

Apropriação por professores de jogos sobre Equação do 1º grau propostos em livros didáticos

Appropriation by teachers of games on 1st-degree equations proposed in textbooks

Apropiación por profesores de juegos sobre ecuaciones de 1er grado propuestos en libros de texto

Felipe Alexandre de Lima Lira ¹
Universidade Federal Rural de Pernambuco
<https://orcid.org/0000-0002-2318-2711>
Elisângela Bastos de Mélo Espíndola ²
Universidade Federal Rural de Pernambuco
<https://orcid.org/0000-0002-3769-0768>
Jana Trgalová ³
Université Claude Bernard Lyon 1
<https://orcid.org/0000-0001-7688-9254>

Resumo

Apresentamos o recorte de um estudo em andamento no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC), sobre apropriação de jogos por professores de matemática para o ensino da equação do 1º grau, propostos em livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático. Tomamos como referência o modelo de apropriação de um novo recurso, estruturado em três fases: pré-apropriação, apropriação original e reapropriação. Esse estudo foi desenvolvido com uma professora de matemática dos anos finais do ensino fundamental em uma escola da rede municipal do Recife na perspectiva da metodologia reflexiva, tecida na abordagem documental do didático. No presente trabalho, limitamo-nos a analisar as fases de pré-apropriação e apropriação original do jogo das equações equivalentes, escolhido pela professora, entre outros por ela analisados. Sobre os resultados, destacamos a influência do conhecimento matemático para o ensino no processo de instrumentalização desse jogo e os

¹ felipe.mat.2013@gmail.com

² elisangela.melo@ufrpe.br

³ jana.trgalova@univ-lyon1.fr

diferentes tipos de orquestrações instrumentais previstas e efetivamente implementadas para a sua utilização em sala de aula.

Palavras-chave: Modelo de apropriação de um novo recurso, Jogos matemáticos, Equação do 1º grau.

Abstract

We present an excerpt from an ongoing study in the Postgraduate Program in Science Teaching (PPGEC), on mathematics teachers' appropriation of games. These games concern first-degree equations and are proposed in textbooks approved by the National Textbook Program. We took as reference the model of appropriation of a new resource, structured in three phases: pre-appropriation, original appropriation, and reappropriation. This study was developed with a mathematics teacher of the final years of an elementary municipal school of Recife, from the perspective of reflective investigation methodology, elaborated in the documentational approach to didactics. In the present work, we only analyze the pre-appropriation and original appropriation phases of the equivalent equations game, chosen by the teacher, among others that she analyzed. About the results, we highlight the influence of mathematical knowledge for teaching in the instrumentalization process of this game and the different types of instrumental orchestrations planned and effectively implemented for its use in the classroom.

Keywords: Appropriation model of a new resource, Mathematical games, 1st-degree equation.

Resumen

Presentamos un recorte de un estudio en curso en el Programa de Postgrado en Enseñanza de las Ciencias (PPGEC), sobre la apropiación de juegos por parte de profesores de matemáticas sobre ecuaciones de primer grado propuestas en libros de texto aprobados por el Programa Nacional de Libros Didácticos. Tomamos como referencia el modelo de apropiación de un nuevo recurso, estructurado en tres fases: preapropiación, apropiación original y reapropiación.

Este estudio se desarrolló con un profesor de matemáticas de los últimos años de la escuela primaria en una escuela municipal de Recife, desde la perspectiva de la metodología reflexiva, tejida en el enfoque documental de lo didáctico. En el presente trabajo solo analizamos las fases de preapropiación y apropiación original del juego de ecuaciones equivalentes, elegido por la docente, entre otros que ella analizó. Sobre los resultados, destacamos la influencia del conocimiento matemático para la enseñanza en el proceso de instrumentalización de este juego y los diferentes tipos de orquestaciones instrumentales planificadas y efectivamente implementadas para su uso en el aula.

Palabras clave: Modelo de apropiación de un nuevo recurso, Juegos matemáticos, Ecuación de 1er grado.

Résumé

Nous présentons un extrait d'une étude en cours dans le Programme de Pós-graduation en Enseignement des Sciences (PPGEC), sur l'appropriation des jeux par les enseignants de mathématiques. Ces jeux portent sur l'équation du premier degré et sont proposés dans des manuels scolaires approuvés par le Programme National de Manuel Scolaire. Nous prenons comme référence le modèle d'appropriation d'une nouvelle ressource, structuré en trois phases : pré-appropriation, appropriation originelle et ré-appropriation. Cette étude a été réalisée avec une enseignante de mathématiques du collège dans une école publique de Recife, dans la perspective d'une méthodologie d'investigation réflexive, développée dans l'Approche Documentaire du Didactique. Dans le présent travail, nous nous limitons à analyser les phases de pré-appropriation et d'appropriation originelle du Jeu d'Equations Equivalentes, choisi par l'enseignante, parmi d'autres qu'elle a analysés. A propos des résultats, nous mettons en évidence l'influence des connaissances mathématiques pour l'enseignement dans le processus d'instrumentalisation de ce jeu et les différents types d'orchestrations instrumentales nécessaires et mises en œuvre pour son utilisation en classe.

Mots-clés: Modèle d'appropriation d'une nouvelle ressource, Jeux mathématiques, Equation du 1er degré.

Apropriação por professores de jogos sobre Equação do 1º grau propostos em livros didáticos

Apresentamos um estudo, em andamento no mestrado, do Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), financiado pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE). Trata-se de um estudo acerca da apropriação por professores de Matemática de jogos sobre Equação do 1º Grau, propostos em livros didáticos, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (Brasil, 2020). Estudamos a apropriação de jogos sobre Equações do 1º Grau que, em nenhuma circunstância, foram objeto de análise por parte do professor. Isto é, trata-se do primeiro contato do professor com esses recursos.

Antes de apresentarmos o *modelo de apropriação de um novo recurso*, tendo como referência teórica Trgalová & Rousson (2017), passamos a expor algumas considerações sobre o conceito de “apropriação”, que é polissêmico e utilizado em diversos cenários de pesquisa, tais como: Psicologia Ambiental e Ciências em Gestão.

Na língua portuguesa, o vocábulo “apropriação” tem sinônimos, como: 1. Ato ou efeito de apropriar (-se), ação de apoderar-se de algo, legal ou ilegalmente. 2. Ato de tornar algo adaptado ou adequado a um fim ou uso; adaptação, adequação (Michaelis, 2021).

No campo da Psicologia Ambiental, Serfaty - Garzon (2003) discute a apropriação do espaço a partir de duas ideias: 1. Adaptação de alguma coisa a um uso definido e 2. Ação de tornar alguma coisa própria. De forma que ocorre um processo dialético entre coisa/objeto e sujeito. Isto é, o sujeito ao tornar algo seu, ele o adapta e o transforma em uma expressão de si; ao mesmo tempo, esta dinâmica de ação constrói o sujeito.

Por sua vez, De Vaujany (2005), no cenário das Ciências em Gestão, considera a apropriação como um processo longo que começa bem antes da fase de utilização do objeto e continua muito tempo depois do início da primeira rotina de uso. Esse processo ocorre em três

fases: 1. *Pré-apropriação*, que consiste em uma primeira interpretação do objeto; 2. *Apropriação original*, posterior à fase de pré-apropriação - neste momento, se o objeto obtiver uma aceitação mínima, começa a ocorrer a instalação de rotinas; 3. *Reapropriação*, que se refere à evolução de novas rotinas de uso do objeto. Para Batista (2014, p.52), cada fase desse processo configura-se em: “*Pré-apropriação*: percepção, evocação e concepção; *Apropriação original*: uso, evocação, aprendizagem e aceitação; *Rotina 1*: aceitação, rotina e estabilidade; *Reapropriação*: uso, reinterpretação, aprendizagem e aceitação; *Rotina 2 ...*”.

Na construção do *modelo de apropriação de um novo recurso* (Trgalová & Rousson, 2017), as ideias sobre apropriação, provenientes da Psicologia Ambiental e das Ciências em Gestão, são articuladas aos constructos teóricos da Abordagem Instrumental (Rabardel, 1995), da Abordagem Documental do Didático (ADD) (Gueudet & Trouche, 2008) e da Orquestração Instrumental (Trouche, 2004; Drijvers, Doorman, Boon, Reed & Gravemeijer, 2010).

Na Abordagem Instrumental (AI) (Rabardel, 1995), distingue-se um artefato disponível para um utilizador de um instrumento, desenvolvido por esse utilizador. A gênese instrumental, isto é, o desenvolvimento de um instrumento, ocorre por dois processos: instrumentação (processo direcionado ao sujeito) e instrumentalização (processo direcionado ao artefato). Com base na AI, Gueudet & Trouche (2008) distinguem, na ADD, um recurso disponível para um professor de um documento, desenvolvido por esse professor. Em uma gênese documental, considera-se que as características do(s) recurso(s) influenciam a prática dos professores (processo de instrumentação); e os hábitos e conhecimentos dos professores orientam as escolhas e processos de transformação de diferentes recursos (processo de instrumentalização) (Trouche, Gueudet, Pepin & Aldon, 2020).

A orquestração instrumental (OI) (Trouche, 2004) diz respeito ao arranjo sistemático e intencional de elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente

(professor) no intuito de efetivar uma dada situação e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos.

A OI é definida por configuração didática (que envolve a arquitetura dos sujeitos e artefatos, em um dado ambiente, para cada fase de uma situação, dentre outros aspectos) e pelo modo de execução dessa configuração para o ensino. O desempenho didático (Drijvers, et al., 2010) refere-se, por exemplo, aos ajustes efetuados durante uma aula e permite observar a diferença entre o que foi planejado pelo professor e o que foi realizado.

Em consonância com os pressupostos teóricos supramencionados, conduzimos a pesquisa sobre “como o professor se apropria de um novo recurso, no nosso caso, os jogos sobre equação do 1º grau propostos em livros didáticos?” Essa pesquisa está alicerçada nos princípios da metodologia reflexiva (Gueudet & Trouche, 2008), que pressupõem uma relação dialógica entre pesquisador e professor e uma reflexão mútua sobre os recursos mencionados durante as fases de coleta e análise de dados.

Na sequência, refinamos o quadro teórico-metodológico; apresentamos os resultados sobre as fases de pré-apropriação e apropriação original do Jogo das Equações Equivalentes, escolhido e implementado em sala de aula por uma professora e, por fim, tecemos algumas considerações sobre as perspectivas futuras deste trabalho.

O modelo de apropriação de um novo recurso pelo professor

Na estrutura do modelo (Figura 1), considera-se a apropriação como um processo dinâmico e que se dá em longo prazo (De Vaujany, 2005). Esse processo é proposto temporalmente em três fases (T; T+1; T...): 1. *Pré-apropriação* - primeiras interações do professor com o recurso; 2. *Apropriação original* - corresponde ao tempo da primeira implementação do recurso em sala de aula e 3. *Reapropriação* - o tempo de revisão do recurso eventualmente adaptado a novos usos. A equação “um recurso apropriado = recurso instrumentalizado + orquestração” (Figura 1) é explicada da seguinte forma: O “recurso

apropriado” é o “recurso modificado e instrumentalizado ao qual associamos as orquestrações pensadas pelo professor. É uma construção cognitiva do sujeito, que com os seus conhecimentos, vai pensar as orquestrações e a modificação desse recurso” (Rousson, 2017, p. 213).

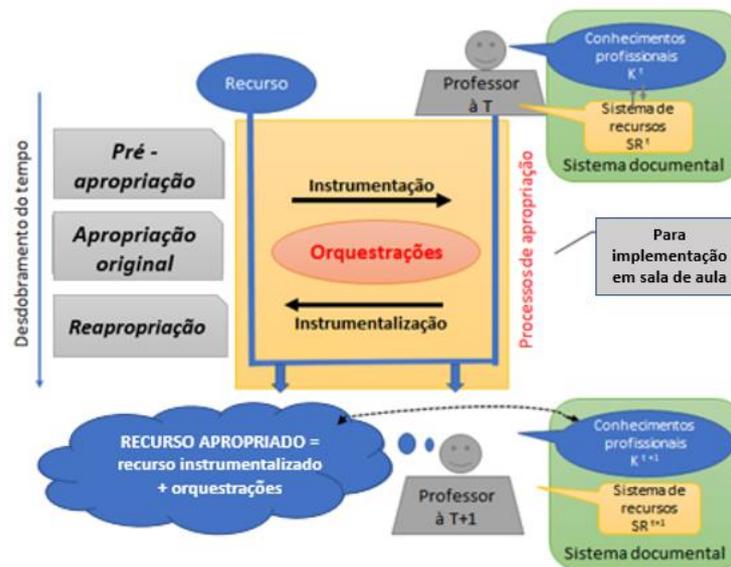


Figura 1.

Modelo de apropriação de um novo recurso pelo professor (Trgalová & Rousson, 2017)

A propósito dos conhecimentos profissionais (Figura 1), no nosso caso, buscamos abordá-los pelo modelo de Ball, Thames & Phelps (2008), que distingue o Conhecimento Matemático para o Ensino em dois polos: *Conhecimento do Conteúdo* (Conhecimento Comum do Conteúdo; Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento do Horizonte do Conteúdo) e *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (Conhecimento do Conteúdo e Ensino; o Conhecimento do Conteúdo e Estudantes e o Conhecimento do Conteúdo e Currículo).

No modelo (Figura 1), leva-se em conta o conjunto formado pelos recursos utilizados pelo professor, denominado de sistema de recursos. “Esses recursos são associados a esquemas de uso, formando documentos (um mesmo recurso pode intervir em vários documentos). Os documentos desenvolvidos por um professor também formam um sistema, denominado de sistema documental do professor” (Trouche et al., 2020, p.5). O professor desenvolve novos

conhecimentos profissionais e muda seus sistemas de recursos e documental a partir de apropriações de novos recursos.

A propósito das OI, essas se distinguem pela tarefa solicitada aos alunos. Há duas grandes categorias: 1. Coletivas (OIC) - os alunos da classe inteira têm um tempo de troca entre eles e/ou com o professor; 2. Individuais (OII) - os alunos trabalham individualmente, em dupla ou em grupos para resolver uma dada tarefa (Drijvers et al., 2010; Rousson, 2017). Em certos tipos de OI, ocorre a predominância do papel do professor (ex. OIC - demonstração técnica; OIC - explicação pelo professor; etc.); a predominância de um ou vários alunos (ex. OIC - Sherpa) ou não ocorre predominância desses atores, eles têm um papel equivalente (ex. OIC - discussão entre os atores). Segundo Rousson (2017), a categorização das OI é relevante ao estudo da apropriação de um recurso pelo professor. Isso viabiliza identificar as escolhas do professor para a implementação do recurso em sala de aula e observar sua evolução no tempo.

Pelo exposto, para responder como o professor se apropria de um novo recurso, no nosso caso, os jogos sobre equação do 1º grau propostos em livros didáticos? - desenvolvemos os seguintes procedimentos metodológicos.

Metodologia

Tomamos como referência a metodologia de investigação reflexiva, desenvolvida no seio da Abordagem Documental do Didático. Essa metodologia porta quatro princípios: 1. Acompanhamento do trabalho do professor por um período significativo; 2. Esse acompanhamento ocorre dentro e fora da sala de aula; 3. A ampla coleta dos recursos utilizados e produzidos no trabalho de documentação ao longo do acompanhamento e 4. O acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação pelo próprio professor.

Ressaltamos que um estudo sobre a apropriação de um novo recurso é realizado com base em suas três fases: pré-apropriação, apropriação original e reapropriação. Cada uma dessas fases porta diferentes procedimentos de coleta e análise de dados. De acordo com

Rousson (2017, p. 229), a instrumentação e a instrumentalização são “inferidas a partir das escolhas de uso, adaptação, modificações do recurso. As orquestrações instrumentais previstas são evidenciadas nas entrevistas ou documentos transmitidos pelo professor, enquanto as orquestrações reais são observáveis na implementação do recurso.”

No nosso caso, estudamos apenas a fase de pré-apropriação, via entrevistas pelo Google Meet e a fase de apropriação original, com uma observação de aula presencial, em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental (EF) de uma escola pública da rede municipal do Recife - PE. A pesquisa desenvolveu-se no período de julho a outubro de 2021. Em ambas as fases, buscamos identificar os conhecimentos profissionais da professora com base no modelo de Conhecimento Matemático para o Ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Antes do estudo sobre a fase de pré-apropriação, buscamos conhecer a professora (adiante identificada por Luzia) a partir de sua trajetória documental. Assim, solicitamos que ela produzisse uma linha de tempo, relacionando eventos e recursos marcantes em sua carreira docente (Rocha & Trouche, 2015). Também solicitamos à professora para construir a Representação Esquemática do Sistema de Recursos (RESR), uma espécie de organograma dos recursos que o professor costuma utilizar em sua atividade docente e que possibilita ao pesquisador identificar traços do trabalho documental do professor.

Para a **fase de pré-apropriação**, propusemos uma entrevista centrada na apresentação dos quatro jogos sobre Equação do 1º grau, identificados previamente nos LD: Na coleção Teláris (Dante, 2018), o Jogo das Equações; o Jogo das Equações Equivalentes e o Quebra-cabeça das Equações. Na coleção Araribá Mais Matemática (Gay & Silva, 2018), o Jogo de Equações. Na entrevista, à medida que íamos apresentando cada um dos jogos, propúnhamos questões como: O que você achou do jogo? Você utilizaria esse jogo em sala de aula? Para usá-lo em sala de aula, você faria alguma adaptação nesse jogo? Qual dos jogos você achou melhor? Por quê?

Tendo a professora já escolhido o Jogo das Equações Equivalentes, além dos LD do 7º ano do EF, realizamos outra entrevista, na semana seguinte, a fim de esclarecer o uso dos recursos apresentados por ela sobre o ensino de tema: o plano de estudo do projeto Escola do Futuro em Casa, a sequência de ensino sobre Equação do 1º grau, as fichas de atividade precedentes à aplicação do jogo e o plano de aula para sua aplicação em uma turma do 9º ano, determinada pela professora.

Em particular, para a análise das OI previstas, além da identificação das configurações didáticas e dos modos de execução, recorreremos à adaptação de Rousson (2017) sobre a proposição das OI relacionadas aos diferentes momentos didáticos (Chevallard, 1999): 1 Primeiro encontro com a tarefa; 2. Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica de resolução; 3. Trabalho com a técnica de resolução e 4. Avaliação.

Para a **fase de apropriação original**, ou seja, a implementação do jogo em sala de aula, fizemos a observação de classe complementada por capturas de áudio, fotos, vídeo e anotações. Ressaltamos que nos dispusemos a confeccionar as peças do jogo escolhido pela professora, da forma como ela solicitou. Por fim, fizemos uma entrevista de autoconfrontação simples. Para tanto, selecionamos algumas cenas significativas da aula, assistimos a elas juntamente com a professora, suscitando nela a descrição do que ele via no vídeo, “propiciando uma relação dialógica com o objeto filmado, com os sujeitos envolvidos na atividade e com o próprio pesquisador” (Brasileiro, 2011, p. 211). Em complemento, formulamos questões, tais como: O que você achou da experimentação do jogo em sala de aula? Quais as dificuldades dos alunos e as suas para usar o jogo? Você pretende usar esse jogo novamente? De que forma?

A professora Luzia e sua relação com os jogos matemáticos

A partir da trajetória documental da professora Luzia, levantamos dois períodos marcantes em seu desenvolvimento profissional e relevantes ao uso de jogos matemáticos em sua prática docente: 1. O início de sua carreira (2013-2016), o ingresso no quadro docente da

Rede Municipal do Recife; 2. Os últimos cinco anos (2017-2021), iniciando pelo seu ingresso, como professora, na Rede Estadual de Ensino de Pernambuco.



Figura 2.

Trajetória documental da professora Luzia (2013-2016)

Sobre a trajetória documental de Luzia (Figura 2), ela afirmou ter, desde o início de sua carreira docente, o desejo de trabalhar com jogos matemáticos: *“Desde o primeiro contato com a sala de aula, foi um pensamento meu, muito forte, ter os conteúdos atrelados ao uso de jogos, pela dinâmica que possibilitam. Também, pela dificuldade de concentração e compreensão dos conteúdos pelos alunos”*.

Consideramos que o seu trabalho no projeto “Mente Inovadora”, iniciado em 2016, foi o que lhe possibilitou, sobretudo, o uso de jogos no ensino de Matemática. Como ela destaca na entrevista:

Luzia: *A prefeitura lançou o projeto “Mente Inovadora” que visava trabalhar com jogos e outras habilidades. O “Mente Inovadora” explorava vários jogos de tabuleiro tradicionais, como “jogo de dama” e outros. Passei em média uns dois anos na atual escola a frente desse projeto. E aí, foi quando a prefeitura o encerrou, mas não encerrou o meu trabalho nessa perspectiva de ensinar Matemática com jogos.*

A estrutura do projeto “Mente Inovadora” proporcionou à professora uma rotina semanal de utilização de jogos em diversas turmas do Ensino Fundamental.

Luzia: *Tínhamos a dinâmica de trabalhar em sala de aula, porque era por módulo. Havia jogos direcionados ao 6º, 7º, 8º e 9º ano, com apostilas, com sequências de atividades específicas relacionadas à Matemática. Os jogos estavam presentes nessas apostilas e cadernos de exercícios que cada estudante recebia.*

Segundo Luzia, havia uma rotina do uso de jogos de tabuleiro no projeto “Mente Inovadora”, mas sempre que ocorria uma oportunidade, ela trabalhava algum jogo voltado para um conteúdo específico de Matemática. Em particular, sobre o tema da presente pesquisa, ela mencionou ter utilizado o “Dominó de Equações”, encontrado em um LD (que não recordava o nome).



Figura 3.

Trajétoria documental da professora Luzia (2017-2021)

Luzia afirmou que só a partir dos últimos três anos é que ela começou a utilizar “jogos digitais” (ex. Kahoot, Wordwall). Isso ocorreu, principalmente, devido ao contexto do ensino remoto e de sua participação nos projetos: “Aulões Preparatórios Virtuais” e Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) (Figura 3). Declarou a professora: *“Vendo os recursos que a internet disponibiliza para aplicações em sala de aula. Posso dizer que, inicialmente, trabalhei a partir dos jogos de tabuleiro, os jogos mais tradicionais, mais comuns e aí depois fui avançando nesses jogos digitais.”*

Por fim, sobre a utilização de jogos, a professora comentou: *“Não podemos fazer uma utilização aleatória, não é simplesmente aplicar o jogo como uma espécie de uso do tempo da*

aula. Temos que ter uma utilização responsável dos jogos, de maneira que esse seja um recurso para ensinar o conteúdo e facilitar o processo de aprendizado”. Além disso, foi ressaltado que a rede municipal incentiva bastante o uso de atividades lúdicas e diversificadas como os jogos pelos professores.

A RESR apresentada por Luzia possibilitou-nos aprofundar a análise sobre o papel dos jogos matemáticos em seu sistema de recursos. Na Figura 4, podemos observar que a professora estabelece uma conexão entre os jogos e atividades com aplicação/prática - oficinas - resolução de cálculo direto - tradicional.

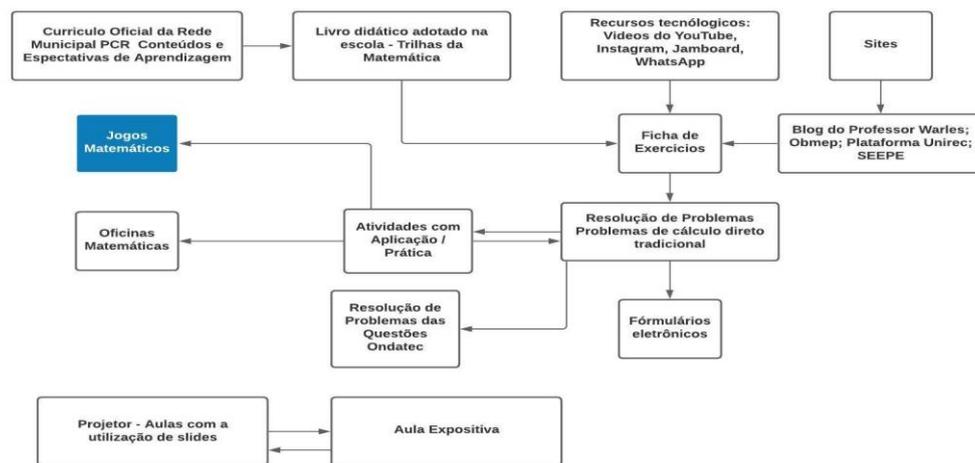


Figura 4.

Representação Esquemática do Sistema de Recursos de Luzia

Sobre a conexão entre os jogos e as atividades com aplicação/prática, a professora referiu que antes realizava uma vez a cada mês, e isso foi intensificado no ensino remoto.

Luzia: *Eu procuro fazer oficinas, utilizar jogos, filmes. Quando teve a abertura das aulas online, essa dinâmica dos jogos e das oficinas foi melhorada com os recursos tecnológicos. Vídeos do YouTube, Instagram, Jamboard, WhatsApp, esses recursos eu sempre utilizei. Mas, jogos como Kahoot e Wordwall, comecei no ensino remoto.*

Em particular, sobre o uso do LD⁴, Luzia afirmou: “*Eu não uso só o LD, mas ele é um recurso importantíssimo e acessível a todos. Em uma escala de 0 a 10, eu elenco a utilização*

⁴ LD adotado na escola: Trilhas da Matemática - autoria de Fausto Arnaud Sampaio. Editora Saraiva.

do LD como 6, porque eu venho utilizando outros recursos também”. Ela reportou não ter o hábito de utilizar jogos propostos em LD. De certa forma, isso reforçou a ideia de pesquisar as fases de apropriação de um dado jogo proposto em dos LD, como expomos a seguir.

A pré-apropriação do Jogo das Equações Equivalentes pela professora Luzia

A partir da entrevista baseada na apresentação dos quatro jogos propostos nos LD, esclarecemos o que levou Luzia a escolher o *Jogo das Equações Equivalentes* e refutar os demais: *Quebra-cabeça das Equações* (Dante, 2018); *Jogo das Equações* (Dante, 2018) e *Jogo de Equações* (Gay & Silva, 2018).

❖ A refutação dos jogos analisados pela professora Luzia

A propósito do *Quebra-cabeça das Equações* (Figura 5), a professora comentou:

Luzia: *Para estruturarmos as peças nesse formato retangular, teríamos que construir um molde para os alunos irem sobrepondo as peças. Acho que estou entendendo o jogo, nós temos que cortar os 24 triângulos. Se for os triângulos dá para fazer, mas se for o quadrado? Eu já vi um jogo parecido com esse, mas ele já vinha montado para o professor, aqui temos que montar nesse retângulo. A relação entre equação e resposta tem que corresponder em ambos os lados do quadrado formado pelo encaixe? Está confuso isso. Temos que ter tempo para testá-lo antes.*

Durante o jogo, as peças deverão ser colocadas no tabuleiro de modo que cada equação tenha a solução de frente para ela, como nos exemplos ao lado.

Como jogar

Misturem todas as peças viradas para baixo, distribuam-nas igualmente entre os participantes e decidam a ordem em que os participantes vão jogar.

O primeiro jogador coloca uma peça com equação em uma das posições indicadas nos exemplos dados.

Daí em diante, cada participante faz uma destas 3 ações, pela ordem: coloca uma peça com solução de frente para uma equação que já está no tabuleiro ou coloca uma peça com equação que não fique de frente para outra equação ou passa a vez.

Atenção: uma peça com solução não poderá ser colocada se a equação correspondente não estiver no tabuleiro.

Ganha o jogo quem colocar primeiro todas as próprias peças no tabuleiro.

Sugestão de jogo: Quebra-cabeça das equações

Número de participantes: 2, 3 ou 4 jogadores.

Preparando o jogo

Construam, em papel-cartão ou sulfite, 2 quadros como o representado ao lado, com as dimensões descritas a seguir. 1º quadro, que servirá de tabuleiro: retangular de medidas de comprimento de 16,5 cm por 11 cm, dividido em 6 quadrados com lados de medidas de comprimento de 5,5 cm. Cada quadrado é dividido em 4 triângulos iguais.

2º quadro: retangular de medidas de comprimento de 15 cm por 10 cm, dividido em 6 quadrados com lados de medidas de comprimento de 5 cm. Cada quadrado é dividido em 4 triângulos iguais. Nesse, os 24 triângulos devem ser recortados e neles escritas as 12 equações e as 12 soluções indicadas abaixo:

Equações				Soluções			
$x + 2 = 3$	$2x + 1 = 5$	$3x = -6$	$3x = 2$	$x = 3$	$x = 0$	$x = \frac{1}{3}$	$x = -2$
$6x = 3$	$2x + 5 = 5$	$2 - x = 3$	$x - 2 = 1$	$x = 5$	$x = 1$	$x = -1$	$x = 2$
$3x = 1$	$5x = 20$	$x - 1 = 4$	$x + 3 = 0$	$x = -3$	$x = \frac{2}{3}$	$x = 4$	$x = \frac{1}{2}$

Figura 5.

Quebra-cabeça das Equações (Dante, 2018, pp.119-120)

Podemos compreender que o processo de instrumentação do *Quebra-cabeça das Equações* (Figura 5), por Luzia, sofreu limitações em virtude das regras confusas sobre a disposição das peças no tabuleiro, ou seja, da articulação entre as peças “equações” e “soluções”. Isso levou a professora a descartar esse jogo para possível uso em sala de aula.

Sobre o *Jogo das Equações* (Dante, 2018), Luzia não o escolheu, mas manifestou ter gostado dele. Como indício do processo de instrumentação, destacamos: *Eu entendi que uma roleta das respostas é girada e na outra roleta o aluno precisa resolver a equação e a resposta tem que ser correspondente com o que ele girou antes. Gostei.*

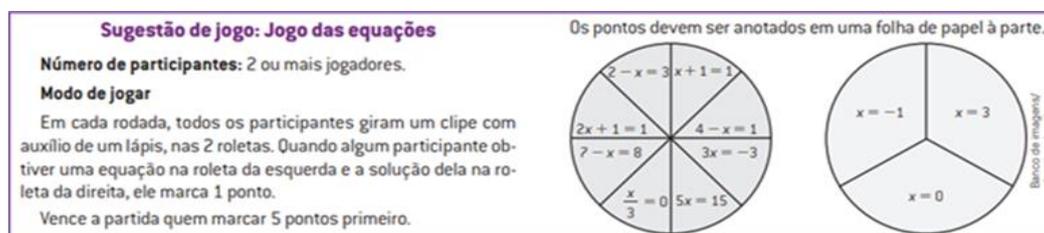


Figura 6.

Jogo das Equações (Dante, 2018, p. 117)

Quanto ao processo de instrumentalização do *Jogo das Equações* (Figura 6), temos indícios da influência do Conhecimento do Horizonte do Conteúdo Equação do 1º grau. Pois, para Luzia, o nível de resolução das equações propostas no jogo estava “muito básico”. Haja vista sua intenção de usar o jogo em uma turma do 9º ou do 7º ano do Ensino Fundamental.

Luzia: *Esse é um jogo bem sugestivo para que a gente possa fazer variações. Poderia envolver Equação do 2º grau, pensando no 9º ano. Para o 7º ano, eu colocaria outras equações, aumentaria a quantidade de equações. Eu não deixaria as respostas imediatas, daria um trabalhinho aos alunos para resolvê-las. Eu colocaria algumas com potência, daria um nível maior de dificuldade ao jogo.*

A professora apontou uma possível OI para uso do *Jogo das Equações* (Dante, 2018): *Eu usaria o jogo confeccionado em duas roletas gigantes expostas no quadro branco e assim poderia interagir, ao mesmo tempo, com todos os alunos da turma.*

No que concerne ao *Jogo de Equações* (Gay & Silva, 2018), destacamos, no processo de instrumentalização, o Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos de Luzia. A professora demonstrou sua preocupação em propor a resolução de equações por cálculo mental e elaboração de equações pelos alunos: *“Meu cuidado seria com as etapas do jogo, porque se a gente utilizar equações mais simples, dá para usar o cálculo mental, porém se for equações mais difíceis, não dá”*. Ela comentou sobre os alunos “inventar equações do 1º grau”: *Para*

resolver eu ficaria mais tranquila, mas, para eles elaborarem as equações? Poderiam até conseguir as mais básicas. Então, acho que para eles montarem o jogo, seria mais complexo.

Em virtude do exposto, a professora afirmou que optaria pelo modelo para confecção das cartas (Figura 7), proposto no LD.

Jogo de equações

Material necessário

- Duas folhas de cartolina, uma branca e outra amarela, por equipe.
- Canetas hidrográficas.

Participantes

- Equipes com quatro alunos.

Objetivo

- Agrupar o maior número de pares de cartas.

Regras

- Cada grupo deverá confeccionar 20 cartas brancas e 20 cartas amarelas com as cartolinas. O grupo deverá inventar equações do 1º grau e escrever uma equação em cada carta branca. A solução correspondente a cada equação deverá ser escrita em uma carta amarela. Para que sejam resolvidas por meio de cálculo mental, as equações criadas não podem ser complexas.
- Depois de confeccionadas, as cartas deverão ser trocadas com outro grupo.
- Para iniciar o jogo, cada grupo deverá embaralhar as cartas, separando as amarelas em um monte. Esse monte terá as faces com as soluções viradas para baixo e ficará no centro da mesa.
- As cartas brancas deverão ser distribuídas igualmente entre os componentes do grupo. Cada aluno observará as equações descritas nas cartas brancas, mas não deixará os demais componentes do grupo observarem suas cartas.
- Uma a uma, as cartas amarelas serão viradas no centro da mesa. Os jogadores vão observar suas cartas e verificar se há alguma equação cuja solução seja a indicada pela carta amarela exposta. Caso isso ocorra, o jogador deverá pegar a carta amarela e formar o par equação-solução, separando-o em um monte.
- Se houver dois jogadores com equações que tenham a mesma solução indicada na carta virada, ficará com a carta amarela quem a pegar primeiro.
- Ganhará a rodada o jogador que formar primeiro os cinco pares equação-solução.

Modelo para confecção das cartas

Branca (equação)	Amarela (solução)	Branca (equação)	Amarela (solução)
$x + 3 = 7$	A solução é o número 4.	$3k + 7 = 16$	A solução é o número 3.
$2x + 5 = 13$	A solução é o número 4.	$e + 10 = 13$	A solução é o número 3.
$5x + 20 = 30$	A solução é o número 2.	$8t - 2 = 54$	A solução é o número 7.
$y + 3 = 5$	A solução é o número 2.	$5w + 6 = 41$	A solução é o número 7.
$2z + 6 = 28$	A solução é o número 11.	$3x + 6 = 6$	A solução é o número 0.
$2w + 4 = 26$	A solução é o número 11.	$\frac{3}{4w} = 0$	A solução é o número 0.
$2s - 23 = -21$	A solução é o número 1.	$\frac{1}{2f} - 5 = 13$	A solução é o número 36.
$3k + 7 = 10$	A solução é o número 1.	$\frac{1}{3}j - 6 = 6$	A solução é o número 36.
$2y - 9 = 1$	A solução é o número 5.	$5t + 4 = -6$	A solução é o número -2.
$6q - 23 = 7$	A solução é o número 5.	$4j + 12 = 4$	A solução é o número -2.

Figura 7.

Jogo de Equações (Gay & Silva, 2018, LI)

Ainda sobre o *Jogo de Equações* (Figura 7), Luzia ressaltou: *As equações com frações, propostas no modelo, têm maior nível de dificuldade, mas são necessárias. Mas, sem resolução por cálculo mental.* Pelos indícios da gênese instrumental desse jogo pela professora, identificamos a exclusão dessa técnica de resolução, bem como a elaboração de equações pelos alunos. Isso nos remete ao Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, visível no posicionamento dela em trabalhar as técnicas de resolução de equações: “neutralização de termos” e/ou “transposição de termos” (Araújo, 2009).

Pelo exposto, podemos identificar sobre a refutação dos jogos analisados pela professora, aspectos como: Falta de praticidade para a confecção das peças e de precisão sobre as regras do jogo (instrumentação); Conhecimento do Conteúdo e do Aluno - dificuldades dos alunos em resolver equações com cálculo mental e em elaborar equações; Conhecimento do

Horizonte do Conteúdo - conteúdo abaixo do nível do 9º ano. Conhecimento do Conteúdo e do Ensino - preferência pessoal de técnicas para resolução de equações (instrumentalização).

- ❖ A escolha do *Jogo das Equações Equivalentes* e as expectativas de sua inserção na sequência de ensino sobre Equações do 1º grau

A escolha do *Jogo das Equações Equivalentes* por Luzia revelou indícios de sua instrumentação, pela plausibilidade das regras e do material proposto:

Luzia: *A partir do momento que compreendo a ideia do jogo, gosto de aplicá-lo como o original. Tenho esse perfil, normalmente não faço alterações antes da aplicação. Se vejo que dá para fazer uso em sala de aula, primeiro eu faço e a partir do retorno dos alunos, de como eles interagem, então, vou vendo as adaptações que dá para fazer.*

A única alteração que ela propôs foi retirar as respostas na apresentação nas cartas vermelhas (Figura 8), um efeito de sua instrumentação, em virtude da intenção de levar todos os alunos a exercitarem a resolução de equações do 1º grau.

Jogo das equações equivalentes
Com este jogo você vai aprimorar seus conhecimentos sobre equações equivalentes.

Orientações
Número de participantes: 3 ou 4 jogadores.
Material necessário: 2 folhas de papel de cores diferentes.

Preparação do jogo
Providenciem as 2 folhas de papel de cores diferentes; para exemplificar, usaremos as cores vermelho e azul. Dividam cada folha em 12 partes iguais, escrevam as equações e recortem as 24 peças do jogo.

$3x = 6$ Solução: $x = 2$	$4x = 2$ Solução: $x = \frac{1}{2}$	$x + 5 = 3$ Solução: $x = -2$	$3x = 15$ Solução: $x = 5$
$x - 1 = 3$ Solução: $x = 4$	$1 - x = 2$ Solução: $x = -1$	$x + \frac{1}{3} = 1$ Solução: $x = \frac{2}{3}$	$\frac{x}{5} = 1$ Solução: $x = 5$
$2x - 1 = -7$ Solução: $x = -3$	$3x = 1$ Solução: $x = \frac{1}{3}$	$x + 4 = 4$ Solução: $x = 0$	$6 + x = 2$ Solução: $x = -4$

$3x + 5 = 11$	$10x = 5$	$x = -2$	$3x + 3 = 18$
$4x = 16$	$2 - 2x = 4$	$3x + 1 = 3$	$2x = 10$
$6x - 3 = -21$	$2x = \frac{2}{3}$	$2x + 5 = 5$	$2x = -8$

Como jogar
Antes de começarem a partida, misturem as peças vermelhas e distribuam igualmente entre os jogadores. As peças azuis devem ser empilhadas no centro da mesa, com as equações viradas para baixo.
A cada rodada, o jogador pega uma peça azul e verifica se nela há uma equação equivalente a alguma das equações das peças vermelhas que estão com ele. Se houver, então o jogador separa esse par de peças. Por exemplo:

$6 + x = 2$	$2x = -8$
-------------	-----------

Caso contrário, o jogador descarta a peça azul em uma pilha separada, também sobre a mesa. O próximo jogador pode escolher se quer pegar a peça azul descartada pelo jogador anterior ou uma peça azul nova.
Quando terminarem as peças azuis sobre a mesa, ganha a partida quem tiver formado mais pares de peças com equações equivalentes.

Figura 8.

Jogo das Equações Equivalentes (Dante, 2018, p.112)

Na escolha do *Jogo das Equações Equivalentes*, identificamos efeitos do Conhecimento do Conteúdo e do Currículo de Luzia ao vislumbrar a integração desse jogo à sequência de ensino sobre Equação do 1º Grau para o 9º ano, em consonância com os objetivos educacionais e as orientações da Secretaria de Educação do Recife. Na Figura 9, podemos

perceber que no texto didático do plano de estudo disponível na plataforma digital “Escola do Futuro em Casa”⁵ (Recife, 2021), apresenta-se a noção de equação equivalente.

Texto Didático

Olá tudo bem?

Esta semana iremos estudar como resolver problemas por meio de equações do 1º grau. Como já estudamos equação do 1º grau, faremos uma breve revisão de como resolver uma equação do 1º grau e em seguida iremos apresentar alguns problemas que podem ser resolvidos utilizando essas equações.

Propriedades da igualdade

As *propriedades da igualdade* se referem ao relacionamento entre dois objetos matemáticos, sejam eles números ou variáveis.

Dizemos que há uma igualdade entre duas expressões numéricas quando os resultados dessas expressões são iguais.

Observe as implicações indicadas em cada sequência de equação abaixo.

- $n + 4 = 12 \rightarrow n + 4 - 4 = 12 - 4 \rightarrow n = 8$
- $n - 4 = 12 \rightarrow n - 4 + 4 = 12 + 4 \rightarrow n = 16$
- $n \cdot 4 = 12 \rightarrow n \cdot 4 \div 4 = 12 \div 4 \rightarrow n = 3$
- $n \div 4 = 12 \rightarrow n \div 4 \cdot 4 = 12 \cdot 4 \rightarrow n = 48$

Resumo: A raiz de uma equação não se altera se somarmos, subtrairmos, multiplicarmos ou dividirmos seus dois membros por um mesmo número.

- $a + b = c - a + b - b = c - b - a = c - b$
- $a - b = c - a - b + b = c + b - a = c + b$
- $a \cdot b = c - a \cdot b \div b = c \div b - a = c \div b$
- $a \div b = c - a \div b \cdot b = c \cdot b - a = c \cdot b$

As equações que têm raízes iguais denominam-se *equações equivalentes*. Sendo assim, resolver uma equação consiste em aplicar as propriedades adequadas de modo a encontrar equações equivalentes reduzidas até que a incógnita seja igual a um número, que é a raiz da equação.

Note que no processo de redução da equação dada a outras equivalentes, são utilizadas operações inversas procurando isolar a incógnita em um termo e os valores numéricos no outro termo.

Figura 9.

Texto didático - Plano de estudo, 9º ano, 2ª semana do ensino remoto (Recife, 2021)

Consoante depoimento da professora, no período de aulas remotas, ela acompanhou o plano de estudo semanal proposto pela Secretaria de Educação. O tema Equação do 1º Grau foi proposto na 2ª semana do ensino remoto (março de 2021). Assim, ela chegou a implementar atividades por formulário eletrônico sobre Equações do 1º Grau e apenas “pincelou” a noção de equações equivalentes. Ressaltamos que as aulas no formato híbrido (uma parte presencial e outra remota) iniciaram-se no mês de julho; entrevistamos Luzia em agosto, quando ela já tinha revisado o tema Equação do 1º grau por meio de aulas presenciais.

Luzia: *Eu só tinha feito uma revisão sobre Equação do 1º Grau, como é uma turma de 9º ano, trabalhamos mais nessa perspectiva. Fiz isso, já há algumas semanas. Devido às diversas dificuldades dos alunos, comecei revisando números inteiros, polinômios, expressões algébricas. Pois nem todos acompanharam as aulas no ensino remoto.*

A professora afirmou ter disponibilizado aos alunos uma ficha de exercícios para resolução de equações e outras com situações-problema (para serem respondidas em casa e corrigidas nas aulas presenciais). Na Figura 10, temos a ficha de exercícios, fornecida pela

⁵ No plano de estudo também constam: videoaulas no Youtube e ficha de exercícios a serem retornadas pelos alunos via plataforma *moodle* da Secretaria de Educação.

professora, mais relacionada à proposta do jogo. Essa ficha foi elaborada havia cerca de três anos por sites da internet (não recordados pela professora) e já havia sido utilizada em outras turmas. Podemos constatar, na referida ficha, a apresentação das técnicas de resolução de equações: "transposição de termos" e "neutralização de termos" (Araújo, 2009). A apresentação dessas duas técnicas foi justificada pela importância de os alunos conhecerem ambas as técnicas.

EXERCÍCIO DE MATEMÁTICA - TREINANDO A TEORIA

Podemos passar (transpor) um termo de um membro para o outro desde que troquemos seu sinal ou sua operação (operação inversa).

→ Na equação: $8x = 30 - 2x$, podemos transpor o termo $-2x$ para o primeiro membro trocando o seu sinal. Assim: $8x + 2x = 30 \rightarrow 10x = 30 \rightarrow x = 3$

→ Na equação: $11x = 77$, podemos transpor o fator 11, que multiplica o x para que ele divida o segundo membro 77.

ATIVIDADE 1

a) $x + 5 = 8$	b) $x - 4 = 3$	c) $x + 6 = 5$	d) $x - 7 = -7$
e) $x + 9 = -1$	f) $x - 39 = 79$	g) $10 = x + 8$	h) $15 = x + 20$
i) $4 = x - 10$	j) $7 = x + 8$	k) $x - 1 = 5$	l) $x + 8 = 15$
m) $3x = 15$	n) $2x = 10$	o) $3x = -9$	p) $2x - 2 = 12 = 5x$
q) $3x - 18 = 0$	r) $4x - 9 = 23$	s) $2x - 33 = -12$	t) $3x + 5 = 3x$
u) $2x = 14$	v) $x = -23$	w) $x = -12$	x) $35x = -105$

ATIVIDADE 2

a) $9x - 7 = 4x + 18$	b) $2x - 10 + 3x + 10 = 180$	c) $7y - 10 = 2y + 50$
d) $4x - 18 = 2x + 20$	e) $7x + 5 + 8x + 7 = 18$	f) $2x - 3 = 4x - 11$
g) $3x + 1 = 5x - 2$	h) $4x + 3 + 8 = 70$	i) $2x + 13 + 20x - 31 = 5(x - 1) + 8$
j) $2(x + 3) - 4 = 7x$	k) $3(x + 3) - 5 = 23$	l) $7(x + 1) + 3(x - 3) = 3(x - 5) - 4$
m) $7(x + 2) = 3(x + 3)$	n) $4(x + 3) = 5(x + 2)$	o) $4(2m - 3) + 3m = 2(4m - 1) - (2 - p)$
p) $3(x + 3) - 1 = 2$	q) $3(x + 2) - 1 = 2(x + 3) - 7$	r) $3(x + 1) + 2 = -5 + 3(x + 3)$
s) $3(2x - 3) + x = 5$	t) $5 + 5 + 2x + 6m + 2 = 7$	u) $3(x - 1) + 3(x + 1) = 6(x + 2)$
v) $3(x + 6) - 5x = x - 3$	w) $5(2x - 1) = 3(x + 10)$	x) $2(x - 3) + 8x + 4 = 4(x + 2)$

ATIVIDADE 3

a) $\frac{x}{2} = 18$	b) $\frac{x}{3} = 5$	e) $\frac{x}{2} = 10$	d) $\frac{x}{5} = 8$
c) $\frac{x}{6} = 11$	f) $\frac{x}{7} = 9$	g) $\frac{x}{8} = 8$	h) $\frac{x}{9} = 12$
i) $\frac{x}{2} = 3$	j) $\frac{x}{6} = 7$	k) $\frac{x}{7} = 8$	l) $\frac{x}{5} = 18$
m) $\frac{2x + 5}{3} = 3$	n) $\frac{3x + 6}{5} = 2$	o) $\frac{3x + 8}{5} = 4$	p) $\frac{4x - 5}{3} = 5$
q) $\frac{5x - 4}{6} = 6$	r) $\frac{x + 18}{5} = 5$	s) $\frac{x + 8}{4} = 6$	t) $\frac{x - 3}{7} = 1$
u) $\frac{2x - 16}{10} = 3$	v) $\frac{2x - 3}{8} = 3$	w) $\frac{4x + 8}{11} = 4$	x) $\frac{5x + 10}{9} = 5$

9x - 2 = 4x + 18 9x - 4x = 18 + 2

Figura 10.

Ficha de exercício proposta para revisão do tema - aulas presenciais

A ficha de exercício (Figura 10) nos chamou a atenção pela quantidade de equações a serem resolvidas. Sobre isto, Luzia explicou que várias delas são semelhantes. A esse respeito, ela declarou:

Luzia: *Então, o que é que ocorre, geralmente eu trabalho com fichas de exercícios muito extensas, não só essa, mas outras também. Se a gente observar na atividade 1, atividade 2 e atividade 3, elas são de um só tipo. Eu faço a correção por amostragem, por exemplo, de 30 questões eu faço com eles umas 15 questões, peço para eles escolherem as mais difíceis, aquelas que eles têm dúvidas, eu vou explicando.*

Diante do exposto, salientamos a influência do *Jogo das Equações Equivalentes*, com suas possibilidades e limitações, na atividade da professora (instrumentação) e a adaptação pela professora desse recurso, conforme seu contexto escolar, suas necessidades e os seus conhecimentos (instrumentalização). Destacamos sobre a instrumentação, o objetivo apresentado pelo autor do jogo, “aprimorar conhecimentos sobre equações equivalentes” (Dante, 2018), que revela o efeito do recurso sobre a professora e a sua intenção de revisar a resolução de equações, até antes pensada por ela, sem a exploração desse tipo de equações.

Luzia: *O trato com equações equivalentes, em específico, né, de forma detalhada está no jogo, mas é um tópico que trabalhamos. Eu confesso que eu trabalho e exploraria mais com alunos do 7º ano. No 9º ano, eu não faço uma ênfase tão grande ao tópico de equações equivalentes. Eu vejo uma oportunidade de fazer uma abordagem desse conteúdo por meio desse jogo, tendo em vista que é bem pertinente. Mas, para ser franca, no 9º ano não seria algo que eu iria me debruçar tanto tempo, e fazer de forma tão, como é que eu posso dizer, senão com a aplicação do jogo.*

No próximo tópico, refinamos o planejamento de Luzia para a utilização do jogo em sala de aula. Sendo assim, enfatizamos as orquestrações instrumentais previstas e os momentos didáticos (Rousson, 2017; Chevallard, 1999).

❖ *O plano de aula para a utilização do Jogo das Equações Equivalentes*

Luzia planejou a aplicação do jogo em uma turma do 9º ano com 27 alunos, cuja frequência nas aulas presenciais estava ocorrendo em rodízio, ou seja, a cada semana compareciam alternadamente 50% dos alunos. Assim, foi estimada a participação de 14 alunos. Os artefatos *a priori* elencados pela professora foram: quatro jogos, caderno para registro da resolução das equações, quadro branco e carteiras adequadas para os alunos manusearem o jogo. A previsão do tempo foi de 60 minutos⁶.

Na Figura 11, apresentamos os tipos de OI (Drijvers et al., 2010; Rousson, 2017) selecionados pela professora, antes da aplicação do jogo em sala de aula, relacionados a sua

⁶ As aulas presenciais no sistema de ensino híbrido estavam ocorrendo com a duração de 30 minutos.

previsão de momentos didáticos em torno da tarefa: resolver equações do 1º grau e comparar aquelas que são equivalentes.

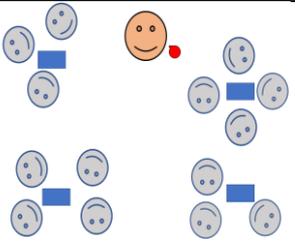
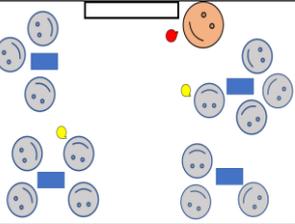
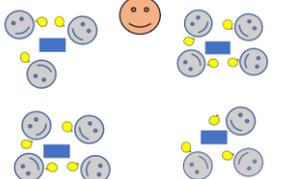
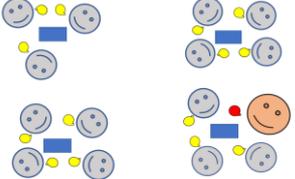
Momento do primeiro encontro com a tarefa	
	<p><i>OIC - Demonstração Técnica (DT)</i> A professora apresenta o jogo e explica suas regras, enquanto os alunos permanecem em silêncio e atentos à explicação.</p> <p><i>OIC - Explicação pela professora (EP)</i> A professora explica que os alunos devem resolver e comparar as equações do jogo a fim de verificar aquelas que apresentam o mesmo resultado, enquanto eles permanecem em silêncio e atentos à explicação.</p>
Momento de exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica de resolução	
	<p><i>OIC - Orientação e Explicação pela professora (OEP)</i> A professora revisa a noção de equações equivalentes, propondo exemplos no quadro branco para que os alunos possam comparar as equações do jogo. Algumas questões podem ser propostas aos alunos.</p>
Momento de trabalho com a técnica de resolução	
	<p><i>OIC - Discussão entre os atores (DA)</i> Em cada grupo, os alunos discutem entre si o jogo e realizam a tarefa, enquanto a professora os observa.</p>
	<p><i>OII - Trabalho e acompanhamento (TA)</i> Os grupos de alunos resolvem a tarefa no caderno e a professora circula pela sala, verificando e/ou auxiliando as respostas e acompanhando a evolução do jogo.</p>

Figura 11.

Momentos didáticos e OI previstas na fase de pré-apropriação do jogo

Durante a entrevista, Luzia comentou que não avisaria aos alunos, com antecedência, sobre a aplicação do jogo. Em particular, percebemos a inquietação da professora sobre alguns alunos não recordarem a noção de equação equivalente, o que a fez optar por explicar esse tema antes do início do jogo. Ela mencionou que organizaria os alunos pela afinidade entre eles, considerando importante eles se sentirem à vontade, sem se inquietarem sobre alguém “saber menos ou mais”. Como expectativas acerca da implementação do jogo em sala de aula, Luzia expôs: *Isso servirá para avaliar não somente os alunos, mas também para o que preciso*

trabalhar mais. Digamos que esse jogo sirva 50% para avaliar e 50% para o trabalho com exercícios.

Em particular, identificamos, no tocante ao Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos, a forte intenção da professora em revisar a resolução de equações, sobretudo com frações, assim como as operações com números inteiros, sem perder de vista a comparação entre as equações para a identificação daquelas equivalentes.

A apropriação original do jogo pela professora Luzia

No dia da implementação do jogo em sala de aula, compareceram 11 alunos do 9º ano e não 14, como havia estimado a professora. Sendo assim, inicialmente, ela organizou os alunos em três grupos: G1. Com três alunas, G2. Com uma aluna e dois alunos e G3. Com três alunas e um aluno. Cada grupo recebeu um jogo e tivemos início aos seguintes momentos didáticos.

❖ Momento do primeiro encontro com a tarefa

A OIC - DT transcorreu como tinha sido prevista pela professora. Ela se manteve em face dos grupos, leu as regras do jogo (como propostas no LD) e foi detalhando cada procedimento, enquanto os alunos a escutavam atentamente: *Vocês receberam peças azuis e vermelhas, as azuis vocês deixarão viradas para baixo, as vermelhas vocês dividem entre vocês. Cada equipe decide quem vai começar, se quiserem podem fazer um sorteio, fiquem à vontade.*



Figura 12.

OIC - Demonstração Técnica

Em seguida, a OIC-EP ocorreu com a mesma configuração didática da OIC-DT. A seguir, temos um extrato da explicação da professora:

Luzia: *Esse jogo trata de equações equivalentes. Vocês já viram dois tipos de equação, a do 1º grau e a do 2º grau, nesse jogo vamos trabalhar com equação do 1º grau. Esse termo equivalente na língua portuguesa já nos remete a uma igualdade, mas, que igualdade é essa? Quando eu falo que uma equação é equivalente a outra, eu estou dizendo que mesmo tendo termos diferentes, o resultado que eu vou obter no final é o mesmo, Ok? Então a proposta do jogo é essa: descobrir equações que sejam equivalentes.*

Sublinhamos que, embora Luzia tenha formulado algumas questões durante a explicação supramencionada, ela mesma as respondia, o que não favoreceu a participação dos alunos. Após esse momento, ela passou a explicar a resolução das equações do 1º grau e as equações equivalentes, utilizando o quadro branco.

❖ *Momento de exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica*

Pela OIC- EP, Luzia propôs, no quadro branco, duas equações $x + 6 = 2$ e $2x = -8$.

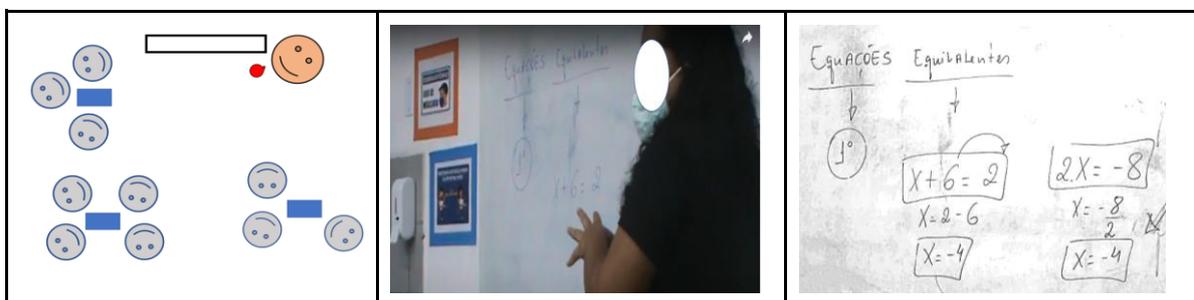


Figura 13.

OIC - Explicação pela professora (EP)

Ela iniciou a explicação sobre a resolução das equações a partir da técnica de transposição de termos, enquanto os alunos permaneciam em silêncio e atentos à explicação.

Luzia: *O “x” tá aqui e o 6 a gente troca para o outro lado e muda o sinal, então aqui, de 2 eu tiro 6, vai ficar negativo, logo $x = -4$. Tudo bem, achei esse resultado aqui, agora vamos pra cá, $2x = -8$ se aqui está multiplicando, para passar para o outro lado como é que a gente faz, esse 2, passa dividindo, então o que é que a gente começa a observar aqui, que independente das equações não serem as mesmas, o resultado final foi o mesmo. É isso que vai determinar se as equações são equivalentes.*

Apesar da apresentação da técnica de transposição de termos para a resolução das equações (Figura 13), a professora também fez menção à técnica de neutralização de termos:

Podemos usar a estratégia de resolução que isolamos o “x”, mas já entendemos também que trabalhar com equação é colocar ou retirar algo dos dois lados.

Pelo que observamos da sequência da aula, as OIC-EP foram guiadas pelo Conhecimento do Conteúdo e do Ensino de Luzia, no que concerne ao protótipo: definição, exemplo e exercício. Após a explicação, utilizando o quadro branco, ela se voltou aos alunos, e retomou a leitura das regras do jogo, anunciando: “*Podemos começar o jogo, se vocês tiverem alguma dificuldade ou qualquer dúvida podem falar, tenham cuidado com os ‘sinais’*” (referindo-se às operações com números inteiros).”

❖ *Momento de trabalho com a técnica de resolução*

Esse momento se iniciou com a OIC - Discussão entre os atores (DA), pela qual Luzia se colocou na posição de observadora das discussões dos alunos sobre o jogo.



Figura 14.

OIC - Discussão entre os atores (DA) - G1. Com três alunas, G2. Com uma aluna e dois alunos e G3. Com três alunas e um aluno

A partir da observação da professora sobre o desempenho didático dos alunos (Figura 14), ela percebeu que o G2 estava resolvendo todas as equações das cartas vermelhas para depois iniciar o jogo, o que a surpreendeu e fez com que ela decidisse socializar essa estratégia aos demais alunos. Nesse episódio, podemos perceber indícios da gênese instrumental do jogo por parte dos alunos e o impacto disso sobre a gênese da professora, levando-a a reorientar os demais alunos (OIC - EP): *O que eles estão fazendo para facilitar? Já estão resolvendo as*

equações das cartinhas vermelhas que cada um recebeu. Façam isso! Aí quando você pegar uma carta azul, já facilita, é só resolver a equação e comparar.

A partir desse direcionamento aos três grupos, os alunos começaram a resolver todas as equações e iniciou-se a OII - Trabalho e Acompanhamento (TA); ou seja, Luzia começou a circular pela sala para acompanhar a atividade de cada grupo. Nesse instante da aula, ela começou a perceber que dois grupos (G1 e G3) não conseguiam avançar no jogo por dificuldades em resolver as equações.



Figura 15.

OII - Trabalho e Acompanhamento e OIC - Orientação e Explicação

A propósito da configuração didática (Figura 15), podemos identificar dois modos de execução. Em dado episódio, Luzia auxiliou apenas oralmente os alunos do G3 (OII- TA). No caso do G1, percebemos, além da OII - TA, a OIC - Orientação e explicação (OE), tendo em vista a professora ter usado o caderno de uma das alunas para propor o exemplo de uma equação com fração, semelhante àquela proposta no jogo ($2x = \frac{2}{3}$), ocorrendo uma interação maior entre elas, isto é, à medida que a professora questionava as alunas, estas respondiam a suas perguntas.

Constatamos assim, durante a aula, indícios da instrumentalização do jogo, como suporte e modelo à proposição de mais exemplos de equações. Também percebemos esse procedimento em outro episódio, em que Luzia convidou o G2 para acompanhar sua explicação sobre a equação $4y = \frac{4}{3}$, escrita no quadro branco.

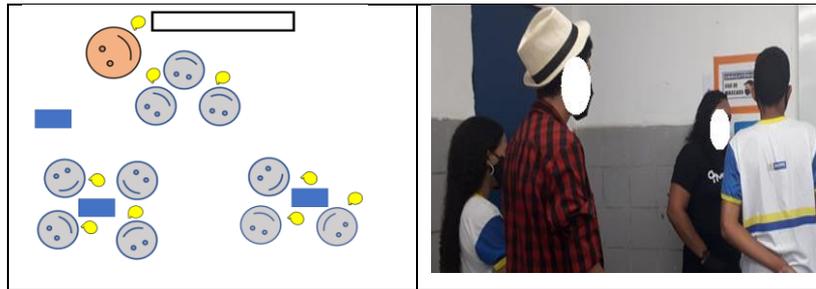


Figura 16.

OIC - Orientação e Explicação e OIC - Discussão entre os atores (DA)

Como demonstrado na Figura 16, enquanto os outros dois grupos de alunos seguiam a atividade sem o auxílio da professora (OIC - DA), em paralelo, ela orientava a resolução da equação $4y = \frac{4}{3}$ ao G2 (OIC- OE):

Luzia: *O 4 está multiplicando aqui, ele vai para o outro lado como?*

Aluno: *Dividindo. Fica $\frac{4}{3}$ dividido por 4.*

Luzia: *Então $y = \frac{4}{3}$, como colocar esse 4? Como é que se resolve uma divisão de fração? Só multiplica? Inverte o de baixo vai para cima e o de cima vai para baixo, e agora?*

Aluna: *Mantém a primeira e inverte a segunda.*

Luzia: *E depois o que fazemos?*

Aluno: *MMC.*

Luzia: *Na multiplicação não se faz o MMC.*

Aluno: *Temos que multiplicar numerador por numerador, denominador por denominador.*

Diante do exposto, a professora convidou um dos alunos a concluir a resolução da equação $4y = \frac{4}{3}$, iniciando-se a OIC - Sherpa. Ela e os dois alunos ficaram a observar o aluno do G2 a concluir a resposta da equação.

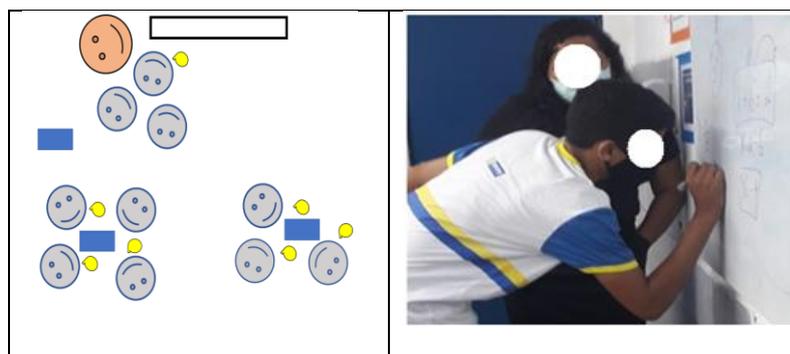


Figura 17.

OIC - Sherpa e OIC - Discussão entre os atores (DA)

Após o aluno (*Sherpa*) ter concluído a resposta, a professora retomou a explicação sobre a simplificação de $y = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{12}$ no quadro branco (OIC- OE), vejamos o seguinte extrato:

Luzia: *Pode ser que a fração equivalente não esteja com essa resposta $\frac{4}{12}$.*

Aluno: *simplifica por 4 e fica $\frac{1}{3}$.*

Luzia: *Também podemos simplificar esse 4 com esse 4 em $y = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4}$. (ela elimina o 4 em ambas as frações). Vejam que fica $\frac{1}{3}$?*

Aluno: *Oxe, por que a senhora não disse isso antes?*

Como última parte da aula, Luzia voltou à OII - TA. Logo que encerrou a aula, constatamos que apenas o G2 tinha chegado a ter um vencedor no jogo. O G3 chegou bem próximo da conclusão do jogo e o G1 ficou bem atrasado. Antes de ela se despedir dos alunos, informou que ainda faria outra revisão sobre o tema.

Pós-aplicação do jogo em sala de aula

Pela entrevista de autoconfrontação simples, podemos melhor compreender a reação de Luzia acerca de sua apropriação original do jogo.

❖ Momento do primeiro encontro com a tarefa

A propósito da OIC - DT e OIC - EP, destacamos o episódio de mudança na regra do jogo, a partir da gênese instrumental do G2. Os alunos desse grupo começaram a solucionar as equações das cartas vermelhas antes de começar o jogo. Explicou Luzia: *Eu achei uma estratégia bem pertinente, que poderia facilitar bastante o jogo, pois a partir do momento que se têm as soluções das equações, pode-se ir à comparação. Ganha-se tempo.* De modo que essa regra foi incorporada ao jogo para outra possível utilização em sala de aula.

❖ Momento de exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica

Ao apresentarmos o vídeo com a explicação dos exemplos de equações equivalentes no quadro branco (OIC- EP), Luzia fez os seguintes comentários:

Luzia: *O meu pensamento em começar explicando o conteúdo foi tornar acessível o jogo a todos. Oportunizar para aqueles que esqueceram o conteúdo, resgatarem a lembrança e levá-los a se divertirem à medida que fossem respondendo as questões.*

Para aqueles que estavam distantes das aulas poderem aprender e desenvolver as respostas à medida que o jogo fosse acontecendo. Pensei em não deixar para explicar depois para não criar um bloqueio do brincar. A ideia foi essa: jogar e aprender.

A professora acrescentou que no trabalho com jogos, temos a ideia de competição. Quer queira ou não, tem o desafio sobre quem vai conseguir terminar primeiro, independentemente de qualquer jogo. Por sua experiência, os alunos não conseguem se divertir em um jogo, quando se sentem “bloqueados” por não conseguirem responder às questões de Matemática.

No decorrer da explicação sobre a resolução das equações, baseada na técnica de transposição de termos (OIC-EP), Luzia comentou: *Eu peguei essa turma esse ano. Eu não os conhecia. O nosso contato foi iniciado nas aulas remotas, mas, não com todos.* Cabe ressaltar que a autoconfrontação baseia-se na organização de uma atividade dialógica plena de dissonâncias, em que ocorre um diálogo interior do sujeito consigo mesmo. A oportunidade desse diálogo interior decorre do fato de que o sujeito, quando da apresentação do vídeo, é confrontado com o que é exibido e sua atividade realizada (Roger, 2013). Dessa forma, percebemos como Luzia buscou justificar sua opção por explorar essa técnica (como macete, bizu): *Eu identifiquei que a maioria dos alunos responde assim. Eu confesso que eu trabalho das duas formas. Como facilitador, eu trabalho com a transposição de termos, mas primeiro eu explico a balança.* Diante do exposto, realçamos a influência do Conteúdo e do Ensino sobre a instrumentalização do jogo a partir das escolhas acerca da orientação aos alunos quanto a que tipo de técnica utilizar para a resolução das equações.

❖ *Momento de trabalho com a técnica de resolução*

No decorrer da apresentação do vídeo da aula, por meio dos episódios das OII - TA, fomos tendo acesso às reflexões da professora sobre cada grupo de alunos.

Em particular, sobre o G1, Luzia considerou: *A equipe que só tem meninas, nenhuma delas assistiu às aulas remotas. Só as conheci no retorno das aulas presenciais.* Segundo a professora, esse foi o grupo mais retraído e que menos conseguiu se divertir com o jogo, em

virtude das dificuldades em resolver as equações: *Percebi muita dificuldade na mecânica do cálculo, na troca de sinais. Uma dificuldade imensa delas em compreenderem as operações inversas, quando estavam a resolver as equações.*

No que concerne ao G3, as considerações da professora nos remeteram ao fato de que, por meio da autoconfrontação, é comum emergirem surpresas, por vezes muito significativas diante do que foi feito efetivamente com relação ao que se acredita já ter sido feito, o que incita a reflexão por parte de quem se vê no vídeo (Roger, 2013). Deste modo, a professora afirmou que esperava um desempenho melhor dos alunos e mensurou suas dificuldades em: 50% nas operações com frações e 50% nas operações com números inteiros.

Sobre o G2, o grupo que conseguiu chegar até ao final do jogo, ela comentou: *Vou ser bem sincera com você, esse grupo é mais dinâmico, ágil, que assistiam às aulas remotas. Então, foi o grupo que mais conseguiu participar do jogo e se divertir.*

A título de síntese, a partir do diálogo com Luzia, podemos identificar a integração do *Jogo das Equações Equivalentes* ao seu sistema de recursos.

Pesquisador: *Você gostou da experiência de utilizar o jogo em sala de aula?*

Luzia: *Como eu disse, eu gosto muito de trabalhar com jogos, de trabalhar com desafios. Confesso que tenho um certo receio de trabalhar com jogos dos livros didáticos, pois acho chato para os alunos. Em um jogo, o aluno não pode pensar que está apenas fazendo um exercício de Matemática. Temos que unir o exercício à brincadeira. Esse jogo se destaca por isso. Tem jogos nos livros que eu não gosto. Mas desse eu gostei.*

Pesquisador: *Você utilizaria esse jogo novamente?*

Luzia: *Com toda certeza, ele está na minha lista.*

Sobre a instrumentalização, consideramos evidente o uso do jogo associado à intenção didática de avaliar e revisar: a resolução de equações do 1º Grau, equações equivalentes e temas como operações com números inteiros e fracionários, baseada no Conhecimento do Conteúdo e dos Alunos.

Pesquisador: *Você faria alguma mudança para utilizá-lo outra vez?*

Luzia: *Olhe, eu não faria. Eu penso muito que precisamos lançar os desafios para ver o nível de dificuldade da turma. Não posso propor somente aquilo que eu sei que a*

turma vai dar um bom retorno, porque aí eu não vou conseguir entender as dificuldades dos alunos, nem aquilo que eu vou precisar trabalhar para poder melhorar essas dificuldades. Eu não faria alteração nas equações, deixaria da mesma forma. Quanto às regras, só começar por resolver as equações das cartas vermelhas.

Pesquisador: *A aplicação do jogo ocorreu como você esperava?*

Luzia: *Foi dentro do esperado. Embora a gente não imagine que os alunos vão apresentar dificuldades tão gritantes. O jogo serviu para identificar e ajudá-los quanto aos diferentes níveis de dificuldades.*

Além da percepção de Luzia sobre a defasagem de aprendizagem dos alunos, consideramos que, diante da preocupação da professora, o Conhecimento do Horizonte do Conteúdo manifestou-se na instrumentalização do jogo: *Nesta volta às aulas, estou identificando a situação das turmas, revisando os conteúdos do 6º, 7º e 8º anos para não aprovar esses alunos com muito déficit ao Ensino Médio.*

Quanto à previsão de orquestrações instrumentais para outra possível utilização do jogo, Luzia ponderou que seria de acordo com a sequência de ensino. Ela poderia não iniciar a aula explicando o tema, uma vez que já tivesse feito isso em outra aula. Talvez, chamasse mais os alunos a responderem às questões no quadro branco. Dessa forma, compreendemos que o estudo sobre a reapropriação, isto é, a retomada do jogo eventualmente adaptado a novos usos pela professora, necessitaria de outros procedimentos e um período maior de acompanhamento de seu trabalho, pois a reapropriação implicaria, por exemplo, analisar a implementação da sequência de ensino sobre o tema, mais uma vez, com condições variadas (de contexto, de público, de recursos etc.).

O aspecto temporal da reapropriação de um dado recurso faz-se importante para identificarmos a evolução dos conhecimentos profissionais do utilizador do recurso; da inter-relação desse jogo com o seu sistema de recursos e a reverberação disso nas orquestrações instrumentais previstas e efetivas em sala de aula. Assim, não falamos de reapropriação durante a implementação de um recurso em sala de aula pelo professor, por exemplo, com outro grupo de alunos, se esta ocorre durante o mesmo período de experimentação da apropriação original.

Considerações finais

O modelo de apropriação de um novo recurso (Trgalová & Rousson) a princípio foi desenvolvido sobre um jogo digital “À la ferme”, à luz do Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (TPACK). No nosso caso, por se tratar de um jogo impresso em papel, tomamos como referência o Conhecimento Matemático para o Ensino (Ball, Thames e Phelps, 2008). Consideramos que, dependendo da natureza do recurso, podemos escolher os conhecimentos profissionais mais adequados à análise de sua apropriação. Vale destacar que o *Jogo das Equações Equivalentes* foi escolhido pela própria professora.

Como dissemos na introdução, este trabalho está em andamento. Assim, estamos no processo de análise da apropriação do *Jogo das Equações Equivalentes* por parte de outro professor. Presumimos que encontraremos diferenças e/ou certas semelhanças nos processos de instrumentação e instrumentalização, bem como nas orquestrações elaboradas pelo professor. Diante disso, consideramos essencial a identificação dos conhecimentos dos docentes e o mapeamento do sistema de recursos de cada professor, sobretudo para a análise da fase de pré-apropriação. Sobre essa fase, sublinhamos que gostaríamos de ter observado as aulas sobre o tema Equação do 1º Grau antes da aplicação do Jogo das Equações Equivalentes. Contudo isso se tornou inviável devido às medidas sanitárias de isolamento social imposto pela pandemia da Covid-19 no período da coleta de dados. Cremos que isso é importante, em futuras investigações, para melhor compreendermos a fase de apropriação original do recurso.

Ademais, esperamos que este trabalho possa suscitar outras investigações sobre a apropriação de recursos por professores de Matemática, em particular de jogos voltados para o ensino de temas específicos.

Referências

Araújo, A.J. (2009). *O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático*. Tese de doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

- Ball, D. L.; D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Batista, C. L. (2018). Os conceitos de apropriação: contribuições à Ciência da Informação. *Em Questão*, 24(2), 210-234.
- Brasil. Ministério da Educação. (2020). *Guia digital PNLD 2020*. Brasília. Recuperado de https://pnld.nees.ufal.br/assets-pnld/guias/Guia_pnld_2020_pnld2020-matematica.pdf.
- Brasileiro, A. M. M. (2011). A autoconfrontação simples aplicada à formação de docentes em situação de trabalho. *Scripta*, 15 (28), 205-224.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), 221-265.
- Dante, L. R. (2018). *Teláris*. Matemática. 7º ano. São Paulo: Ática.
- De Vaujany, F.-X. (2006). Pour une théorie de l'appropriation des outils de gestion: Vers un dépassement de l'opposition conception-usage. *Management and Avenir*, 9, 109-126.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 213-234.
- Gay, M. R.G. & Silva, W.R. (2018). *Araribá Mais Matemática*. 7º ano. São Paulo: Moderna.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique*, 2 (3), 7-33.
- Michaelis. (2021). Apropriação. In Dicionário brasileiro da língua portuguesa. São Paulo: Editora Melhoramentos. Recuperado de <https://michaelis.uol.com.br/busca?r=0&f=0&t=0&palavra=apropri%C3%A7%C3%A3o>
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris, Armand Colin.
- Recife. Secretaria Municipal de Educação. (2021). Plano de estudo. 9º ano. 2ª semana. Recuperado de http://educ.rec.br/escoladofuturoemcasa/wp-content/uploads/2021/03/0003421_Plano-de-Estudo-9o-ano_2a-semana-R01-MS-10-03.pdf.
- Rocha, K.M, Trouche, L. (2015). Da produção coletiva de livros didáticos digitais aos usos feitos por professores de matemática: o caso do grupo francês sésamath. *Em Teia Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 6 (3), 1-22.
- Roger, J-L. (2013). Metodologia e métodos de análise em clínica da atividade. *Cadernos de Psicologia Social do Trabalho*, 16, 111-120.
- Rousson, L. (2017). *Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs: le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle*. Université Claude Bernard Lyon 1, Lyon-France.
- Serfaty-Garzon, P. (2003). *L'Appropriation*. Dictionnaire critique de l'habitation et du logement. Paris: Armand Colin, 27-30.

- Trgalová, J., Rousson, L. (2017). Model of appropriation of a curricular resource: a case of a digital game for the teaching of enumeration skills in kindergarten. *ZDM Mathematics Education*, 49 (5), 769-784.
- Trouche, L., Gueudet G., Pepin B. & Aldon, G. (2020). *L'approche documentaire du didactique*. Recuperado de <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02512596/document>.
- Trouche, L. (2004). Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematics Learning*, 9, 281-307.