

<https://doi.org/10.23925/983-3156.2021v23i4p273-302>

Conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos e professores de matemática para abordagem da curva normal

Didactic-mathematical knowledge of prospective and in-service mathematics teachers to approach the normal curve

Conocimiento didáctico-matemático de estudiantes de licenciatura y profesores de matemáticas para abordaje de la curva normal

André Fellipe Queiroz Araújo¹

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

<https://orcid.org/0000-0002-7060-0621>

José Ivanildo Felisberto de Carvalho²

Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

<https://orcid.org/0000-0003-3981-4805>

Resumo

No presente texto, são discutidos os resultados de uma pesquisa que teve o objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos em matemática e professores de matemática do ensino médio para abordagem articulada entre a estatística e a probabilidade por meio da curva normal. Esse estudo tem como aporte o modelo teórico de conhecimentos e competências didático-matemáticos do professor – CCDM, desenvolvido no âmbito do enfoque ontossemiótico do conhecimento e da instrução matemática – EOS. Em termos metodológicos, essa pesquisa possui abordagem qualitativa, seu universo de participantes foi composto por 14 professores de matemática do ensino médio da rede pública do estado de Pernambuco, localizado na região nordeste do Brasil e 10 licenciandos em matemática de uma universidade pública do mesmo estado. Esse grupo participou de uma oficina que contemplou a vivência de três atividades e uma sistematização teórica sobre o tema. Os resultados apontam que, inicialmente, os participantes apresentaram inconsistências nos

¹ andrefellipe93@hotmail.com

² ivanfcar@hotmail.com

conhecimentos didático-matemáticos sobre a temática. No entanto, com o desenvolvimento do estudo, conseguiram avançar na construção, ressignificação e ampliação de seus conhecimentos didático-matemáticos sobre a articulação entre a estatística e a probabilidade por meio da curva normal. Concluimos que é pertinente o investimento nas formações acadêmicas e em formações continuadas que possibilitem a apropriação e ampliação de conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos e professores de matemática sobre tópicos da estatística e da probabilidade.

Palavras-Chave: Estatística, Probabilidade, Curva Normal, Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos, Formação de Professores.

Abstract:

In the current text, we discuss the results of a research that aimed to investigate the didactic-mathematical knowledge of mathematics undergraduates and high school mathematics teachers for the articulated approach between statistics and probability through the normal curve. This study is supported by the theoretical model of didactic-mathematical knowledge and competencies of teachers (DMK), developed in the context of the onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction - OSA. In methodological terms, this research takes a qualitative approach, and its universe of participants was composed by 14 public high school mathematics teachers from the state of Pernambuco, in the Northeast region of Brazil, and ten undergraduate mathematics students from a public university in the same state. This group had participated of a workshop that involved the experience of three activities and a theoretical systematisation about the subject. The results showed that, at first, the participants had inconsistencies in their didactic-mathematical knowledge about the subject. However, with the development of this study, they were able to advance in the construction, redefinition, and expansion of their didactic-mathematical knowledge of the articulation between statistics and

probability through the normal curve. We have concluded that it is pertinent to invest in academic qualification and continuing education that make possible the appropriation and expansion of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers and mathematics teachers on topics of statistics and probability.

Keywords: Statistics, Probability, Normal Curve, Didactic-Mathematical Knowledge and Skills, Teacher training.

Resumen

En el presente texto se discuten los resultados de una investigación que tiene como objetivo indagar en los conocimientos didáctico-matemáticos de los estudiantes de licenciatura en matemáticas y profesores de matemáticas de secundaria para un abordaje articulado entre estadística y probabilidad a través de la curva normal. Este estudio se basa en el modelo teórico de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del docente - CCDM, desarrollado en el ámbito del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática - EOS. En términos metodológicos, esta investigación tiene un enfoque cualitativo, su universo de participantes estuvo compuesto por 14 profesores de matemáticas de secundaria de la red pública del estado de Pernambuco, ubicado en la región noreste de Brasil y 10 estudiantes de licenciatura en matemáticas de una universidad pública de Brasil el mismo estado. Este grupo participó de un taller que contempló la experiencia de tres actividades y una sistematización teórica sobre el tema. Los resultados muestran que, inicialmente, los participantes presentaron inconsistencias en el conocimiento didáctico-matemático sobre el tema. Sin embargo, con el desarrollo del estudio lograron avanzar en la construcción, reencuadre y ampliación de sus conocimientos didáctico-matemáticos sobre la articulación entre estadística y probabilidad a través de la curva normal. Concluimos que es pertinente o inversión en educación académica y continua que posibilite la apropiación y ampliación de los conocimientos didáctico-

matemáticos de estudantes de la licenciatura en matemáticas y docentes de secundaria en matemáticas en las temáticas de estadística y probabilidad.

Palabras clave: Estadística, Probabilidad, Curva normal, Conocimientos y Habilidades Didáctico-Matemáticas, Formación de profesores.

Conhecimentos Didático-Matemáticos de Licenciandos e Professores de Matemática para abordagem da Curva Normal

Os constantes avanços tecnológicos em nosso mundo cada vez mais globalizado nos faz depararmos, frequentemente, com uma grande quantidade de dados e informações, de caráter estatístico e probabilístico, inerentes aos diferentes aspectos de nossa sociedade e que exigem de nós, enquanto cidadãos, conhecimentos e habilidades para interpretá-los e, conseqüentemente, compreender o mundo ao nosso redor (Souza & Silva, 2019).

Esse entendimento torna evidente que os conhecimentos estatísticos e probabilísticos se constituem como saberes fundamentais para o desenvolvimento de habilidades, reflexões, argumentações e senso crítico que possam propiciar, aos indivíduos, a capacidade de analisar, interpretar uma variedade de fenômenos, dados e informações, além de favorecer à formulação de previsões e a tomada de decisões.

Dada essa importância, a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), principal documento orientador para o ensino no Brasil, propõe que o processo de ensino e aprendizagem da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica deve ser iniciado já nos primeiros anos do Ensino Fundamental, e, em seguida, aprimorado e ampliado no Ensino Médio. Esse documento, em linhas gerais, destaca a necessidade da abordagem de conceitos, fatos e procedimentos relativos a essas áreas de conhecimentos que estão presentes em muitas situações-problema do nosso dia a dia.

Nesse sentido, acreditamos a escola, enquanto instituição de formação básica, deve, essencialmente, promover possibilidades para o desenvolvimento do letramento estatístico e

probabilístico (Gal, 2002, 2005) dos estudantes, favorecendo a apropriação e compreensão dos significados dos conceitos relativos a essas duas áreas de conhecimento. Logo, compreendemos que a consolidação desse desenvolvimento perpassa pela formação inicial e continuada dos professores de Matemática, tendo em vista que as ações dos mesmos determinam, em grande medida, os resultados do processo de ensino aprendizagem.

Nesse contexto, Magalhães (2015) destaca a importância do investimento na formação inicial docente que propicie aos futuros professores de Matemática condições para exercerem de modo eficaz o ensino de Estatística, na Educação Básica, tendo em vista que Lopes (2013) já apontava a falta de preparo dos licenciandos em Matemática para o referido ensino, além da escassez de material didático adequado que apoie a prática docente. Pietropaolo, Silva e Amorim (2019) reforçam que ainda é comum os professores da Educação básica apresentarem inconsistência no domínio de conhecimentos relativos à Estatística e certo ceticismo quanto à importância e necessidade da abordagem dessa temática, em sala de aula.

No que diz respeito ao ensino de Probabilidade, Batanero e Díaz (2012) já constatavam que comumente os professores focam demasiadamente no tratamento de técnicas operatórias e procedimentos mecanizados relativos ao conceito de probabilidade e pouco exploram os significados e aplicações desse conceito em situações do cotidiano dos estudantes. Carvalho e Pietropaolo (2018) corroboram com as informações supracitadas, ao pontuarem que, em linhas gerais, os professores da Educação Básica apresentam inconsistências sobre a Probabilidade, tanto na perspectiva matemática como também na didática. No entanto, os autores destacam que mediante processos formativos adequados, os professores são capazes de avançar na construção e ressignificações dos seus conhecimentos matemáticos e didáticos sobre essa área de conhecimento.

Diante do exposto, acreditamos que é pertinente a realização de investigações que tratem dos conhecimentos relativos ao campo estatístico e probabilístico de professores de

Matemática da escolarização básica. Nessa direção, focamos, nesse estudo, no conceito da Curva Normal, por considerá-la o principal modelo de análise de dados presente na Inferência Estatística (Batanero, Tauber & Sánchez, 2004) e por acreditar que seu processo de ensino e aprendizagem possibilita a abordagem articulada entre a Estatística e a Probabilidade, áreas que, comumente, são ensinadas de forma independente, na Educação Básica.

Diante disso, o presente estudo teve o objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos em Matemática e professores de Matemática do Ensino Médio para abordagem articulada entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal. Para tanto, a pesquisa tem como embasamento teórico o modelo de Conhecimentos e Competências Didático-Matemático do professor - CCDM, (Pino-Fan & Godino, 2015; Godino, Batanero, Font & Giacomone, 2016), que está fundamentado no Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática - EOS, (Godino, 2012). A partir desse modelo, os autores defendem que para o professor de Matemática exercer a sua função docente de modo eficaz, faz-se necessário o domínio de conhecimentos e competências que englobam tanto o conhecimento matemático, como também o conhecimento sobre o ensino da Matemática, ou seja, a esfera didática.

A Curva Normal e alguns estudos sobre o seu processo de ensino e aprendizagem

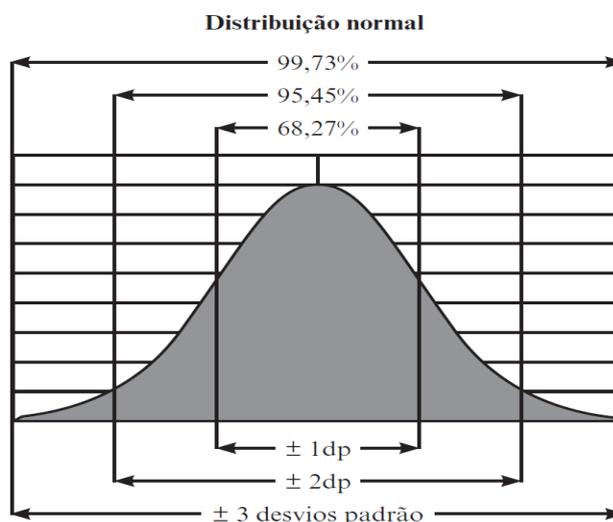
Para compreendermos o conceito da Curva Normal, é preciso primeiramente entender que a estrutura da Estatística, enquanto ciência, contempla duas áreas de conhecimento: a Descritiva e a Inferencial. Em linhas gerais, a Estatística Descritiva reúne métodos para organização, resumo e descrição de dados e informações, como por exemplo: tabelas, gráficos, medidas de tendência central (médias, moda e mediana) e medidas de variabilidade ou dispersão (amplitude, desvio-padrão e variância). Em complemento, a área Inferencial é responsável por dar suporte ao pesquisador, apresentando um conjunto de técnicas que buscam

caracterizar e projetar o comportamento de uma população a partir dos parâmetros observáveis de uma parte dela, ou seja, uma amostra dessa população (Bayer et al., 2005).

Subjacentes à Estatística Inferencial estão outros dois campos de conhecimento: a Amostragem e a Probabilidade. O primeiro é identificado como a área responsável pelo desenvolvimento de estudos e técnicas para escolha das unidades populacionais que formarão uma determinada amostra. Por vez, a Probabilidade é classificada como a área que trata de fenômenos aleatórios, contemplando aspectos de análise combinatória, experimentos aleatórios, espaço amostral, operações com eventos e comportamentos probabilísticos de variáveis discretas e contínuas (Bayer et al., 2005).

Assim, podemos compreender que a Probabilidade, por se ocupar do estudo e modelagem de fenômenos aleatórios, está articulada com a Estatística Inferencial, proporcionando a formulação de técnicas e modelos matemáticos que possibilitam o cálculo da probabilidade de eventos, inferir e caracterizar uma população. Nesse sentido, a Distribuição Normal, também chamada de Curva Normal, é considerada o principal modelo probabilístico de análise de dados presente na Inferência Estatística (Batanero, Tauber & Sánchez, 2004). A Curva Normal é definida a partir de dois parâmetros: a média, que corresponde ao ponto central da Curva e o desvio-padrão que indica a dispersão dos dados. Graficamente, ela possui a seguinte representação:

Figura 1.
Representação da Curva Normal (São Paulo, 2014)



A partir dessas informações, em termos matemáticos, cabe destacar que a Curva reúne 100% dos dados da amostra e a área sob seu gráfico e o eixo das abscissas é sempre igual a 1. Além disso, a Curva Normal possui algumas importantes propriedades: 1) A distribuição dos dados é simétrica em relação à média, ou seja, ao centro. 2) Em toda Curva Normal, os valores de média, moda e mediana coincidem. 3) A Curva Normal possibilita determinar probabilidades associadas aos valores da área de intervalos da distribuição. 4) A probabilidade de uma variável assumir um valor entre dois pontos é determinada pela área sob a curva que os contém.

Além do mais, devemos compreender que o formato da Curva Normal depende dos referidos parâmetros média e desvio-padrão estabelecidos em cada situação. Como o valor da média estabelece o centro da Curva Normal e o desvio-padrão indica a dispersão do conjunto, isso implica que ao variá-los, o gráfico apresentará movimentos de translação e achatamento. Assim, quanto maior for o desvio-padrão de uma Distribuição Normal, maior será o achatamento do gráfico, ou seja, a amplitude dos dados, definida como a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto (Azevedo, 2016). Nessa situação, os dados estarão mais dispersos ou distantes da média da distribuição.

No que diz respeito a estudos presentes na literatura sobre esse tema, em linhas gerais, ainda são poucos os que abarcam o processo de ensino e aprendizagem da Curva Normal no Ensino Médio. No Brasil, especificamente, investigações são escassas e nos dão poucas referências de quais são as possíveis dificuldades dos professores e estudantes para o referido processo e de materiais didáticos que auxiliem o professor para a abordagem, em sala de aula, desse conceito.

Lima (2009) buscou introduzir o conteúdo da Curva Normal a 11 alunos egressos do Ensino Médio da cidade de São Paulo através das resoluções de problemas e na utilização de uma planilha eletrônica como ferramenta para a construção da ideia da Curva Normal. Os resultados do estudo indicam que os alunos foram capazes de reconhecer a representação gráfica e compreender as propriedades e características desse modelo. O autor ainda conclui que foi possível relacionar conteúdos da Estatística com os da Probabilidade e que os alunos compreenderam a relação estabelecida entre essas áreas de conhecimento na Curva Normal.

Já Valdez Monroy e Salinas Herrera (2019) realizaram um estudo com 53 estudantes mexicanos que cursaram o Bachillerato, equivalente aos dois últimos anos do Ensino Médio no Brasil. Os autores investigaram o conhecimento desses estudantes a partir da resolução de um questionário contendo três problemas sobre a Curva Normal. Ao analisarem as respostas, constataram que os estudantes apresentaram dificuldades em reconhecer a importância da padronização para análises estatísticas em uma distribuição de dados e o significado e a representação gráfica da Curva Normal. Diante disso, concluem que é pertinente a abordagem do conceito da Curva Normal na Educação Básica e que esse ensino tenha um equilíbrio e integração entre a utilização de recursos computacionais e de atividades por escrito que propiciem aos estudantes a compreensão da representação gráfica e dos significados que podem ser observados em situações do cotidiano a partir desse modelo probabilístico.

González, Ojeda e Palacios (2018) realizaram uma pesquisa com dois professores de Matemática do México, um atuante no Ensino Médio e o outro no Nível Superior e ambos possuíam experiência com o ensino de Estatística e Probabilidade e com o ensino da Curva Normal em seus respectivos níveis de atuação. Os autores realizaram uma entrevista semiestruturada e individual com cada professor, na qual a primeira pergunta foi voltada para resolução e explicação de uma situação problema sobre a Curva Normal, as demais perguntas indagaram a forma como os professores abordavam esse tópico em sala de aula e qual livro didático adotavam.

Na análise das respostas apresentadas, os autores constataram que os professores tiveram dificuldades de interpretar a situação problema e não conseguiram solucionar a questão. Além disso, ficou evidenciado que os dois professores replicavam o discurso apresentado pelos livros didáticos adotados e que o ensino da Curva Normal tinha como foco apenas a operacionalização e tratamento das fórmulas e cálculos. Deste modo, os autores concluem que para a realização do ensino da Curva Normal, desde a Educação Básica, também deve-se oportunizar a compreensão dos significados desse conceito e dos conceitos estatísticos e probabilísticos abarcados nesse modelo, em diversos contextos, para que seja possível a correta interpretação dos fenômenos e problemas que fazem uso da Curva Normal.

Macedo (2016), por sua vez, realizou um estudo com um grupo de 15 professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio da Educação Básica de São Paulo, com o objetivo de investigar a ampliação da base de conhecimento desses professores sobre o ensino de noções estatísticas relativas à Curva Normal, por meio de uma formação continuada. Os resultados do estudo indicam, inicialmente, que os professores não priorizavam o ensino da Curva Normal em suas aulas e apresentaram concepções inconsistentes sobre os conceitos estatísticos presentes nesse tipo de distribuição. No entanto, após o processo formativo, o autor concluiu que os professores ressignificaram os conceitos estatísticos e compreenderam a importância do

ensino deste tema, e assim, ampliaram a base de conhecimentos relativa ao ensino da Estatística e da Probabilidade.

Diante do exposto, cabe destacarmos que o nosso estudo se difere dos supracitados por buscar investigar os conhecimentos didáticos-matemáticos e também contribuir para a construção dos mesmos, por parte de licenciandos em Matemática e professores de Matemática sobre articulação entre a Estatística e a Probabilidade por meio do modelo da Curva Normal.

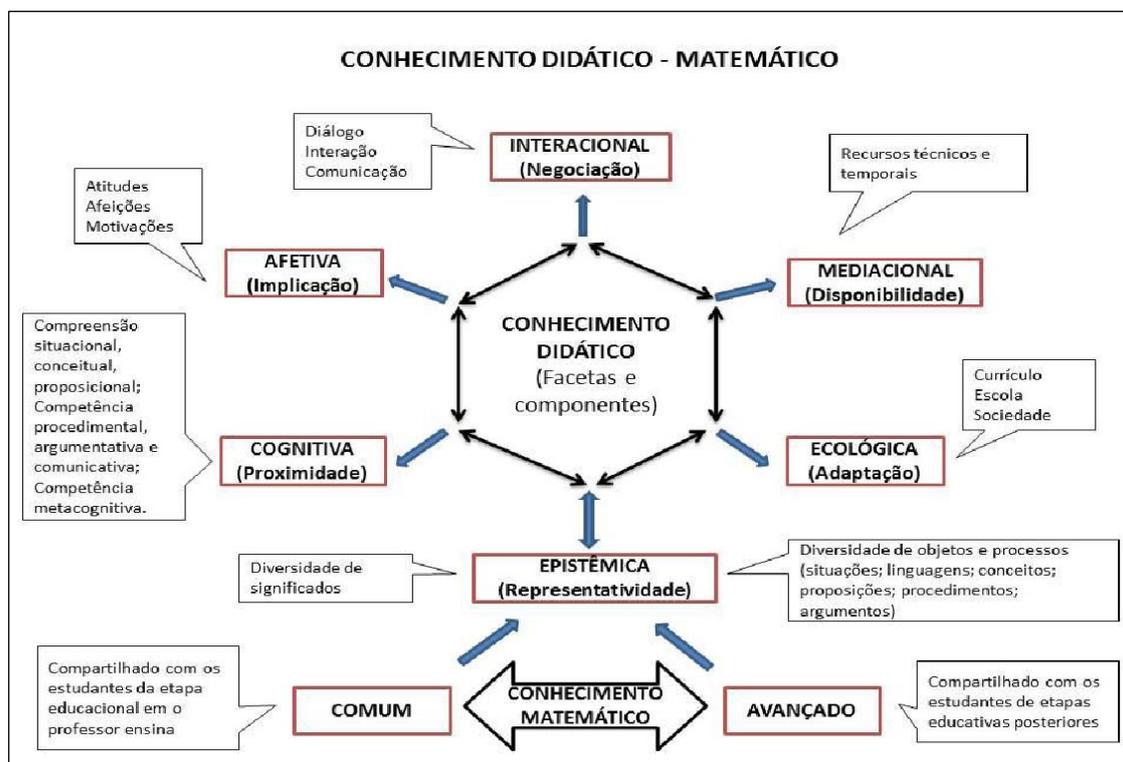
Modelo de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos – CCDM

Com o objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos de licenciandos em Matemática e professores de Matemática do Ensino Médio para abordagem articulada entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal, adotamos como embasamento teórico as ideias de Pino-Fan e Godino (2015); Godino, Batanero, Font e Giacomone (2016) sobre o modelo Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos – CCDM, desenvolvido no âmbito do Enfoque Ontosemiótico do conhecimento e da Instrução Matemática-EOS (Godino, 2012).

No referido modelo, o conhecimento didático-matemático é compreendido como o saber docente relativo à matemática e aos aspectos didáticos voltados para o seu ensino e que estão relacionados entre si no processo de ensino e aprendizagem. Já a competência diz respeito uma ação efetiva do professor realizada em um contexto específico com um propósito determinado durante a sua prática docente. Entretanto, diante do objetivo do nosso estudo, focamos apenas nos conhecimentos didático-matemáticos que o professor de Matemática deve possuir para que possa exercer sua prática docente de forma adequada e eficiente. A imagem, a seguir, sistematiza e apresenta os componentes e as facetas relativos ao conhecimento didático-matemático que compõem esse modelo.

Figura 2.

Conhecimento didático-matemático (Carvalho (2017), adaptado de Godino et al (2016))



Discorrendo sobre as características das categorias de conhecimento matemático, Pino-Fan e Godino (2015) enfatizam que o conhecimento matemático *Comum* do conteúdo engloba o conhecimento do professor sobre um objeto específico matemático, capaz de resolver problemas ou atividades matemáticas relacionadas a esse objeto e que deve ser abordado com os alunos em cada etapa da escolarização em que o professor se propõe a desenvolver o processo de ensino e aprendizagem sobre esse conteúdo. No ensino da Curva Normal, por exemplo, o conhecimento *Comum* diz respeito ao domínio de conceitos, definições, procedimentos operatórios e algoritmos a serem abordados e suficientemente para resolver problemas e interpretar dados e informações estatísticas e probabilísticas apresentadas nesse tipo de distribuição.

O conhecimento matemático *Avançado* do conteúdo, por sua vez, corresponde ao conhecimento sobre os conteúdos matemáticos que devem ser ensinados nas etapas educativas posteriores. Deste modo, o professor deve ter domínio do conhecimento matemático escolar no

nível educacional onde ele ensina, mas também deve ser capaz de articular este conhecimento com aqueles correspondentes que serão abordados em níveis educacionais subsequentes. (Pino-Fan & Godino, 2015)

Em relação à faceta *Epistêmica*, a mesma contempla o conhecimento matemático que vai além daqueles abarcados pelas categorias *Comum* e *Avançado* do conteúdo. Assim, diz respeito ao conhecimento institucional, de natureza normativa, englobando a pluralidade de significados que os objetos matemáticos podem assumir, levando em consideração as diferentes situações e contextos que os mesmos estão inseridos, as diversas representações que podem ser mobilizadas e as relações entre os conceitos matemáticos, objetos e processos abarcados em cada situação. Deste modo, a partir desse conhecimento, o professor deve ser capaz, por exemplo, de mobilizar diferentes representações e reconhecer os diversos significados dos objetos matemáticos emergidos durante a resolução. Em nosso caso, esse conhecimento abarca os diferentes significados e representações em que a Curva Normal pode assumir em diversas situações e aplicações, bem como as relações entre os conceitos estatísticos e probabilísticos presentes nesse modelo.

A faceta *cognitiva*, por sua vez, está relacionada com o conhecimento sobre aspectos e a forma como os estudantes aprendem, raciocinam, entendem a Matemática e como progredem na sua aprendizagem. Já a faceta *afetiva (emocional)*, corresponde ao grau de conhecimento sobre aspectos emocionais e comportamentais, como também as crenças e atitudes dos estudantes sobre os objetos matemáticos que emergem durante o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Em continuidade, a faceta *Mediacional* corresponde ao conhecimento sobre a disponibilização e utilização de recursos didáticos (tecnológicos, materiais) que podem ser utilizados para abordagem de conteúdos, a fim de potencializar o processo de ensino aprendizagem.

Em relação à faceta *interacional*, ela corresponde ao conhecimento sobre o ensino da Matemática, organização de atividades para o ensino e os diversos tipos de interações que podem ocorrer na sala de aula, que são consideradas essenciais para o processo de ensino e aprendizagem, isto é, alunos com o professor, alunos entre si e alunos com os recursos didáticos. A faceta *ecológica*, por sua vez, corresponde ao conhecimento sobre a relação dos conteúdos matemáticos com outras disciplinas, o currículo proposto para o ensino de Matemática e os fatores do cotidiano, como sociais, incluindo a comunidade escolar, políticos e econômicos que estão subjacentes ao processo de ensino e aprendizagem (Pino-Fan & Godino, 2015).

Por fim, Pino-Fan e Godino (2015) e Carvalho (2017) destacam que todos esses componentes e facetas didático-matemáticos estão relacionadas entre si no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e assim, faz-se necessário que o professor tenha domínio sobre todos eles. Desta forma, ao exercer a prática docente o professor deve ser capaz de mobilizar, aplicar e reconhecer tais dimensões.

Procedimentos Metodológicos

A presente investigação utiliza uma abordagem qualitativa que Oliveira (2011, p.28) a classifica “como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo a sua estruturação”.

O seu universo de participantes foi composto por 10 licenciandos em Matemática de uma Universidade Pública do estado de Pernambuco e 14 professores de Matemática do Ensino Médio da rede pública do mesmo estado, localizado na região Nordeste do Brasil. Os licenciandos eram cursistas entre o terceiro e o sexto período e os professores possuíam formação inicial em licenciatura em Matemática, com experiência docente de 5 a 10 anos. Para fins de apresentação e tratamento de dados, os licenciandos e professores estão identificados

no presente texto, respectivamente, pela letra L e P seguido de um índice subscrito: L_1, L_2, \dots, L_{10} e P_1, P_2, \dots, P_{14} . Nossa escolha por esse público seu deu na intenção de investir na formação inicial e continuada dos mesmos para a prática docente em Matemática na Educação Básica, e considerando que o estudo da Curva Normal, através do ensino da Estatística e da Probabilidade, ser recomendado para essa etapa de ensino nas diretrizes para a Educação Básica veiculadas por Pernambuco (2013) e Brasil (2018).

Nesse sentido, esse grupo participou voluntariamente de uma oficina promovida pelos autores, no ano de 2019, de forma presencial, na qual aplicamos uma proposta de ensino voltada para a abordagem articulada entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal, com o objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos dos licenciandos e professores sobre o referido tema. Esse encontro foi pautado em uma vivência de 4 momentos que contemplaram a realização de três atividades impressas, em forma de questionários, e uma sistematização teórica sobre o tema, seguidas de discussões coletivas sobre as ideias abordadas em cada momento.

O primeiro momento da oficina foi reservado para a realização da primeira atividade, a qual contemplou duas questões e teve o objetivo de instigar nos participantes a reflexão sobre o conhecimento matemático comum sobre os conceitos de média aritmética, moda, mediana, desvio-padrão e probabilidade, os quais estão presentes no modelo da Curva Normal. Na sequência, o segundo momento contemplou a abordagem, realizada pelos pesquisadores, de uma sistematização teórica sobre a articulação entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal e as possibilidades didáticas para o seu processo de ensino e aprendizagem no Ensino Médio. O terceiro momento, por sua vez, foi reservado para a realização da segunda atividade, que também foi composta por duas questões e teve objetivo emergir os conhecimentos didático-matemáticos sobre o tema abordado e discutido na sistematização teórica. Por fim, no quarto momento, o qual contemplou a terceira atividade, os participantes

foram convidados pontuar, individualmente, quais as contribuições que o estudo realizado na oficina proporcionou para o desenvolvimento de seus conhecimentos na perspectiva do conhecimento matemático e do didático.

Para a realização dessas atividades os 24 participantes foram organizados em duplas, sem critério de escolha para as composições. Além disso, todos esses momentos contaram com a intervenção dos pesquisadores, as atividades impressas foram recolhidas, as discussões e socializações foram audiogravadas e os diálogos que julgamos mais pertinentes estão discutidas no presente texto.

A escolha pelo questionário como tipo de instrumento foi por acreditar que o mesmo “é considerado um importante instrumento de pesquisa por fornecer subsídios reais do universo ou da amostra pesquisada” Oliveira (2011, p. 44). Em acréscimo, como critério de análise de dados, classificamos as respostas dos professores aos questionários a partir de três categorias, a saber: Resposta Adequada (RA); Resposta Parcialmente Adequada (RPA) ou Resposta Inadequada (RI). A opção por esse método de classificação se deu por acreditar que o mesmo possibilita, de modo satisfatório, identificar, compreender e caracterizar os dados coletados nas atividades. Na seção seguinte, apresentaremos as questões que compõem os questionários, concomitantemente com a discussão dos resultados das análises, diante das categorizações emergentes das respostas dos participantes.

Análise e Discussão dos Resultados

Como visto na seção anterior, a oficina se iniciou com a realização da primeira atividade que teve o intuito de instigar nos participantes a reflexão sobre o conhecimento matemático comum sobre os conceitos de média aritmética, moda, mediana, desvio-padrão e probabilidade, os quais estão presentes no modelo da Curva Normal. Inicialmente, cada professor e licenciando apresentou a sua altura (cm) para que todas as duplas tivessem acesso a esse dado de todos os participantes do encontro. A escolha da altura (cm) como variável a ser trabalhada

foi dada pela mesma se tratar de uma variável contínua e a Curva Normal descrever comportamento de variáveis com essa característica.

Em seguida, os participantes foram convidados a responder duas questões. A primeira solicitava que cada dupla determinasse a média aritmética, a moda, a mediana e o desvio-padrão das alturas do conjunto de pessoas participantes da oficina. A segunda solicitou que apresentassem a probabilidade de se escolher ao acaso uma pessoa dentre todos os participantes e ela possuir a altura maior ou igual que a média do conjunto. Ao verificarmos as respostas apresentadas pelas duplas, constatamos que todas se classificam na categoria Resposta Adequada, isto é, as duplas apresentaram de modo adequado o cálculo das medidas de centralidade e de dispersão e o cálculo de probabilidade solicitados na questão, demonstrando possuírem noções do conhecimento matemático Comum (Pino-Fan e Godino, 2015) sobre esses conceitos.

Após esse momento, o encontro prosseguiu com a socialização e discussão entre os pesquisadores e os licenciandos e professores sobre as questões presentes nessa primeira atividade. Nesse sentido, os participantes foram questionados como eles têm abordado ou de que forma acreditavam que deveria ser abordado os conceitos abordados nas questões, nas aulas de Matemática.

As respostas dos professores e de alguns licenciandos que já atuam em sala de aula evidenciaram que estavam habituados a abordar os conceitos das medidas de centralidade e de dispersão e também o de probabilidade de forma mecanizada e distanciada, com ênfase no tratamento e na aplicação das fórmulas e técnicas operatórias relativas a esses conceitos. Além disso, o grupo transpareceu que abordava o conceito de probabilidade apenas como a razão entre os casos favoráveis e possíveis e que em nenhum momento já pautaram um ensino relacionando os conceitos e significados da Estatística com o da Probabilidade. Esse resultado demonstra que, em certa medida, ainda é comum para o ensino de tópicos da Estatística e da

Probabilidade na Educação Básica, a utilização de uma abordagem que valoriza a aplicação das técnicas operatórias em detrimento aos significados que os referidos conceitos podem assumir em diferentes contextos.

No entanto, a partir da discussão realizada os participantes refletiram na necessidade de também compreender e abordar, em sala de aula, as medidas de dispersão relacionadas com as de centralidade, a relação entre a Estatística e a Probabilidade, e os significados desses conceitos inseridos em diferentes situações, por meio da aplicação e tratamentos de dados reais, inerentes ao contexto social dos estudantes, de modo que torne possível o desenvolvimento de habilidades para o exercício da criticidade, análise e interpretação desses dados.

Na sequência, a sistematização teórica se iniciou com o estudo sobre a Estatística enquanto ciência, contemplando a área Descritiva e Inferencial, ressaltando nesta última, os conceitos de amostragem, amostra e sua relação com a Probabilidade, a partir das ideias de Bayer et al. (2005) já apresentadas nesse texto. Nessa etapa, através da discussão realizada, foi possível perceber que tanto os professores como os licenciandos tinham um maior domínio conceitual sobre a Estatística Descritiva, em comparação com a Inferencial, e conseqüentemente, os professores a priorizavam em suas aulas com foco na interpretação e análise de gráficos e tabelas, no cálculo das medidas de centralidade e, menos frequentemente, as medidas de dispersão. Entretanto, os professores e licenciandos passaram a refletir e compreender o conhecimento epistêmico sobre a Estatística enquanto ciência e a sua relação com a probabilidade, denotando a necessidade e importância de também abordar conceitos da Estatística Inferencial na escolarização básica.

Além disso, na medida em que a discussão teórica prosseguia, os participantes também passaram a apresentar noções de conhecimento didático para a abordagem da Estatística Inferencial em sala de aula, como podemos observar no recorte do diálogo, a seguir:

***Pesquisador:** Diante do que estudamos sobre essa parte teórica, como podemos abordar conceitos da Estatística Inferencial em sala de aula?*

***P₆:** Acredito que devemos dá a oportunidade do aluno ser um pesquisador. Na medida que ele vai realizando uma pesquisa estatística é uma oportunidade para aprender os conceitos de amostragem, amostra entre outros que vimos aqui.*

***P₈:** Também acho que com a realização de uma pesquisa com o próprio contexto dos alunos, podemos trabalhar o conceito da amostra, na ideia de representar todo o conjunto e também associar isso a probabilidade.*

***L₄:** Também Concordo. Se realizarmos uma atividade com os alunos que possibilite a realização de uma pesquisa estatística, acredito que é bem interessante porque dará a oportunidade de se explicar os conceitos da Estatística Inferencial a medida que os alunos vão praticando.*

Nesse sentido, nas discussões sobre o tema, foi possível perceber que emergiram noções de conhecimento didático envolvendo as facetas Interacional, Mediacional e Ecológica, ao proporem o desenvolvimento de pesquisas estatísticas por parte dos estudantes, tópico presente nos documentos curriculares para o ensino de estatística na disciplina de Matemática, como recurso didático para a interação e abordagem dos conceitos de amostragem, amostra e de como a probabilidade está subjacente a Estatística Inferencial.

Após essa etapa, prosseguimos a sistematização teórica com a apresentação do modelo da Curva Normal com o objetivo de proporcionar, aos participantes, a apropriação do conhecimento comum e o conhecimento epistêmico sobre esse modelo, isto é, seu conceito, significados e representações. Para isso, de início, foi necessário o entendimento sobre o conhecimento matemático comum relativo ao conceito de uma variável estatística e, diante disso, apresentamos a definição proposta por Cazorla, Magina, Gitirana e Guimarães, (2017, p.29), as quais classificam uma variável estatística como “uma característica da população que

assume diferentes valores ou categorias”. Na sequência, para proceder com a abordagem do modelo da Curva Normal, focamos na variável quantitativa do tipo contínua, a qual na ótica das referidas autoras se trata de uma variável numérica cujos valores são resultantes de uma mensuração, como por exemplo, a massa (kg), altura (cm) e renda familiar (R\$).

Diante desse entendimento, apresentamos o conceito da Curva Normal e sua representação gráfica. Em seguida, utilizando exemplos de Curvas Normais que retratam o comportamento de fenômenos do nosso cotidiano, abordamos os conceitos estatísticos, probabilísticos e as propriedades matemáticas que estão presentes nela, isto é, as medidas de centralidade e dispersão, a probabilidade associada à área da Curva e das demais propriedades que também estão abordadas na seção da Curva Normal nesse presente texto. Nessa etapa, através da discussão realizada, foi possível perceber que os participantes passaram a compreender o conceito da Curva Normal, além de serem capazes de fazer as leituras estatísticas e assimilar os significados de cada gráfico apresentado e dos conceitos das medidas de centralidade e dispersão abarcadas por cada um deles.

Em seguida, procedemos com o cálculo de probabilidades na Curva Normal retomando a discussão que esse modelo reúne 100% dos dados da amostra e a área sob seu gráfico e o eixo das abscissas é sempre igual a 1, tornando possível determinar probabilidades associadas aos valores da área de intervalos da distribuição de modo que a área sob a curva entre dois pontos é a probabilidade de uma variável normalmente distribuída tomar um valor entre esses pontos. Após isso, explicamos o cálculo de probabilidades utilizando os métodos da tabela normal padronizada Z^3 e o software Geogebra⁴, dois recursos que permitem o cálculo da área de um determinado intervalo sob a Curva e a probabilidade de um elemento da amostra pertencer a esse determinado intervalo. Logo, também buscamos propiciar uma oportunidade

³A Tabela Z fornece a área de intervalos padrões entre a média e qualquer ponto sob a Curva. Referência suporte: Magalhães e Lima (2004, p. 355)

⁴ Software matemático dinâmico que disponibiliza a ferramenta para o cálculo de probabilidades na Curva Normal (www.geogebra.org).

para os participantes se apropriarem do conhecimento didático envolvendo a faceta Mediacional, apresentando a eles, a tabela e o Geogebra como recursos didáticos para o ensino desse tema em sala de aula.

Para finalizar, abordamos as diretrizes curriculares que orientam o ensino da Curva Normal no Ensino Médio da escolarização básica, veiculadas por Pernambuco (2013) e Brasil (2018). No entanto, os professores e os licenciandos, em linhas gerais, afirmaram não conhecer tais recomendações curriculares e, a partir dessa abordagem sobre o currículo, buscamos oportunizar a eles, a apropriação do conhecimento didático envolvendo a faceta Ecológica que contempla o conhecimento sobre as diretrizes presentes no currículo proposto para o ensino de Matemática. A seguir, apresentamos um recorte do debate em decorrência desse momento:

***Pesquisador:** Diante do que estudamos até aqui sobre o conceito da Curva Normal envolvendo o cálculo de probabilidades e as orientações curriculares presentes nos documentos oficiais para o seu ensino, o que vocês podem dizer sobre esse tema, pensando no seu ensino em sala de aula na educação básica?*

***P₉:** Eu achei bastante interessante. Até então não tinha conhecimento sobre a Curva Normal. É importante compreender o quanto ela representa fenômenos e situações do nosso cotidiano. Também acho importante nós entendermos as recomendações do currículo sobre esse assunto e levar para sala de aula*

***L₅:** Também achei interessante, principalmente a relação das medidas de tendência central, de dispersão e também a probabilidade na Curva Normal. É uma maneira diferente e interessante para estudar esses conceitos. Acho um tema muito bom para ensinar aos alunos.*

A partir dos relatos dos participantes, de modo geral, foi possível perceber que os mesmos não conheciam o conceito da Curva Normal, incluindo sua representação gráfica, os conceitos das medidas de centralidade e dispersão, os cálculos probabilísticos presentes na Curva Normal e as recomendações curriculares oficiais para o seu ensino na Educação Básica.

Esse resultado, nos leva a compreender que os professores de Matemática não tiveram oportunidade de estudar sobre esse tema em suas formações acadêmicas e, conseqüentemente, não os contemplavam em suas práticas docentes. Já em relação aos licenciandos em Matemática, evidenciou-se que até aquele momento, eles ainda não tinham se deparado com o estudo dessa temática em sua formação inicial.

Em prosseguimento à oficina, o terceiro momento foi destinado para a realização da segunda atividade, a qual foi composta por duas questões. A primeira teve o objetivo de analisar o conhecimento matemático Comum e o conhecimento Epistêmico relativo à Curva Normal, envolvendo alguns conceitos estatísticos e probabilísticos presentes na mesma e o cálculo de probabilidades associados a intervalos sob a Curva Normal. Já a segunda questão teve como objetivo analisar o conhecimento didático dos professores envolvendo todas as facetas: Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Mediacional, Interacional e Ecológica, a partir de uma resposta de um estudante a uma situação problema envolvendo o conceito da Curva Normal. A seguir, apresentaremos as questões da segunda atividade e a discussão dos resultados.

Questão 1 - Em uma escola, um professor realizou um estudo em que foi medida a altura, em cm, de todos os estudantes do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Ele concluiu que os estudantes do Ensino Fundamental possuíam a média e o desvio-padrão da altura iguais a, 155 cm e 4 cm, respectivamente. Já os do Ensino Médio possuíam a média igual a 174 cm e o desvio-padrão igual a 5 cm. A partir dessas informações, determine:

a) Se o professor escolher um aluno do Ensino Fundamental ao acaso, qual a probabilidade que o aluno escolhido tenha a altura entre 155 cm e 164 cm?

b) qual a probabilidade de um aluno do Ensino Médio ter a altura maior ou igual a 174 cm?

Nessa questão, apresentamos uma situação-problema abordando os dados com a média e o desvio-padrão das alturas de uma amostra de estudantes. A partir dessas informações, no

item (a), utilizando os dois parâmetros da Curva Normal, a média e o desvio-padrão, as duplas deveriam utilizar a tabela da Curva Normal padronizada (z) e calcular a área sob a curva entre o intervalo solicitado. Já no item (b), deveriam reconhecer que o intervalo maior ou igual que 174 cm, ou seja, a média da distribuição, representa a metade da curva e, portanto, a área é igual a 0,5 ou 50% de probabilidade.

Ao analisarmos as respostas, verificamos que nos dois itens, todas as duplas responderam de forma adequada. Logo, no item (a), eles foram capazes de determinar corretamente a probabilidade de se escolher um estudante ao acaso e ter a altura entre o intervalo de 155 cm e 164 cm. No item (b), foram capazes de reconhecer, de forma intuitiva, a probabilidade de se escolher um estudante ao acaso e ele ter a altura maior ou igual que a média da amostra dos estudantes. A seguir, apresentamos como exemplo a resposta adequada de uma dupla.

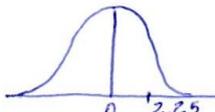
Figura 3.

Resposta RA da Dupla5(P₄e L₉) à 1ª questão da Atividade 2 (Dados da pesquisa, 2019)

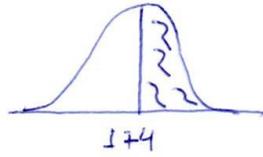
a) Se o professor escolher um aluno do Ensino Fundamental ao acaso, qual a probabilidade que o aluno escolhido tenha a altura entre 155 cm e 164 cm?

$Z_1 = \frac{155 - 155}{4} = 0$ A probabilidade é de 48,78%

$Z_2 = \frac{164 - 155}{4} = \frac{9}{4} = 2,25$



b) Se o professor escolher um aluno do Ensino Médio ao acaso, qual a probabilidade que o aluno escolhido tenha altura maior ou igual a 174 cm?



A probabilidade da altura ser maior ou igual que a média 174, corresponde a metade da curva. Então é igual a 50%.

a) A probabilidade é de 48,78%

b) A probabilidade da altura ser maior ou igual que a média 174, corresponde à metade da curva.

Diante desse exemplo, podemos perceber que para responder a questão, no item a, essa dupla fez uso do método da tabela normal padronizada para o cálculo da probabilidade

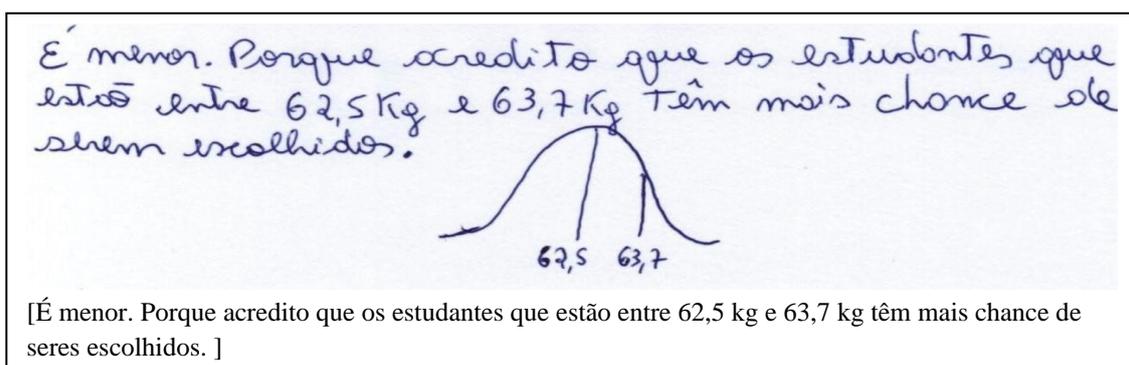
associada aos valores da área do intervalo da distribuição e também uma representação do gráfico da Curva Normal para exemplificar a área. No item b, conseguiram compreender que a probabilidade solicitada corresponde à metade da Curva e mais uma vez representaram o gráfico da Curva Normal para exemplificar essa situação. Diante disso, concluímos que diante da sistematização teórica e as atividades realizadas na oficina, os professores e os licenciandos se apropriaram do conhecimento matemático Comum e do conhecimento Epistêmico relativo ao conceito da Curva Normal, contemplando os conceitos da média e desvio-padrão presentes nela, sua representação gráfica e também o cálculo de probabilidades.

Questão 2 - Caros licenciandos e professores, imaginem que vocês estão ensinando a Curva Normal em uma turma do Ensino Médio. A seguir, está a resposta de um estudante a um problema envolvendo este tema. Quais seriam suas avaliações e explicações para a resposta desse estudante? Como vocês procederiam com a discussão em classe diante da resposta apresentada?

Questão: Os pesos dos alunos de uma escola distribuem-se normalmente, com média aritmética igual a 62,5 kg e desvio-padrão igual a 1,2 kg. Se a probabilidade de escolhermos, ao acaso, um aluno dessa escola que possua o peso no intervalo entre 62,5 kg a 63,7 kg ($62,5 \text{ kg} + 1,2 \text{ kg}$) é igual aproximadamente 34%, a probabilidade de alunos que, provavelmente, encontram-se entre 62,5 kg a 61,3 kg ($62,5 \text{ kg} - 1,2 \text{ kg}$) é igual, maior, ou menor que 34%? Por quê?

Figura 4.

Resposta de um estudante a um problema sobre a Curva Normal (Os autores, 2019)

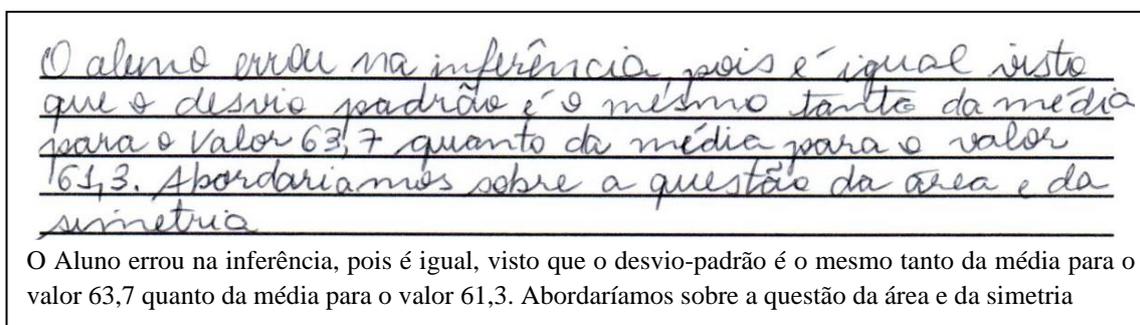


A segunda questão contempla uma resposta incorreta de um estudante a uma situação-problema envolvendo a Curva Normal. Através dela, objetivamos analisar o conhecimento didático envolvendo todas as facetas, isto é, as noções de conhecimento didático sobre os aspectos e a forma como o estudante concebe o modelo da Curva Normal, suas crenças e atitudes sobre esse objeto matemático, os recursos didáticos e os tipos de interações que poderiam ser utilizados para a discussão e abordagem do tema com a classe de estudantes.

Assim, ao analisarmos as respostas das duplas participantes, observamos que, em linhas gerais, todos eles apresentaram respostas do tipo parcialmente adequadas, pois suas considerações contemplaram noções de conhecimento didático envolvendo algumas das facetas, em sua maioria a Afetiva e Cognitiva, ao avaliar o conhecimento e a crença do estudante diante do objeto matemático contemplado na questão, e o que se abordaria a partir da resposta do estudante, como podemos observar na figura, a seguir.

Figura 5.

Resposta RPA da Dupla 7 (P₃ e P₆) à 2ª questão da Atividade 2 (Dados da pesquisa, 2019.)



Diante disso, podemos perceber que essa dupla analisou corretamente a resposta de um estudante e mencionaram o que abordariam para explanação do tema em sala, mas não destacaram a forma como prosseguiria a discussão, nem recursos didáticos que poderiam ser utilizados. No entanto, durante a discussão coletiva sobre essa questão, emergiram noções de conhecimento didático sobre as facetas Epistêmica, Cognitiva, Afetiva, Interacional, Mediacional e Ecológica, onde foi destacada a importância de interagir com os estudantes,

questionando o porquê da resposta apresentada, levando em consideração o seu contexto social, a suas crenças, atitudes e significados sobre a Curva Normal, as recomendações curriculares e a utilização de recursos didáticos, como por exemplo, o Geogebra e a tabela normal padronizada, para o ensino do tema presente na questão.

Por fim, no quarto momento, o qual contemplou a terceira atividade, os participantes foram convidados pontuar, individualmente, quais as contribuições que o estudo realizado na oficina proporcionou para o desenvolvimento de seus conhecimentos na perspectiva do conhecimento matemático e do didático. Nesse sentido, as respostas para essa atividade não se apresentam categorizadas porque elas denotam a opinião dos professores e dos licenciandos sobre a relevância do estudo realizado e as possíveis contribuições do mesmo para a construção e/ou aprimoramento de seus conhecimentos didático-matemáticos sobre o tema.

Ao analisarmos as respostas, verificamos que, na perspectiva do conhecimento matemático, os participantes apontaram que o estudo propiciou o entendimento sobre a relação entre Estatística e a Probabilidade, por meio da Estatística Inferencial, contemplando importantes conceitos, até então, pouco conhecidos por eles, como a amostragem e amostra. Além disso, destacaram a construção do conhecimento matemático sobre a Curva Normal, tendo em vista que eles não conheciam este modelo, como também a compreensão dos conceitos e significados das medidas de tendência central e de dispersão e o cálculo de probabilidades e como eles estão presentes e articulados no modelo da Curva Normal.

No que diz respeito ao conhecimento didático, os participantes destacaram, de forma geral, que o estudo proporcionou o entendimento de novas possibilidades didáticas para o ensino da Estatística e da Probabilidade no Ensino Médio e da relação entre ambas através da Curva Normal, abarcando a compreensão de aspectos didáticos relacionados ao currículo de Matemática para a referida etapa de ensino, o entendimento sobre a importância da implementação do ciclo investigativo de uma pesquisa estatística como recurso para o ensino

de conceitos estatísticos e probabilísticos e também sobre recursos tecnológicos que podem ser utilizados para robustecer a prática docente, além das diferentes maneiras de interagir e abordar essa temática com os estudantes em sala de aula.

Conclusões

Tendo por base o modelo de Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticos do professor - CCDM, esse estudo teve por objetivo de investigar os conhecimentos didático-matemáticos de professores de matemática do Ensino Médio e de licenciandos em Matemática para abordagem articulada entre a Estatística e a Probabilidade por meio da Curva Normal. Inicialmente, inferimos que os professores e licenciandos estavam habituados a pautar esse tema de forma mecanizada, com foco apenas na aplicação das técnicas operatórias em detrimento aos significados dos conceitos. Além disso, demonstraram não ter domínio sobre o conceito da Curva Normal juntamente com o conhecimento didático sobre as possibilidades para a sua abordagem no Ensino Médio, presentes nos documentos oficiais para a Educação Básica. Entretanto, através da realização da sistematização teórica e das atividades, seguidas das discussões coletivas, os participantes conseguiram avançar na construção, ressignificação e ampliação de seus conhecimentos didático-matemáticos sobre o tema em pauta.

Nesse sentido, defendemos uma abordagem no Ensino Médio da escolarização básica que considere as etapas de uma pesquisa estatística com dados reais que podem ser tratados e articulados com a noção da Curva Normal e com questões probabilísticas. Logo, é pertinente que esse tema faça parte dos conhecimentos dos professores e dos futuros professores de Matemática para a abordagem desse modelo e de situações-problemas com contextos reais, favorecendo aos estudantes a capacidade de interpretar uma variedade de fenômenos, a partir da análise crítica de dados estatísticos, articulada com noções de aleatoriedade e de probabilidades.

Diante desses resultados, acreditamos que é importante o investimento em formações acadêmicas e continuadas que possibilitem a apropriação e ampliação de conhecimentos didático-matemáticos de professores e futuros professores de Matemática do Ensino Médio, relativos ao campo Estatístico e Probabilístico e, mais especificamente, a Inferência Estatística e o modelo da Curva Normal, para que favoreça a qualidade das ações docente em sala de aula, potencializando as tarefas didático-pedagógicas e de aprendizagem, em favor do letramento estatístico e probabilístico dos estudantes.

Referências

- Azevedo, P. (2016). *Introdução à Estatística*, 3ª Edição, Editora da Universidade Federal do Rio grande do Norte
- Batanero, C., Tauber, L. & Sánchez, V. (2004). Students' reasoning about the normal distribution. In D, Ben-Zvi & J, Garfield (dir.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (p. 257–276). doi: <https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6>
- Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, Granada, 3(1), p. 3-13. [http://chjs.mat.utfsm.cl/volumes/03/01/Batanero_Diaz\(2012\).pdf](http://chjs.mat.utfsm.cl/volumes/03/01/Batanero_Diaz(2012).pdf)
- Bayer, A., Echeveste, S., Bittencourt, H. & Rocha, J. (2005). Preparação do formando em Matemática-licenciatura plena para lecionar Estatística no Ensino Fundamental e Médio. *Anais do V Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, Editora Abrapec. http://abrapecnet.org.br/atas_enpec/venpec/conteudo/artigos/3/pdf/p508.pdf
- Brasil. (2018). *Base Nacional Curricular Comum*, Editora do Ministério da Educação do Brasil
- Carvalho, J. I. F., & Pietropaolo, R. C. (2018). Trajetórias didáticas em uma experiência formativa sobre probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental. *Anais do VII SIPEM*. http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/591/281
- Carvalho, J. I. F. (2017). *Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental*. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo.]
- Cazorla, I., Magina, S., Gitirana, V. & Guimarães, G. (2017). *Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf

- Gal, I. (2002). Adult's Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities – Appeared, In *Internacional Statistical Review*, 70 (1), (p. 1-33.) doi: <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x>
- Gal, I. (2005). “Towards probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In Jones, G. (dir.), *Exploring Probability in Schools: Challenges for Teaching and Learning* (p. 39-63) Springer https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F0-387-24530-8_3
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. In Estepa, A., Contreras, A., Deulofeu, J., Penalva, M. C. F., García J. & García, O. L. (dir.), *XVI Investigación en Educación Matemática* (p. 49 - 68). http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf
- Godino, J D., Batanero, C., Font, V. & Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. In Fernández, C., González, J. L., Ruiz, F. J., Fernández T. & Berciano, A. (dir.), *XX Investigación en Educación Matemática - SEIEM*. (p. 288-297). https://www.researchgate.net/publication/309457869_Articulando_conocimientos_y_competencias_del_profesor_de_matematicas_el_modelo_CCDM
- Gonçalves, P. (2014). *Uma abordagem da distribuição normal através da resolução de uma situação problema com a utilização do software geogebra*. [Dissertação de Mestrado profissional em Matemática, Universidade Federal de Goiás.] <http://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/4760>
- González, Y. K. Ojeda, A. M. & Palacios, J. L. (2018). Comprensión de Profesores de la Distribución Normal. *Acta Latinonamerica de Matemática Educativa*, 31 (2), (p. 1764-1772). <http://funes.uniandes.edu.co/13648/1/Gonzalez2018Comprension.pdf>
- Lima, O. A. (2019). *Distribuição Normal: Uma introdução voltada ao Ensino Médio por simulações via planilha eletrônica e exercícios interativos*. [Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.]
- Lopes, C. E. (2013). Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática.- *Boletim de Educação Matemática*, 27 (47), p. 901-915 https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103636X2013000400010&script=sci_abstract&tlng=pt.
- Macedo, R. C. (2016). *Conhecimentos de professores de matemática sobre o processo de ensino e de aprendizagem de noções estatísticas-curva normal*. [Dissertação Mestrado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo.] <https://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/21816>
- Magalhaes, M. N. & Lima, A. C. P. (2004). *Noções de Probabilidade e Estatística*. Editora da Universidade de São Paulo.

- Magalhães, M. (2015). Desafios do ensino de Estatística na Licenciatura em Matemática. In: Samá, S.; Porciúncula, M. (orgs.). *Educação Estatística: Ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior*. (p. 41-54)
- Oliveira, M. M. (2011). *Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações, teses*. Editora Elsevier.
- Pernambuco, (2013). *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco*. Editora da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco.
- Pietropaolo, R. C.; Silva, A. F. G. Amorim, M. E. (2019). Conhecimentos de Professores de Matemática para o ensino de noções relativas à Estatística na Educação Básica. *REVEMAT*, 14 (1), p.1-20. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e62757>
- Pino-Fan, L. & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36 (1), p.87-109. <http://docente.ulagos.cl/luispino/wp-content/uploads/2015/07/2662-6235-1-PB.pdf>
- Souza, F. dos S. & Silva, A. S. (2019). Possibilidades Didáticas para o Desenvolvimento do Letramento Estatístico na Educação Básica, In Lopes, C. E., Porciúncula, M., Samá, S. (orgs.), *Perspectivas para o Ensino e a Aprendizagem de Estatística e Probabilidade* (p. 91-124). Mercado das Letras.
- Tauber, L. (2001) *La Construcción del Significado de La Distribución Normal a partir de Actividades de Análisis de Datos*. [Tese de Doutorado, Universidad de Sevilla.] <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Tesisliliana.pdf>
- Valdez monroy, J. C. & Salinas herrera, J. (2019). Análisis de las respuestas de estudiantes de bachillerato a problemas sobre la distribución normal. In J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López- Martín y E. Molina-Portillo (dir.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55208/valdez.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Recebido: 09/04/2021
Aceito: 10/06/2021