

Conhecimento especializado do pedagogo para ensinar geometria: uma proposta considerando a perspectiva semiocognitiva

Educators' specialized knowledge for geometry teaching: a proposal considering the semiocognitive approach.

Conocimiento especializado del pedagogo para enseñar geometría: una propuesta considerando la perspectiva semiocognitiva

Selma Felisbino Hillesheim ¹

Universidade Federal de Santa Catarina

<http://orcid.org/0000-0001-6919-442X>

Méricles Thadeu Moretti ²

Universidade Federal de Santa Catarina

<http://orcid.org/0000-0002-3710-9873>

Resumo

Para além de todos os conhecimentos necessários à docência, o conhecimento dos processos semiocognitivos envolvidos na aprendizagem da geometria podem fazer-se importantes na condução do trabalho pedagógico. A passagem da maneira normal de olhar uma figura para a forma matemática de vê-la requer a mobilização de operações cognitivas específicas. Analisando-se a concepção do conhecimento pedagógico do conteúdo, proposto por Shulman, e as adaptações feitas por diversos autores, no campo da educação matemática, nos deparamos com a seguinte questão: quais as categorias de conhecimentos necessários ao professor pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental? Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo do tipo análise documental, para propor um modelo de conhecimento especializado para o professor pedagogo ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental a partir da literatura existente. Como contribuição, aponta-se a importância e a necessidade do conhecimento dos processos semiocognitivos, presentes na aprendizagem da geometria na condução do seu ensino.

Palavras-chave: Conhecimentos docentes, Sistemas semióticos, Desconstrução dimensional, Ensino de geometria, Pedagogo.

¹ selmafh@yahoo.com.br

² mthmoretti@gmail.com

Abstract

In addition to the knowledge required for teaching, getting to know the semiocognitive processes involved in learning geometry can be relevant for the pedagogical work. Changing from the normal way of looking at a figure to the mathematical way of looking at it requires mobilising specific cognitive operations. By analysing the concepts of pedagogical content knowledge proposed by Shulman and the adaptations made by several other authors in the field of mathematics education, we have come to the following research question: What categories of knowledge are needed by the teacher educator to teach geometry in the early years of elementary school? We present herein a qualitative research approach through documentary analysis, aiming to propose a model of expertise for the pedagogical teacher to teach geometry in the early years of elementary school based on the existing literature. As main contributions, the article brings along the importance and need for knowledge of semiocognitive processes inherent in learning geometry and in the conduction of its teaching.

Keywords: Teaching knowledge, Semiotic systems, Dimensional deconstruction, Geometry teaching, Pedagogue.

Resumen

Además de todos los conocimientos necesarios para la enseñanza, el conocimiento de los procesos semiocognitivos implicados en el aprendizaje de la geometría puede llegar a ser importante en la conducción del trabajo pedagógico. El paso de la forma normal de mirar una figura a la forma matemática de verla requiere la movilización de operaciones cognitivas específicas. Al analizar la concepción del conocimiento pedagógico del contenido propuesta por Shulman y las adaptaciones realizadas por varios autores en el campo de la educación matemática, nos encontramos con la siguiente pregunta: ¿Qué categorías de conocimiento son necesarias para que el maestro pedagógico enseñe geometría en los primeros años de la escuela primaria? Se trata de una investigación cualitativa de tipo análisis documental, con el objetivo de proponer un modelo de experiencia del profesor de pedagogía para la enseñanza de la geometría en los primeros años de la educación primaria a partir de la literatura

existente. Como contribución, señala la importancia y la necesidad del conocimiento de los procesos semiocognitivos presentes en el aprendizaje de la geometría en la conducción de su enseñanza.

Palabras clave: Enseñanza del conocimiento, Sistemas semióticos, Deconstrucción dimensional, Enseñanza de la geometría, Pedagogo.

Résumé

En plus de toutes les connaissances nécessaires à l'enseignement, la connaissance des processus semiocognitifs impliqués dans l'apprentissage de la géométrie peut devenir importante dans la conduite du travail pédagogique. Le passage d'un regard normal sur une figure à un regard mathématique nécessite la mobilisation d'opérations cognitives spécifiques. En analysant le concept de connaissance du contenu pédagogique, proposé par Shulman, et les adaptations apportées par plusieurs auteurs dans le domaine de l'enseignement des mathématiques, nous sommes confrontés à la question suivante : quelles catégories de connaissances sont nécessaires pour que l'enseignant pédagogue enseigne la géométrie dans les années initiales de l'école primaire ? Il s'agit d'une recherche qualitative de type analyse documentaire, pour proposer un modèle de savoirs spécialisés à l'enseignant pédagogue pour enseigner la géométrie dans les premières années du primaire à partir de la littérature existante. En guise de contribution, l'importance et la nécessité de la connaissance des processus semiocognitifs, présents dans l'apprentissage de la géométrie dans la conduite de son enseignement, sont soulignées.

Mots clés : Enseignement des savoirs, Systèmes sémiotiques, Déconstruction dimensionnelle, Enseignement de la géométrie, Pédagogue.

Conhecimento Especializado do Pedagogo para Ensinar Geometria: uma Proposta Considerando a Perspectiva Semiocognitiva

A formação matemática dos professores, bem como a procura por identificar os saberes necessários para a sua prática, tem sido tema de muitas pesquisas. A concepção³ do conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986) tem influenciado diversos trabalhos. Entre eles, Ball et al. (2008) identificam o conhecimento matemático para ensinar como específico ao professor, Carrillo et al. (2018) apresentam o modelo do conhecimento especializado do professor de matemática, Mishra e Kohler (2006) propõem o conhecimento pedagógico tecnológico e Silva e Lima (2015) estabelecem o conhecimento didático pedagógico tecnológico do conteúdo.

A partir da importância dada às categorias de conhecimentos docentes supracitadas e da crescente preocupação com a formação em geometria do pedagogo, apresentada pelas pesquisas de Hillesheim e Moretti (2017, 2019), Curi (2004), Moraes (2015) e Mendes (2018), nos deparamos com a seguinte questão: quais as categorias de conhecimentos necessários ao professor pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental? Buscando respostas para este problema, encontramos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica uma perspectiva cognitiva importante para a aprendizagem da geometria.

Segundo Duval (2011), a análise cognitiva das figuras corresponde à maneira de ver que elas requerem para que seja possível a resolução de um problema ou o reconhecimento da aplicação de propriedades geométricas em situações reais. Para esse autor, ver uma figura geometricamente implica em operar uma desconstrução dimensional das formas, considerando a linguagem e as diferentes apreensões, visando promover a passagem do olhar icônico ao não icônico.

³ O termo concepção, neste texto, refere-se à construção de um campo de conhecimento que pode ser sistematizado e divulgado à comunidade científica.

Assim, entendemos que o conhecimento dessas operações cognitivas pode auxiliar os professores pedagogos na condução do processo de aprendizagem da geometria. E, partindo dessa perspectiva, foi possível elencar algumas categorias de conhecimentos importantes para o pedagogo ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

Conhecimentos docentes: o que nos dizem as pesquisas?

Diante da complexidade do saber docente, Lee Shulman e seus colegas, em meados da década de 1980, propuseram um domínio especial de conhecimento específico à docência. A hipótese de que existe um conhecimento exclusivo para o ensino, ou seja, uma espécie de conhecimento profissional específico da matéria despertou grande interesse de outros pesquisadores sobre o tema, até mesmo atualmente.

Shulman (1986) distingue três categorias de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor: conhecimento do conteúdo (conhecimento dos conteúdos específicos a lecionar, baseado nos estudos acumulados historicamente e no saber acadêmico histórico e filosófico da natureza desse conhecimento), conhecimento pedagógico (conhecimentos das teorias e princípios relacionados a processos de ensinar e aprender, dos alunos, dos contextos educacionais, das outras disciplinas etc.) e conhecimento pedagógico do conteúdo (conhecimento específico da docência).

O conhecimento pedagógico do conteúdo é o único conhecimento no qual o professor desempenha um papel de protagonista, uma vez que esse papel é de sua autoria. Assim, “(...) cada professor constrói idiossincraticamente seu ideário pedagógico a partir de pressupostos teóricos e de sua reflexão sobre a prática” (Fiorentini, 1995, p. 3). O conhecimento pedagógico do conteúdo pode ser considerado um novo tipo de conhecimento, pois:

(...) incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem estudados. Dentro da categoria de conhecimento pedagógico de conteúdo eu incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as

representações mais úteis de tais ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. (...) também inclui uma compreensão do que torna a aprendizagem de tópicos específicos, fácil ou difícil: as concepções e preconceções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem. (Shulman, 1986, p. 9)

O conhecimento pedagógico do conteúdo pressupõe que existe uma espécie de amálgama entre o conhecimento do conteúdo e da pedagogia que é central para o conhecimento necessário ao ensino. Nessa mistura, está contida a compreensão de como os aspectos particulares de uma matéria são organizados, adaptados e representados para o seu ensino.

As pesquisas embasadas nas propostas de Shulman (1986) continuam gerando frutos, demonstrando quão promissoras foram suas ideias. Pesquisadores procuram incansavelmente desvendar esse campo complexo dos conhecimentos necessários à docência. Merece destaque os trabalhos de Ball et al. (2008) que procuraram estender, direcionar e aprofundar o modelo desenvolvido por Shulman (1986), do conhecimento pedagógico do conteúdo, para o ensino da matemática, ao introduzir o conceito de “Knowing Mathematics for Teaching” (conhecimento matemático para ensinar) (MKT), deixando claro que saber matemática para o ensino exige um saber específico que vai além do simples domínio de técnicas de resolução de cálculos.

Por "conhecimentos matemáticos para o ensino", entendemos os conhecimentos matemáticos necessários para realizar o trabalho de ensino da matemática. É importante observar aqui que nossa definição começa com o ensino, não com os professores. Ela diz respeito às tarefas envolvidas no ensino e às demandas matemáticas destas tarefas. Porque o ensino envolve mostrar aos estudantes como resolver problemas, respondendo as perguntas dos alunos e verificando o seu trabalho, isso exige uma compreensão do conteúdo do currículo escolar. (Ball et al., 2008, p. 395)

Esses autores propuseram um modelo composto por dois domínios do conhecimento matemático para o ensino (conhecimento da matéria e conhecimento pedagógico do conteúdo) que, segundo eles, está em sintonia com as categorias iniciais de Shulman (1986) do conhecimento da matéria e do conhecimento pedagógico do conteúdo.

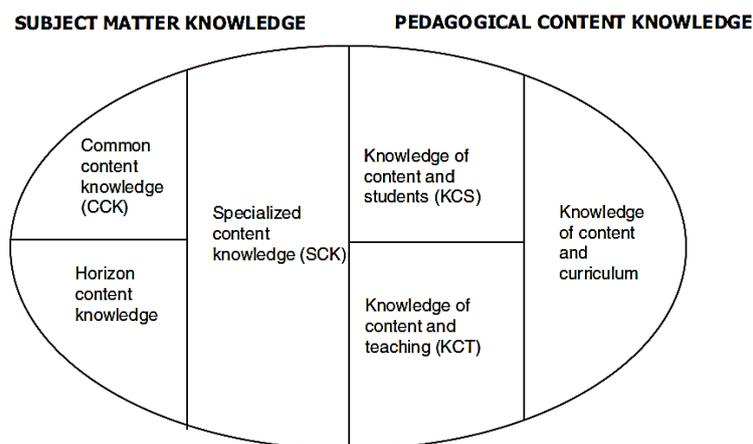


Figura 1.

Domínios de conhecimento matemático para o ensino (Ball; Thames; Phelps, 2008, p. 403)

No domínio do conhecimento da matéria, distinguem-se três subdomínios: Common content knowledge (conhecimento comum do conteúdo) (CCK), Specialized content knowledge (conhecimento especializado do conteúdo) (SCK) e conhecimento do horizonte matemático. O conhecimento comum do conteúdo (CCK) refere-se ao conhecimento matemático colocado em jogo por qualquer pessoa para resolver problemas matemáticos; portanto, ele não é exclusivo do ensino. O conhecimento do conteúdo do horizonte “(...) é a consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da extensão da matemática no currículo” (Ball et al., 2008, p. 403). No conhecimento especializado do conteúdo (SCK), encontra-se um tipo de conhecimento matemático que é específico para a habilidade do ensino, não sendo necessários em outros ambientes extraescolares.

Para o domínio do conhecimento pedagógico do conteúdo, são considerados: Knowledge of content and students (conhecimento do conteúdo e dos alunos) (KCS), Knowledge of content and teaching (conhecimento do conteúdo e ensino) (KCT) e conhecimento do currículo. O conhecimento do conteúdo e alunos (KCS) “(...) se concentra na compreensão dos professores sobre como os alunos aprendem um conteúdo específico” (Hill et al., 2008, p. 378). O conhecimento do conteúdo e ensino (KCT) considera o conhecimento

que orienta os professores nos processos de negociação para lidar e corrigir os erros e equívocos dos alunos. A concepção de conhecimento curricular coincide com a proposta de Shulman (1986), de que esse conhecimento é representado pela compreensão dos programas de ensino e dos materiais didáticos disponíveis, constituindo-se como ferramentas de trabalho para os professores.

Reinterpretando a noção de conhecimento pedagógico do conteúdo, apresentada por Shulman (1986), reconfigurando o conhecimento matemático para ensinar, proposto por Ball et al. (2008), e propondo uma nova forma de conceituar a noção de especialização, Carrillo et al. (2018) introduzem The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge model (modelo de conhecimento especializado do professor de matemática) (MTKS), procurando construir uma ferramenta analítica detalhada. Esse modelo apresenta o conhecimento do professor em três domínios distintos: conhecimento matemático, conhecimento pedagógico do conteúdo e as crenças.

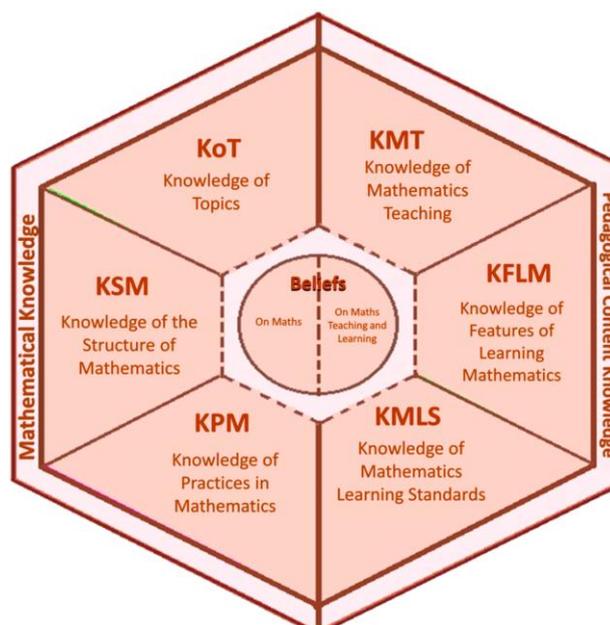


Figura 2.

Modelo de conhecimento especializado do professor de matemática (MTKS) (Carrillo et al., 2018, p. 6)

No domínio do Mathematical knowledge (conhecimento matemático) (MK), é considerado o conhecimento possuído por um professor de matemática em termos de disciplina científica no contexto educacional, reconhecendo as diferenças entre a “matemática por si só e a matemática escolar” (Carrillo et al., 2018). Esse domínio foi subdividido em três subdomínios: conhecimento dos temas (KoT), conhecimento da estrutura da matemática (KSM) e conhecimento da prática matemática (KPM).

O domínio do Pedagogical content knowledge (conhecimento pedagógico do conteúdo) (PCK) consiste no conhecimento relacionado ao conteúdo matemático nos processos de ensino e aprendizagem. Ele apresenta-se subdividido em: conhecimento das características da aprendizagem matemática (KFLM), conhecimento do ensino da matemática (KMT) e conhecimento dos padrões de aprendizagem de matemática (KMLS).

O modelo MTKS tem consciência de que a prática de sala de aula do professor de matemática é profundamente influenciada por um conjunto de concepções e crenças referentes à matemática e às tendências didáticas. O conhecimento da maneira como a matemática é aprendida e como ela deve ser ensinada permeia cada um dos subdomínios do modelo MTKS (Flores & Carrillo, 2014).

Outro desdobramento, embasado nas propostas de Shulman (1986), que merece destaque são os trabalhos de Mishra e Koehler (2006). Esses autores partem das categorias de conhecimento de Shulman (1986) e acrescentam a elas o conhecimento tecnológico.

Nesse modelo, denominando por Technological Pedagogical Content Knowledge (Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo) (TPCK), Mishra e Koehler (2006) defendem a hipótese de que apenas introduzir a tecnologia no processo educativo não é suficiente, é preciso analisar como ela é utilizada e quais são os conhecimentos que os professores devem construir a fim de incorporá-la nos processos de ensino e de aprendizagem.

De acordo com Mishra e Koehler (2006), as complexas funções e a interação entre os três componentes principais dos ambientes de aprendizagem – conteúdo (formação acadêmica que o professor necessita para lecionar), pedagogia (processos e práticas de ensino e aprendizagem com finalidades educacionais globais) e tecnologia (habilidades necessárias para operar com tecnologias) – são centrais para o desenvolvimento de um bom ensino. Da interação desses componentes surge um olhar para as relações estabelecidas aos pares, como representado na figura 3.

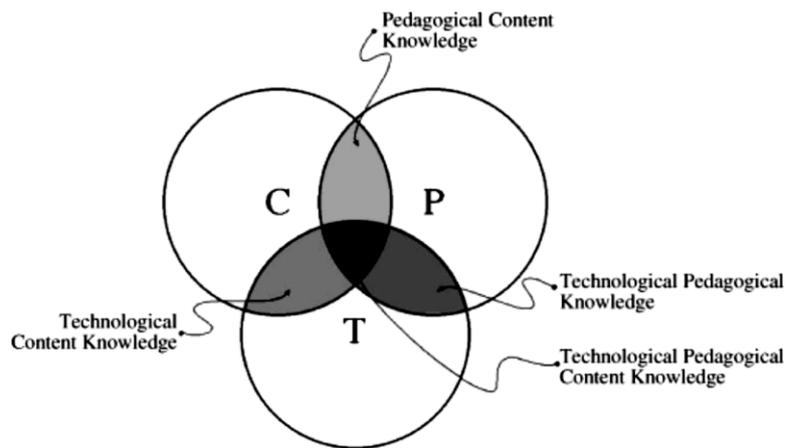


Figura 3.

Ilustração do Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (Mishra & Koehler, 2006, p. 1025)

A categoria do pedagogical content knowledge (conhecimento pedagógico do conteúdo) (PCK) assemelha-se às ideias de Shulman (1986), relacionando os conhecimentos pedagógicos gerais com uma área específica. O technological content knowledge (conhecimento tecnológico do conteúdo) (TCK) consiste na relação recíproca, estabelecida entre a tecnologia e determinado conteúdo. O technological pedagogical knowledge (conhecimento pedagógico tecnológico) (TPK) representa a maneira como as diferentes tecnologias podem ser utilizadas nos processos de ensino e aprendizagem, bem como quais serão os possíveis resultados desse uso.

Na intersecção dos três conhecimentos, emerge o modelo technological pedagogical content knowledge (conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo) (TPACK) que vai além da simples integração dos seus três componentes, isoladamente, para assumir as complexas relações existentes entre esses elementos-chave. Esse tipo de conhecimento requer a compreensão da representação de conceitos e técnicas pedagógicas que utilizam a tecnologia, o entendimento de como a tecnologia pode ajudar os alunos a superar as suas dificuldades, a percepção de como as tecnologias podem ser utilizadas para construir novos conhecimentos a partir do existente e para desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas.

Assumindo as concepções de Mishra e Koehler (2006), Silva e Lima (2015), ao analisarem um curso de licenciatura em matemática, na modalidade à distância, tomam o modelo do conhecimento tecnológico pedagógico do conteúdo (TPCK) sob um viés matemático e acrescentam a ele o conhecimento didático. A partir da intersecção de quatro categorias de conhecimento (conteúdo, pedagógico, tecnológico e didático), Silva e Lima (2015) estabelecem a categoria do conhecimento didático pedagógico tecnológico do conteúdo (CDPTC).

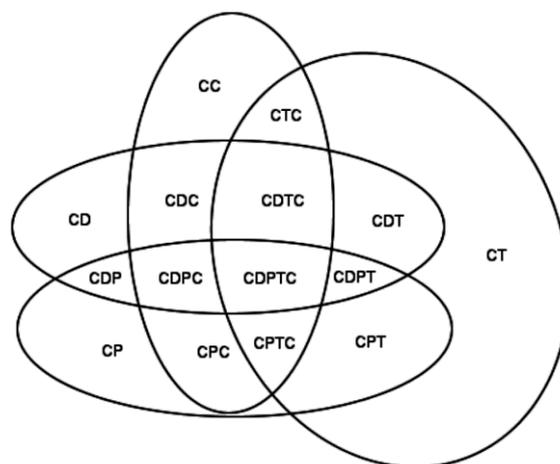


Figura 4.

As diferentes categorias de conhecimentos docentes (Silva & Lima, 2015, p. 4)

Segundo os autores supracitados, o conhecimento do conteúdo (CC), está relacionado à formação acadêmica do professor de matemática, visto que ele deve compreender e ser capaz

de articular os conteúdos matemáticos. Quanto ao conhecimento pedagógico (CP), este consiste nos processos e práticas de ensino e de aprendizagem de maneira global. O conhecimento didático (CD) está relacionado especificamente aos processos de ensino e aprendizagem da matemática (as teorias, os processos e práticas que dizem respeito a essa disciplina). Por fim, a concepção de conhecimento tecnológico (CT) é similar à apresentada por Mishra e Koehler (2006).

A partir das intersecções entre as quatro categorias iniciais foram obtidas 11 categorias de conhecimentos: conhecimento pedagógico do conteúdo (CPC), conhecimento didático do conteúdo (CDC), conhecimento didático pedagógico (CDP), conhecimento tecnológico do conteúdo (CTC), conhecimento pedagógico tecnológico (CPT), conhecimento didático tecnológico (CDT), conhecimento didático tecnológico do conteúdo (CDTC), conhecimento didático pedagógico do conteúdo (CDPC), conhecimento didático pedagógico tecnológico (CDPT), conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo (CPTC) e, por último, a categoria do conhecimento didático pedagógico tecnológico do conteúdo (CDPTC), obtido pela intersecção das quatro modalidades iniciais de conhecimento. Esse conhecimento está baseado nas teorias da didática da matemática, nos conhecimentos pedagógicos gerais, tecnológicos e de conteúdo, permitindo ao professor conduzir o ensino e a aprendizagem de um conteúdo da melhor maneira possível.

Após essa breve revisão de literatura a respeito dos conhecimentos necessários à docência e, de modo especial, ao professor de matemática, sentimos a necessidade de especificarmos ainda mais essas categorias para o caso dos conhecimentos necessários aos professores pedagogos, no processo de ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

A nosso ver, para além da importância de todos os conhecimentos necessários à docência apresentados por Shulman (1986), Ball et al. (2008), Carrillo et al. (2018), Mishra e

Koehler (2006) e Silva e Lima (2015), lançamos a hipótese de que os aspectos semiocognitivos da aprendizagem da geometria, abordados pela teoria dos Registros de Representação Semiótica, também são relevantes para compor os conhecimentos necessários aos professores que ensinam matemática.

Os elementos semiocognitivos presentes na aprendizagem da geometria

A famosa frase de Confúcio “Uma imagem vale mais que mil palavras” pode ser de grande valia em muitos contextos sociais e tem sido, cada vez mais, reforçada nos tempos atuais, com a difusão das redes sociais. Contudo, quando falamos da aprendizagem de geometria, essa afirmação pode causar certos embaraços. “Em geometria, não há figura que represente por si mesmo, quer dizer, não há figura sem legenda” (Duval, 2004, p. 168). Isso porque uma mesma figura pode representar situações matemáticas muito diferentes, necessitando de uma indicação verbal para fazer referência ao objeto matemático. Dessa maneira, a figura torna-se um fragmento do discurso teórico (Duval, 2012b). Para entrar na maneira matemática de ver uma figura, existe a necessidade de interação entre os tratamentos figurais e os tratamentos discursivos.

Duval (2004) afirma que as funções discursivas cumprem as operações cognitivas que um sistema semiótico deve realizar para haver a possibilidade do discurso. Quando um sistema semiótico atende o conjunto de todas as funções discursivas, ele é considerado uma língua.

As funções discursivas são denominadas por Duval (2004) de: referencial (designar objetos), apofântica (dizer alguma coisa sobre os objetos que designa, sob a forma de uma proposição enunciada), expansão discursiva (vincular a proposição enunciada a outras de forma coerente - descrições, inferências...) e reflexividade (marcar o valor, o modo ou o estatuto acordado a uma expressão por parte daquele que a enuncia).

A função discursiva referencial de uma língua consiste na designação de objetos, que permitem, de acordo com Duval (2004), diferenciar quatro tipos de operações cognitivas possíveis de serem exercidas: designação pura (identificar um objeto, seja por um gesto, seja atribuindo um nome, seja por caracterizar o objeto por um de seus atributos), categorização simples (identificar com base em uma de suas qualidades), determinação (consiste em precisar o campo de aplicação da operação de categorização por meio do emprego de artigos definidos ou indefinidos) e descrição (cruzamento do resultado de diversas operações de categorização). Segundo Duval (2004), a operação de descrição é uma das mais complexas por conta da ausência de palavras específicas para nominar determinado objeto, pois nenhuma língua é capaz de apresentar palavras suficientes para designar todos os objetos.

Para permitir uma atividade discursiva, não basta designar o objeto. Para Duval (2004), a língua, além de designar objetos, deve ser capaz de dizer algo sobre o objeto designado, por meio de expressões de enunciados completos, denominada de função discursiva apofântica. “Um ato de expressão é um ato completo do discurso quando a expressão produzida toma um valor determinado no universo cognitivo, representacional ou relacional dos interlocutores” (Duval, 2004, p. 105).

Para permitir a produção de um discurso, a língua também deve permitir situar um enunciado em relação a outros enunciados, segundo a relação estabelecida pelo locutor com o interlocutor, com vistas à explicitação dos valores social, epistêmico e lógico. “Isto quer dizer que uma língua deve permitir explicitar no enunciado mesmo a maneira como o locutor emprega a língua para dizer o que quer dizer” (Duval, 2004, p. 121). Assim, a função discursiva de reflexividade demanda a transformação potencialmente recorrente de um enunciado completo, permitindo a interpretação a partir do vínculo estabelecido entre o ato intencional e a produção de um enunciado.

A língua, além de permitir a produção de enunciados completos, deve possibilitar a expansão discursiva, que consiste na articulação e na organização das frases em unidades coerentes de descrição, de narração, de explicação ou de um raciocinamento (Duval, 2004). Em outras palavras, o discurso é produzido por meio da organização de uma sequência de frases com um mesmo propósito, formando uma unidade consistente para explicar melhor um tema sem cair na redundância.

De acordo com Duval (2004), são possíveis quatro formas de expansão discursiva de uma língua: lexical, formal, natural e cognitiva. Na expansão lexical, temos a presença de significantes comuns entre as duas unidades apofânticas sem precisar recorrer à mediação de uma terceira unidade apofântica. “É a recuperação de um mesmo significante, por identificação homofônica ou homográfica, o que assegura à continuidade e a coesão do discurso de uma frase a outra” (Duval, 2004, p. 119), despertando a linguagem do inconsciente.

Quando ocorre a presença de significantes comuns nas duas unidades apofânticas e a necessidade de recorrer à mediação de uma terceira unidade apofântica, tem-se a expansão formal. Essa forma de expansão é caracterizada “(...) pela aplicação de regras de substituição que se baseiam exclusivamente em símbolos que representam variáveis ou proposições, independentemente de sua significação” (Duval, 2004, p. 120).

A expansão natural é caracterizada pelo emprego natural da língua, mobilizando simultaneamente uma “(...) rede semântica de uma língua natural e os conhecimentos pragmáticos próprios do meio sócio cultural dos locutores” (Duval, 2004, p. 120).

Na expansão cognitiva, ocorre a ausência de significantes comuns nas duas unidades apofânticas e requer a mediação por meio de uma terceira unidade apofântica. Ela é caracterizada pelo emprego especializado da língua natural. “O léxico associativo encontra-se, então, canalizado numa terminologia restrita a um domínio do conhecimento” (Duval, 2004, p. 120), podendo incluir descrições, explicações técnicas ou teóricas, demonstrações etc.

No caso da geometria, para os anos iniciais, podemos ilustrar com o exemplo: “O triângulo ABC é retângulo em A”, emprega uma linguagem específica, utilizada na geometria, que não encontramos na língua comum, exigindo o domínio de uma terminologia específica desse campo de conhecimento.

Essas quatro formas de expansão discursiva são formas puras. A maioria dos textos as combina. É somente no emprego especializado ou no emprego literário de uma língua que se pode encontrar o recurso exclusivo da expansão lexical, cognitiva ou formal. Então, se compreende a importância de se considerar essas formas radicalmente diferentes de expansão discursiva para o ensino de uma língua materna ou das matemáticas. (Duval, 2004, p. 121)

Todas as funções discursivas de uma língua precisam ser consideradas nas situações de ensino e de aprendizagem da matemática em todos os níveis de ensino, principalmente, nos anos iniciais em que as crianças estão sendo inseridas gradativamente nesse tipo de discurso. A introdução da linguagem especializada da geometria, nesse nível de ensino, pode ser ainda mais problemática, pois existem duas utilizações contrárias da língua natural como registro de representação semiótica: sua utilização comum e espontânea para fins de comunicação oral e a sua utilização matemática para fins de tratamento nas produções escritas (Duval, 2016). Não há nada em comum entre essas práticas da linguagem natural, visto que a primeira é utilizada de maneira comum e espontânea entre alunos e professores, enquanto a segunda é utilizada para formular definições, para deduzir, para descrever, para explicar e para raciocinar (Duval, 2016).

Para designar o triângulo ABC de lados AB, AC e BC, foi preciso construir uma descrição geométrica do objeto, utilizando não somente um termo, mas pelo menos dois (vértices ABC e lados AB, AC e BC). Contudo, muitas vezes, na prática oral da língua, a designação dos objetos pode ser reduzida a uma palavra ou até mesmo a um simples gesto. Segundo Duval (2016), existe uma diferença cognitiva entre a utilização da linguagem natural

na matemática e o seu uso fora dela, dado que a sua utilização na matemática acontece em sinergia cognitiva com outro registro de representação.

Na aprendizagem da geometria nos anos iniciais, as incessantes idas e vindas entre um registro discursivo (funções discursivas da língua) e um registro de visualização (apreensões, olhares e desconstrução dimensional das formas) são necessários para a resolução de problemas.

De forma mais fundamental, os registros mobilizados não preenchem as mesmas funções cognitivas no desenvolvimento da atividade matemática. Enquanto um permite efetuar a atividade matemática de resolução do problema, ou de demonstrar uma conjectura, os outros preenchem uma função heurística, ou permitem que se controlem intuitivamente a pertinência de resultados obtidos e a fiabilidade dos tratamentos efetuados. (Duval, 2016, p. 18, grifos do autor)

Para que se possa compreender geometria, é preciso reconhecer, em uma forma geométrica, qual é a definição ou o teorema a ser aplicado. Ou seja, a visualização e o discurso precisam estar em sinergia, posto que existem várias maneiras de ver uma figura e para cada uma dessas distintas formas, encontram-se leis específicas de organização e de tratamentos.

Uma figura geométrica, geralmente, num primeiro olhar, aciona a apreensão perceptiva da forma, pelo seu reconhecimento visual imediato. A identificação das formas é uma operação cognitiva importante para adentrar na forma de ver em geometria, mas ela sozinha não garante o reconhecimento das suas propriedades.

A operação cognitiva, desenvolvida pela apreensão sequencial, é uma das atividades mais solicitadas nos anos iniciais do ensino fundamental, basta abrir os livros didáticos para fazer essa constatação. São atividades que propõem a construção e/ou a descrição de formas geométricas, objetivando a reprodução de uma figura dada (Duval, 2012b). Essas atividades podem ser um primeiro passo para que as crianças observem as propriedades específicas das formas geométricas, bem como as diferenças e semelhanças entre elas. Contudo, apesar dessas atividades permitirem a identificação de algumas características da figura, as propriedades

aceitáveis e pertinentes a uma forma não dependem do seu traçado, mas do que é dito no enunciado, implicando na subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva (Duval, 2012b).

Segundo Duval (2005b), as maneiras de ver em geometria dependem do tipo de tarefas propostas aos alunos, podendo funcionar de maneira icônica ou não icônica. Quando a tarefa exige o reconhecimento do contorno das figuras e as formas permanecem estáveis, temos o olhar icônico. Todavia, esse tipo de olhar, apesar de ser importante, por marcar a entrada das crianças dos anos iniciais nos modos de ver uma figura, não é capaz de assegurar que as crianças percebam as propriedades da figura, que não se mostram num primeiro olhar. É a visualização não icônica que permitirá a ampliação do olhar, pela decomposição das formas visualmente reconhecidas.

O olhar não icônico requer uma desconstrução dimensional das formas elementares para poder obter a figura solicitada. A desconstrução dimensional desempenha um papel fundamental no processo de visualização em geometria, pois é ela que permitirá a tomada de consciência das propriedades figurais em sinergia com as suas operações discursivas (Duval, 2011).

Contudo, essa forma de olhar vai contra o reconhecimento automático das formas. Por exemplo, nos anos iniciais, quando é apresentada a figura de um quadrado (2D), dificilmente as crianças irão percebê-lo como um feixe de retas (1D) paralelas cortadas por duas retas transversais paralelas e perpendiculares ao feixe de retas, em que os segmentos delimitados pelos pontos (0D) possuem as mesmas medidas, como mostra a Fig. 5.

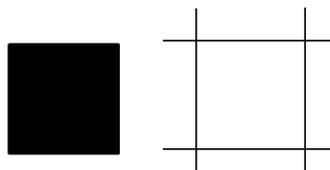


Figura 5.

Desconstrução dimensional do quadrado (autores)

Porém, é a desconstrução dimensional do quadrado (2D) em segmentos de reta (1D) que fará emergir as propriedades da figura, permitindo a expansão discursiva. Nesse caso, a desconstrução dimensional pode possibilitar que as crianças tenham um olhar geométrico sobre o quadrado, percebendo que ele é um polígono composto por quatro lados de mesma medida (polígono regular), que ele tem quatro ângulos retos (retângulo), que seus lados opostos são paralelos (paralelogramos), que possui quatro vértices (0D), entre outras propriedades.

A percepção visual impõe sistematicamente o reconhecimento de unidades figurais 2D contra todo reconhecimento de unidades figurais 1D, independentemente de pertencerem às unidades figurais 2D reconhecidas. É essa desconstrução dimensional que é requerida pelo discurso matemático nas definições, por exemplo, assim como naquelas unidades figurais 1D em conjuntos de unidades 0D. Concretamente, isso se traduz pelo reconhecimento da rede de retas subjacente a uma figura dada e por um reflexo espontâneo dos lados traçados. Para fazer o aluno entrar nessa maneira de ver é preciso elaborar tarefas e problemas específicos desde o ensino primário. (Duvall, 2011, p. 94)

É justamente essa a nossa preocupação, fazer o aluno ver uma figura geometricamente desde os anos iniciais. Isso implica investir na formação matemática do professor pedagogo. A aprendizagem da geometria, por ser um campo tão especial dentro dos conhecimentos matemáticos, envolve a condução de fazer o outro enxergar formas que, muitas vezes, não são vistas num primeiro golpe de vista. Por isso, defendemos a ideia de que os professores pedagogos também precisam conhecer os processos semiocognitivos que perpassam a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

Atentos a essas necessidades, vislumbramos um modelo de conhecimento especializado para o professor pedagogo ensinar geometria, levantando a hipótese de que o conhecimento

dos processos semiocognitivos pode ser importante na formação desses profissionais, auxiliando-os nos contextos de ensino e aprendizagem desse campo do conhecimento matemático.

O modelo do conhecimento especializado do pedagogo para o ensino de geometria

Estamos cientes da complexidade do saber docente e comungamos do posicionamento de Ball et al. (2008) de que “(...) os conhecimentos matemáticos necessários para o ensino são multidimensionais” (p. 396). Assim, procurando refinar um desses aspectos multidimensionais dos conhecimentos matemáticos, debruçamos nosso olhar sobre o conhecimento especializado do pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

Nossa proposta está fundamentada no conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986), posteriormente ampliada por Ball et al. (2008) ao definirem o conhecimento matemático para o ensino. Consideramos importante acrescentar o conhecimento da didática da matemática, na perspectiva da escola francesa, entendida “(...) como uma ciência que tem por objeto investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem da Matemática, e o estudo de condições que favorecem a sua aquisição, pelos alunos” (Almouloud, 2007, p.17). A partir do modelo metodológico proposto por Mishra e Koehler (2006), inspiramo-nos a propor a integração dos aspectos semiocognitivos da aprendizagem da geometria aos conhecimentos do conteúdo e da didática.

Considerando as conexões possíveis entre o conhecimento do conteúdo de geometria dos anos iniciais do ensino fundamental, o conhecimento da didática da matemática na condução do processo de ensino e o conhecimento dos aspectos semiocognitivos, presentes na aprendizagem da geometria e submersos nas funções discursivas da linguagem, é que elaboramos um modelo do conhecimento especializado do professor pedagogo para ensinar geometria, ilustrado pela Fig. 6:

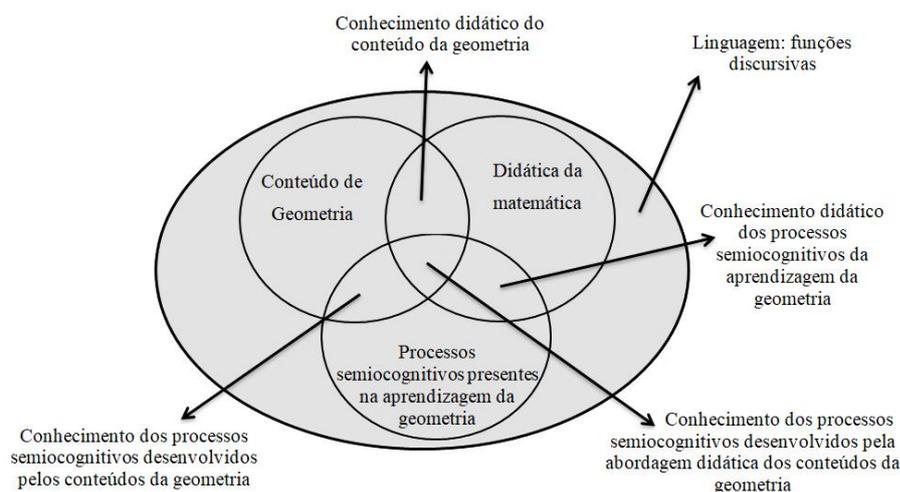


Figura 6.

Conhecimento especializado do pedagogo para ensinar geometria (autores)

Estamos cientes de que esses componentes, individualmente, desempenham um papel importante no ensino da geometria; contudo, a integração entre eles faz emergir a complexa relação do conhecimento especializado do pedagogo para o ensino da geometria. Agora, apresentaremos, detalhadamente, as categorias do conhecimento especializado do professor pedagogo para ensinar geometria, defendidas neste trabalho.

Conhecimento do Conteúdo de Geometria: essa categoria refere-se ao conhecimento de geometria que irá subsidiar a prática do pedagogo nos processos de ensino. É o conhecimento acadêmico, fundamentado nos teoremas, propriedades e elementos fundamentais de geometria. Contudo, esse conhecimento do conteúdo de geometria não deve limitar-se ao conhecimento comum do conteúdo, mas, sim, tomar a proporção do conhecimento especializado do conteúdo de geometria (tomando emprestado o termo de Ball et al.).

Para além de dominar os elementos fundamentais da geometria, o professor pedagogo precisa saber explicar esse conteúdo, tornando-o visível e aprendível pelos alunos, levando em consideração as funções discursivas da linguagem e como elas podem interferir no processo de aprendizagem da geometria. “O ensino requer conhecimentos para além dos que são ensinados aos alunos” (Ball et al., 2008, p. 400). O professor precisa compreender os processos cognitivos

que permeiam a aprendizagem da geometria, bem como propor atividades que favoreçam a desconstrução dimensional das formas, a fim de promover a passagem do olhar icônico ao não icônico.

Conhecimento da Didática da Matemática: contempla os “(...) processos de ensino e de aprendizagem especificamente de Matemática, as teorias, processos e práticas que dizem respeito ao ensino e a aprendizagem de conceitos desta área” (Silva & Lima, 2015, p. 5), mais especificamente, as reflexões didáticas relativas à aprendizagem da geometria, que são abordadas pela teoria dos Registros de Representação Semiótica e outras perspectivas teóricas. Na teoria dos Registros de Representação semiótica, encontramos aspectos metodológicos que podem ser importantes para a formação do pedagogo, pois contempla as operações semiocognitivas que estão presentes na aprendizagem da geometria, como já discutimos ao longo deste texto.

Conhecimento dos processos semiocognitivos presentes na aprendizagem da geometria: esse conhecimento abrange o refinamento da maneira de olhar do professor sobre o processo da aprendizagem da geometria, levando em consideração as funções discursivas da língua (referencial, apofântica, expansão discursiva) em sintonia com a desconstrução dimensional das formas. O professor, ao propor atividades que atendam a esses critérios, permitirá que as crianças tenham acesso às propriedades discursivas do objeto, favorecendo a tomada de consciência “(...) das formas de ver, de raciocinar, de reconhecer e de organizar as informações pertinentes” (DUVAL, 2015, p. 10).

Conhecimento didático do conteúdo da geometria: refere-se aos procedimentos metodológicos que guiarão a prática pedagógica na condução do processo de ensino da geometria. O campo de trabalho cognitivamente requerido para as aulas de geometria nos anos iniciais, segundo Duval (2011), comporta duas dimensões: a primeira diz respeito ao aspecto dos objetos geométricos, seja a forma, abarcando as operações específicas de reconhecimento

e de desconstrução dimensional, seja o aspecto grandeza e suas operações de medida e de cálculo. A segunda dimensão concentra-se na sequência temporal das atividades a serem propostas.

A partir de Duval (2011), fazendo algumas adaptações, construímos a Tabela 1 que pode orientar o trabalho didático do pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

Tabela 1.

Fases de uma sequência de atividades (autores a partir de Duval, 2011, p. 142)

	I	II	III	IV	V	
	Manipular os objetos físicos	Verbalização silenciosa	Ver as unidades figurais 1D e 0D nas configurações de forma 2D	Verbalização silenciosa	Designação verbal das unidades figurais pertinentes e suas relações	
Ação material	Reconhecimento das formas geométricas por meio da representação auxiliar de transição	Expressão verbal das operações envolvidas nas ações de manipulação de suportes materiais, com as palavras dos alunos, para fazer tomar consciência da operação de reversão e de seu resultado	Utilizar instrumentos 1D ou 2D para traçados 1D	Tomar consciência das operações de	Modo oral de produção	Modo escrito
Operações reversíveis			Prolongamentos, alinhamentos, relações, transcrição de comprimento sem régua graduada	designação próprias da linguagem geométrica e a dupla designação dos mesmos objetos	Designação reduzida dos traços a realizar (ou realizados) sobre a figura	Elaboração de uma mensagem de instrução reutilizável por outros ou por si mesmo
	Sem a utilização de grandezas		Sem a utilização de grandezas		Sem cálculo	

Esse quadro não pode ser tomado como uma “receita” com etapas a serem desenvolvidas rigorosamente. Ele apenas ressalta alguns processos cognitivos importantes a serem considerados no processo de aprendizagem da geometria.

Conhecimento didático dos processos semiocognitivos da aprendizagem de geometria: consiste em saber didaticamente como o professor pode intervir para conduzir o aluno a adentrar no modo de ver geometricamente uma figura, pela criação de um ambiente

favorável a passagem do olhar icônico ao não icônico, por meio de atividades que considerem a decomposição dimensional das formas em sinergia com o discurso, levando em conta a importância das apreensões em geometria.

Conhecimento dos processos semiocognitivos desenvolvidos pelos conteúdos da geometria: compreende o conhecimento das diferentes representações semióticas para um mesmo objeto geométrico, bem como o conhecimento de que a mudança da forma do objeto altera o conteúdo da sua representação. Existe a necessidade de o pedagogo entender que cada registro mobiliza um conteúdo e um sentido diferente, mas que se referem ao mesmo objeto. “Mudar de registro de representação não é só mudar o conteúdo da representação de um objeto, é mudar as operações semióticas a realizar para transformar o conteúdo da nova representação” (Duval, 2011, p. 73).

As operações semióticas acionadas pelos diferentes registros, utilizados na aprendizagem da geometria, constituem o gesto intelectual necessário para a compreensão do objeto geométrico. Isso porque o acesso ao objeto matemático e à compreensão conceitual, de acordo com Duval (2012a), depende da coordenação de, no mínimo, dois registros de representação semiótica.

Conhecimento dos processos semiocognitivos desenvolvidos pela abordagem didática dos conteúdos da geometria: consiste no entrelaçamento dos quatro campos do conhecimento para o pedagogo conduzir o processo de ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: o conteúdo de geometria, a didática da matemática, os processos semiocognitivos da aprendizagem da geometria, todos imersos e envoltos pelas funções discursivas da língua. Essa categoria de conhecimento deverá permitir ao professor pedagogo maior autonomia em sua prática pedagógica, promovendo a aprendizagem da geometria pelas crianças dos anos iniciais e favorecendo a passagem do olhar icônico ao não icônico.

O modelo do conhecimento especializado do pedagogo para ensinar geometria, que apresentamos aqui, envolve um entrelaçamento especial entre quatro fontes de conhecimentos importantes na condução do processo de ensino da geometria: o conteúdo de geometria, a didática da matemática e os processos semiocognitivos da aprendizagem da geometria, todos imersos e envoltos pelas funções discursivas da língua.

A contribuição do nosso modelo é dar destaque ao conhecimento das operações semiocognitivas envolvidas na aprendizagem da geometria, como um saber importante para o professor pedagogo. Por tratar-se de um refinamento de outros modelos, apresentados em estudos anteriores, delimitamos o nosso tema de estudo nos conhecimentos necessários ao professor pedagogo para ensinar geometria; isso não quer dizer que esse modelo não possa ser ampliado para outros campos do conhecimento matemático, também necessários ao exercício da docência nos anos iniciais.

Considerações finais

As contribuições de Shulman (1986) ressaltaram a importância do conhecimento pedagógico do conteúdo como um conhecimento específico à docência. Percebemos, por meio de uma revisão da literatura, que esse conhecimento vem sendo ampliado, refinado e adaptado para áreas específicas do conhecimento docente. As diversas categorizações do conhecimento, apresentadas por Ball et al. (2008), Carrillo et al. (2018), Mishra e Kohler (2006) e Silva e Lima (2015), nos fizeram refletir sobre o conhecimento necessário ao pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais.

A necessidade desse conhecimento específico existe pelo fato de que, dentre todos os domínios do conhecimento matemático, a aprendizagem da geometria é um dos mais difíceis, pois exige construir, raciocinar e ver inseparavelmente (Duval, 2005), tornando-a também um dos domínios mais complexos para ensinar. Para ver geometricamente uma figura, é preciso

operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas em outras formas que não vemos num primeiro momento, em sinergia com as propriedades discursivas.

Diante das complexidades presentes na aprendizagem da geometria e na tentativa de encontrar os conhecimentos necessários ao pedagogo para ensinar geometria nos anos iniciais, percebemos a importância de acrescentar o conhecimento das operações semiocognitivas, acionadas no processo de aprendizagem da geometria, nas categorias de conhecimentos necessários à docência.

Desse modo, inferimos que o pedagogo necessita do conhecimento do conteúdo de geometria, do conhecimento da didática da matemática, do conhecimento dos processos semiocognitivos presentes na aprendizagem da geometria, do conhecimento didático do conteúdo de geometria, do conhecimento didático dos processos semiocognitivos da aprendizagem de geometria, do conhecimento dos processos semiocognitivos, desenvolvidos pelos conteúdos da geometria, e do conhecimento dos processos semiocognitivos desenvolvidos pela abordagem didática dos conteúdos da geometria para ensinar e conduzir o processo de aprendizagem da geometria com mais autonomia, possibilitando ao aluno entrar na maneira matemática de ver uma figura.

Essas categorias do conhecimento especializado do pedagogo para ensinar geometria encontram-se em sinergia e atuando conjuntamente de forma dinâmica. A tessitura formada pelo estabelecimento dessa rede de conexões pode contribuir com a formação matemática do pedagogo para enfrentar os problemas de ensino e de aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.

A contribuição do nosso modelo do conhecimento especializado para o professor pedagogo ensinar geometria pode ser uma alerta sobre as necessidades específicas que esse campo do conhecimento matemático exige. Conhecer somente o conteúdo da geometria pode não ser garantia de sucesso nos processos de ensino. Assim, inferimos que os professores

pedagogos precisam conhecer os complexos processos semiocognitivos que são acionados na aprendizagem da geometria.

Em se tratando de uma estrutura multifacetada, como é o conhecimento do professor que ensina matemática, estamos cientes de que precisamos avançar ainda mais em uma proposta de conhecimento especializado do professor pedagogo para ensinar geometria. Contudo, nossa reflexão abre espaço para outras possibilidades de pesquisa, bem como faz uma alerta para as características específicas da aprendizagem da geometria, que requer um ensino que considere as suas complexidades.

Declaração de contribuição dos autores

Os autores Selma Felisbino Hillesheim e Mércles Thadeu Moretti produziram o texto final por meio do compartilhamento de ideias e escritos.

Declaração de disponibilidade de dados

O compartilhamento de dados não é aplicável a este artigo, pois nenhum dado novo foi criado ou analisado neste estudo.

Referências

- Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Editora da Universidade Federal de Paraná.
- Ball, D. L.; D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras-González, L., Flores-Medrano, E., Escudero Avila, D. I., Vasco Mora, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20, 236-253. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14794802.2018.1479981?journalCode=rrme20>.
- Catalán, M. C., Contreras-González, L., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 18, 589-605.

- Curi, E. (2004). *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Católica de São Paulo]. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_curi.pdf
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidade del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía.
- Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l' apprentissage de la geometrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53. <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/>
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. In T. M. M. Campos (org.). (Trad. M. A. Dias). PROEM.
- Duval, R. (2012a). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *REVEMAT*, 07(2), 266-297. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.
- Duval, R. (2012b). Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. *REVEMAT*, 07(1), 118-138. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2012v7n1p118/22382>.
- Duval, R. (2015). Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030! *REVEMAT*, 10(1), 1-23. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n1p1/30037>.
- Duval, R. (2016). Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. *REVEMAT*, 11(2), 1-78. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n2p1/33628>
- Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. *Zetetiké*, 3(4), 1-37. <https://doi.org/10.20396/zet.v3i4.8646877>
- Flores, E., & Carrillo, J. (2014). Connecting a mathematics teacher's conceptions and specialised knowledge through her practice. In: S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, & D. Allan. *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36*, 3, 81-88.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008) Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Teachers' topic-specific knowledge of studentes. *Journal for Tesearch in Mathematics Education*, 39(4), 272-400.
- Hillesheim, S. F., & Moretti, M. T. (2017, out., 4-7). *Formação geométrica do professor pedagogo na perspectiva da semiosfera do olhar*. [Conferência] VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 1-12, Canoas, RS. <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6731/3091>
- Hillesheim, S. F., & Moretti, M. T. (2019, jul., 14-17). *A formação matemática do pedagogo nas pesquisas brasileiras: a questão da geometria*. [Apresentação de comunicação].

XIII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 1-15, Cuiabá, MT.
<https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>.

- Mendes, A. R. B. (2018). *Geometria nos anos iniciais: reflexão sobre um processo de formação continuada*. [Dissertação de Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática, Universidade Federal do ABC].
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: a framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054.
- Morais, E., Jr. (2015). *Por trás do currículo oficial, que geometria acontece? Um estudo sobre os saberes anunciados nas narrativas de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, apresentada pelo candidato*. [Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade Federal de São Carlos].
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Silva, M. J. F., & Lima, G. L. (2015, mayo 3-7). *Conhecimentos desenvolvidos em um curso de licenciatura em matemática na modalidade a distância*. [Paper presentation]. XIV Conferência Interamericana de Educación Matemática – CIAEM. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/138/95.