ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i1p250-288

A Álgebra no Currículo de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a Voz dos Professores

Algebra in the Mathematics Curriculum of the Early Years of Elementary School: The Teachers' Voice

El álgebra en el currículo de las matemáticas en los primeros años de la enseñanza primaria: la voz de los docentes

L'algèbre dans le programme de mathématiques des premières années de l'école primaire : la voix des enseignants

Adriana Jungbluth[1]
Mestra em Educação Científica e Tecnológica (UFSC)
https://orcid.org/0000-0002-0280-997

Everaldo Silveira [2]
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
https://orcid.org/0000-0002-2113-2227

Regina Celia Grando [3]
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
https://orcid.org/0000-0002-2775-0819

Resumo

Neste artigo apresenta-se o resultado de um estudo que buscou investigar conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre Álgebra e seu ensino. A Álgebra é uma das cinco unidades temáticas da Matemática para os anos iniciais, proposta na *Base Nacional Comum Curricular* (2017), cujo intuito é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Como base de dados, utilizaram-se questionários respondidos por 98 professores e aprofundaram-se os dados através de entrevistas. A metodologia utilizada para análise de dados é a *Grounded Theory* – Teoria Fundamentada nos Dados. Os resultados obtidos apontam a ausência de formação específica para o ensino da unidade temática Álgebra, relatada por 74,5% dos professores, condição que os leva a não se sentirem preparados em seus conhecimentos

[1] adriadrij@gmail.com
[2] derelst@hotmail.com
[3] regrando@yahoo.com.br

para desenvolver atividades algébricas. Após diagnóstico inicial, passou-se às entrevistas reflexivas/formativas, realizadas com três duplas de professores, nas quais se enfatizaram dimensões da Álgebra proposta na *BNCC* para os Anos Iniciais, como a generalização de padrões em sequências e o sentido de equivalência da igualdade. Inicialmente, os professores não demonstraram clareza no conhecimento do conteúdo e do currículo, em aspectos como a relação entre o trabalho com as sequências e a generalização, a importância de trabalhar com o sentido de equivalência da igualdade e o uso do pensamento relacional. Durante as entrevistas reflexivas/formativas, os professores ressaltaram a importância do conhecimento e a necessidade de formação sobre os temas que contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico, para que possam implementar o ensino da Álgebra, destacando a viabilidade desse ensino.

Palavras-chave: Anos Iniciais, Álgebra, Pensamento Algébrico, Conhecimento para Ensinar Álgebra.

Abstract

This article presents the results of a study that sought to investigate the knowledge of teachers of the early years of elementary school about algebra and its teaching. Algebra is one of the five thematic units of mathematics for the early years of elementary school, proposed in the National Common Core Curriculum (2017), whose purpose is to develop students' algebraic thinking. Questionnaires answered by 98 teachers were used to form a database, whose content was furthered through interviews. The methodology used for data analysis was *Grounded Theory – a theory grounded on data*. The results indicated the absence of specific training for teaching the thematic unit concerning algebra, reported by 74.5% of teachers. That condition makes them feel unprepared in their knowledge to develop algebraic activities. After the initial diagnosis, reflective/formative interviews were conducted with three pairs of teachers. The dimensions of algebra as proposed by the National Common Core Curriculum (BNCC) for the early years of elementary school were emphasized, such as the generalization of patterns in sequences and the sense of equivalence of equality. Initially, the teachers did not demonstrate clarity regarding content and curriculum knowledge, in aspects such as the relationship between work with sequences and generalization, the importance of working with the sense of equivalence of equality, and the use of relational thinking. During the reflective/formative interviews, the teachers emphasized the importance of knowledge and the need for training on themes that contribute to the development of algebraic thinking to implement the teaching of algebra, highlighting the viability of that teaching.

Keywords: Early Years, Algebra, Algebraic Thinking, Knowledge to Teach Algebra.

Resumen

Este artículo presenta el resultado de una investigación acerca de los conocimientos de los profesores de los años iniciales de la enseñanza primaria sobre el álgebra y su enseñanza. El álgebra es una de las cinco unidades temáticas de las matemáticas para los años iniciales y está propuesta en la *Base Nacional Comum Curricular* (2017), cuyo objetivo es desarrollar el pensamiento algebraico de los estudiantes. Como base de datos se utilizaron cuestionarios respondidos por 98 profesores y se profundizaron los datos a través de entrevistas. La metodología que se utilizó para el análisis de los datos fue la *Grounded Theory* – Teoría Fundamentada en Datos. Los resultados obtenidos apuntan hacia la falta de formación específica para la enseñanza de la unidad temática Álgebra, que fue relatada por el 74,5% de los profesores, una condición que hace con que no se sientan preparados en sus conocimientos para desarrollar actividades algebraicas. Tras el diagnóstico inicial se hicieron las entrevistas reflexivas/formativas con tres parejas de profesores, en las que enfatizamos las dimensiones del álgebra como están propuestas en la *BNCC* para los años iniciales, como la generalización de patrones en secuencias y el sentido de equivalencia de igualdad. Inicialmente, los profesores no tenían claro los conocimientos del contenido y del currículo en aspectos como la relación entre el trabajo con las secuencias y la generalización, la importancia de trabajar con el sentido de equivalencia de igualdad y la utilización del pensamiento relacional. Durante las entrevistas reflexivas/formativas, los profesores resaltaron la importancia del conocimiento y la necesidad de una formación sobre los temas que contribuyen al desarrollo del pensamiento algebraico para que puedan implementar la enseñanza del Álgebra, destacando la viabilidad de esa enseñanza.

Palabras clave: Años Iniciales, Álgebra, Pensamiento Algebraico, Conocimiento para Enseñar Álgebra.

Résumé

Cet article présente les résultats d'une étude qui visait à examiner les connaissances des enseignants des premières années de l'enseignement primaire sur l'algèbre et son enseignement. L'algèbre est l'une des cinq unités thématiques des mathématiques pour les premières années, proposées dans le socle commun national des programmes (2017), dont l'objectif est de développer la pensée algébrique des élèves. Comme base de données, des questionnaires auxquels ont répondu 98 enseignants ont été utilisés et les données ont été approfondies par des entretiens. La méthodologie utilisée pour l'analyse des données est la théorie ancrée. Les résultats obtenus mettent en évidence l'absence de formation spécifique pour l'enseignement de l'unité thématique d'algèbre, rapportée par 74,5% des enseignants, une condition qui les amène à se sentir non préparés dans leurs connaissances pour développer des activités algébriques. Après le diagnostic initial, les entretiens réflexifs/formatifs ont été menés avec trois paires d'enseignants, dans lesquels les dimensions de l'algèbre proposées dans le BNCC pour les premières années ont été soulignées, telles que la généralisation des modèles dans les séquences et le sens de l'équivalence de l'égalité. Au départ, les enseignants n'ont pas fait preuve de clarté dans leur connaissance des contenus et du programme, dans des aspects tels que la relation entre le travail avec les séquences et la généralisation, l'importance de travailler avec le sens de l'équivalence de l'égalité et l'utilisation de la pensée relationnelle. Lors des entretiens réflexifs/formatifs, les enseignants ont souligné l'importance des connaissances et le besoin de formation sur les thèmes qui contribuent au développement de la pensée algébrique, afin qu'ils puissent mettre en œuvre l'enseignement de l'algèbre, mettant en évidence la faisabilité de cet enseignement.

Mots-clés : Petite enfance, Algèbre, Pensée algébrique, Connaissances pour enseigner l'algèbre.

Álgebra no currículo de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a voz dos professores

A introdução da Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental vem sendo estudada ao longo das últimas décadas. Muitas pesquisas têm se debruçado em investigar os processos de aprendizagem envolvendo o pensamento algébrico e apontam a viabilidade dessa abordagem com os alunos (Blanton & Kaput, 2005; Blanton *et al*., 2015; Canavarro, 2007; Cyrino & Oliveira, 2011; Kieran, 2004; Radford, 2006; 2010; Vale *et al*., 2011).

No Brasil, o desenvolvimento do pensamento algébrico é um dos objetivos previstos para os Anos Iniciais na *Base Nacional Comum Curricular* (*BNCC*), publicada em dezembro de 2017, quando a Álgebra passou a figurar como uma das unidades temáticas da Matemática para esse nível de escolaridade.

A abordagem desse conceito nos Anos Iniciais representa um tema recente no Brasil também em termos de pesquisa, especialmente no que se refere à compreensão de professores acerca do pensamento algébrico ou do conhecimento para desenvolver o ensino da Álgebra (Ferreira *et al*., 2017; 2018; Freire, 2011; Magina *et al*. 2018; Trivilin & Ribeiro, 2015).

Kieran *et al*. (2016) realizaram um levantamento do estado da arte da pesquisa em Álgebra com alunos entre 6 e 12 anos, verificando que a maioria das pesquisas internacionais possui como foco a aprendizagem dos alunos e ressaltam que "com professores preparados em termos de conteúdo e prática pedagógica, os jovens alunos se envolvem com esse conteúdo no contexto de suas salas de aula, ocasionando resultados positivos de aproveitamento" (p.22, tradução nossa). No entanto, concluem que não basta a Álgebra estar presente nos currículos, para que ela seja efetivamente promovida em sala de aula, há a necessidade de desenvolvimento profissional de longo prazo, ou seja, é preciso investir no conhecimento docente.

É sobre esse tema que tratamos neste texto, em que apresentamos e discutimos os resultados da pesquisa que é parte integrante da dissertação de mestrado da primeira autora deste artigo (Jungbluth, 2020), sob orientação do segundo autor, com significativas contribuições da terceira autora. Nosso objetivo foi investigar os conhecimentos sobre Álgebra e seu ensino revelados por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em uma rede pública municipal do estado de Santa Catarina.

Neste artigo abordaremos, inicialmente, a importância da introdução do ensino de Álgebra nos Anos Iniciais, o papel da generalização para o desenvolvimento do pensamento algébrico, as dimensões a serem desenvolvidas com alunos nessa faixa etária e os conhecimentos necessários aos professores para esse ensino. Em seguida, apresentaremos a metodologia usada na pesquisa, a *Grounded Theory* (GT), também conhecida como Teoria Fundamentada nos/em Dados, e o *software Atlas.ti*, ferramenta que contribuiu para a organização e a análise dos dados.

Na sequência explicaremos as categorias criadas a partir da pesquisa, incluindo a *core category* (categoria central) e exporemos conhecimentos mobilizados durante as entrevistas reflexivas/formativas, envolvendo dimensões da Álgebra que a *BNCC* do Ensino Fundamental (2017) destaca, como as ideias de regularidade e generalização de padrões em sequências e as propriedades da igualdade. Além disso, produziremos sínteses que evidenciam a nossa compreensão dos conhecimentos que têm sobre a Álgebra e seu ensino os professores pesquisados que atuam nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Álgebra nos Anos Iniciais e os conhecimentos para o ensino

Muitos pesquisadores destacam a importância de introduzir a Álgebra nos currículos escolares desde cedo. Kieran *et al*. (2016) ressaltam que o estudo da Álgebra desde os Anos Iniciais prepara os alunos para os futuros estudos nesse campo, auxiliando-os a adquirir hábitos de práticas matemáticas, como identificar estruturas e expressar regularidades. Também Mason (2018, p. 329, tradução nossa), enfatiza que nunca é cedo para direcionar com sensibilidade a generalização e a abstração, embora “sempre seja cedo demais para uma instrução insensível”.

Canavarro (2007) acrescenta que introduzir o pensamento algébrico nos Anos Iniciais possibilita uma abordagem mais integrada e interessante para a Matemática, permitindo construir o conhecimento com compreensão. Segundo a autora, os alunos terão a oportunidade de “desenvolver uma atitude favorável em relação à Matemática, reconhecendo a sua unidade, o seu valor e o seu poder, e poderão igualmente conseguir melhorar a preparação para as aprendizagens posteriores, nomeadamente no domínio da Álgebra” (Canavarro, 2007, p. 113).

Nos Anos Iniciais o objetivo do trabalho com a Álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Destacamos a definição de Blanton e Kaput (2005, p. 413), que afirmam ser o pensamento algébrico um “processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas”, expressando essas generalizações por meio da argumentação e por caminhos que vão se tornando cada vez mais formais. Em contrapartida, Carraher *et al*. (2006, p.110, tradução nossa) alertam que, “se nos concentrarmos muito na natureza concreta da Aritmética, corremos o risco de oferecer aos alunos uma visão superficial da Matemática e de desencorajar suas tentativas de generalização”. Portanto, é importante que os professores aprofundem seus conhecimentos sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, que está diretamente relacionado à generalização.

Blanton *et al*. (2015) destacam cinco grandes ideias nas quais o pensamento algébrico pode ser desenvolvido nos Anos Iniciais: (a) equivalência, expressões, equações e desigualdades; (b) aritmética generalizada; (c) pensamento funcional; (d) variável; e (e) raciocínio proporcional. Para tanto, apresentam resultados de um estudo sobre o impacto de uma intervenção abrangente de Álgebra no 3.º ano. A intervenção dos pesquisadores consistiu em lições de Álgebra que constituíram cerca de 10% do tempo total destinado a ensinar Matemática durante um ano. Como a Álgebra apresenta conexões profundas com a Aritmética, os demais tópicos do currículo não precisaram ser eliminados. De acordo com os autores, com uma instrução apropriada, “as crianças são capazes de se envolver com sucesso com um conjunto amplo e diversificado de grandes ideias algébricas" (Blanton *et al*. 2015, p. 39, tradução nossa). E acrescentam, ainda, que as cinco grandes ideias de organizar o conteúdo algébrico são fundamentais para o entendimento da Álgebra porque elas fornecem contextos ricos em que o pensamento algébrico pode ocorrer.

Com efeito, conforme consta na *BNCC* (Brasil, 2017, p. 270), é preciso explorar algumas dimensões da Álgebra desde os Anos Iniciais, "como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade". Entretanto, os registros das generalizações devem ser expressos com a linguagem natural, pois, "nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam".

Ademais, as atividades que envolvem generalização de padrões em sequências geralmente solicitam ao aluno que descubra o padrão da sequência para continuá-la; que indique um termo faltante da sequência; ou que procure um termo numa posição qualquer, distante dentro da sequência, através da criação de uma regra ou lei de formação.

As generalizações podem classificadas como "próximas" ou "distantes". Segundo Stacey (1989), a "generalização próxima" acontece quando o aluno, diante da questão envolvendo padrões, a resolve passo a passo, desenhando, contando ou usando o apoio de uma tabela, o que normalmente envolve a relação recursiva[4]. Já a "generalização distante" ocorre quando ele consegue construir uma lei de formação, ou seja, uma regra que permita calcular o número de elementos de qualquer termo da sequência.

Radford (2006) acrescenta que as generalizações podem ser entendidas como aritméticas e algébricas. Para ele, quando os alunos descobrem uma regularidade nos termos dados de uma sequência e a continuam ou identificam se um termo pertence ou não à sequência, mas não elaboram uma regra que lhes possibilite encontrar qualquer termo dessa sequência,

[4] Relação recursiva é a "descrição que diz como um padrão é modificado de um passo ao passo seguinte" (Van de Walle, 2009, p. 300).

eles estão realizando uma generalização aritmética. Diferentemente, a generalização algébrica permite encontrar qualquer termo da sequência, ou seja, a generalização algébrica de um padrão “se baseia na identificação de uma regularidade local que é depois generalizada a todos os termos da sequência e que serve de garantia para a construção da expressão dos elementos da sequência que permanecem para além do campo perceptivo” (Radford, 2006, p. 5, tradução nossa).

Também as propriedades da igualdade estão entre as dimensões propostas na *BNCC* para serem trabalhadas com os alunos dos Anos Iniciais. Esse trabalho objetiva, principalmente, a compreensão, pelo aluno, de que a igualdade tem sentido de equivalência, e não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. De acordo com Van de Walle (2009), é necessário destacar o trabalho com o sentido mais amplo da igualdade, que é o de equivalência, pois os alunos, ao avançar em sua escolarização, atribuem apenas o sentido operacional para a igualdade, ou seja, “as experiências dos estudantes os levam a acreditar que um lado do sinal de igual – normalmente o lado esquerdo – é o problema e o outro lado é a resposta” (Van de Walle, 2009, p. 288).

Ponte *et al.* (2009, p.20) ressaltam que “é fundamental que não se perca o sentido mais geral deste sinal como estabelecendo uma equivalência entre duas expressões numéricas”. Neste sentido, indicam o trabalho não só com igualdades do modo habitual, na forma a + b = c, mas também como c = b + a. Kieran (2004), por sua vez, aponta que alunos habituados a usar o sinal de igualdade como resultado de uma operação normalmente escrevem 13 no espaço a ser completado da expressão 8 + 5 = ___ + 9, em vez do valor correto 4. Ressalta também que, nesse caso, os alunos usam o sinal de igual como um separador entre o problema e a solução, deixando as operações à esquerda do sinal.

De acordo com a *BNCC*, há também, nos Anos Iniciais, a preocupação com a ideia intuitiva de função, envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), através da resolução de problemas como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (Brasil, 2017, p. 270).

Considerando as classificações de Blanton *et al*. (2015), citadas anteriormente neste artigo, e observando o que é proposto na *BNCC* para os Anos Iniciais, dentro da unidade temática Álgebra, a categoria variável não está presente, e algumas ideias algébricas ganham destaque. Conforme discutimos em outro texto (Jungbluth; Silveira; Grando, 2019), o pensamento funcional aparece na generalização de padrões em sequências, como conteúdo do 1.º ao 4.º ano. A categoria de equivalências, expressões, equações e desigualdades aparece do 3.º ao 5.º ano; propõe as propriedades da igualdade como objetos de conhecimento e relaciona noções de equivalência e elaboração de problemas cuja resolução exige a construção de uma sentença contendo uma igualdade e uma operação com termo desconhecido. O raciocínio proporcional proposto por Blanton *et al*. aparece no 5.º ano, na habilidade que introduz a resolução de problemas com variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Para que os professores desenvolvam com turmas dos Anos Iniciais tais conceitos, é necessário que tenham o conhecimento destes, a fim de auxiliar os alunos a avançarem em suas aprendizagens. Entendemos como relevante, portanto, levar em consideração as vertentes do conhecimento apontadas pelo psicólogo e professor americano Lee Shulman (1986, 1987). Para fins de delimitação e por terem mais relação com as falas dos professores pesquisados, esta pesquisa se centrou em três delas: o conhecimento específico do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo em relação às estratégias de ensino; e o conhecimento curricular voltado às articulações entre os conteúdos dos Anos Iniciais e dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Também fizemos relações com o conhecimento especializado do conteúdo, uma das subdivisões que Ball *et al*. (2008) realizaram acerca do conhecimento do conteúdo, proposto por Shulman (1986).

Para Shulman (1986, 1987), o conhecimento do conteúdo da disciplina a ser ensinada envolve a sua compreensão e organização. Essa compreensão envolve fatos, conceitos e procedimentos de uma área específica do saber, e o domínio da estrutura da disciplina envolve a compreensão dos processos de sua produção, representação e validação epistemológica. O conhecimento pedagógico do conteúdo é uma combinação que abrange o conhecimento do conteúdo e o modo como se ensina, a fim de tornar determinado saber compreensível ao aluno, o que inclui as maneiras de apresentação, as abordagens, as estratégias de ensino, o conhecimento sobre o que facilita ou dificulta o aprendizado de um determinado conteúdo e as implicações dos erros conceituais apresentados com frequência pelos alunos. Com relação ao conhecimento do currículo, Shulman define que esse tipo de saber implica a capacidade de efetuar todo o tipo de articulação entre os conteúdos de anos anteriores e subsequentes, incluindo os materiais necessários para tal.

Ball *et al*. (2008, p. 401, tradução nossa) reiteram que as "demandas matemáticas do ensino requerem conhecimento matemático especializado, não necessário em outros ambientes" e citam várias situações em que esse conhecimento especializado é necessário: avaliar a origem de erros matemáticos cometidos por alunos, geralmente na hora em que são detectados na sala de aula; verificar se abordagens não padronizadas criadas por alunos são matematicamente corretas, se funcionam sempre ou só para um caso específico; analisar se argumentos matemáticos são válidos; escolher representações matemáticas apropriadas. Os autores enfatizam: "Interpretar o erro do aluno e avaliar algoritmos alternativos não é tudo o que os professores fazem. O ensino também envolve a explicação de procedimentos. [...] Os professores devem saber os fundamentos dos procedimentos, significados dos termos e explicações dos conceitos" (Ball *et al*., 2008, p.397-398, tradução nossa).

Considerando o contexto do pensamento algébrico, Ferreira *et al*. (2017, p. 502) reiteram que o conhecimento especializado "associa-se a um saber matemático relacionado com, entre outros, um entendimento dos porquês matemáticos ou dos motivos matemáticos que sustentam uma resposta incorreta”. E destacam, ainda, que compete ao professor “conhecer processos alternativos de apresentação/resolução dos conteúdos para que, sem dificuldade, possa colmatar as lacunas de aprendizagem” (p. 503). Também Litoldo *et al*. (2018) fazem referência ao conhecimento especializado e ponderam que ele permite antecipar uma diversidade de respostas possíveis e pensar em soluções inesperadas que podem surgir em sala de aula e propiciar respostas não só da forma esperada, mas também por meio de caminhos alternativos.

Baseamo-nos nos diferentes aspectos do conhecimento apontados pelos autores aqui referenciados para construir os instrumentos de pesquisa – questionário e entrevistas reflexivas/formativas.

Aspectos metodológicos

O aporte metodológico desta pesquisa foi constituído pela *Grounded Theory* (GT) – Teoria Fundamentada, com fundamento, principalmente, nas obras de Tarozzi (2011) e Charmaz (2009), que orientaram a pesquisa qualitativa e a análise dos dados.

De acordo com Tarozzi (2011, p. 67), o “instrumento principal na GT, mesmo não sendo o único, continua sendo a entrevista, especialmente aquela do tipo semiestruturado”. A GT é uma metodologia que prevê o retorno ao campo de pesquisa sempre que o pesquisador precisar ampliar ou aprofundar informações, até que haja uma saturação teórica (Tarozzi, 2011). Desse modo, até que a pesquisa atingisse a saturação teórica, realizamos a aplicação de questionários, entrevistas individuais e entrevistas reflexivas/formativas com duplas de professores.

O questionário inicial foi proposto a todos os professores dos Anos Iniciais da rede de ensino pesquisada, que participavam de uma formação no ano de 2019, sendo que 98 deles responderam e devolveram, e por esse motivo foram nomeados de Prof.1 a Prof.98. Os professores foram questionados acerca de: lembranças da Álgebra estudada na escola; formação para ensinar Álgebra ou pensamento algébrico para alunos dos Anos Iniciais (na Graduação ou em formações continuadas) e as contribuições das mesmas para a qualificação de seu trabalho em sala de aula; sentimento com relação aos conhecimentos e competências para ensinar essa temática; opinião em relação ao uso ou não de letras nesse processo nos Anos Iniciais; presença de Álgebra no livro didático adotado pela rede de ensino; frequência com que planejam e desenvolvem atividades que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico de seus alunos.

Dentre os participantes, 34 assinalaram no questionário que aceitavam ser procurados para entrevistas. O critério usado para selecionar os professores para as entrevistas foi a disponibilidade, pois eram necessárias pelo menos duas horas para a realização das mesmas. A intenção era aprofundar e ampliar os dados obtidos a partir dos questionários. A ampliação teve foco nos conhecimentos para o ensino, diante dos principais aspectos da Álgebra proposta na *BNCC* para os Anos Iniciais. Nas entrevistas individuais fizemos uso de questões presentes principalmente no livro da Coleção Ápis Matemática, adotado pela rede de ensino no Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2019 a 2022 – para produzir questionamentos. Na segunda fase de entrevistas (reflexivas-formativas) ampliamos os questionamentos, que serão detalhados na sequência do texto.

A escolha da Teoria Fundamentada se justifica por ela permitir um amplo aproveitamento dos dados, além de possuir um profundo comprometimento com eles, buscando criar teorizações a partir das informações e não impor interpretações à realidade estudada. Segundo Tarozzi (2011, p. 93), a intenção é "fazer emergir os processos subjacentes às afirmações dos participantes". Para esta pesquisa, consideramos a GT uma metodologia adequada, pois todos os dados dos questionários e das entrevistas foram codificados e categorizados, de modo que a pesquisa não deixa falas sem serem ouvidas.

Durante todo o processo de coleta e análise de dados fizemos uso de memorandos – anotações sobre ideias, intuições, conjecturas, relatos interessantes ou de destaque, que vão aparecendo na fala dos pesquisados. Segundo Charmaz (2009, p. 106), “os memorandos projetam, registram e detalham a principal fase analítica da nossa jornada”.

Na análise de dados usamos o *software Atlas.ti*, que é compatível com a *Grounded Theory*. É um importante suporte à organização de documentos e às interpretações e possibilita, inclusive, a construção de redes semânticas para apresentar os resultados.

Iniciamos o trabalho criando uma nova unidade hermenêutica (*hermeneutic unit*) no *software Atlas.ti*, que reúne os Documentos Primários (*Primary Documents*) — os dados pesquisados: inicialmente os questionários, e, depois, as entrevistas. Todos foram codificados. Segundo Tarozzi (2011, p. 122), a codificação “é o conjunto dos procedimentos e das técnicas para conceituar os dados”.

No *Atlas.ti*, a codificação consiste em marcar partes significativas para a pesquisa e criar códigos específicos (*codes*) ligados a cada trecho selecionado, que é chamado de citação (*quote*). Esse processo é a codificação linha por linha, que consiste em “selecionar os segmentos mínimos de texto dotados de um sentido para a pesquisa. As unidades de sentido podem ser compostas por parágrafos inteiros, locuções, frases” (Tarozzi, 2011, p. 128). Tarozzi (2011) e Charmaz (2009) defendem a codificação “*in vivo*”, que utiliza códigos com as mesmas palavras presentes no texto, para conservar os significados da fala dos participantes, no intuito de que suas opiniões se reflitam nas codificações. Para exemplificar a codificação “*in vivo*”, segue a situação seguinte, em que codificamos a fala do Prof. 43, quando se referia a estratégias de ensino que considera importantes (Figura 1):

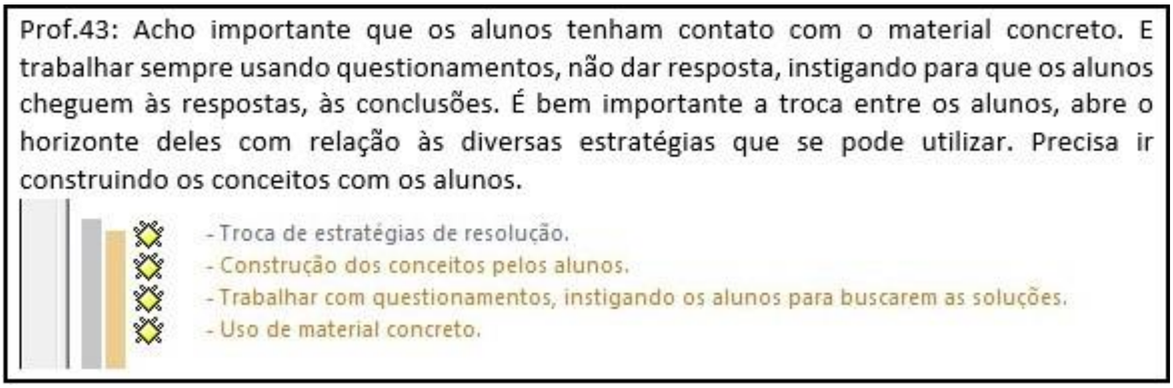

Figura 1.

Exemplo de codificação "in vivo" utilizando o Atlas.ti (Dados da pesquisa, 2020).

De acordo com Tarozzi (2011, p. 122), a codificação acontece em três fases progressivas: inicial, focalizada e teórica. "A primeira, codificação inicial, explora analiticamente os dados, abrindo-os a todas as direções de sentido possíveis, indagando pontualmente e meticulosamente cada porção do texto de que são constituídos e designando as primeiras etiquetas conceituais". Assim, após a primeira codificação realizada nos questionários e nas duas entrevistas individuais, foram gerados 183 códigos relacionados a 617 citações.

Após a codificação aberta (inicial), principiamos a codificação focalizada, com a qual Tarozzi (2011) ressalta que tem início um processo de buscar linhas de coerência entre os dados e a criação de categorias. E, conforme argumenta Charmaz (2009, p. 87), nessa fase ocorre "a tomada de decisão sobre quais os códigos iniciais permitem uma compreensão analítica melhor para categorizar os dados de forma incisiva e completa".

Com o auxílio das codificações e análise de redes elaboradas interligando códigos, foram criadas as seguintes categorias relacionadas ao conhecimento dos professores para ensinar Álgebra e desenvolver o pensamento algébrico nos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: (1) *formação para trabalhar a unidade temática Álgebra*; (2) *implementação de atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos;* e (3) *conhecimentos de professores sobre Álgebra e seu ensino*. Porém, a categoria criada envolvendo os conhecimentos dos professores para esse ensino necessitava de mais investigação, então decidimos partir para entrevistas reflexivas/formativas e semiestruturadas com duplas de professores, totalizando três duplas, ou seja, seis professores participaram da segunda fase de entrevistas. O objetivo das três últimas entrevistas foi de subsidiar momentos de reflexão coletiva, entre os professores, a partir de dados e informações obtidas nos questionários, nas entrevistas individuais e em publicações da área sobre a Álgebra e seu ensino nos Anos Iniciais. Essa modalidade de entrevista assume também um papel reflexivo e formativo[5] para o professor.

Nesta pesquisa, após a realização das entrevistas reflexivas/formativas, com a inserção de mais Documentos Primários na unidade hermenêutica e sua codificação, foram gerados 228 códigos relacionados a 750 citações. Após a sua finalização, concluímos que houve saturação dos dados. A terceira categoria foi ampliada e aprofundada, de modo que dos dados extraímos mais uma subcategoria, não presente anteriormente.

A terceira fase apontada por Tarozzi (2011, p. 122) é a codificação teórica, definida por ele como "o momento da construção da teoria", e por isso, ressalta que é o momento de pontuar as categorias e interligá-las, de identificar a categoria central (*core category*)[6] e, por fim, integrar e delimitar a teoria. Nesse momento estabelecemos os nexos entre as categorias e as subcategorias, tornando tudo isso um modelo para explicar a teoria que as conecta. A partir disso ocorre também o diálogo dos resultados alcançados empiricamente com a literatura científica da área. Em busca da categoria central, utilizamos o recurso de análise com base nas redes. Analisamos cada categoria emergente e trouxemos à tona as falas dos professores, vinculadas aos códigos.

---

[5] A pesquisadora (primeira autora) é professora de Matemática da rede de ensino pesquisada, teve o afastamento remunerado e o compromisso de contrapartida, passando a integrar o banco de dados, como formadora. Nesse sentido, as entrevistas reflexivas/formativas foram escolhidas visando maiores contribuições para a pesquisa.
[6] Uma *core category* "é uma categoria-chave, ramificada, muitas vezes é mais frequente que as demais (com um maior número de ocorrência de dados), mas, sobretudo, é aquela mais potente analiticamente. É densa, saturada, integra a teoria, é completa, relevante e funciona" (Tarozzi, 2011, p. 81).

Análise e discussão dos dados

Com o auxílio de todas as codificações e com a análise de redes elaboradas interligando códigos, foram criadas as seguintes categorias e subcategorias relacionadas à investigação realizada (Figura 2):

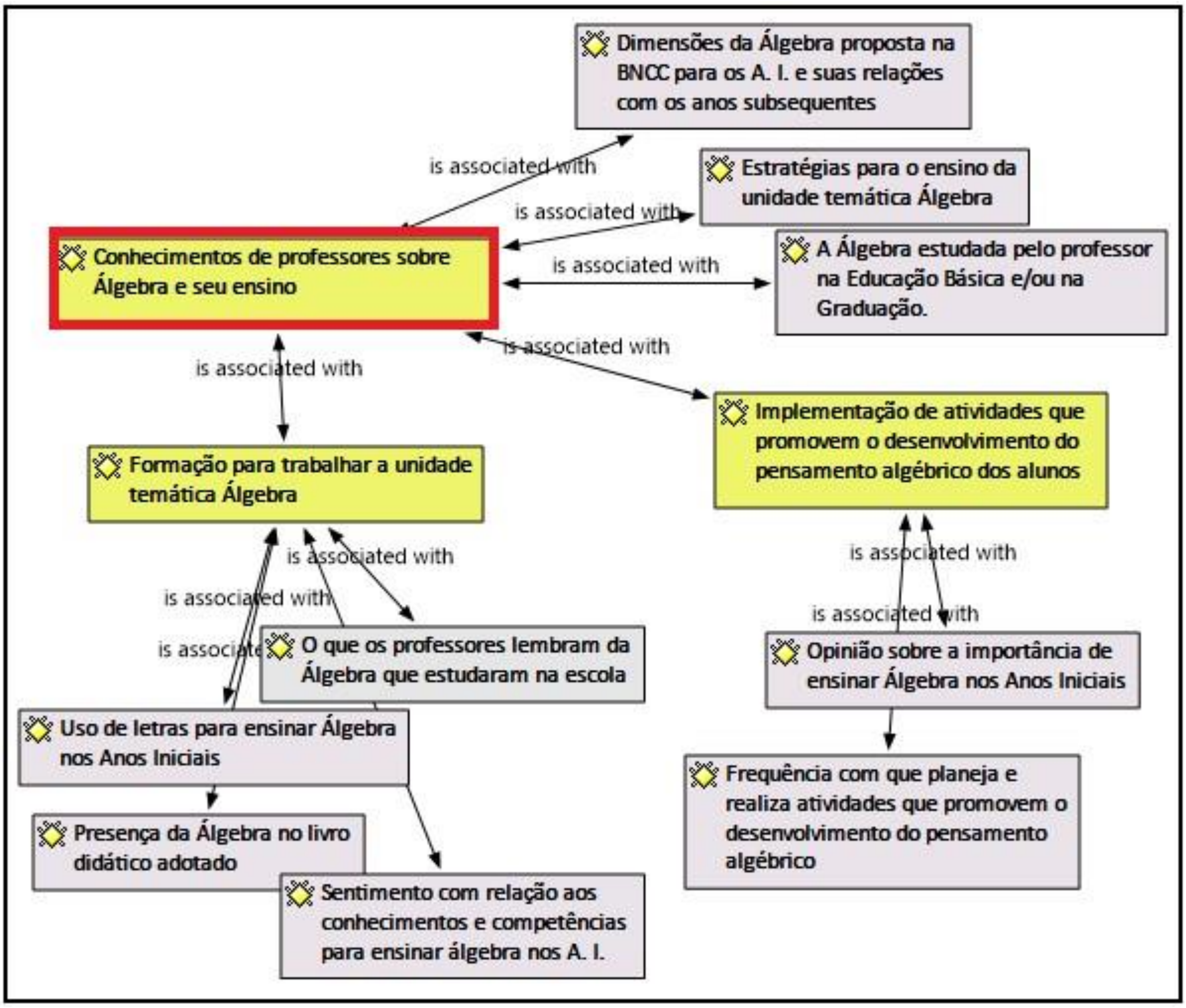

Figura 2.

Categorias e subcategorias criadas utilizando o Atlas.ti (Dados da pesquisa, 2020).

Através das categorias e das subcategorias relacionadas (Figura 2), procuramos explicar nossa compreensão e interpretação dos dados levantados nesta pesquisa, para, dessa forma, criar nossa teoria envolvendo a investigação realizada.

Na categoria *formação para trabalhar a unidade temática Álgebra*, associamos quatro subcategorias que revelam a ausência de formação para o ensino da unidade temática Álgebra, relatada por 74,5% dos 98 professores participantes da pesquisa. Tal ausência se destaca na subcategoria *sentimento com relação aos conhecimentos e competências para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais*, quando os professores afirmam se sentir pouco ou nada preparados para esse ensino. Na Figura 3 constam os códigos relacionados a essa subcategoria.

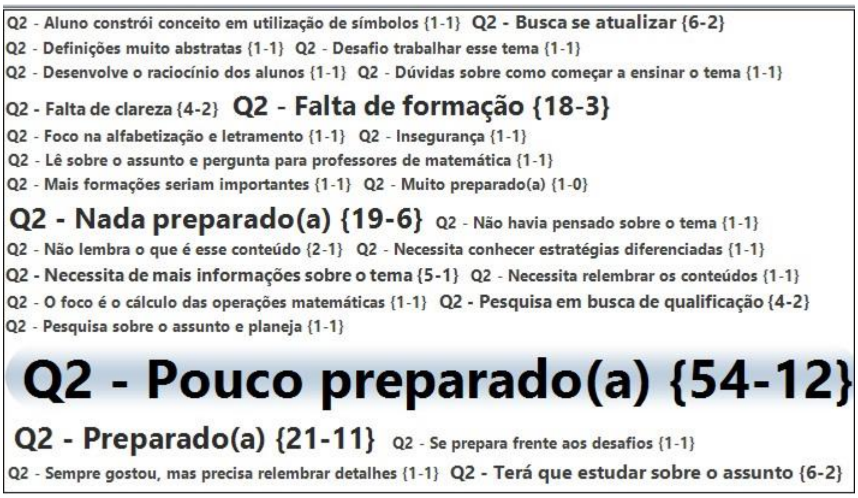

Figura 3.
Códigos: sentimento com relação aos conhecimentos e competências para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais (Dados da Pesquisa, 2020).

O código *pouco preparado* aparece seguido da referência {54-12}[7]. Na coluna *Grounded*, o número 54 indica que esse código está relacionado a 54 citações. Já na coluna *Density*, o número 12 indica a quantidade de ligações existentes entre ele e os demais por meio das redes. Os códigos relacionados a essa subcategoria são precedidos de um símbolo: Q2, para localizar no *Atlas.ti* códigos relacionados a uma determinada subcategoria ou categoria, bastando para isso digitar o símbolo. Na Figura 3 expomos a lista de códigos associados e, na Figura 4, a rede elaborada no *software Atlas.ti*, para mostrar como analisamos os dados da pesquisa.

[7] {*Grounded - Density*}.

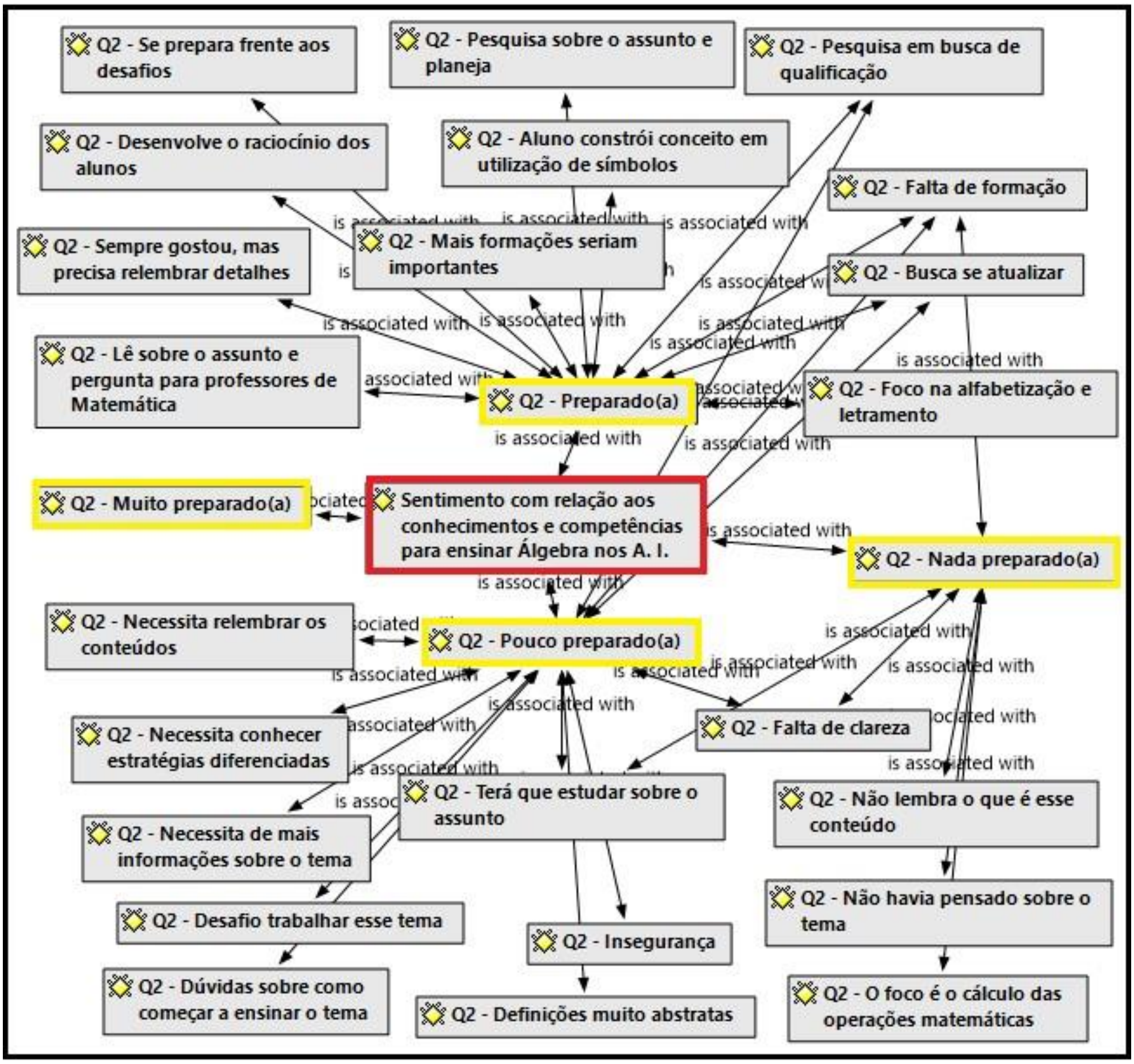

Figura 4.

Rede Sentimento com relação aos conhecimentos e competências para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais (Dados da Pesquisa, 2020).

Constatamos, na lista de códigos (Figura 3) e na rede relacionada a essa questão (Figura 4), que a maioria dos professores (54) se sente *pouco preparado(a)*, sendo a *falta de formação*, a *falta de clareza sobre o tema*, a *necessidade de mais informações* e o reconhecimento de que *terá que estudar sobre o assunto*, os códigos que mais se destacaram. Uma parte dos professores (19) assinalou que se sente *nada preparado(a)*, e os motivos mais apontados foram a falta de formação e de clareza sobre o tema, além de relatos indicando a necessidade de estudar o assunto. Entre aqueles(as) que afirmaram se sentir *preparados(as)* (21) para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais, apareceu o relato de que há falta de formação e de que seriam interessantes mais informações sobre o tema. Por outro lado, os professores que se sentem *preparados(as)* revelam que pesquisam sobre o assunto em busca de qualificação e para se atualizar. Apenas um professor afirmou se sentir *muito preparado(a*) para ensinar esse conteúdo, mas não justificou.

Em relação à subcategoria *o que os professores lembram da Álgebra que estudaram na escola*, 25 professores não se lembram da Álgebra escolar e 14 docentes citam conteúdos que não são do campo da Álgebra. Quase metade dos professores (47) se lembra dela associada a operações com letras, equações e fórmulas. Na subcategoria *presença da Álgebra no livro didático adotado*, mais da metade dos professores (50) relata não possuir clareza sobre a presença de atividades do conteúdo no livro, e há muitos relatos (26) de que isso não foi observado na escolha do livro didático. Na subcategoria *opinião sobre o uso de letras para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais*, agrupamos códigos que indicam que os professores não receberam qualquer orientação sobre o uso ou não de letras para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais, já que a recomendação da *BNCC* de não usar letras para expressar regularidades nessa faixa etária não foi citada por nenhum deles.

A categoria *implementação de atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos* está vinculada a duas subcategorias: *opinião sobre a importância de ensinar Álgebra nos Anos Iniciais*, em que os códigos associados mostram que a maioria dos professores (69) considera importante ensinar Álgebra nos Anos Iniciais, e *frequência com que planeja e realiza atividades que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico*, em que também a maioria deles (59) não planeja nem desenvolve atividades que promovam o pensamento algébrico ou o faz com pouca frequência. Dos 98 professores, 32 assinalaram a opção *com pouca frequência* e 27 assinalaram *quase nunca ou nunca*. As principais justificativas, em ambos os casos, referem-se, principalmente, à falta de formação ou conhecimento, ao fato de ainda não terem planejado ou trabalhado o conteúdo, ao foco que dão na alfabetização e/ou nas operações aritméticas, e também, ao fato de os alunos apresentarem dificuldades.

A categoria *conhecimentos de professores sobre Álgebra e seu ensino*, em nossa compreensão, é a categoria central identificada nesta investigação, ou seja, a *core category*, de modo que todas as outras estão relacionadas a ela, complementando-a, caracterizando-a ou influenciando-a. Da mesma forma, as demais categorias e subcategorias também são influenciadas por ela. Dados da pesquisa mostram que a ausência de formação específica para o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais ou a formação insuficiente faz com que muitos professores se sintam pouco ou nada preparados em relação aos seus conhecimentos para essa tarefa, o que acarreta a ausência de implementação de atividades com o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos.

A categoria central está relacionada a três subcategorias: uma, que trata das *dimensões da Álgebra proposta na BNCC para os Anos Iniciais e suas relações com os anos subsequentes*, em que codificamos e analisamos os conhecimentos específicos do conteúdo e seu desenvolvimento ao longo do currículo (conhecimentos curriculares), além de traçar algumas relações com o conhecimento especializado do conteúdo. A segunda subcategoria, denominada *estratégias para o ensino da unidade temática Álgebra*, está relacionada aos conhecimentos pedagógicos para o ensino, enquanto a terceira aborda *a Álgebra estudada pelo professor na Educação Básica e/ou na Graduação*, que também o influencia acerca do que entende por Álgebra. Os dados da categoria central foram ampliados com as entrevistas formativas/reflexivas, porque percebemos que as outras categorias já se encontravam saturadas com os dados dos 98 questionários e das duas entrevistas individuais. A categoria central, as subcategorias relacionadas e os códigos associados que tiveram maior incidência na pesquisa podem ser visualizados na Figura 5:

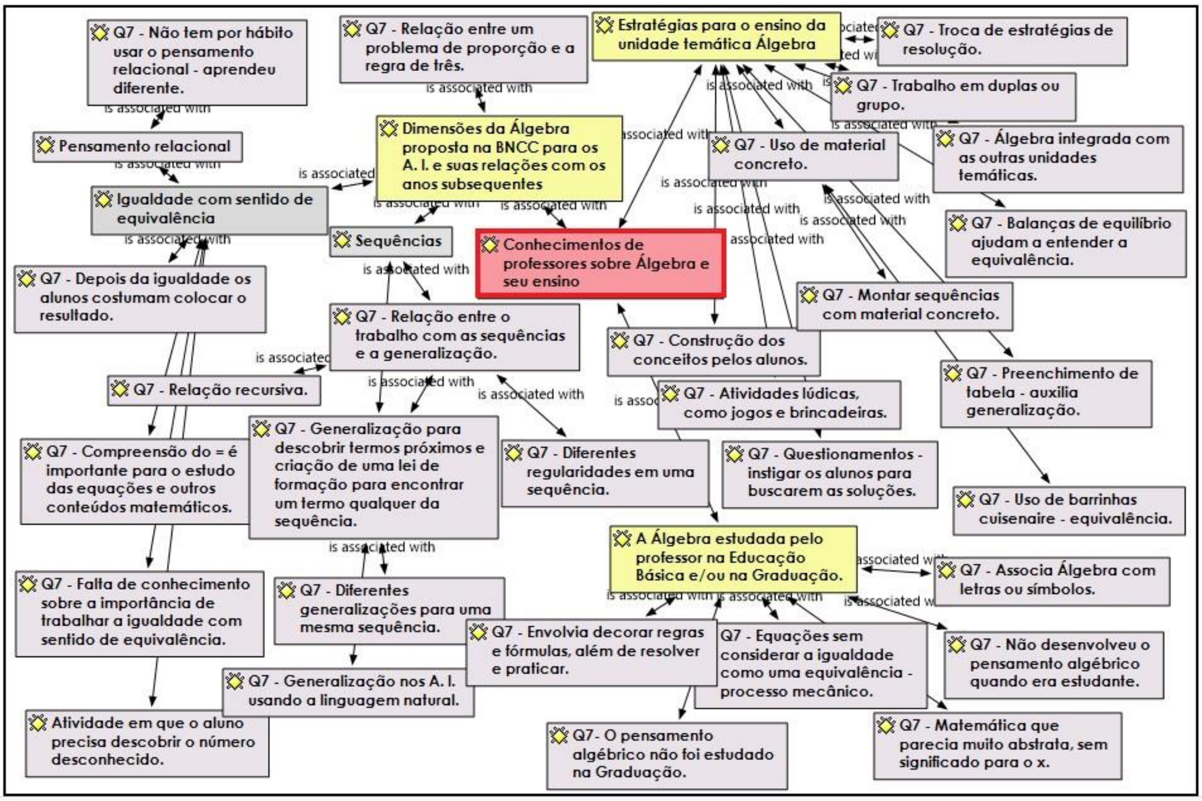

Figura 5.

Rede Categoria central, subcategorias e códigos mais frequentes[8] *(Dados da Pesquisa, 2020).*

Na subcategoria *dimensões da Álgebra proposta na BNCC para os Anos Iniciais e suas relações com os anos subsequentes* agrupamos códigos relacionados à generalização de padrões em sequências, ao sentido de equivalência da igualdade e ao raciocínio proporcional.

Em relação à generalização de padrões em sequências, dialogamos inicialmente com os professores sobre três sequências diferentes, encontradas nos livros[9] de Matemática da coleção adotada pela rede de ensino. Esse diálogo ocorreu nas duas entrevistas individuais e nas três entrevistas reflexivas/formativas. Nessa discussão, os professores entrevistados não citaram a generalização como um dos objetivos para o trabalho com as sequências e tampouco estabeleceram relação entre o trabalho com estas e a Álgebra que conhecem, estudada na Educação Básica. Eles relatam que não estudaram essa temática na graduação. Entretanto, já

[8] A rede elaborada para o artigo possui apenas os códigos mais citados, para facilitar a visualização.
[9] Fonte: Coleção Ápis Matemática (DANTE, 2017).

haviam trabalhado com sequências, pois citaram a descoberta de regularidades em sequências de pares e ímpares ou no quadro numérico, assim como acreditam que o objetivo é descobrir a lógica da sequência, ou seja, desenvolver o raciocínio lógico.

Conhecimentos sobre generalização são importantes para o trabalho com a Álgebra nos Anos Iniciais, de acordo com vários autores que desenvolveram estudos incluindo esse nível de escolaridade (Blanton *et al*., 2015; Mason, 1996; Ponte *et al*., 2009; Vale *et al*., 2011). De acordo com Mason (1996), a generalização é o coração da Matemática. O autor assinala que o trabalho com sequências de padrões é um forte aliado às generalizações e ao desenvolvimento do pensamento algébrico, pois o aluno precisa buscar estratégias para pensar na posição de um termo distante. Neste sentido, Ponte *et al*. (2009) também destacam a generalização como um elemento central do pensamento algébrico e assinalam ainda que as tarefas envolvendo generalizações promovem a capacidade de abstração, desenvolvendo a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático. Blanton *et al*. (2015, p. 43, tradução nossa), destacam o contexto dos padrões recursivos para desenvolver o raciocínio funcional, que "envolve a generalização de relações entre quantidades de covariância e representação e raciocínio com essas relações [...]". Vale *et al*. (2011) ressaltam que o uso de padrões em sequências é um importante componente da atividade matemática, pois permitem conjecturar, generalizar e desenvolver o raciocínio funcional, que permite conhecer qualquer termo da sequência. De acordo com os autores, o estudo de padrões contribui, assim, "apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões, fazerem conjecturas, previsões e também generalizações" (Vale *et al*., 2011, p. 9).

Nas entrevistas reflexivas/formativas, após a discussão inicial sobre sequências do livro didático em que os professores não estabeleceram relação com a generalização, focamos na relação entre o trabalho com as sequências e a Álgebra, através do diálogo acerca de diversas generalizações realizadas por alunos e encontradas na literatura, como, por exemplo, a partir da sequência pictórica com blocos quadrados (Figura 6).

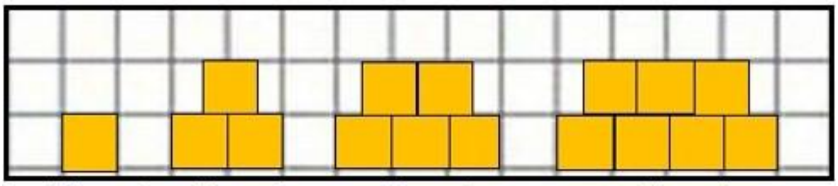

Figura 6.

Sequência pictórica com blocos quadrados (adaptado de Silvestre et al. 2010, p. 96).

Lemos com os professores um texto[10] que focou em generalizações realizadas por alunos dos Anos Iniciais, a partir da sequência de blocos. No texto foram destacadas a montagem das sequências com material concreto, a representação dos próximos termos no papel quadriculado e a importância da tabela relacionando o número da figura e o número de peças, além das mediações do professor que vai estimulando e questionando os alunos. Os professores analisaram generalizações como as de Filipa e de Bruno, do 2º ano. A generalização de Filipa é: "A figura 9 é 9 embaixo e 8 em cima. E a figura 10 é 10 embaixo e 9 em cima. Então é 10 mais 9 e dá 19" (Silvestre *et al*., 2010, p. 100). A generalização expressa pelo aluno Bruno, do 2.º ano, para essa sequência é: "Eu descobri o segredo! O dobro de 12 é 24, mas com menos 1 é 23. Já descobri o segredo. É o dobro menos 1" (Silvestre *et al*., 2010, p. 100). Nesse caso, a generalização é expressa por uma regra ou lei de formação, que na linguagem natural pode ser expressa por: "o dobro do número da figura menos 1". Com essa lei de formação é possível determinar o número de blocos de qualquer figura dessa sequência.

Os professores entrevistados acreditam que os seus alunos conseguem desenvolver essas generalizações, e na fala do Prof.44 se destacam o conhecimento e a mediação do professor para que isso ocorra: *"Eu acho que os alunos poderiam fazer esse tipo de*

[10]O texto discutido com os professores, intitulado "Sequências pictóricas: estratégias de generalização dos alunos do 2º, 3º e 5º ano" (SILVESTRE *et al*., 2010), aborda estratégias de generalização por parte de alunos.

generalização, mas envolve todo um processo de montar as sequências com material concreto, incluindo os próximos termos da sequência, preencher a tabela. E o professor instigando, estimulando[...]" (Entrevista cedida ao autor 1, 2019).

Para finalizar o diálogo sobre esse tema, os professores vivenciaram a generalização de uma sequência (Figura 7), criando uma lei de formação para ela. Nesse processo de generalização estão envolvidos conhecimentos relacionados a todas as subcategorias associadas à categoria *conhecimentos de professores sobre Álgebra e seu ensino*.

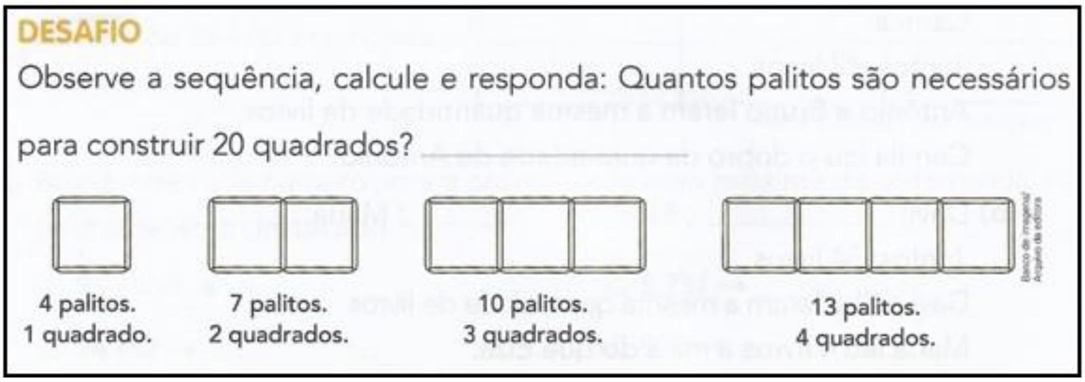

Figura 7.

Ficha com questão sobre sequência pictórica (Dante, 2017, p. 95).

Os professores começaram construindo a sequência com os palitos para entender o padrão e representaram as duas próximas figuras. Realizaram o registro em uma tabela[11] que levou a comentários de que aumentam 3 palitos de um quadrado para o seguinte. Então retomamos que +3 é a relação recursiva, que serve para determinar termos próximos em uma sequência (generalização próxima e/ou aritmética) e solicitamos que criassem uma regra (lei de formação) que permitisse calcular o número de palitos para qualquer número de quadrados da sequência (generalização distante e/ou algébrica).

A generalização realizada pelo Prof.26, usando a linguagem natural, como é proposto para os Anos Iniciais, é "3 vezes o número de quadrados mais 1", e é possível, com essa lei de

[11] Vale e Pimentel (2013) reiteram que a procura da consistência entre a representação figurativa e uma representação numérica organizada, como uma tabela, é muito importante para produzir generalizações.

formação, descobrir o número de palitos para qualquer número de quadrados da sequência. Já nos Anos Finais do Ensino Fundamental os alunos podem partir da linguagem natural e utilizar também a linguagem matemática, expressando essa generalização com a expressão “3x + 1”. Para calcular o número de palitos de 20 quadrados, o Prof.94 realizou outra generalização: ao excluir o primeiro quadrado com quatro palitos, fez 20 – 1 e multiplicou o resultado por 3, o número de palitos dos demais quadrados. Ao final acrescentou 4, o número de palitos do quadrado excluído anteriormente. A resolução foi expressa da seguinte forma: (20 – 1).3 + 4 = 19.3 + 4 = 61. Na linguagem matemática, nos Anos Finais, essa generalização para determinar o número de palitos para qualquer número de quadrados poderia ser escrita como: (x – 1).3 + 4. Após a construção dessas generalizações, seguem os seguintes diálogos:

Pesquisadora: *Vocês acham que os alunos chegam sozinhos nisso ou é necessário que vocês façam algum tipo de mediação?*
Prof.26: *Eles precisam construir a sequência no concreto para entender o padrão, ir acrescentando os palitinhos...*
Prof.94*: Alguns alunos meus descobririam a regra sozinhos, mas, para a grande maioria dos alunos, teria que incentivar, ir questionando. Se usar a tabela, como nós fizemos aqui, eles percebem facilmente que o número de palitos aumenta de três em três. No caso dessa questão, muitos alunos iriam desenhar os 20 quadrados e contar os palitos, ou somar de 3 em 3.*
Pesquisadora: *Nesse caso, eles estariam usando a relação recursiva (+3), onde se depende sempre da figura anterior. O professor deve incentivar para que encontrem uma lei de formação para a sequência, propondo que procurem o número de palitos para 100 ou 300 quadrados, por exemplo. Então, fica inviável desenhar ou contar de 3 em 3.*
Prof.94: *É, se o professor não fizer essa mediação, a maioria vai apenas desenhar os 20 quadrados e contar os palitos.* (Diálogo entre autora 1 e professores, 2019)

Em relação à generalização proposta, o Prof.31, após efetuá-la, acredita que os alunos conseguem fazer esse tipo de generalização e destaca a importância da tarefa e a necessidade de o professor estar preparado para trabalhar com generalizações:

Pesquisadora: *Vocês acham que no 5.º ano é possível que os alunos façam essa generalização?*
Prof.31: *Eu acho que sim. Eu achei essa atividade bem interessante. Sabe qual é a vantagem dessa atividade? Ela é instigante. Mas o professor precisa estar preparado para fazer esse trabalho, caso contrário, pode nem atribuir a importância devida pra essa atividade. Pensar é muito mais importante do que apenas operar. Nessa questão eles conseguem refletir para criar essa regra que permite achar o número de palitos para qualquer figura da sequência, mas não é uma tarefa fácil.* (Diálogo entre autora 1 e professores, 2019)

Outro tema em destaque nas entrevistas foi o sentido de equivalência do sinal de igual. Inicialmente, dialogamos sobre questões que possuíam igualdade, presentes nos livros de Matemática da coleção adotada pela rede de ensino, e percebemos que alguns professores tinham conhecimento sobre o sentido de equivalência do sinal de igual, enquanto outros precisavam ampliá-lo. Também houve relatos de que essa compreensão contribui ao estudo das equações nos Anos Finais. Os professores entrevistados reconheceram que os alunos relacionam a igualdade ao resultado de uma operação e relataram não ter consciência da importância de trabalhar com o sentido mais geral da igualdade, que é a equivalência. Ademais, não possuem o hábito de usar o pensamento relacional.

Autores como Ponte *et al.* (2009) e Van de Walle (2009) destacam a importância de enfatizar o sentido de equivalência da igualdade nas atividades escolares desde os Anos Iniciais. De acordo com Ponte *et al.* (2009), o sentido do sinal de igual mais usado é como resultado de uma operação (noção operacional), e isso pode levar os alunos a compreenderem o sinal de igualdade somente como um símbolo operacional – um símbolo que indica uma ação (operação) a ser realizada. Para os autores, o professor deve ser muito cuidadoso com o modo como o sinal de igual é utilizado, pois ele representa sempre a equivalência entre a expressão que está antes e depois. Em uma expressão que possui vários sinais de igual, todos os termos são equivalentes, do primeiro ao último termo. Van de Walle (2009) afirma que o "=" é um símbolo muito mal compreendido e que os professores precisam promover discussões para que os alunos internalizem que o sinal de igualdade tem sentido de equivalência – significa "ser o mesmo que". O autor ressalta que "o sinal de igualdade é um dos símbolos mais importantes na Aritmética elementar, na Álgebra e em toda a Matemática ao usar números e operações" (2009, p. 288). O autor também destaca o uso do pensamento relacional (usar relações numéricas entre os dois lados da igualdade, sem calcular quantidades) e enfatiza que o uso do pensamento relacional em um contexto mais amplo, "é um primeiro passo em direção à generalização de relações encontradas na aritmética de modo que essas mesmas relações podem ser usadas quando variáveis estiverem envolvidas e não apenas números” (Van de Walle, 2009, p. 290).

Mostramos aos professores o resultado de uma pesquisa realizada por Falkner *et al*. (1999 apud Van de Walle, 2009), em que os alunos tiveram que assinalar o número que tornaria verdadeira a expressão numérica 8 + 4 = ___ + 5. A questão de escolha múltipla apresentava as possibilidades de resposta: 7, 12 e 17. A resposta correta foi indicada apenas por 5% dos alunos do 1.º e do 2.º anos, por 9% dos alunos do 3.º e do 4.º anos e por 2% dos alunos do 5.º e do 6.º anos. Os professores foram questionados e acreditam que a maioria dos seus alunos iria assinalar 12. As justificativas estão relacionadas ao sentido operacional da igualdade, muito trabalhado nas escolas:

Pesquisadora: *Por que vocês acham que os alunos colocariam 12 no lugar desse número desconhecido?*
Prof.44: *Porque eles estão muito acostumados a colocar um resultado após o sinal de igual. Essa questão da equivalência entre os dois lados da igualdade ainda é pouco trabalhada nas escolas. Eles são acostumados a colocar uma resposta depois do igual, porque trabalham muito com as operações nos Anos Iniciais.*
Prof.31: *Eu também acho que, quando os alunos colocam o resultado depois do igual, há um condicionamento, está ligado à forma como se ensina Matemática. O ensino deve ser mais voltado a fazer com que os alunos pensem e não dar tanto foco em achar a resposta de cálculos.*
(Respostas de professores ao questionamento da autora 1, 2019)

Quanto ao significado do sinal de igualdade, apesar de os professores reconhecerem que os dois lados da igualdade são equivalentes, mencionam que isso não é destacado em suas aulas. Evidenciamos o uso das balanças de equilíbrio e das barrinhas cuisenaire (Figura 8), porém os professores ainda não haviam utilizado as barrinhas para auxiliar no ensino dessa ideia.

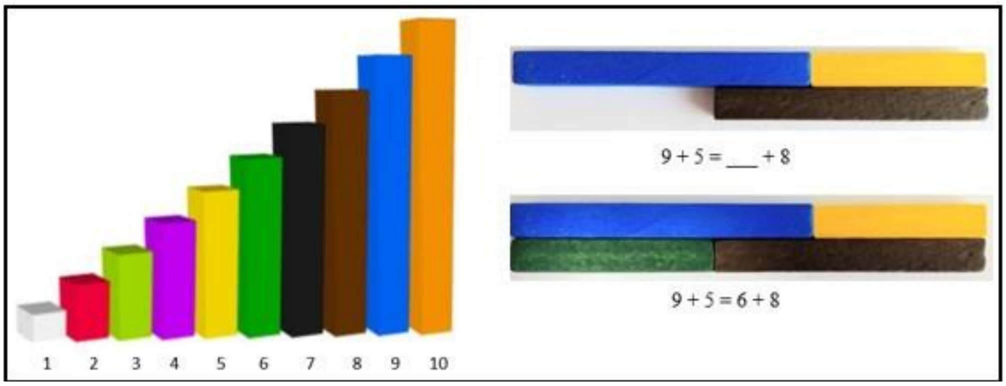

Figura 8.

Equivalência sendo representada com as barrinhas cuisenaire (Dados da Pesquisa, 2020).

Destacamos falas do professor Prof.31 após vivenciar o uso das barrinhas cuisenaire: *"Eu achei bem interessante, é um material concreto, colorido, atrativo, e os alunos conseguem ver a equivalência, porque os comprimentos das barrinhas ficam iguais dos dois lados"*. E após o uso da balança de equilíbrio: *"Dessa forma, é muito bom para que os alunos entendam, pois a balança precisa ficar sempre em equilíbrio"* (Entrevista cedida ao autor 1, 2019).

Questionamos de que forma os professores fariam para descobrir o número desconhecido em expressões do tipo 5 + 6 = ____ + 8. Eles responderam que calculariam primeiro 5 + 6 e depois veriam quanto falta do outro lado da igualdade para chegar ao mesmo resultado. Inicialmente não houve menção ao uso do pensamento relacional. Nas entrevistas realizadas com o Prof.27 e o Prof.38, após o questionamento em busca de uma alternativa diferente de resolução, este último usou o pensamento relacional para as situações propostas, conforme o relato a seguir:

Pesquisadora: *Será que é possível resolver sem calcular um dos lados primeiro? Vamos tentar fazer diferente para descobrir o número desconhecido nessa questão: 4 + 6 = 7 + ___.*
Prof.38: *O 7 do lado direito da igualdade tem 1 a mais que o 6 do outro lado, então, o número que falta tem que ser 3, porque tem 1 a menos que o 4.*
Prof.27: *Vai tirando de um lado e colocando no outro?*
Pesquisadora: *É, você faz uma relação entre os dois lados da igualdade, em vez de calcular. Esse pensamento é chamado de "pensamento relacional". Poderia ajudar a encontrar o número desconhecido na expressão: 534 + 175 = 174 + ____, de uma forma rápida, sem montar nenhuma conta.*
Prof.27: *Estou pensando...*

Pesquisadora: *Vamos começar, o 174 que está de um lado da igualdade, tem quanto a menos que 175 do outro lado?*
Prof.27: *174 tem 1 a menos.*
Pesquisadora: *Então, para que os dois lados fiquem equivalentes, o número que procuramos precisa ter quanto a mais ou a menos que o 534?*
Prof.27: *Precisa ter 1 a mais, então, é o 535. [...]*
Pesquisadora: *Usando o pensamento relacional fazemos uma relação entre as expressões de um e do outro lado do sinal, sem calcular um lado e ajustar o resultado do outro lado.* (Diálogo entre autora 1 e professores, 2019)

Após vivenciar o uso do pensamento relacional, um dos professores aportou um relato muito significativo:

Prof.94: *O nosso pensamento de operação é tão forte e tão habitual que isso nem me ocorreu. Eu já somei logo um lado e diminuí no outro. Durante nosso período de escola e nossa vida fomos muito habituados a calcular, então, isso de relacionar os dois lados nem me passou pela cabeça. Mas é bem mais prático. Só que nós não usamos porque não aprendemos dessa forma. Mas para os nossos alunos seria bem importante.* (Entrevista cedida ao autor 1, 2019)

Outro tema discutido nas entrevistas reflexivas/formativas foi a proporcionalidade, que é introduzida na unidade temática Álgebra no quinto ano. Mostramos aos professores uma questão presente no livro didático adotado pela rede de ensino, e os professores comentaram que o uso de tabelas para registrar proporcionalidades contribui para o ensino desse conteúdo, o que representa uma estratégia interessante. Quanto ao conhecimento curricular, a maioria dos professores não relacionou o problema de raciocínio proporcional com a regra de três, que os alunos começam a estudar nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

O conhecimento especializado do conteúdo fez parte dos diálogos com os professores e faz-se necessário em muitos momentos para ensinar Álgebra aos alunos dos Anos Iniciais. Por exemplo, quando o professor precisa compreender diferentes generalizações distantes e/ou algébricas que podem ser criadas por alunos e ele precisa analisar se estão corretas ou se servem para determinar o número de elementos de um termo qualquer da sequência. Esse é um conhecimento necessário ao professor para estimular a aprendizagem dos alunos, pois, na possibilidade de a generalização estar incorreta, ele precisa questionar o aluno para que tente produzir outra, adequada à tarefa proposta.

Na entrevista reflexiva/formativa retomamos o diálogo com os professores sobre o texto[12] contendo a escrita matemática de uma generalização produzida pelo aluno Pedro, na qual foram necessárias mediações de modo que o registro ficasse correto. Pedro escreveu 2 x 8 = 16 – 1 = 15, o que levou a professora a fazer uma intervenção para que ele escrevesse a expressão respeitando o sentido de equivalência da igualdade. Seu erro precisava ser corrigido e poderia estar ligado ao sentido operacional, muito usado nas escolas. A incongruência na expressão escrita não foi percebida pela maioria dos professores entrevistados na pesquisa, revelando que o conhecimento especializado do conteúdo para o ensino da unidade temática Álgebra precisa ser desenvolvido. Após os diálogos iniciais o Prof.38 disse que a expressão correta é 2 x 8 - 1 = 16 – 1 = 15 e argumentou que não percebeu logo por não ter o costume de dar importância para o sinal de igualdade, ou seja, por não considerar seu sentido de equivalência.

Em todos os temas abordados, os diálogos também fizeram referência às relações entre os conteúdos ao longo do currículo, por exemplo, as diferentes maneiras de expressar generalizações nos Anos Iniciais ou nos Anos Finais do Ensino Fundamental ou o significado do sinal de igual em expressões e equações. O conhecimento sobre o desenvolvimento dos conteúdos ao longo do currículo é importante, pois pode levar o professor a valorizar mais determinada atividade ou conteúdo, já que entende que o aluno dará sequência a esse estudo posteriormente. Reconhecer a importância de os alunos aprenderem determinado conceito, que será retomado em anos posteriores e ampliado, pode levar o professor a aprofundar-se na inclusão de estratégias que favoreçam a aprendizagem daquele conteúdo.

Várias e importantes *estratégias para o ensino da unidade temática Álgebra* foram citadas pelos professores, nas primeiras entrevistas, como a construção de conceitos e a busca de soluções por parte dos alunos, o trabalho em grupo, o uso de material concreto, a troca de

[12] “Sequências pictóricas: Estratégias de generalização dos alunos do 2º, 3º e 5º ano” (Silvestre *et al.*, 2010).

estratégias de resolução, atividades lúdicas como jogos e brincadeiras, etc. Autores como Canavarro (2007), Vale *et al*. (2011) e Van de Walle (2009) destacam essas estratégias, referindo-se ao trabalho com o pensamento algébrico. É perceptível um domínio maior dos professores do conhecimento pedagógico, voltado para as estratégias de ensino, em detrimento do domínio do conteúdo e do currículo envolvendo o tema Álgebra. Nesse sentido, como os professores não compreendem alguns aspectos do conhecimento do conteúdo, essas estratégias acabam não sendo usadas para essa finalidade. Nas entrevistas reflexivas-formativas buscamos relacionar o conhecimento específico e especializado do conteúdo com o conhecimento pedagógico voltado às estratégias de ensino, ou seja, foram trazidas à tona estratégias já citadas pelos professores, mas também outras mais específicas para o trabalho com a generalização a partir de sequências e também para trabalhar a questão do sentido de equivalência da igualdade. Analisamos que, para implementar metodologias que garantam a aprendizagem dos alunos, é preciso que os professores também tenham conhecimento do conteúdo que deverão ensinar, corroborando as palavras de Shulman (1986, p. 8, tradução nossa): o "simples conhecimento do conteúdo é provável que seja tão inútil como a habilidade pedagógica sem conteúdo".

Na subcategoria *a Álgebra estudada pelo professor na Educação Básica e/ou na Graduação* os professores que lembram da matéria estudada na Educação Básica a associam a letras ou símbolos, ao passo que também relatam uma Álgebra abstrata, que envolvia decorar regras e fórmulas, além da prática de muitos exercícios repetitivos. Eles relataram que estudaram as equações usando um processo mecânico, sem considerar a igualdade como uma equivalência e destacaram que há pouca relação entre os conteúdos que estudaram na Educação Básica e a Álgebra que precisam ensinar nos Anos Iniciais, visando desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. Algumas falas dos professores exemplificam isso:

Prof. 27: *A gente só aprendeu decorando regras e não entendeu o que é uma equação. Parecia que o objetivo era resolver, resolver, praticar...*

Prof. 27: *E pensando na minha formação enquanto aluno, a Matemática que eu via nos Anos Finais e no Médio parecia muito abstrata, não tinha um significado para o x, pelo menos, eu não entendia. Eu lembro de uma álgebra que envolvia decorar a fórmula e aplicar.*
Prof. 44: *Na escola a gente fazia sem saber porquê, sem levar em conta a equivalência entre um e o outro lado da igualdade. Tinha que achar o resultado.*
Prof. 31: *A gente fazia assim porque obedecíamos uma sequência, regras que nos eram apresentadas, eu só não entendia porque fazia aqueles procedimentos*. (Falas de professores entrevistados, 2019)

O conhecimento adquirido na Educação Básica, presente entre os professores, pode também influenciar o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais. Segundo Tardif (2002, p. 66), "o professor se baseia em juízos provenientes de tradições escolares, pedagógicas e profissionais que ele mesmo assimilou e interiorizou". De acordo com o autor, os saberes experienciais do professor decorrem "em grande parte de preconcepções do ensino e da aprendizagem herdadas da história escolar" (2002, p. 72). O autor destaca que parte importante da competência profissional dos professores tem suas raízes em sua escolarização pré-profissional e que esse legado da socialização escolar permanece forte e estável por muito tempo. Neste sentido, é muito importante que os professores que não estudaram sobre o ensino de Álgebra para os Anos Iniciais durante a graduação ou em outras formações passem a ter formações continuadas sobre a temática, uma vez que suas experiências se referem apenas aos estudos da Educação Básica. Destacamos o comentário do Prof.31 que, durante a entrevista reflexiva/formativa, retratou esta situação:

Prof.31: *Para que tudo isso aconteça precisa ter formação, que aqui não teve ainda. Não basta colocar na BNCC e na Proposta da rede e deixar o professor se virar. Os professores também não estudaram como ensinar isso durante a graduação. Dos tempos da escola nós só lembramos das contas com x e das fórmulas. Mas isso não é suficiente para ensinar pensamento algébrico nos Anos Iniciais.* (Entrevista cedida ao autor 1, 2019)

Nos diálogos estabelecidos no processo formativo das entrevistas, os docentes apontaram a importância da formação e do conhecimento, ao relatarem, por exemplo, que é possível trabalhar com a generalização de padrões em sequências e que os alunos conseguem realizá-las, desde que o professor esteja preparado para trabalhar o tema. Refletiram que o trabalho focado em cálculos – colocar o resultado após o sinal de igual – pode dificultar a percepção, pelos alunos, da ideia de equivalência do sinal de igual. Entretanto, esse sentido da igualdade precisa ser evidenciado. Após vivenciar o uso do pensamento relacional para solucionar questões que contêm sinal de igual e um número desconhecido, fazendo uso da compreensão de equivalência da igualdade e do cálculo mental, consideraram que o processo é mais prático e perceberam a importância de estimular os alunos a usá-lo.

Considerações finais

A metodologia utilizada nesta pesquisa (*Grounded Theory*) permitiu distintos momentos de retorno ao campo de pesquisa para aprofundar dados, que foram codificados e categorizados com o auxílio do *software Atlas.ti*. Isso nos possibilitou evidenciar e discutir percepções de professores quanto aos conhecimentos necessários para desenvolver o ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Esta pesquisa revelou que a maioria dos professores pesquisados tem conhecimentos relativos à Álgebra, oriundos apenas dos seus estudos na Educação Básica, e a associam a letras, regras, símbolos e memorização. O desenvolvimento do pensamento algébrico não foi priorizado durante o processo de formação dos docentes, por isso, é compreensível que tenham muitas dúvidas em relação ao ensino dessa unidade temática. O fato de não implementar atividades algébricas decorre de considerar sua formação insuficiente para trabalhar com esse tema, ou seja, o professor sente falta de mais conhecimentos para desempenhar essa tarefa.

Por ter sido a unidade temática Álgebra recentemente incorporada ao currículo dos Anos Iniciais, a formação continuada se torna indispensável para ampliar os saberes docentes em relação a esse tema e para que os professores possam implementar atividades com o objetivo de desenvolver o pensamento algébrico dos alunos.

Os resultados deste estudo estão consistentes com a literatura existente, que indica a necessidade de investir no conhecimento docente para que a unidade temática Álgebra possa ser trabalhada de forma efetiva nas salas de aula. Segundo Ferreira *et al*. (2017, p. 501) “para que se possa almejar desenvolver um Pensamento Algébrico com os alunos e nos alunos, torna-se essencial que o próprio professor detenha o conhecimento desse pensamento e sobre ele". Para Cyrino e Oliveira (2011, p. 122), é necessário providenciar suporte profissional para que os professores possam explorar o pensamento algébrico em sala de aula, pois o "sucesso na implementação de novas orientações curriculares depende do modo como os professores lidam com elas". De acordo com Magina *et al*. (2018, p. 20), "não basta propor a introdução de conceitos algébricos nos Anos Iniciais, tampouco mudar o currículo; é preciso principalmente preparar os professores, responsáveis por implantar efetivamente tal currículo, sobretudo dos Anos Iniciais".

Nesse sentido, para que atividades algébricas sejam desenvolvidas com os alunos, não basta que a unidade temática Álgebra esteja presente na *BNCC*. Concordamos com Kieran *et al*. (2016) quando afirmam que os currículos podem ter um impacto limitado sobre o que acontece em sala de aula, pois o trabalho com o pensamento algébrico em salas elementares requer desenvolvimento profissional. "Primeiro, os professores devem aprender o conteúdo que pretendem ensinar. Se os professores entenderem Matemática como procedimentos para calcular e resolver problemas, eles devem ampliar sua visão para incluir a procura e o exame da estrutura" (Kieran *et al*., 2016, p. 22, tradução nossa).

Fundamentados nos dados desta pesquisa, principalmente nos diálogos estabelecidos durante as entrevistas reflexivas/formativas, defendemos que os professores precisam de formação envolvendo a unidade temática Álgebra para ampliar a compreensão em aspectos como a generalização e a importância de trabalhar com o sentido de equivalência da igualdade, incluindo o uso do pensamento relacional. Nas reflexões coletivas os professores destacaram a importância do conhecimento quanto aos conteúdos relacionados ao pensamento algébrico, de modo que possam implementar e valorizar atividades sobre a temática. Acreditamos que a formação deva partir da identificação do conhecimento dos professores sobre os temas que serão abordados e articular o conhecimento específico e especializado do conteúdo com as estratégias para o ensino e com as relações entre os conteúdos matemáticos no currículo escolar.

Referências

Ball, D., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v.59, n.5, p.389-407. https://doi.org/10.1177%2F0022487108324554

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 412-446. https://doi.org/10.2307/30034944

Blanton, M., Stephens, A., Knuth, E., Gardiner, A. M., Isler, I., & Kim, J.-S. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 46, n. 1, p. 39-87. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.46.1.0039

Brasil. (2017). Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/CNE. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/

Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante,* v. XVI, n. 2, p. 81-118. https://doi.org/10.48489/quadrante.22816

Carraher, D. W., Schliemann, A. D., Brizuela, B. M., & Earnest, D. (2006). Arithmetic and algebra in early mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 37, n. 2, p. 87-115.

Charmaz, K. (2009). *A construção da teoria fundamentada*. Porto Alegre: ArtMed.

Cyrino, M. C. C. T., & Oliveira, H. M. de. (2011). Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. *Bolema*, v. 24, n. 38, p. 97-126. https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4598

Dante, L. R. (2017). *Ápis Matemática 5º ano: ensino fundamental, anos iniciais.* 3. ed. São Paulo: Ática.

Ferreira, M. C. N., Ribeiro, M., & Ribeiro, A. J. (2017). Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Zetetiké*, v. 25, n. 3, p. 496-514. http://dx.doi.org/10.20396/zet.v25i3.8648585

Ferreira, M. C. N., Ribeiro, M., & Ribeiro, A. J. (2018). Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. *Perspectivas da Educação Matemática* – INMA/UFMS, v. 11, n. 25, p. 53-73. https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3275/4612

Freire, R. S. (2011). *Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. [Tese de Doutorado em Educação Brasileira, Universidade do Ceará]. http://www.repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/3304/1/2011_tese_rsfreire.pdf

Jungbluth, A. (2020). *Álgebra no currículo de matemática dos anos iniciais: e agora?* [Dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina]. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/216632

Jungbluth, A.; Silveira, E.; Grando, R. C. (2019). O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, v.21, n.3, p. 96-118. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p96-118

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, v. 8, n. 1, p. 139-151.

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D. & Ng, S. F. (2016). *Early Algebra. Research into its nature, its learning, its teaching.* Hamburg: Springer Open.

Litoldo, B. F., Almeida, M. V. R. de, & Ribeiro, M. (2018). Conhecimento especializado do professor que ensina matemática: uma análise do livro didático no âmbito das frações. *Tangram*, Revista de Educação Matemática, Dourados, v. 1, n. 3, p. 3-23. https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/7370/4473

Magina, S., Oliveira, C. F. dos S. & Merlini, V. (2018). O Raciocínio Algébrico no Ensino Fundamental: O debate a partir da visão de quatro estudos. *Em teia* – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 9, n.1, p.1-23. https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/235070

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In: N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.). *Approaches of algebra: perspectives for research and teaching*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, p. 65-86.

Mason, J. (2018). How early is too early for thinking algebraically? In C. Kieran (Ed.). *Teaching and learning algebraic thinking with 5-to 12 year-olds*. Hamburg: Springer International Publishing, p. 329-350. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_14

Ponte, J. P. da., Branco, N., & Matos, A. (2009). Álgebra no Ensino Básico. Lisboa: ME - DGIDC.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L.Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez, (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mérida, Mexico: Universidad Pedagógica Nacional, v. 1, (p. 2-21). http://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2028%202006%20Proceedings.pdf

Radford, L. (2010). The eye as a theoretician: seeing structures in generalizing activities. *For the Learning of Mathematics*, 30 (2), p. 2-7. https://www.jstor.org/stable/20749442

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching foundations of the New Reform. Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 1-22. Tradução de Leda Back. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. *Cadernos Cenpec*, v. 4, n. 2, p. 196-229, 2014. http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293/297

Silvestre, A. I., Faria, A., Souza, H., Cristo, I., Santos, I., Molarinho, M. J., & Veladas, M. (2010). Estratégias de generalização dos alunos do 2º, 3º e 5º anos. In GTI (Org.). *O professor e o programa do Ensino Básico.* Lisboa: APM (p. 89-119).

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, Netherlands, n. 20, p. 47-164.

Tardif, M. (2002). *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes.

Tarozzi, M. (2011). *O que é grounded theory?* Metodologia de pesquisa e de teoria fundamentada nos dados. Rio de Janeiro: Vozes.

Trivilin, L. R., & Ribeiro, A. (2015). Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Bolema*, v.29, n.51, p.38-59. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a03

Vale, I., Barbosa, Pimentel, T., A., Barbosa, E., Fonseca, L., Borralho, A., & Cabrita, I. (2011). *Padrões em Matemática*: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Lisboa: Texto.

Vale, I.; Pimentel, T. (2013). O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. *Da Investigação às Práticas,* v. 3, n. 2, p. 98-124. http://hdl.handle.net/10400.21/3098

Van de Walle, J. A. (2009). *A Matemática no ensino fundamental*: formação de professores e aplicação em sala de aula. Trad. de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed.