

Fatoração Numérica e Algébrica: Ecologia de um Objeto Protomatemático em Função da Introdução de Novas Praxeologias de 1960 a 2021 no Ensino Fundamental

Numerical and Algebraic Factoration: Ecology of a Protomathematical Object as a Function of the Introduction of New Praxeologies from 1960 to 2021 in Elementary Education

Factorización numérica y algebraica: ecología de un objeto protomatemático en función de la introducción de nuevas praxeologías desde 1960 hasta 2021 en la escuela primaria

Miriam do Rocio Guadagnini¹

Universidade Federal de Goiás

<https://orcid.org/0000-0001-9145-9252>

Valdir Bezerra dos Santos Junior²

Universidade Federal de Pernambuco

<https://orcid.org/0000-0002-3869-201X>

Renato da Silva Ignácio³

Universidade Federal de Campina Grande

<https://orcid.org/0000-0003-0448-3241>

Marlene Alves Dias⁴

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado do Ceará

<https://orcid.org/0000-0001-9168-9066>

Resumo

Apresentamos parte de pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem da fatoração numérica e algébrica, especificamente, o estudo da ecologia do seu ensino entre as décadas de 1960 a 2020, analisando uma coleção para cada década e duas coleções atuais que seguem as orientações da BNCC. Trata-se de uma pesquisa cuja metodologia é definida por Lüdke e André como documental, tendo o referencial teórico centrado na Teoria Antropológica do Didático (TAD), para o qual optamos pelas noções de praxeologia e ecologia, segundo Chevallard, que alicerçaram a metodologia da pesquisa por meio da análise dos últimos documentos oficiais nacionais norteadores do ensino brasileiro (Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e Base

¹ miriamguadagnini@gmail.com

² valdir.bezerra@gmail.com

³ renatosignacio@gmail.com

⁴ maralvesdias@gmail.com

Nacional Comum Curricular - BNCC) e de livros didáticos das décadas consideradas. Os resultados mostram uma ecologia bastante estável, se desconsiderarmos a década de 1960, que representa a matemática moderna, pois as praxeologias privilegiadas nas décadas anteriores à introdução dos PCN estão centradas no uso de técnicas e um número reduzido de situações contextualizadas, que refletem apenas uma nova roupagem, que não a torna uma real situação de contexto. Após os PCN e a BNCC, observamos que a ênfase é dada às situações-problema contextualizadas, o que reduz as aplicações da fatoração algébrica no estudo das frações algébricas. Consideramos importante ressaltar que o estudo das frações algébricas perde espaço a partir de 1998, o que indica a necessidade de maior atenção pelos professores do ensino médio e ensino superior, em particular quando do estudo de Cálculo Diferencial e Integral.

Palavras-chave: Fatoração, Ecologia, Praxeologia, Álgebra.

Abstract

We present part of the research on the teaching and learning of numerical and algebraic factoring, specifically, the study of the ecology of its teaching between the 1960s and 2020s, analyzing one collection for each decade and two current collections that follow the guidelines of the BNCC. It is a research whose methodology is defined by Lüdke and André as documental, having the theoretical framework centered on the Anthropological Theory of Didactics (ATD), for which we opted for the notions of praxeology and ecology, according to Chevallard, which underpinned the methodology of the research through the analysis of the last official national documents that guide Brazilian education (Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN and Base Nacional Comum Curricular - BNCC) and of textbooks from the considered decades. The results show a very stable ecology, if we disregard the one in the 1960s, which represents modern mathematics, as the privileged praxeology in the decades prior to the introduction of the PCN is centered on the use of techniques and a small number of contextualized situations, which reflect only one new cover, which does not make it a real

context situation. After the PCN and the BNCC, we observe that the emphasis is given to contextualized problem situations, which reduces the applications of algebraic factorization in the study of algebraic fractions. We consider it important to emphasize that the study of algebraic fractions loses space from 1998 onwards, which indicates the need for greater attention by high school and higher education teachers, particularly when studying Differential and Integral Calculus.

Keywords: Factorization; Ecology; Praxeology; Algebra.

Resumen

Presentamos parte de la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la factorización numérica y algebraica, en concreto, el estudio de la ecología de su enseñanza entre las décadas de 1960 a 2020, analizando una colección por cada década y dos colecciones actuales que siguen las directrices de la BNCC. Se trata de una investigación cuya metodología es la definida por Lüdke y André como documental, teniendo el marco teórico centrado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), para lo cual optamos por las nociones de praxeología y ecología, según Chevallard, que fundamentó la metodología de la investigación a través del análisis de los últimos documentos oficiales nacionales que orientan la educación brasileña (Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN y Base Nacional Comum Curricular - BNCC) y libros de texto de las décadas consideradas. Los resultados muestran una ecología bastante estable, si prescindimos de los años 60, que representan la matemática moderna, porque las praxeologías privilegiadas en las décadas anteriores a la introducción del PCN se centran en el uso de técnicas y un número reducido de situaciones contextualizadas, que reflejan sólo un nuevo aderezo, lo que no lo convierte en una situación de contexto real. Después de los PCNP y el BNCC, observamos que el énfasis está en las situaciones problemáticas contextualizadas, lo que reduce las aplicaciones de la factorización algebraica en el estudio de las fracciones algebraicas. Consideramos importante destacar que el estudio de las fracciones algebraicas

perde espacio a partir de 1998, lo que indica la necesidad de una mayor atención por parte de los profesores de secundaria y de la universidad, especialmente cuando se estudia el Cálculo Diferencial e Integral.

Palabras clave: Factorización, Ecología. Praxeología. Álgebra.

Résumé

Nous présentons une partie de la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de la factorisation numérique et algébrique, plus précisément, l'étude de l'écologie de son enseignement entre les décennies de 1960 à 2020, en analysant une collection pour chaque décennie et deux collections actuelles qui suivent les directives de la BNCC. Il s'agit d'une recherche dont la méthodologie est définie par Lüdke et André comme documentaire, ayant le cadre théorique centré sur la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), pour laquelle nous avons opté pour les notions de praxéologie et d'écologie, selon Chevallard, sur laquelle s'appuie notre méthodologie de recherche à travers l'analyse des derniers documents officiels nationaux qui orientent l'éducation brésilienne (Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN et Base Nacional Comum Curricular - BNCC) et des manuels scolaires des décennies considérées. Les résultats montrent une écologie assez stable, si l'on fait abstraction des années 60, qui représentent les mathématiques modernes, car les praxéologies privilégiées dans les décennies précédant l'introduction des PCN sont centrées sur l'utilisation de techniques et un nombre réduit de situations contextualisées, qui ne reflètent qu'un nouvel habillage, ce qui n'en fait pas une situation de contexte réel. Après les PCN et la BNCC, on observe que l'accent est mis sur les situations-problèmes contextualisées, ce qui réduit les applications de la factorisation algébrique à l'étude des fractions algébriques. Nous considérons important de souligner que l'étude des fractions algébriques perd de l'espace à partir de 1998, ce qui indique la nécessité d'une plus grande attention de la part des enseignants du secondaire et de l'enseignement supérieur, en particulier lors de l'étude du calcul différentiel et intégral.

Mots clés : Factorisation, Écologie, Praxéologie, Algèbre.

Fatoração Numérica e Algébrica: Ecologia de um Objeto Protomatemático em Função da Introdução de Novas Praxeologias de 1960 a 2021 no Ensino Fundamental

Este estudo tem o objetivo de compreender como uma noção protomatemática, no caso, os conceitos de fatoração numérica e algébrica sobrevivem nas propostas institucionais de ensino desse conceito no Ensino Fundamental - anos finais (alunos entre 11 e 14 anos) no Brasil. Nessa perspectiva, estudamos a ecologia associada à introdução ou ao desaparecimento de praxeologias referentes ao ensino da noção de fatoração na escola básica brasileira, a partir da análise dos livros didáticos das décadas de 1960 a 2020, além da análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998) e da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), como documentos oficiais norteadores do ensino brasileiro a partir de 1998.

Para isso, adotamos, como referencial teórico da pesquisa, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), em particular, as noções de objeto protomatemático, ecologia dos saberes e praxeologia. Ainda nos referimos aos níveis de codeterminação didática, Chevallard (2002), que apontam o caminho para examinar o modo como poderão ser/estar organizados os conteúdos matemáticos e o papel dos diferentes atores, quando da introdução de um novo currículo. Além disso, observamos, mais particularmente, as possíveis dificuldades que podem ser encontradas por professores e estudantes no desenvolvimento da nova organização proposta.

A análise dos últimos documentos oficiais pode nós auxiliar a compreender as mudanças mais atuais em relação aos níveis superiores de codeterminação, identificar as praxeologias já conhecidas e aquelas que precisam ser inseridas a partir do novo currículo, considerando que professores apoiam-se em livros didáticos para estudar e preparar suas aulas.

A metodologia adotada é a da pesquisa documental à luz dos ensinamentos de Lüdcke e André (2013). Para tanto, foi analisada uma coleção de cada década, o que se justifica por meio da afirmação de Lages Lima et al. (2006), segundo os quais, em geral, o professor dispõe apenas do livro didático adotado, uma vez que os outros existentes no mercado diferem muito pouco entre si. Além disso, ressaltamos a dificuldade de encontrar livros didáticos antigos, porque, para isso, precisamos dispor de documentos próprios ou de colegas que se preocuparam em manter esse material, o que dificulta um estudo mais profundo da ecologia do ensino de Matemática no Brasil.

Para as coleções mais atuais, analisamos três livros do mesmo autor, a saber: Dante (2008, 2013, 2016), os quais estão organizados de acordo com a orientação curricular advinda dos PCN do Ensino Fundamental - anos finais (Brasil, 1998); e dois livros da década de 2020, que são atuais e organizados a partir das orientações da BNCC (Brasil, 2018). Salientamos que os livros associados à década de 2020 são de autores já analisados em décadas anteriores, um da década de 1990 e outro da década de 2010, o que nos auxiliou a compreender as diferenças que a organização indicada na BNCC pode provocar no processo de ensino e aprendizagem para o estudo da noção de fatoração numérica e algébrica.

As coleções analisadas que nos permitiram mostrar as semelhanças e diferenças entre as décadas consideradas são:

Tabela 1

Lista das coleções analisadas (Os autores, 2021)

Sangiorgi, O. (1968). Matemática: curso moderno. (4 volumes para o ginásio).
Castrucci, Peretti, Giovanni (1976). Matemática (4 volumes para o 1º grau).
Iezzi, G., Dolce, O., Machado, A. (1981). Matemática (4 volumes para o 1º grau).
Bianchini, E. (1991). Matemática. (4 volumes para o 1º grau).
Dante, L. R. (2008). Tudo é Matemática. (4 volumes para o Ensino Fundamental - anos finais).
Dante (2013). Projeto Teláris. (4 volumes para o Ensino Fundamental - anos finais) .
Dante (2016). Projeto Teláris. (4 volumes para o Ensino Fundamental - anos finais).

Dante (2020). Projeto Teláris. (4 volumes para o Ensino Fundamental - anos finais).

Bianchini (2020). Matemática. (4 volumes para o Ensino Fundamental - anos finais).

Os resultados mostram um ensino que sofreu pequenas modificações, se desconsideramos a década de 1960, uma vez que nas décadas posteriores, o ensino era centrado na memorização de técnicas, sem ênfase nas aplicações em situações contextualizadas, que representam uma forma de motivar as técnicas consideradas, já utilizadas pelo autor da década de 1960. Porém as situações por ele propostas não estavam associadas aos contextos reais dos estudantes atuais, o que pode gerar um conjunto de situações fictícias.

A partir da década de 2000, com a implementação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), observamos uma inversão, cuja ênfase está no estudo de situações contextualizadas intra e extramatemáticas, denominadas situações-problema, sendo que essas últimas têm pouca referência a contextos atuais.

Nas novas obras construídas a partir da orientação da BNCC, a aplicação das técnicas associadas à fatoração numérica e algébrica é reduzida e a ênfase é dada às situações contextualizadas. Isso pode representar uma dificuldade futura, pois a fatoração, por ser um objeto protomatemático, precisa viver em um ambiente anexo às aplicações relacionadas ao desenvolvimento de novos saberes matemáticos para que os estudantes possam reconhecer e mobilizar as técnicas de fatoração, quando necessário.

Na sequência, apresentamos brevemente o referencial teórico que sustenta nossas análises.

Noções da Teoria Antropológica do Didáticos (TAD)

Chevallard (1992), após introduzir os elementos primitivos da TAD, a saber: objeto (O), pessoa (X) e instituição I, define as noções de relação institucional e pessoal ao objeto O.

Assim, um objeto O existe para uma pessoa X se esta tem uma relação pessoal $R(X, O)$, ou seja, uma relação que corresponde ao conjunto de interações que X pode ter com O, no

sentido de poder manipular, utilizar, falar de, sonhar com, etc. Isto define a maneira que a pessoa X conhece O. Exemplo: um aluno ou professor que estudou ou lecionou nas décadas de 1970 até 1998, segundo os preceitos da uma Matemática tecnicista, e agora leciona com base na Matemática que privilegia contextos e resolução de problemas, terá de avaliar seus conhecimentos para identificar as relações institucionais que não fazem parte da sua relação pessoal, o que parece ser uma dificuldade maior para o estudante, que precisa ser visitada pelo professor.

Voltando à noção de relação pessoal, observamos que, para Chevallard (1992), o par formado pelo indivíduo X e o sistema de relações pessoais $R(X, O)$ define uma pessoa. Esse sistema de relações pessoais evolui, uma vez que objetos que não existiam passam a existir, outros deixam de existir e assim a relação pessoal de X muda. Nessa evolução, o invariante é o indivíduo e o que muda é a pessoa, ou seja, essa modificação da relação pessoal do indivíduo X com o objeto O representa a aprendizagem.

A relação institucional ao objeto O é definida por Chevallard (1992) como uma restrição para a relação de uma pessoa com o mesmo objeto O, quando esta se torna sujeito de uma instituição I. A relação institucional depende da posição p que o objeto O ocupa em I, indicada por $R_I(p, O)$. Desta forma, a pessoa X é o emergente de um complexo de sujeições institucionais. As noções de relações institucional e pessoal são ferramentas que nos permitem identificar o que o indivíduo ou a instituição são capazes de fazer com o objeto O.

Ressaltamos aqui que mudanças na relação institucional exigem novas orientações e estudos que indiquem o que precisa ser apontado como problemático para os indivíduos que se submeteram às relações institucionais anteriores, o que mostra a importância de se compararem e identificarem mudanças curriculares e de se pensar em um tempo para que professores e estudantes possam adaptar-se.

Para descrever a relação institucional associada a um saber, observando que este tem um prestígio cultural para certos objetos; Chevallard (1999) introduz a noção de praxeologia, que corresponde a um modelo para descrever o conhecimento matemático, situando a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. Assim, a noção de praxeologia, segundo Chevallard (1999), é ampla, pois toda atividade humana pode ser analisada por meio dessa noção, como por exemplos: calcular o valor de uma equação, esboçar ou construir um gráfico, fatorar uma expressão algébrica, arrumar uma mesa.

Assim, para Chevallard, uma praxeologia corresponde aos tipos de tarefas (T) que, para serem executadas, necessitam de uma maneira de fazer, denominada técnica (τ). A associação entre tarefa-técnica é definida como um saber fazer, o qual requer uma tecnologia (θ), um discurso racional que justifica e torna a técnica compreensível. Faz-se necessária também uma teoria (Θ) que justifica e esclarece a tecnologia utilizada, resultando na associação tecnológico-teórico, que corresponde ao saber. O sistema composto por tipo de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ) e teoria (Θ) constitui o que Chevallard denomina praxeologia, indicado por $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Por exemplo, reconhecer no tipo de tarefa: simplificar uma fração algébrica, que uma técnica a utilizar é: reduzir termos semelhantes, sabendo justificá-la por meio da tecnologia, que corresponde a reconhecer as propriedades da adição e multiplicação de polinômios que, por sua vez, será justificada pela teoria algébrica associada à estrutura de anel do conjunto dos polinômios em \mathbb{R} .

Outra noção que nos auxiliou nas análises propostas é a de ecologia dos saberes, Chevallard (2002), em especial, a ecologia da noção de fatoração numérica e algébrica através do tempo, composta pelo habitat, o lugar onde vivem os objetos matemáticos considerados e o nicho, a função que esses objetos ocupam em cada um de seus habitats. Com isso, procuramos compreender onde vivem os objetos matemáticos - fatoração numérica e algébrica - e qual a função que eles ocupam.

Sendo assim, a análise ecológica está associada à identificação dos níveis inferiores de codeterminação: domínio, setor, tema e tópicos, de modo a compreender qual o habitat e o nicho proposto nas épocas distintas consideradas em nosso estudo. Desse modo, associamos a introdução de um conceito ao domínio, especialmente representado pelo conjunto numérico, as noções a ele associadas correspondem ao setor de estudo, no qual podemos identificar diferentes temas de estudo, para os quais é possível reconhecer os tópicos propostos para serem desenvolvidos.

Ao considerar que a análise da ecologia dos saberes pode ser realizada à luz dos diferentes níveis de codeterminação didática, é preciso definir esse novo constructo, que, segundo Chevallard (2007), descreve as relações recíprocas entre os diferentes níveis do sistema didático, os quais são representados da seguinte forma: tópicos ↔ temas ↔ setores ↔ domínios ↔ disciplinas ↔ pedagogia ↔ escola ↔ sociedade ↔ civilização ↔ humanidades. Em geral, os níveis superiores: escola, pedagogia e disciplina ficam sob a responsabilidade da política e da noosfera disciplinar definida por Chevallard (1985) como a esfera na qual pensamos, segundo modalidades algumas vezes muito diferentes, o funcionamento didático, sendo composta pelo conjunto de pessoas que arrazoam sobre conteúdos de ensino. Essas pessoas podem ser: acadêmicos interessados em problemas de ensino, representantes do sistema educacional (o presidente de uma associação de professores, por exemplo), os autores de livros didáticos, os representantes regionais de escolas, representantes da sociedade (o presidente de uma associação de pais), os representantes do mundo político (o ministro da educação, os secretários estaduais e municipais), entre outros.

Para o autor, é na noosfera que se identifica o desgaste do saber a ensinar, sendo ela que indica a incompatibilidade do sistema de ensino com seu meio. Além disso, os níveis inferiores: domínios, setores, temas e tópicos deveriam integrar os conhecimentos de todos os professores, de maneira que eles pudessem explicitar as diferentes funções de um mesmo

objeto matemático em seus possíveis habitats e nichos, ou seja, no lugar onde vivem esses objetos e qual a sua função. Por exemplo, a fatoração de polinômios aplicada à determinação das raízes de uma equação do segundo grau, cujo habitat é o conjunto dos polinômios, suas operações e propriedades e seu nicho, é a determinação de raízes da equação do segundo grau.

Ressaltamos aqui a importância de o professor identificar setores e domínios, pois, conforme Chevallard (2002), um trabalho centrado apenas sobre temas e tópicos pode conduzir à falta de motivação para o estudo proposto. No caso da fatoração, observamos que as aplicações intramatemáticas que motivam sua utilização, em geral, encontram-se nos níveis setores e domínios, como o exemplo de sua aplicação no estudo de equações do segundo grau ou na simplificação de frações algébricas. Para as aplicações extramatemáticas, é preciso ainda dispor de conhecimentos de outros domínios para interpretá-las e reconhecer a possibilidade de aplicar a fatoração.

Consideramos ainda a noção de objeto protomatemático, pois em acordo com diversos autores, tomamos a fatoração como um objeto protomatemático. Para Chevallard (1985, p. 55), “as noções protomatemáticas são noções que não são nomeadas explicitamente, situadas em ‘estratos’ mais profundos do funcionamento didático do saber”. Mercier (2002) destaca que os objetos protomatemáticos são construídos na prática e só podem viver como práticas. Em consonância, Brousseau (1999) sublinha que os objetos protomatemáticos e suas aplicações pertencem ao meio da ação dos estudantes. Constantin (2015) complementa, dizendo considerar que as técnicas de fatoração não se fundamentam sobre as práxis matemáticas, mas sobre noções protomatemáticas, assentando-se assim essencialmente na decodificação.

A seguir, detalhamos brevemente a metodologia da pesquisa.

Metodologia

Como já anunciado na introdução, trata-se de uma pesquisa qualitativa, cujo método é o da pesquisa documental, segundo Ludke e André (2013), pois nossas fontes são documentos

oficiais e livros didáticos. Portanto utilizamos a técnica de análise de documentos retrospectivos e contemporâneos, a saber: Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998), Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) e livros didáticos, sendo estes últimos materiais habitualmente usados por professores e estudantes.

Destacamos a escolha de apenas um livro por década a partir da justificativa de Lages Lima et al. (2006), que identificaram semelhança entre os livros didáticos existentes até esta data. Desse modo, consideramos que o estudo das praxeologias que vivem e sobrevivem no ensino da noção de fatoração numérica e algébrica, ao ser conduzido via livros didáticos, pode nos indicar as reais articulações entre documentos oficiais e livros didáticos e quais alertas precisam ser considerados pelos professores, quando da introdução de novos conhecimentos para os quais a fatoração numérica e algébrica é um conhecimento que o estudante precisa mobilizar, pois, como afirma Mercier (2002), eles só vivem e sobrevivem na prática.

Em relação aos documentos oficiais, estudamos apenas os PCN e a BNCC para os anos finais do Ensino Fundamental, por considerarmos que estes indicam a vida e sobrevivência do objeto protomatemático fatoração nos últimos 20 anos e, quando associados à análise dos livros didáticos anteriores, possibilitam identificar as semelhanças e diferenças ocorridas e as dificuldades que podemos encontrar para a aplicação da noção de fatoração no desenvolvimento de novos conhecimentos.

Pontuamos que, para a análise desses documentos, identificamos as semelhanças e diferenças em termos de capacidades a serem desenvolvidas, conforme os PCN e competências e habilidades, segundo a BNCC. A distinção entre capacidade, competência e habilidades é uma nova perspectiva de trabalho que precisa ser tratada especificamente, em particular a noção de competência e habilidades. Essa noção tem sido deslocada do campo profissional para o educacional, passando a ser considerada um objeto de estudo da didática, que necessita

de mais esclarecimentos, como indica Chaari (2020). Observamos aqui a importância do tema, mas este necessita de um estudo específico que deixamos para um outro momento.

Desse modo, para a análise dos livros didáticos, optamos por Dante (2020) e Bianchini (2020), por terem sido aprovados pelo Programa Nacional do livro Didático (PNLD) (Brasil, 2019). Trata-se de livros indicados no início da década de 2020 e que devem ser distribuídos e utilizados em 2022, em função da modalidade de aula remota que vigorou durante dois anos, imposta pelo isolamento social exigido pela pandemia de Covid-19, que teve início no Brasil em março de 2020.

Para o livro didático da década de 2010, analisamos a obra de Dante (2013) para o Ensino Fundamental - anos finais, que representa uma proposta de ensino de Matemática avaliada e distribuída pelo Ministério da Educação, sendo a de maior alcance nacional, já que os livros desse autor têm sido indicados desde 2000 pelo Programa Nacional do livro Didático (PNLD). Observamos que, nas obras de Dante (2016), o estudo da fatoração numérica e algébrica não sofreu modificações.

Para a década de 2000, optamos pela obra de Dante (2008), observando que já era indicada pelo PNLD. Porém o Ensino Fundamental – anos iniciais, à época, abrangia apenas quatro séries (5^a à 8^a); com a introdução da fatoração numérica na quinta série e a fatoração algébrica na sétima série.

Em relação às obras anteriores, para a década de 1960, analisamos a obra de Sangiorgi (1968), que foi a mais utilizada na época, e para as décadas de 1970 até o final dos anos 1990, as coleções de: Castrucci et al., (1976), Iezzi et al. (1981) e Bianchini (1991), que representam a transição entre a Matemática moderna e o momento em que se privilegia o desenvolvimento de técnicas para a formação do indivíduo para o trabalho na indústria.

As análises foram realizadas a partir dos questionamentos: *Quais os tipos de tarefas privilegiadas nas décadas consideradas? Quais as técnicas e tecnologias que permanecem ou*

desaparecem? Quais as semelhanças e diferenças entre as abordagens utilizadas nas obras? Quais tipos de tarefas indicam as aplicações do conhecimento sobre fatoração? Como as aplicações são tratadas nos livros didáticos considerados?

Resultados das análises

Análises dos documentos oficiais

Como já anunciado, a análise dos documentos oficiais possibilitou compreender a ecologia do objeto protomatemático fatoração numérica e algébrica, mostrando que já existe uma diferença entre as duas últimas propostas curriculares, uma vez que os PCN indicam as capacidades a serem desenvolvidas e, para elas, são identificadas algumas praxeologias relacionadas aos conceitos e noções a serem tratados nos anos finais do Ensino Fundamental. Já as BNCC utilizam os conceitos de competências e habilidades e indicam, para cada unidade temática, os objetos do conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas.

Considera-se a importância de verificar, nesses documentos, qual o habitat indicado para que a fatoração numérica e algébrica seja desenvolvida e qual o nicho, isto é, qual a função que ela deve desempenhar nesses habitats.

Observamos que os PCN (Brasil, 1998) estabelecem que os currículos de Matemática para o Ensino Fundamental devem estruturar o estudo em quatro blocos, a saber: números e operações, espaço e formas, grandezas e medidas e tratamento da informação. Assim, com base na análise praxeológica do PCN, na tabela 2, apresentamos um resumo:

Tabela 2

Fatoração no PCN, EF-Anos Finais PCN (BRASIL, 1998)

Ciclo	no	Bloco	Conceitos e procedimentos
3 Ciclo	6º e 7º	Números e Operações	Reconhecimento dos significados dos números naturais em diferentes contextos e estabelecimento de relações entre números naturais, tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de”.
4º Ciclo	8º e 9º	Números e Operações	Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.

			Resolução de situações-problema que podem ser solucionadas por uma equação do segundo grau, cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta
--	--	--	--

Observando o quadro 2, o estudo da fatoração numérica é tratado no domínio (números e operações) e a proposta é que seja trabalhada no sexto ano do terceiro ciclo (estudantes de 11 anos), ficando ao encargo do professor revisita-la, se necessário, assim como sua aplicação em outros domínios.

Além disso, podemos verificar que a fatoração numérica depende do conhecimento do conjunto dos números naturais, habitat no qual está inserida e cujas noções e técnicas sobre números primos, múltiplos e divisores correspondem ao nicho, ou seja, têm a função de alimentar a resolução de situações-problema.

Para a fatoração algébrica, o habitat indicado é o conjunto dos polinômios com coeficientes reais, suas operações e propriedades, centrada no estudo das expressões equivalentes por meio de fatoração e simplificação, cujo nicho é o da determinação das raízes de uma equação do segundo grau por meio da fatoração e simplificação de frações algébricas. Este exemplo corresponde a uma praxeologia, pois nele podemos identificar: o gênero da tarefa, que é determinar; o tipo de tarefa (T): determinar as raízes de uma equação do segundo grau; a técnica (τ): fatoração algébrica; a tecnologia (θ): as noções de equação do segundo grau, raízes da equação e fatoração algébrica e a teoria (Θ): propriedades de álgebra elementar associadas ao anel dos polinômios.

Outra praxeologia encontrada é a da equivalência de expressões algébricas, cujo gênero de tarefa é: determinar; o tipo de tarefa (T): determinar a expressão algébrica equivalente; as técnicas (τ): os casos de fatoração, produtos notáveis e desenvolvimento; a tecnologia (θ): regras e leis do cálculo algébrico; a teoria (Θ): propriedades de álgebra elementar associados à estrutura algébrica do corpo dos números reais.

A BNCC (Brasil, 2018) considera cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística. A análise do documento, no tocante à fatoração numérica e algébrica, é exposta na Tabela 3, veja:

Tabela 3

Fatoração na BNCC, EF-Anos Finais BNCC (Brasil, 2018).

Ano	Unidade Temática	Objetos de conhecimento	Habilidades
7º Ano	Números	Múltiplos e divisores de um número natural	EF07MA01) Resolver e elaborar problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
9º Ano	Álgebra	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

De acordo com os níveis inferiores de codeterminação, o domínio é representado pela aritmética, no caso da fatoração numérica, e pela álgebra elementar, no caso da fatoração algébrica; o setor, pelas unidades temáticas; o tema, pelos objetos de conhecimento e o tópico, pelas habilidades a serem desenvolvidas. Assim, podemos considerar que os conhecimentos acerca da fatoração numérica e algébrica são abordados nos mesmos moldes que nos PCN. No entanto, observamos que parte do sentido dado ao ensino da fatoração e produtos notáveis, que tem como foco a resolução de expressões algébricas e suas simplificações, não é considerada por este documento, permanecendo a ênfase na resolução de situações-problema já citadas no documento anterior, ou seja, o estudo da simplificação de frações algébricas é deixado para o Ensino médio ou Superior.

Ressaltamos ainda que a fatoração numérica nos PCN se detém ao domínio “números e operações”, no setor “números”, e sob o tema “números naturais”. Durante o processo de escolarização no Ensino Fundamental, a fatoração numérica aparece como técnica auxiliar na resolução de cálculos, especialmente na adição de frações. Notamos que não existe relação entre a fatoração numérica e algébrica de forma explícita nas propostas indicadas pelo PCN e

BNCC; são noções independentes, desenvolvidas sem conexão, mesmo se no caso da fatoração algébrica, muitas vezes, utilizamos implicitamente a fatoração numérica, como se fosse um conhecimento naturalizado.

Observamos que cabe ao professor decidir o modo como será conduzido o estudo, já que não tem uma orientação explícita de como construir a aprendizagem e os caminhos que poderá seguir. Os documentos – PCN e BNCC - não oferecem suporte ao professor sobre qual caminho seguir para obter a habilidade esperada do aluno. Nesse sentido, o livro didático tem papel relevante, uma vez que os professores, de um modo geral, pautam seu trabalho por esse material. Os livros didáticos são distribuídos pelo governo federal e contêm uma proposta de encaminhamento dos conteúdos alinhada com as diretrizes institucionais representadas pelos documentos oficiais, que auxiliam a escolher e definir o desenvolvimento de suas aulas.

Análise dos livros didáticos

A partir do estudo das propostas indicadas nos PCN e na BNCC, foi possível identificar que o habitat e o nicho da fatoração numérica e algébrica correspondem a conceitos a serem introduzidos e aplicados em situações intramatemáticas associadas ao estudo da adição de frações e da resolução de equações do segundo grau, respectivamente, e em situações extramatemáticas contextualizadas junto aos estudantes do Ensino Fundamental anos finais (estudantes de 11 a 14 anos). Desse modo, ao analisarmos livros didáticos de diferentes épocas, podemos compreender as dificuldades que precisam ser consideradas pelos professores, em particular para aqueles que utilizam a fatoração como conhecimento a ser mobilizado pelo estudante, quando da introdução de novos conceitos e noções.

Sendo assim, do mesmo modo que procedemos com os documentos oficiais, os livros didáticos foram analisados por meio da noção de ecologia, o que nos auxiliou a identificar os habitats e nichos para o objeto fatoração, possibilitando determinar quem vive e sobrevive nas diferentes épocas consideradas no estudo.

Para tanto, interpretamos os sumários e a estrutura dos livros didáticos, considerando os níveis inferiores de codeterminação didática: domínio, setor, tema e tópicos. Isso nos auxiliou a compreender o habitat e o nicho propostos em cada uma das sete décadas aqui focalizadas.

Para o domínio representado pelo conjunto dos números naturais e para o setor fatoração numérica, foram analisadas as obras a seguir, que estão em ordem cronológica crescente.

Fatoração Numérica

- A obra de Sangiorgi (1968)

Iniciamos pela obra da década de 1960, a saber: a obra de Sangiorgi (1968), primeiro ano do ginásio, atual sexto ano do Ensino Fundamental (em ambos os casos, destinada a estudantes de 11 anos).

Nessa obra, a fatoração numérica é introduzida no domínio dos conjuntos numéricos, no setor dos números inteiros, que corresponde ao conjunto dos naturais com o zero, suas operações e propriedades, para o qual são mencionados os temas: conjunto infinito e estrutura de ordem. Para esta última, são apresentadas as relações de igualdade e desigualdade e suas respectivas representações simbólicas (\neq , $<$, $>$, \leq , \geq), o que possibilita mostrar, por meio de exemplos e contraexemplos, as propriedades: não reflexiva, não simétrica e transitiva. O autor utiliza ainda a noção de implicação, sem explicitar o conceito.

Na sequência, é revisitado o conceito de sistema de numeração decimal, no qual o autor desenvolve um discurso tecnológico em língua natural para a representação dos números em diferentes bases.

Em prosseguimento, são introduzidas as operações com números inteiros (naturais com o zero) por meio de exemplos contextualizados para motivar a ideia da relação entre uma operação e sua inversa e de suas propriedades estruturais em relação à adição. São consideradas

ainda as expressões numéricas, ressaltando a ordem entre parênteses, colchetes e chaves. Observa-se que, ao final de cada tema, por exemplos, adição de números inteiros, multiplicação de números inteiros, expressões numéricas, são propostas tarefas de fixação e problemas, que podem ser consideradas como introdução ao pensamento algébrico. Exemplo de problema: “Pensei em um certo número. A seguir acrescentei 8 a esse número e multipliquei o resultado por 3, obtendo então 36. Em que número pensei?” (Sangiorgi, 1968, p. 94). São tratadas ainda as operações de potenciação e radiciação.

Após esse estudo dos números inteiros (naturais com o zero), suas operações e propriedades, sempre desenvolvido por meio de um discurso em língua natural que o justifica (tecnologia), é introduzido o tema divisibilidade, apresentando os múltiplos e divisores de um número, os critérios de divisibilidade, o número 1, os números primos e os números compostos. Nesse estudo, é introduzida a noção de fatoração completa, observando todas as possíveis formas de representação dos fatores. Exemplo: $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.

As noções de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, na sequência m.d.c e m.m.c, respectivamente, são introduzidas como operações. O m.d.c é definido como a interseção do conjunto dos divisores dos números; trata-se, portanto, de uma interseção de conjuntos finitos. O m.m.c é definido como a interseção do conjunto dos múltiplos dos números; trata-se, portanto, de uma interseção de conjuntos infinitos. A partir dessas definições, o autor explicita as propriedades estruturais dessas operações e apresenta as técnicas:

- para o m.d.c: decomposição em fatores primos, divisões sucessivas ou disposição prática de Euclides.

- para o m.m.c: decomposição em fatores primos, dispositivo prático.

Continuando, são propostas as praxeologias associadas aos tipos de tarefas: T1: Decompor um número em fatores primos; T2: Determinar os divisores primos de um número

dado; T3: Determinar os divisores de números dados; T4: Determinar o m.d.c utilizando o algoritmo de Euclides; T5: Escrever o máximo divisor comum (m.d.c) de números dados; T6: Aplicar o m.d.c para resolver uma situação contextualizada; T7: Determinar os múltiplos de um número dado; T8: Escrever o m.m.c utilizando a operação de potenciação; T9: Escrever o mínimo múltiplo comum (m.m.c) de números dados; T10: Aplicar o m.m.c para resolver situação contextualizada intramatemática; T11: Verificar se números dados são “amigos” e “perfeitos”. T12: Resolver uma situação contextualizada extramatemática.

Vale ressaltar que habitat da fatoração numérica é o conjunto dos números inteiros que, na época, era a nomenclatura para os naturais com o zero e por se tratar da proposta da Matemática moderna, o estudo era centrado na identificação das estruturas algébricas. Observamos assim que seu nicho correspondia a considerar as propriedades dessa estrutura para o conjunto dos números inteiros (naturais com o zero).

É importante salientar que, após esse estudo centrado nas propriedades das operações em relação a um determinado conjunto, os estudantes eram conduzidos a resolver problemas de contextos intra e extramatemáticos, que podemos encontrar em livros didáticos atuais. A seguir, apresentamos um exemplo de situação-problema que reflete o contexto social e político da década de 1960: “Numa República, o presidente deve permanecer 4 anos em seu cargo, os senadores 6 anos e os deputados 4 anos. Se em 1960 houve eleições para os três cargos, em que ano realizar-se-ão novamente eleições para esses três cargos?” (Sangiorgi, 1968, p. 155).

- A obra de Castrucci, Peretti, Giovanni (1976)

A análise do livro didático de Castrucci *et al.* (1976), pertinente à época em que o ensino proposto era centrado no desenvolvimento das técnicas associadas aos diferentes objetos matemáticos, conduziu-nos a observar que a fatoração numérica era introduzida no sexto ano do Ensino Fundamental, no domínio dos conjuntos numéricos, no setor do conjunto dos números naturais para os temas: sistema de numeração, operações fundamentais e

divisibilidade sem explicitação da estrutura algébrica. Assim, a fatoração numérica correspondia a um tópico do setor divisibilidade, ou seja, tanto a fatoração como o m.d.c e o m.m.c eram introduzidos por meio do tópico números primos, que também integrava o setor divisibilidade.

Apesar de observar que m.d.c e m.m.c correspondiam à interseção do conjunto dos múltiplos e dos divisores dos números respectivamente, essas observações não eram justificadas, o que indica a ênfase dada às técnicas para o cálculo.

As praxeologias privilegiadas são associadas aos tipos de tarefas: T1, T2, T3, T4, T5, T7 e T9, sendo que o habitat da fatoração numérica estava inserido no setor dos números naturais e seu nicho estava associado ao tema divisibilidade para dar suporte aos critérios de divisibilidade. Isso correspondia a uma prática que permitia decidir rapidamente, por meio do cálculo mental, se um número era ou não divisível por outro e ao tema associado ao estudo das frações e suas operações.

- A obra de Iezzi, Dolce, Machado (1981)

Para a obra de Iezzi *et al.*(1981), observamos que, como Castrucci *et al.* (1976), a noção de conjunto, suas operações, propriedades e respectivas representações simbólicas ainda era tratada explicitamente na 5ª série (estudantes de 11 anos) para, na sequência, introduzir os números naturais, suas operações e propriedades, mas sem o tratamento enquanto estrutura algébrica.

O estudo da fatoração numérica é apresentado na 6ª série e segue o modelo que já vinha sendo utilizado por Castrucci *et al.* (1976) na década de 1970, com ênfase nas mesmas praxeologias, habitat e nicho. Para o m.m.c, a técnica considerada era a decomposição em fatores primos e para o m.d.c, utilizam-se as técnicas da decomposição em fatores primos e das divisões sucessivas (algoritmo de Euclides).

- A obra de Bianchini (1991)

A diferença entre a obra de Bianchini (1991) e as obras de Iezzi *et al.* (1981) e Castrucci *et al.* (1976) consiste na introdução da fatoração numérica já na 5ª série (alunos de 11 anos) no livro do primeiro autor, após o estudo da noção de conjunto, suas operações e propriedades e do conjunto dos números naturais, suas operações e propriedades. A fatoração numérica é revisitada na 6ª série, portanto seu habitat natural é ampliado pelo estudo do conceito de fatoração numérica por meio das noções de m.m.c e m.d.c, cujo nicho é o estudo das operações com frações.

- A obra de Dante (2008)

A obra de Dante (2008) voltada para a 6º série do Ensino Fundamental já foi construída à luz dos PCN, mas ainda sob a divisão em séries, tendo sido indicada pelo Programa Nacional do Livro Didático (Brasil, 2007). Portanto, após introduzir os números naturais suas operações e propriedades no habitat números naturais e geometria, a fatoração numérica era tratada na 5ª série e seu nicho estava associado ao estudo das operações com frações e de possíveis aplicações em situações contextualizadas intra e extramatemáticas. A técnica das divisões sucessivas não sobrevive. Em relação às praxeologias, encontramos, nessa obra, os tipos de tarefa T1, T2, T3, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11 e T12. Observamos que, a partir da implementação dos PCN, o algoritmo de Euclides não é mais introduzido para o estudo do m.d.c.

- A obra de Dante (2013, 2016)

O livro de Dante da coleção de 2013 é direcionado ao atual 6º ano do Ensino Fundamental pela nova estrutura, que contempla a introdução de mais um ano nesse ciclo. Seria a 5ª série pela estruturação anterior. Da mesma forma que a obra de 2008, trata-se de uma

coleção avaliada e indicada pelo PNLD dos anos de 2012 e 2015, tendo sido desenvolvida segundo as diretrizes dos PCN.

Nessas obras, o habitat da fatoração numérica é o conjunto dos números naturais e, como na obra de 2008, seu nicho estava associado ao estudo das operações com frações e de possíveis aplicações em situações contextualizadas intra e extramatemáticas. As praxeologias privilegiadas são as mesmas encontradas em Sangiorgi (1968), exceto o tipo de tarefa T4, uma vez que se indicava evitar os algoritmos, pois o objetivo do estudo da Matemática era o da resolução de situações-problemas.

- A obra de Dante (2020)

Na obra de Dante de 2020, alinhada às diretrizes da BNCC (Brasil, 2018), a fatoração numérica continua sendo tratada no 6º ano do Ensino Fundamental - anos finais.

O autor inicia essa obra revisitando os números naturais, suas operações e propriedades e, na sequência, aprofunda o estudo dos sólidos geométricos, ressaltando a importância das planificações para desenvolver a visualização espacial.

Após essa revisita e o aprofundamento, são introduzidas as noções de múltiplos e divisores, o que é coerente com o habitat relacionado a essas noções, uma vez que, para esse ano escolar, seu nicho é a determinação de sequências de múltiplos e divisores e os critérios de divisibilidade.

Do conjunto de praxeologias, é retirada a praxeologia T4 e são acrescentadas as praxeologias representadas pelos tipos: T13: Completar um quadrado mágico. T14: Mostrar que uma conjectura é verdadeira ou falsa, utilizando exemplos e contraexemplos, respectivamente. T15: Descrever os critérios de divisibilidade por meio de um fluxograma.

O estudo do m.m.c e do m.d.c é tratado no 7º ano, com ênfase em operações com frações e tratamento de situações contextualizadas intra e extramatemáticas. O m.m.c será revisitado no 8º ano para ampliar o estudo das operações com frações.

- A obra de Bianchini (2020)

A obra de Bianchini (2020) também foi construída à luz da BNCC e a fatoração numérica é introduzida no 6º ano do Ensino Fundamental - anos finais. O habitat é o conjunto números naturais, suas operações e propriedades que, após ser revisitado, possibilita o estudo das noções de múltiplos e divisores, o que é coerente com o habitat considerado. Para esse ano escolar, o nicho das noções de múltiplos e divisores é a determinação de sequências de múltiplos e divisores, critérios de divisibilidade, com ênfase na resolução de situações-problema. No 7º ano, são introduzidas as noções de m.m.c e m.d.c, com a função de facilitar o estudo das operações com frações. O conjunto de praxeologias é composto pelos seguintes tipos de tarefas: T1, T2, T3, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T12, sempre seguindo a orientação de privilegiar a resolução de situações-problema em detrimento dos algoritmos.

A seguir, apresentamos a análise sobre a fatoração algébrica para as mesmas obras anteriormente consideradas para a fatoração numérica.

Fatoração Algébrica

- A obra de Sangiorgi (1968)

A fatoração algébrica na obra de Sangiorgi de 1968, atual oitavo ano do Ensino Fundamental (estudante de 13 anos), é introduzida no domínio do conjunto dos polinômios com coeficientes reais, que corresponde ao seu habitat natural, para o qual são desenvolvidas às técnicas de cálculo algébrico como adição, subtração, multiplicação e divisão de expressões literais e apresentação da estrutura de anel para os conjuntos dos polinômios. Na sequência, o autor considera as técnicas usuais de multiplicação, denominadas “produtos notáveis”, cubos e multiplicações usuais de binômios, com o objetivo de mostrar a equivalência das expressões algébricas, estabelecendo assim a relação entre fatoração e desenvolvimento.

Para o estudo da simplificação de expressões literais, são destacadas as técnicas: colocar em evidência, diferença de dois quadrados, quadrado da soma ou da diferença de dois números,

expressão da forma $x^2 + (a + b)x + ab$, todas obtidas por meio da multiplicação de monômios, o que conduz ao estudo da simplificação de frações literais como um dos nichos do habitat associado aos produtos considerados anteriormente.

As praxeologias privilegiadas estão associadas aos tipos de tarefas: T16: Desenvolver um dos casos de produto notável; T17: Colocar o fator comum em evidência; T18: Colocar fator comum em evidência e agrupar os termos; T19: Reconhecer um trinômio quadrado perfeito e escrever na forma fatorada da soma ou da diferença de quadrados; T20: Escrever uma diferença de dois quadrados como produto da soma pela diferença; T21: Calcular o quadrado de um número natural qualquer utilizando produtos notáveis e fatoração; T22: Simplificar frações algébricas; T23: Fatorar expressão da forma $x^2 + (a + b)x + ab$; T24: Indicar, por meio de expressões algébricas, o perímetro e a área de figuras planas ou sólidos geométricos (paralelepípedo); T25: Aplicar fatorações sucessivas; T26: Resolver equações do 2º grau utilizando a fatoração; T27: Articular a noção de área com os casos de fatoração.

Para a obra de Sangiorgi de 1968, o habitat da fatoração algébrica encontra-se no domínio dos conjuntos dos polinômios com coeficientes reais, e seus nichos correspondem a mostrar as propriedades estruturais do conjunto dos polinômios, associando-as às propriedades do conjunto dos números reais e à simplificação de frações literais.

- A obra de Castrucci, Peretti, Giovanni (1976)

Na obra de Castrucci *et al.* (1976), a fatoração algébrica é trabalhada no atual oitavo ano do Ensino Fundamental (estudantes de 13 anos), antiga sétima série; seu habitat está associado ao domínio dos polinômios com coeficientes reais, cujo nicho é relacionado ao reconhecimento das técnicas para o cálculo com: expressões literais ou algébricas, polinômios, produtos notáveis, fatoração, m.d.c e m.m.c e frações algébricas.

As praxeologias privilegiadas estão associadas aos tipos de tarefas: T16, T17, T18, T19, T20, T21, T22, T24, T26, T27. Notamos que as tarefas são condizentes com a época em que o ensino proposto era centrado no desenvolvimento de técnicas.

- A obra de Iezzi, Dolce, Machado (1981)

Para a obra de Iezzi *et al.* (1981), observamos que habitat e nicho da fatoração algébrica são os mesmos considerados por Castrucci *et al.* (1976) e que o estudo permanece na sétima série. Da mesma forma, as praxeologias privilegiadas permanecem as mesmas, a saber: T16, T17, T18, T19, T20, T21, T22, T24, T26, T27.

- A obra de Bianchini (1991)

Em relação à fatoração numérica, a obra de Bianchini (1991) segue a mesma forma de desenvolvimento observada nas obras de Iezzi *et al.* (1981) e Castrucci *et al.* (1976), seguindo a orientação de um estudo centrado nas técnicas associadas à fatoração algébrica enquanto elemento facilitador do cálculo algébrico.

- As obras de Dante (2008, 2013, 2016)

Nas obras de Dante (2008, 2013, 2016), livros indicados pelos PNLD de 2007, 2012 e 2015, a noção de fatoração numérica era introduzida na 7ª série, em 2008, e no 8º ano do Ensino Fundamental nos anos de 2012 e 2013. O habitat é o mesmo das obras anteriores, ou seja, o conjunto dos polinômios com coeficientes reais, cujo nicho era exatamente o estudo do cálculo algébrico e das operações com polinômios.

A fatoração de polinômios é um tópico que faz parte do tema “Polinômios”, no qual encontramos os tópicos: redução de termos semelhantes, grau de um polinômio, operações com polinômios, produtos notáveis, fatoração de polinômios, aplicações dos produtos notáveis e da fatoração.

Para o tema fatoração do setor polinômios, são privilegiadas as praxeologias associadas aos tipos de tarefas: T16, T17, T18, T19, T20, T21, T22, T23, T24, T25, T26, T27.

Como nos livros anteriores, o habitat da fatoração algébrica é o domínio do conjunto dos polinômios com coeficientes reais e seu nicho está associado à noção de operações com polinômios e algumas aplicações intramatemáticas.

- A obra de Dante (2020)

Na obra de Dante (2020), que segue as orientações da BNCC, observamos que a fatoração algébrica foi deslocada para o 9º ano do Ensino Fundamental - anos finais. O autor, após introduzir os números reais, suas operações e propriedades, trata inicialmente dos produtos notáveis, considerando os casos: quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença, articulando álgebra e geometria, ao representar esses produtos por meio da noção de área.

Na sequência, o autor introduz os casos de fatoração, a saber: fator comum em evidência, agrupamento, diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito. Os casos de diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito são associados aos produtos notáveis.

Nessa nova obra, o habitat da fatoração algébrica é o conjunto dos números reais, suas operações e propriedades, e o nicho, o estudo das equações do segundo grau e o cálculo do quadrado de um número natural. O estudo das frações algébricas e sua simplificação não é tratado nessa etapa escolar, o que segue as novas orientações da BNCC. Os tipos de tarefa privilegiados são: T16, T17, T18, T19, T20, T21, T26, T27 e T28.

Observa-se assim uma redução de conteúdos comparativamente às décadas anteriores em relação ao estudo do conjunto dos polinômios com coeficientes reais, para o qual, a fatoração algébrica configura-se um facilitador para o estudo de suas operações.

- A obra de Bianchini (2020)

A obra de Bianchini (2020) também segue as orientações da BNCC e, nela, observamos que a fatoração algébrica é introduzida no 8º ano do Ensino Fundamental - anos finais por meio

das representações de áreas de figuras planas e do paralelepípedo para o caso do cubo da soma e da diferença. Assim, os produtos notáveis e a fatoração são tratados no habitat do conjunto dos polinômios com coeficientes reais, sendo que o conjunto dos números reais, suas operações e propriedades foi anteriormente estudado.

Nessa obra, são tratados os seguintes casos: quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença, cubo da soma e da diferença, articulando álgebra e geometria, ao representar esses produtos por meio da noção de área.

Na sequência, o autor introduz os casos de fatoração, a saber: fator comum em evidência, agrupamento, diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito. Os casos de diferença de dois quadrados e trinômio quadrado perfeito são associados aos produtos notáveis.

O nicho do estudo da fatoração algébrica no 8º ano é a simplificação de frações algébricas, que será alterado no 9º ano, situando-se no habitat números reais, operações e propriedades, com a função de resolver problemas que possam ser tratados por meio de equações do segundo grau. Os tipos de tarefa privilegiados são: T16, T17, T18, T19, T20, T22, T24, T26, T27 e T28.

Observamos aqui que existe uma diferença entre a obra de Dante (2020) e a obra de Bianchini (2020) relacionada aos anos escolares em que a fatoração algébrica é tratada e a escolha de habitat e nicho para a sobrevivência ou não de algumas técnicas relacionadas ao trabalho algébrico.

Considerações Finais

Ressaltamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998) destacam, para os currículos de Matemática dedicados ao Ensino Fundamental - anos finais, que devem ser considerados os blocos de “Números e Operações”, “Espaço e Forma”, “Grandezas e Medidas” e “Tratamento da Informação”. Desse modo, tanto a fatoração numérica, quanto a

fatoração algébrica estavam alocadas no bloco números e operações e a orientação era dar ênfase ao estudo de situações-problema. Sendo assim, o habitat da fatoração numérica e algébrica era o conjunto dos números naturais e seu nicho privilegiava a resolução de situações-problema, enquanto a fatoração algébrica, cujo habitat era o conjunto dos polinômios com coeficientes reais e seu nicho, privilegiava a determinação das raízes de uma equação do segundo grau por meio da fatoração.

Na BNCC (Brasil, 2018), a apresentação do currículo é bastante diferente dos PCN (Brasil, 1998), pois a BNCC é um único documento para todas as componentes curriculares, no nosso caso a Matemática, cujo desenvolvimento é apresentado em ano, seguido das unidades temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. As noções de fatoração numérica e algébrica são consideradas nas unidades temáticas Números e Álgebra, respectivamente, com ênfase nas habilidades a serem desenvolvidas, o que parece ser ainda difícil de compreender, pois, ao analisarmos as obras de Dante (2020) e Bianchini (2020), observamos que elas se complementam, mas o estudo da fatoração algébrica parece necessitar de uma melhor adaptação, quando nos referimos ao estudo dos polinômios.

Observamos que, mesmo tendo introduzido a álgebra como unidade temática, parece-nos que, ao centralizar o estudo na resolução de situações-problemas, alguns subsídios de álgebra elementar poderão colocar dificuldades futuras aos estudantes e assim é necessário que os professores das etapas mais avançadas estejam atentos e conheçam essas mudanças, em particular, os professores do Ensino Superior.

As relações institucionais indicadas nos documentos oficiais analisados são desenvolvidas pela noosfera, ficando sob a responsabilidade dos níveis superiores de codeterminação que, no caso, devem ser representados pela sociedade, escola, pedagogia e disciplina, o que parece não ter sido respeitado, uma vez que os livros dos autores analisados

apresentam diferenças que mostram dificuldades em se encontrar um caminho homogêneo para o desenvolvimento das obras. Além disso, observamos que pouca ênfase foi dada às expectativas da sociedade, em particular à participação dos professores e educadores, ficando apenas sob encargo dos especialistas e da política vigente.

Observamos ainda, nas obras de Sangiorgi (1968) e Castrucci *et al.* (1976), a presença das noções de m.m.c e m.d.c que tinham por fim enfatizar as possíveis técnicas para obtenção desses cálculos, o que corresponde a uma escolha associada apenas aos níveis pedagogia e escola, ou seja, com a participação da política e dos especialistas.

A obra de Sangiorgi (1968) seguiu uma proposta internacional, que mesmo tendo sido criticada sem um estudo fundamentado, parece-nos a mais rica em termos de técnicas e de um número importante de situações contextualizadas em relação às obras atuais, sendo as situações apresentadas significativas, em particular, quando se trata do contexto extramatemático. Contrariamente, a segunda obra, também implementada a partir de considerações propostas pelos níveis escola e pedagogia, representando um período conhecido como tecnicista, apresenta poucas técnicas, dando ênfase apenas às mais básicas, o que mostra um empobrecimento do tratamento matemático, que visava apenas preparar o estudante para o mercado de trabalho.

Esse empobrecimento é seguido por vários anos até a implementação dos PCN em 1998, o que foi possível constatar por meio das obras de Dante (2008, 2013, 2016), nas quais transparece a preocupação em propor situações-problemas enquanto aplicações dos conceitos e noções matemáticas introduzidas. Observamos assim que os PCN, tendo sido construídos com ênfase nos níveis escola e pedagogia, privilegiaram especialistas e aspectos políticos, dificultando a sua real integração pelos professores, que não os reconheciam.

Para a fatoração algébrica, observamos que a mudança é redutora ao se restringir ao domínio dos polinômios e centralizar seu estudo na resolução de situações-problema representadas por equações do segundo grau.

A obra de Dante (2020) possibilita explicitar essa redução e, ao ser comparada com a obra de Bianchini (2020), evidencia as dificuldades de integração de outros atores no desenvolvimento das indicações da BNCC, uma vez que o documento parece não representar educadores e professores.

O estudo da ecologia das noções de fatoração numérica e algébrica mostra que as relações institucionais apresentadas nos documentos oficiais são pouco compreendidas pelos professores que, por essa razão, fundamentam-se nos livros didáticos sem compreender como adaptar a proposta aos seus estudantes.

Ressaltamos aqui a previsão de problemas futuros, ao considerarmos, de um lado, o caráter redutor das propostas e as dificuldades dos professores e educadores em viabilizá-las. Além disso, é preciso estar atento para as dificuldades criadas pelo isolamento imposto pela pandemia da Covid-19, que podem ser maximizadas pela introdução de uma nova proposta de trabalho. Trata-se de modificações que precisam ser adaptadas à realidade, o que não depende apenas da apresentação e discussão de documentos que, muitas vezes, não correspondem à realidade.

No caso específico da fatoração algébrica, o caráter redutor da nova proposta de ensino transfere para os Ensinos Médio e Superior a responsabilidade de revisitar essa noção e ampliá-la, quando da introdução de novos conhecimentos que exigem um trabalho algébrico mais avançado.

Referências

Bianchini E. (2018). *Matemática-Bianchini*: manual do professor. 9a ed. São Paulo: moderna.
<https://pnld.moderna.com.br/matematica/matematica-bianchini/>

- Bianchini, E. (1991). *Matemática*. (4 volumes para o 1º grau).
- Brasil. (2019). Ministério da Educação. *PNLD 2020: apresentação – guia de livros didáticos*. Brasília, DF. <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/guia-do-pnld/item/13410-guia-pnld-2020>.
- Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, Brasil. Ministério da Educação.
- Brasil. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Secretaria de Educação Fundamental. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC/SEF.
- Brousseau, G. (1999). *Educación y Didáctica de las Matemáticas*. Educación Matemática. http://www.matetam.com/sites/default/files/discurso_ags.doc.
- Castrucci, B. et al. (1976). *Matemática*. (5ª série e 7ª série), São Paulo: FTD.
- Chevallard, Y. (2007). Le développement actuel de la TAD: Pistes et jalons. <http://yves.chevallard.free.fr> Acesso em: 20 de out. de 2021.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude 3: Ecologie e Régulation. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=53 Acesso em: 20 de out. de 2021.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes em théorie Anthropologique du didactique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches em didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: *La pensée Sauvage*.
- Chaari, K.M. (2020). L'approche par compétence : une alliée vers une employabilité durable. http://www.cidegef.org/prochaines/kenitra/communications/CHAARI_Sfax_Tunisie.pdf Acesso em: 20 de out. de 2021.
- Constantin, C. (2015). *Quelles alternatives pour l'enseignement du calcul algébrique au collège?* 2015. 517 f. Tese de doutorado. Université Aix Marseille, França.
- Dante, L. R. (2020). Projeto Teláris. (4 volumes para o ensino fundamental anos finais).
- Dante, L. R. (2016). Projeto Teláris. (4 volumes para o ensino fundamental anos finais).
- Dante, L. R. (2013). Projeto Teláris: Matemática. (6º e 8º ano), São Paulo: Ática.
- Dante, L. R. (2008). Tudo é Matemática. (4 volumes para o ensino fundamental anos finais).
- Iezzi, G., Dolce, O., & Machado, A. (1981). *Matemática* (4 volumes para o 1º grau).

- Lages Lima, E., Carvalho, P., Wagner, E., & Morgado, A. (2006). *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.
- Lüdke, M., & André, M.E.D.A. (2013). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Mercier, A. (2002). La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques. *Revue Française de Pédagogie*, n. 141, p. 135-171.
- Sangiorgi, O. (1968). *Matemática Curso Moderno*. (Volume 1 para os ginásios), São Paulo: Editora Companhia Nacional.