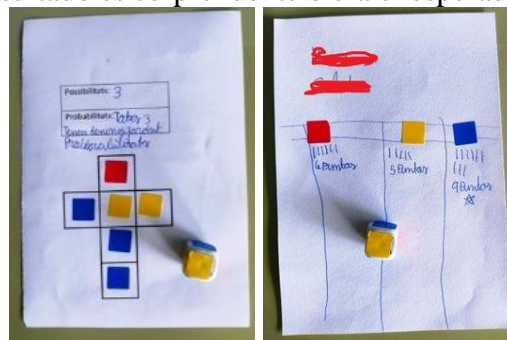
Lanzamientos con dados (publicado originalmente en catalán)

https://twitter.com/calc_rodona/status/1321162912006873089

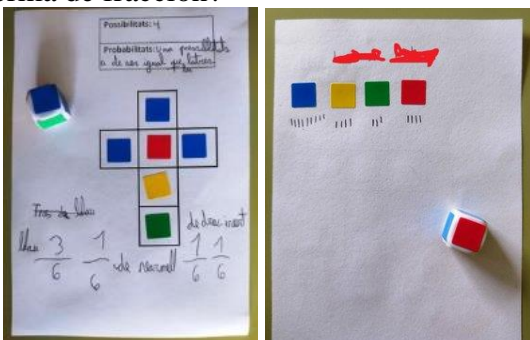
1. Coged estos gomets de colores y diseñad un dado que tenga 3 colores equiprobables. Después haced 20 lanzamientos y anotadlos...



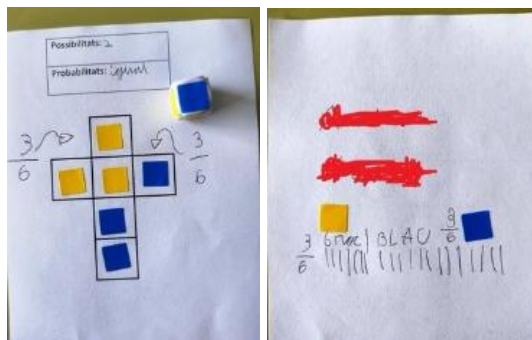
2. Vosotros dos lo haréis diferente: también tenéis que construir un dado con 3 colores, pero los 3 con probabilidades diferentes. Haced 20 lanzamientos y comprobáis si el resultado es sorprendente o era el esperado.



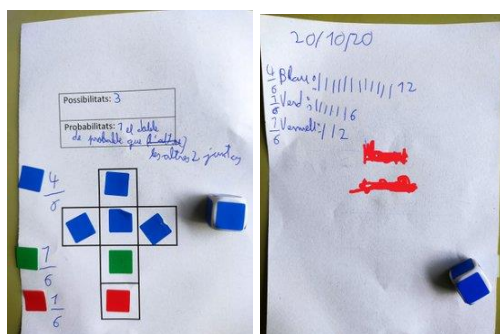
3. Aquí haréis un dado muy especial. Tiene que tener 4 posibilidades diferentes, pero 1 de ellas tiene que ser tanto probable como las otras 3 juntas. ¿Lo podéis representar en forma de fracción?



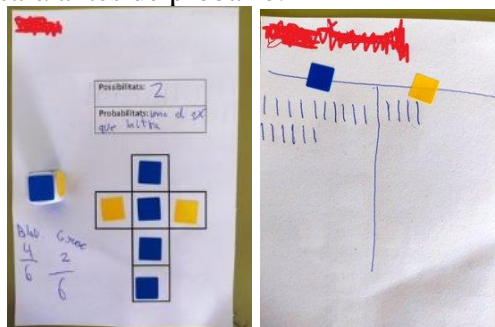
4. Vuestro dado tiene que tener solo 2 posibilidades, que además tienen que tener la misma probabilidad. ¿Qué resultado creéis que obtendréis cuando lo lanzáis 20 veces?



5. Un único color tiene que ser el doble de probable que los otros 2 juntos. ¿Puede ser? Cuando acabéis nos lo explicáis al resto.

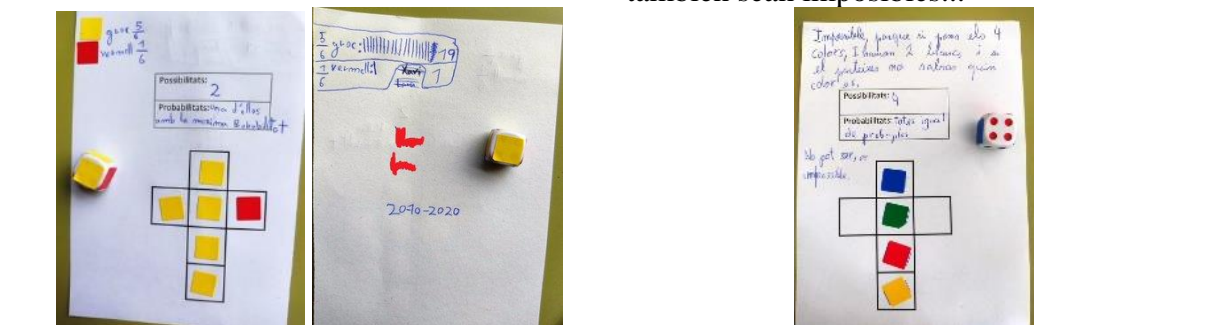


6. Tenéis que hacer un dado con las 2 posibilidades que preferís, pero tened en cuenta que un color tiene que ser el doble de probable que el otro. Cuando acabéis cambiáis el dado con otra pareja, lo investigáis y haced una previsión de lo que pasará antes de probarlo.



7. Este dado tendrá 2 colores: 1 de ellos con la mínima probabilidad. ¿Qué pasará con el otro?

8. El vuestro tiene que tener 4 colores equiprobables. ¿Es imposible? ¿Por qué? Proponéis unas condiciones diferentes que también sean imposibles...



Este hilo es de naturaleza diferente a los cuatro anteriores, ya que describe en su totalidad un experimento estocástico implementado en un aula de primaria para trabajar aspectos vinculados al significado clásico de la probabilidad, principalmente. En cada tuit se describe una tarea diferente que se documenta con una imagen para poder visualizar las producciones de los alumnos. El principal interés didáctico radica en descubrir cómo las diferentes tareas contribuyen a inferir el comportamiento de los lanzamientos en situaciones equiprobables y no equiprobables y expresar cuantitativamente, mediante fracciones, la probabilidad entendida como una medida.

Tabla 6.

Probabilidad subjetiva

<https://twitter.com/ljrguezmuniz/status/1195754066405662720?s=20>

1. Abro un hilo para comentar la aproximación a la probabilidad que estamos usando los últimos años tanto con futuros maestros como con futuros profesores de Secundaria. Comienzo explicando mi postura: sin ser bayesiano, eso creo, mis años de formación y los de docencia+

2. me han hecho ver que la forma en la que nos acercamos a la probabilidad, especialmente en el ámbito escolar, está muy influida por la definición clásica o de Laplace, partiendo de ella para definir el concepto y pudiendo llegar, si hay suerte con el profe, a la frecuencial.

3. Por ejemplo, con el famoso experimento de la chincheta para comprobar si la probabilidad de que caiga sobre la base o apoyada sobre la punta se estabiliza al aumentar las repeticiones (una comprobación empírica de la Ley de los Grandes Números) <http://recursostic.educacion.es/multidisciplin>

4. Este tipo de aproximación, a mi juicio, está muy influida por una visión muy platónica de la matemática: la probabilidad es algo que existe y, por lo tanto, podemos descubrir su valor, mediante cálculo o mediante experimentación. Este tipo de razonamiento nos lleva a pensar que+

5. cuando queremos estimar una probabilidad que no es calculable laplaciana o experimentalmente, si dos discrepamos en nuestra estimación, uno de los dos estará más cerca de esa probabilidad "real", que existirá. Por ejemplo: ¿cuál es la probabilidad de que mañana llueva?

7. A lo que iba, que me enredo en el hilo, a mí me parece fundamental que nuestro alumnado, el profesorado en formación, y su futuro alumnado, sepa enfrentarse probabilísticamente a situaciones de incertidumbre en las que, no ya es que no se pueda calcular o experimentar, sino que+

9. Una de las aproximaciones canónicas, y de las más claras, de esta idea, es la de De Finetti. Recomiendo el trabajo de J.M. Bernardo, 1998, "Bruno de Finetti en la Estadística Contemporánea", en Historia de la Matemática en el siglo XX, S. Rios (ed.), Real Acad. de Ciencias, 63-80

11. De Finetti aporta una definición positivista: la probabilidad es el máximo precio que una persona pagaría por un boleto de una rifa, fijado el premio y las condiciones de juego. Con esta idea tan intuitiva es capaz de englobar las definiciones laplaciana, frecuencial y axiomática.

13. Planteamos varias preguntas de probabilidad, unas pueden ser relativas a situaciones calculables mediante Laplace, pero otras deben ser situaciones cotidianas donde se calculen probabilidades pero no se pueda experimentar (porque solo se producen una vez) ni contar casos

15. De nuevo lo hacemos con <http://mentimeter.com> que solo nos permite poner valores de 0 a 10, con lo cual debemos explicar que los entenderemos o bien como 0-1 o bien como 0%-100%. Comento muy rápidamente los resultados y luego vamos a la actividad en sí

6. Sobre esta idea platónica de la matemática, frente a la de matemática como constructo humano, recomiendo vivamente el trabajo de Michael Voskoglou "IS MATHEMATICS INVENTED OR DISCOVERED BY HUMANS?" en Philosophy of Mathematics Education Journal, 33, pp. 1-12 (2018).

8. se puede dudar razonablemente de la existencia de una platónica probabilidad. Hablamos, claro, de la definición subjetiva. Batanero, referencia indispensable, ha tratado muchas veces el tema, señalando la insuficiente aparición en la matemática escolar
<https://redalyc.org/pdf/335/33508302.pdf>

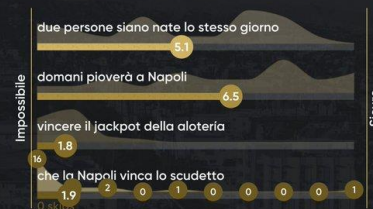
10. Para De Finetti la probabilidad es una creencia, es personal y por lo tanto subjetiva. Pero que sea subjetiva no impide que ante la misma información o una situación evidente no haya consenso entre diferentes personas. Ej: 0,5 es la probabilidad de salir cara al lanzar una moneda.

12. Este rollo me lleva a ¿cómo podemos trabajar con esta idea en el aula? Esto supone romper el esquema mental de que la matemática comprende objetos únicos y generales. Pues basándonos en Batanero, como casi siempre, y en De Finetti (si [@AnaBayes](#) ha llegado aquí estará aplaudiendo)

14. Lo hemos trabajado con matemáticos en Italia y España y con maestros de Primaria en España (esto explica que la primera probabilidad, la laplaciana, se remita en el caso de los matemáticos a la famosa situación del cumpleaños, que probablemente hayan estudiado)

16. En Italia (mayo 2019) la Napoli estaba en sus peores momentos, de ahí que el gran consenso en lo difícil que sería que ganara el *scudetto*, esto seguro que le gusta a [@LaLigaenDirecto](#), podéis ver sus puntuaciones parciales, y una especie de distribución de frecuencias en el resto

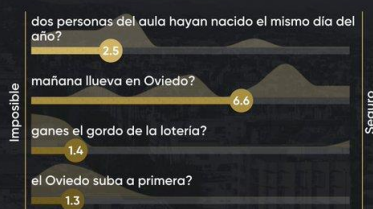
Qual è la probabilità di ...?



17. No habían estudiado la famosa situación del cumpleaños, (creo que [@juliomulero](#) le dedicó un hilo...; pero no lo encuentro!) de ahí que discreparan bastante en esa pregunta, alto consenso en la lotería y mucha dispersión en la lluvia (el tiempo estuvo loco esos días) en Nápoles.

18. Los matemáticos de España (alumnado de máster) sí habían visto la situación del cumpleaños y estimaron bien (porque eran pocos en el aula), tampoco el Real Oviedo anda muy fino, así que era fácil, pero el tiempo en septiembre siempre es muy loco en Asturias:

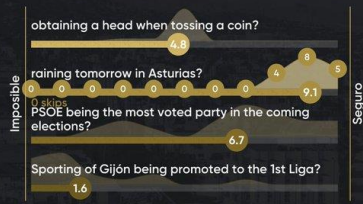
¿CUÁL ES LA PROBABILIDAD DE QUE...



19. Con los futuros maestros, alguno dijo haberse equivocado y dar 4 en vez de 5 en la pregunta de la moneda. Aprovechamos la semana de las elecciones del 10N para hablar sobre las encuestas. Aquí veis las puntuaciones para la pregunta de la lluvia (sí, llevaba una semana lloviendo).

20. Pedimos que alguien nos explique su puntuación en las preguntas que ofrecen mayores discrepancias. En las de fútbol los fans apuestan incondicionalmente por su equipo: no está todo perdido. Otros replican con datos: el equipo va fatal. Sale la idea de matemáticamente imposible...

What is the probability of...



21. Otros reconocen no tener ni idea ni interés en la clasificación ni en el fútbol y dicen haber respondido ¿al azar? Poniendo un 5. Esto nos da pie para hablar del principio de máxima incertidumbre.

22. En fin, distintas opiniones que nos sirven para comprobar que la cantidad de información que cada uno tiene, la calidad de la misma, y la forma de agregarla, influyen en ese juicio o creencia por el que establece su probabilidad.

23. Análogamente, con las elecciones, unos habían leído encuestas, otros no. Me hizo gracia una chica con total desinterés por la política que dijo: hay cinco grandes partidos, el PSOE tiene 1/5 de probabilidad de ganar. También con la lluvia pudimos discutir y confrontar creencias:

24. no es normal que llueva tantos días seguidos, si de tarde hace sol al día siguiente no llueve, y cosas por el estilo. Me interesó otra: cuando el tiempo está tan loco no se puede predecir, y la usamos para plantear ¿existe realmente una probabilidad de que llueva mañana?

25. Vimos, además que 3 *apps* de móvil daban 3 valores diferentes. La discusión se hace muy rica cuando unos intentan convencer a otros de que su estimación es mejor porque "saben más" del tema o porque su información es mejor

26. De este modo, no pretendemos convertir en bayesiano a nuestro alumnado sino plantearse por qué hay situaciones en las que todos coincidimos e incluso calculamos la probabilidad y otras en las que hablamos de probabilidad y somos incapaces de determinarla con consenso.

27. Además, constatamos que a muchos matemáticos la aproximación axiomática les sirve para orillar el problema de la existencia o no de un valor único para esa medida o de cómo se asignan efectivamente los valores de probabilidad una vez definida la medida

Finalmente, en el último hilo, se aborda otro significado de la probabilidad: el subjetivo. Se trata de una contribución relevante para la didáctica de la probabilidad en primaria, sobre todo en los últimos niveles, ya que existe una tendencia importante a omitir este significado en estos niveles, y dar todo el protagonismo al significado clásico, a través del cálculo de probabilidades en situaciones de equiprobabilidad.

En resumen, pues, estos seis hilos muestran, por un lado, secuencias de enseñanza que pueden ayudar al profesorado interesado puesto que, como se ha indicado, se comunica la información de forma sintética, lo que puede implicar una menor inversión de tiempo respecto a otros formatos de formación; y, por otro lado, actividades competenciales implementadas en el aula, cuyos principales propósitos son compartir el trabajo propio e impulsar que otro profesorado pueda replicarlo y/o mejorarlo en sus aulas.

Las características propias de la red permiten la interacción inmediata tanto con el autor del hilo como con otros usuarios interesados, generándose de forma espontánea procesos muy relevantes en el ámbito del desarrollo profesional docente, como por ejemplo la deconstrucción de conocimientos previos o cotidianos, la coconstrucción de nuevo conocimiento a través de la interacción y, por último, la reconstrucción del propio conocimiento a partir del contraste entre los conocimientos previos y lo que se está aprendiendo a través del hilo.

Debe destacarse también que, en los distintos hilos que se han mostrado como ejemplos, tiende a utilizarse un lenguaje ameno, coloquial e incluso simpático, que mantiene el interés del lector y facilita que la información sea accesible, con el apoyo de imágenes si es necesario o bien de enlaces a otras fuentes para profundizar (otros tuits, artículos, libros, etc.).

Consideraciones finales

En este artículo se ha hecho hincapié, en primer lugar, en algunas de las principales cuestiones abiertas acerca del desarrollo profesional del profesorado de las primeras etapas escolares en el ámbito de la estadística y la probabilidad, a partir de la caracterización de Alsina (en prensa): las finalidades de la enseñanza, las prácticas de enseñanza y la organización de la enseñanza. Considerando estos elementos, en segundo lugar, se han presentado y analizado diversos hilos sobre estadística y probabilidad en Educación Infantil y Primaria de la red social Twitter®, que contienen tanto secuencias de enseñanza como actividades competenciales implementadas, con el propósito de reflexionar acerca de su función como herramienta para el desarrollo profesional del profesorado de estas etapas educativas.

Estos hilos, como se ha indicado, presentan algunas ventajas evidentes, como por ejemplo el acceso rápido a la información que contienen, puesto que los tuits tienen una extensión máxima de 280 caracteres y suelen acompañarse de imágenes que ilustran o complementan el contenido de dichos tuits.

Desde el punto de vista del desarrollo profesional, representan un modelo informal de desarrollo, y contribuyen a coconstruir conocimiento en el marco de la interacción (Xing & Gao, 2018), la negociación y el diálogo que permite la red, ya que cada tuit puede ser respondido y generar un debate en el que todos los usuarios interesados pueden participar, sean o no seguidores del autor. Asimismo, pueden dar lugar también al contraste con la propia práctica, y dar lugar a una reconstrucción del propio conocimiento profesional que acabe

provocando una transformación de la práctica docente, si bien en este aspecto es muy importante la capacidad de interacción y la calidad de la retroalimentación de las personas que asumen cierto papel de liderazgo (Xing & Gao, 2018) o mediación (Greenhalgh & Koehler, 2017).

Uno de los principales inconvenientes, inherente a la era digital, es el hecho de que la gran avalancha de datos en las redes sociales en general y en Twitter® en particular, genera dificultades para los individuos para localizar la información. Por este motivo es importante el manejo de los tuits mediante el uso de los elementos guardados por los lectores (para mantenerlos fácilmente localizables), los hilos recopilados y fijados por los propios autores y, sobre todo, el etiquetado de los tuits para facilitar una búsqueda posterior, con la ventaja de contribuir a darle identidad a la comunidad que maneja esas etiquetas (Rehm & Notten, 2016; Rosell-Aguilar, 2018). Esta explosión de la información provoca que cada vez sea más difícil la clasificación de datos, dándose, además, problemas vinculados a la identificación de la relevancia de los tuits a partir de la acumulación de interacciones en un momento dado, del número de seguidores de la persona que emite el tuit y las búsquedas que se asocian a cada uno de los perfiles de usuario. En este sentido, es importante el uso que se le dé a Twitter®, con una mezcla poco diferenciada entre lo profesional y lo personal, puede dificultar las búsquedas. A pesar de estas dificultades técnicas, la construcción de la identidad profesional no es, ni puede ser, ajena a la subjetividad del individuo, que integra su conocimiento, sus concepciones y su visión del mundo en su identidad, y compartir esta identidad, explicar su contexto personal y contrastarla con la de otros docentes contribuye también a su propia construcción (Carpenter *et al.*, 2019). Precisamente, una de las ventajas de Twitter® es la capacidad de fomentar esta interacción entre personas que, sin la red social, no tendrían un contacto fácil, poniendo el profesorado ante otras realidades y contextos que le ayudan a crecer profesionalmente, con una

red de aprendizaje personal centrada en los intereses personales y que evoluciona dinámicamente con ellos (Davis, 2015).

Por ello, creemos que es interesante plantearse en el futuro nuevos estudios sobre la comunidad de educación matemática (no sólo en Educación Infantil y Primaria, sino también en otros niveles) y el uso que hace de Twitter® como herramienta informal de desarrollo profesional en España, Portugal y Latinoamérica, que comparten características socioculturales comunes e interactúan principalmente en sus respectivas lenguas oficiales, pero también en otros idiomas como el inglés.

Referências

- Alsina, Á. (2013). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), p. 100-153.
- Alsina, Á. (2016a). Contribuciones de la investigación en educación matemática infantil para el diseño, gestión y evaluación de buenas prácticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández & A. Berciano (eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp.19-38). SEIEM.
- Alsina, Á. (2016b). La estadística y la probabilidad en educación primaria. ¿Dónde estamos y hacia dónde debemos ir? *Aula de Innovación Educativa*, 251, p. 12-17.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, p. 25-48.
- Alsina, Á. (2019a). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, p. 85-108.
- Alsina, Á. (2019b). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Editorial Graó.
- Alsina, Á. (2020a). Revisando la educación matemática infantil: una contribución al Libro Blanco de las Matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 9(2), p. 1-20.
- Alsina, Á. (2020b). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>
- Alsina, Á. (2020c). Aplicación del enfoque de los itinerarios de enseñanza de las matemáticas a la enseñanza de la estadística en educación primaria. En M^a. M. Gea., R. Álvarez-Arroyo & J.A. Garzón (eds.), *Seminario Hispano Brasileño de Educación Estadística* (pp. 57-60). Grupo PAI FQM-126.
- Alsina, Á. (2020d). Enseñar estadística en Educación Primaria: primeras recomendaciones desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. En C. Ribeiro &

- A. Pavan (eds.). *Investigações hispanobrasileiras em Educação Estatística* (pp. 107-112). Editora Akademy.
- Alsina, Á. (en prensa). Ça commence aujourd'hui: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*.
- Alsina, Á., & Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, p. 41-58.
- Batanero, C., & Godino, J.D. (2004). Didáctica de la Estadística y Probabilidad para Maestros. En J.D. Godino (ed.), *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 405-439). Universidad de Granada.
- Batanero, C., & Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Carpenter, J. P., & Morrison, S. A. (2018). Enhancing teacher education... with Twitter? *Phi Delta Kappan*, 100(1), 25-28. <https://doi.org/10.1177/0031721718797118>
- Carpenter, J. P., Kimmons, R., Short, C. R., Clements, K., & Staples, M. E. (2019). Teacher identity and crossing the professional-personal divide on Twitter. *Teaching and Teacher Education*, 81, p. 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.01.011>
- Davis, K. (2015). Teachers' perceptions of Twitter for professional development. *Disability and rehabilitation*, 37(17), p. 1551-1558. <https://doi.org/10.3109/09638288.2015.1052576>
- GAISE College Report ASA Revision Committee (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education College Report 2016*. Recuperado de <http://www.amstat.org/education/gaise>
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), p. 1-25. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Springer. https://doi.org/10.1007/0-387-24530-8_3
- Gal, I. (2012). Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula. En S.J. Cho (ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-7). Recuperado de <http://www.icme12.org/upload/upfile2/tsg/2088.pdf>.
- Godino, J. D., & Burgos, M. (2020). Interweaving transmission and inquiry in mathematics and sciences instruction. En K. O. Villalba-Condori, A. Aduriz-Bravo, L.-H., Lavonen, J., y T.-H. Wong, Wang (Eds.), *CISETC 2019, CCIS 1191* (pp. 6-21). Springer. https://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-45344-2_2
- Godino, J., Batanero, C., & Cañizares, M.J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos teóricos y propuestas curriculares*. Editorial Síntesis.
- Gómez, P., Cañadas, M.C., Bracho, R., Restrepo, A.M., & Aristizábal, G. (2011). Análisis temático de la investigación en Educación Matemática en España a través de los Simposios de la SEIEM. En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco & M. Palarea (eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp.371-382). SEIEM.

- Greenhalgh, S. P., & Koehler, M. J. (2017). 28 days later: Twitter hashtags as “just in time” teacher professional development. *TechTrends*, 61(3), p. 273-281. <https://doi.org/10.1007/s11528-016-0142-4>
- Larsen, J., & Liljedahl, P. (2017). Exploring generative moments of interaction between mathematics teachers on social media. En B., Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3* (pp. 129-136). PME.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde “ISI-web of knowledge” y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho & L.J. Blanco (eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). SEIEM.
- López Beltrán, M., Albarracín, L., Ferrando-Palomares, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E., & Mallavibarrena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el Bachillerato. En D. Martín De Diego, T. Chacón, G. Curbera, F. Marcellán & M. Siles (eds.), *Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). Editorial Centro de Estudios Ramón Areces.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. National Council of Teachers of Mathematics (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).
- Rehm, M., & Notten, A. (2016). Twitter as an informal learning space for teachers!? The role of social capital in Twitter conversations among teachers. *Teaching and Teacher Education*, 60, p. 215-223. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2016.08.015>
- Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L., Vásquez, C., & Alsina, Á. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y de datos en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Secundaria. *Números – Revista de Didáctica de la Matemática*, 104, p. 217-238.
- Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L., & Aguilar-González, Á. (en prensa). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*.
- Rosell-Aguilar, F. (2018). Twitter: A Professional Development and Community of Practice Tool for Teachers. *Journal of Interactive Media in Education*, 1, p. 6. <http://doi.org/10.5334/jime.452>
- Sierra, T.A., & Gascón, J. (2011). Investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco & M. Palarea (eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-163). SEIEM.
- Tang, Y., & Hew, K. F. (2017). Using Twitter for education: Beneficial or simply a waste of time? *Computers & Education*, 106, p. 97-118. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.12.004>
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project*. Reidel Publishing Company.
- Tur, G., Marín-Juarros, V., & Carpenter, J. (2017). Uso de Twitter en Educación Superior en España y Estados Unidos. *Comunicar*, 51, p. 19-28. <http://dx.doi.org/10.3916/C51-2017-02>

- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), p. 223–248. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- Willet, B. S., & Reimer, P. (2018). The Career You Save May Be Your Own: Exploring the mathtwitterblogosphere as a Community of Practice. En E. Langran & J. Borup (eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 2324-2329). Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Xing, W., & Gao, F. (2018). Exploring the relationship between online discourse and commitment in Twitter professional learning communities. *Computers & Education*, 126, p. 388-398. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.08.010>

Recebido: 21/01/2021

Aceito: 12/05/2021