

**Unindo as peças de um quebra-cabeça: perspectivas dialéticas e a gênese documental na formação inicial de professores de Matemática**

**Joining the pieces of a puzzle: dialectical perspectives and the documentational genesis in the initial formation of Mathematics teachers**

**Uniendo las piezas de un rompecabezas: perspectivas dialécticas y génesis documental en la formación inicial de los profesores de Matemáticas**

Cibelle F.C de Assis<sup>1</sup>

Universidade Federal da Paraíba (UFPB – *Campus IV*)

<https://orcid.org/0000-0002-8014-0286>

Luc Trouche<sup>2</sup>

Institut français de l'éducation, Ecole normale supérieure de Lyon,

<https://orcid.org/0000-0001-5601-2930>

**Resumo**

Este artigo tem como objetivo ilustrar a gênese documental considerando uma situação real de planejamento e implementação de uma aula vivenciada por uma estudante de licenciatura em matemática na perspectiva das três dialéticas instrumentação/instrumentalização, recurso “mãe”/recurso “filho” e atividade produtiva/ atividade construtiva. A situação real a que nos referimos compôs um dos estudos analisados durante o estágio pós-doutoral da primeira autora na UFPE e na ENS/Ifé de Lyon, entre os anos de 2016 e 2018. Para a releitura dos dados, elencamos três questões norteadoras: no que a estudante se apoia em termos de recursos? Quais as razões das suas escolhas? Quais são as aprendizagens no processo formativo? Como referencial teórico e metodológico, nós apoiamos na Abordagem Documental do Didático. Na análise da dialética instrumentação e instrumentalização, tivemos respostas para as perguntas: no que a estudante se apoia em termos de recursos? Quais são as adaptações? e observamos os recursos utilizados a partir do documento tarefa. Também neste estudo identificamos os recursos “mãe” e “filho”. No estudo dessas duas dialéticas inferimos o nascimento de um

---

<sup>1</sup> [cibelle@dcx.ufpb.br](mailto:cibelle@dcx.ufpb.br)

<sup>2</sup> [luc.trouche@wanadoo.fr](mailto:luc.trouche@wanadoo.fr)

sistema de recursos da estudante construído para ensinar classificação de triângulos com o Geogebra. Na dialética atividade produtiva/atividade construtiva, tivemos respostas para as perguntas: quais as razões das suas escolhas? e quais foram as aprendizagens no processo formativo? quando analisamos os invariantes operatórios do esquema de criação de uma tarefa. O estudo das versões da tarefa foi essencial para identificarmos conhecimentos, crenças e aprendizagens da futura professora.

***Palavras-chave:*** Recurso, Documento, Gênese documental, Professores, Matemática.

### **Abstract**

This article aims to illustrate the documentational genesis considering a real situation of planning and implementation of a class experienced by a pre-service math teacher from the perspective of the three dialectic instrumentation/instrumentalization, “mother” resource/“child” resource and productive activity/constructive activity. The real situation referred to one of the studies analyzed during the post-doctoral internship of the first author at UFPE and at ENS/Ifé de Lyon, between 2016 and 2018. To reread the data, we listed three guiding questions: What does the student rely on in terms of resources? What are the reasons for her choices? What are the learnings in the formative process? As a theoretical and methodological framework, we rely on the Documentational Approach to Didactics. In the analysis of instrumentation and instrumentation dialectics, we had answers to the questions: what does the student rely on in terms of resources? What are the adaptations? and we look at the resources used from the task document. In this study we also identified the “mother” and “child” resources. In the study of these two dialectics, we infer the birth of a system of student resources built to teach triangle classification with Geogebra. In the productive activity/constructive activity dialectic, we had answers for the questions: what were the reasons for her choices? and what were the learnings in the formative process? when we analyzed the

operational invariants of the scheme for creating a task. The study of task versions was essential to identify knowledge, beliefs and learning of the prospective teacher.

**Keywords:** Resource, Document, Documentational genesis, Teachers, Mathematics.

### **Resumen**

Este artículo tiene como objetivo ilustrar la génesis documental considerando una situación real de planificación e implementación de una clase vivida por una estudiante de grado en matemáticas desde la perspectiva de las tres dialécticas instrumentación/instrumentalización, recurso “madre”/recurso “hijo” y actividad productiva actividad constructiva. La situación actual a la que nos referimos conforma uno de los estudios analizados durante la pasantía posdoctoral de la primera autora en la UFPE y en la ENS / Ifé de Lyon, entre 2016 y 2018. Para releer los datos, enumeramos tres preguntas orientadoras: ¿En qué confía la estudiante en términos de recursos? ¿Cuáles son las razones de sus elecciones? ¿Cuáles son los aprendizajes en el proceso formativo? Como marco teórico y metodológico, nos apoyamos en el Enfoque Documental de lo Didáctico. En el análisis de la instrumentación y la dialéctica de la instrumentación, tuvimos respuestas a las preguntas: ¿en qué se basa la alumna en términos de recursos? ¿Cuáles son las adaptaciones? y miramos los recursos utilizados en el documento de la tarea. También en este estudio identificamos los recursos "madre" e "hijo". En el estudio de estas dos dialécticas inferimos el nacimiento de un sistema de recursos estudiantiles construido para enseñar la clasificación triangular con Geogebra. En la dialéctica actividad productiva/actividad constructiva, tuvimos respuestas a las preguntas: ¿cuáles fueron los motivos de sus elecciones? y ¿Cuáles fueron los aprendizajes en el proceso formativo? cuando analizamos las invariantes operativas del esquema de creación de tareas. El estudio de versiones de tareas fue fundamental para identificar conocimientos, creencias y aprendiendo.

**Palabras clave :** Recurso, Documento, Génesis documental, Profesores, Matemáticas

## Résumé

Cet article vise à illustrer la genèse documentaire en considérant une situation réelle de planification et de mise en œuvre d'une leçon vécue par un étudiant de premier cycle en mathématiques du point de vue des trois dialectiques instrumentation/instrumentalisation, ressource " mère " /ressource " fils " et activité productive/activité constructive. La situation réelle à laquelle nous faisons référence a composé l'une des études analysées lors du stage post-doctoral du premier auteur à l'UFPE et à l'ENS/Ifé de Lyon, entre les années 2016 et 2018. Pour relire les données, nous avons listé trois questions directrices : sur quoi l'élève s'appuie-t-il en termes de ressources ? Quelles sont les raisons de ses choix ? Quels sont les enseignements tirés du processus formatif ? Comme référence théorique et méthodologique, nous nous appuyons sur l'approche documentaire de la didactique. Dans l'analyse de la dialectique instrumentation et instrumentalisation, nous avons eu des réponses aux questions : sur quoi l'élève s'appuie-t-il en termes de ressources ? Quelles sont les adaptations ? et nous avons observé les ressources utilisées à partir du document de travail. Dans cette étude, nous avons également identifié les ressources "mère" et "fils". Dans l'étude de ces deux dialectiques nous inférons la naissance d'un système de ressources de l'élève construit pour enseigner la classification des triangles avec Geogebra. Dans la dialectique activité productive/activité constructive, nous avons eu des réponses aux questions : quelles étaient les raisons de ses choix ? et quels étaient les apprentissages dans le processus formatif ? lorsque nous avons analysé les invariants opératoires du schéma de création de la tâche. L'étude des versions de la tâche était essentielle pour identifier les connaissances, les croyances et l'apprentissage du futur enseignant.

**Mots clés :** Ressource, Document, Genèse documentaire, Enseignants, Mathématiques.

## **Unindo as peças de um quebra-cabeça: perspectivas dialéticas e a gênese documental na formação inicial de professores de Matemática**

Este artigo é um registro da discussão trazida no seminário intitulado "Questões gerais da gênese documental, a noção de esquema" apresentado pelos autores, no contexto do projeto PIPRINT<sup>3</sup> em torno da Abordagem Documental do Didático – ADD. O Projeto compreende um conjunto de 10 seminários com o objetivo de promover discussões sobre a ADD, uma vez que ela tem sido utilizada como perspectiva teórica de várias pesquisas de pós graduação no Brasil, não apenas na PUC - SP, mas também em programas de outras instituições como a UEPB, UFPB, UFPE, UFRPE, UFMS entre outras. Na dinâmica dos seminários, os participantes são convidados a ler, antes de cada sessão, um texto de referência para, a partir dele, apresentar questões teóricas ou metodológicas introdutórias à apresentação.

No seminário de que falamos, discutimos de forma introdutória a gênese documental a partir de elementos centrais como os conceitos de recurso, documento, sistemas de recursos e esquemas porém na perspectiva das dialéticas instrumentação/instrumentalização, recurso “mãe”/ recurso “filho” e atividade produtiva/ atividade construtiva.

O texto indicado para leitura foi "Do Trabalho documental dos professores: gênese, coletivos, comunidade. O caso da matemática" de autoria de Gueudet e Trouche (2016), traduzido do francês por Katiane Rocha. Na Tabela 1, podemos ler as questões levantadas por alguns dos participantes e as respostas apresentadas por Luc Trouche. Claro que se trata de respostas parciais, pois foram os próprios seminários que possibilitaram, ao longo do ano, considerar tais questões.

---

<sup>3</sup> Projeto PIPRINT – PG 9302/2020 ocorreu na PUC-SP, durante o ano de 2021, coordenado por Sonia Iglori com a colaboração de Luc Trouche.

Tabela 1.

*Perguntas e respostas associadas ao seminário 1*

<p><b>Pergunta 1:</b> Ao pontuar as diferenças entre uma Abordagem Documental do Didático (ADD) e uma Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Brousseau no que diz respeito a formação do professor, o texto informa que “ambas as approachagens são uma análise cognitiva do professor”. No entanto, observamos que no caso da ADD essa análise é feita em termos dos esquemas profissionais enquanto na TSD se fala em conhecimento do professor. Em que os esquemas profissionais se diferenciam do conhecimento dos professores?</p> <p><b>Resposta:</b> O estudo do conhecimento dos professores requer a escolha de uma modelagem específica. Existem diferentes modelos possíveis: conhecimento dos professores (Brousseau-Margolinas), PCKs (Schulman), praxeologias (Chevallard-Chaachoua), esquemas (Vergnaud)... Diferentes modelos que não podem ser comparados termo a termo (por exemplo, difícil comparar um esquema e uma técnica ...). Diferentes estruturas de análise...</p>
<p><b>Pergunta 2:</b> Venho pesquisando sobre o sistema de recursos, e estou com dificuldade em diferenciar o sistema de recursos e o sistema de documentos. Queria saber se o senhor poderia descrever as principais diferenças entre eles. Minhas principais questões estão atreladas ao fato de os esquemas de utilização dos professores ditarem as organizações de ambos os sistemas.</p> <p><b>Resposta:</b> <i>Dentro de uma classe de situações</i> (por exemplo, ensinando um determinado tópico): os recursos filhos mobilizados + um esquema de uso = um documento (entidade híbrida). <i>No âmbito da atividade total do professor:</i> o sistema de recursos + os esquemas de uso = o sistema documental. Trata-se de uma modelagem construída para desenvolver análises da atividade docente</p>
<p><b>Pergunta 3:</b> Tendo em vista que determinar os esquemas profissionais de professores é uma tarefa complexa para um pesquisador, acredito que a análise desses esquemas também é uma tarefa complexa. Prezado professor, por favor: até que ponto o pesquisador pode inferir na prática do professor, a fim de evitar qualquer interferência nessa prática, e garantir a cientificidade das observações e dos dados coletados?</p> <p><b>Pergunta 4 :</b>No trabalho documental da comunidade, como analisar os diferentes processos de cooperação e colaboração?</p> <p><b>Pergunta 5:</b>Como analisar as influências institucionais no trabalho documental do professor? E se o trabalho for coletivo com um grupo de professores de diferentes instituições?</p> <p><b>Pergunta 6:</b>Venho pesquisando sobre cenários de aprendizagem com o uso de um jogo educacional de matemática (funções matemáticas). Como o processo de documentação do professor, no contexto de brainstorming, pode auxiliar na documentação da construção desses cenários.</p> <p><b>Resposta:</b> Importantes questões de metodologia que estudaremos em um seminário posterior</p>

Uma análise dessas questões nos permitiu identificar que as principais dúvidas dos participantes são relativas aos conceitos de recurso e documento (diferenciação e sistemas), aos esquemas e suas componentes (notadamente os invariantes operatórios que contemplam

os conhecimentos dos professores) e a questões de metodologia em torno do trabalho documental (possíveis influências como o trabalho no coletivo, na instituição e a interação com o pesquisador no desenvolvimento da pesquisa). Retomamos algumas dessas questões mais adiante nesse texto. As temáticas relativas aos esquemas e à metodologia para levantamento de dados foram aprofundadas nos seminários posteriores<sup>4</sup>.

A proposta deste artigo é ilustrar a gênese documental considerando uma situação real de planejamento e implementação de uma aula vivenciada por uma estudante de Licenciatura em Matemática na perspectiva das três dialéticas instrumentação/instrumentalização, recurso “mãe”/recurso “filho” e atividade produtiva/ atividade construtiva.

A situação real a que nos referimos compôs um dos estudos de caso analisado durante o estágio pós-doutoral da primeira autora na UFPE e na ENS/Ifé de Lyon, entre os anos de 2016 e 2018<sup>5</sup>. O estudo considerou a formação do sistema de recursos para ensinar de estudantes da Licenciatura em Matemática, o que nos levou a uma definição própria de metamorfose dos sistemas de recursos. Detalhes dessa pesquisa podem ser encontrados nas publicações Assis et al (2019), Alves & Assis (2018) e Trgalová et al (2019).

Este artigo está organizado em 4 seções: 1) Abordagem Documental do Didático: dialéticas essenciais; 2) Gênese documental: ideias gerais; 3) Uma interpretação da gênese documental a partir das dialéticas: unindo as peças de um quebra-cabeça e 4) Considerações finais. Na primeira seção são apresentadas as dialéticas que caracterizam a gênese documental. Na segunda seção, a ideia de gênese documental é aprofundada a partir da noção de esquema de Vergnaud (1998). Na seção seguinte, um estudo de caso ilustra a gênese documental tomando como referência uma situação real de produção de um documento por uma estudante da Licenciatura em Matemática, sob a perspectiva das dialéticas. Por fim, na última seção,

---

<sup>4</sup> Seminário 3 - *A noção de esquema* apresentado por Maria José Ferreira da Silva e Luc Trouche e Seminário 4 - *Metodologia da Investigação Reflexiva* com Verônica Gitirana e Luc Trouche.

<sup>5</sup> Estágio Pós Doutoral na UFPE-Brasil com parceria na ENS/Lyon – França financiado pela CAPES/PNPD.

apresentamos nossas conclusões e reflexões finais considerando ainda algumas das questões trazidas pelos participantes do seminário levantadas a partir do texto de referência.

### **Abordagem Documental do didático: dialéticas essenciais**

A abordagem documental do didático (Trouche et al., 2020) propõe uma modelagem do trabalho dos professores a partir de suas interações com os recursos de seu ensino. Este modelo é baseado em três dialéticas essenciais. Entendemos por dialética uma relação que se desenvolve de forma descontínua, por oposição ou confronto e que permite chegar a um termo superior (organização, pensamento ...). Dialética vem da palavra grega *dialegesthai*: "conversar".

A primeira dialética considera a relação entre os professores e os recursos de seu ensino. É claro que é uma escolha epistemológica considerar o trabalho do professor a partir dessa relação fundamental. Obviamente, esta relação não é uma relação abstrata pois desenvolve-se numa dada instituição, para enfrentar uma dada tarefa docente, em interação com outros atores: alunos, mas também os professores, os pais etc. Podemos descrever essa dialética em termos de instrumentação e instrumentalização.

- Instrumentação é o processo pelo qual os recursos influenciam o professor, sua atividade, seu ensino e seu conhecimento;
- Instrumentalização é o processo pelo qual o professor transforma recursos: qualquer processo de adoção de recursos é um processo de adaptação desses recursos.

Um professor é instrumentado por recursos e instrumentaliza esses recursos. Devemos considerar esses dois processos como sobrepostos. Para entender bem esses conceitos, como acontece com qualquer conceito, é preciso relacioná-los a situações da vida real: você pode imaginar como um novo recurso o levou a mudar a maneira de ensinar algo? E como você ajustou esse novo recurso?

A segunda dialética se desenvolve entre todos os recursos disponíveis que o professor vai “tomar emprestado” para o ensino (os recursos mãe) e os recursos que resultam de sua adaptação (os recursos filhos), como mostra a Figura 1. Esses recursos filhos serão acumulados, organizados, estruturados, para constituir o sistema de recursos do professor que é constantemente revisado, reutilizado, enriquecido e reestruturado.

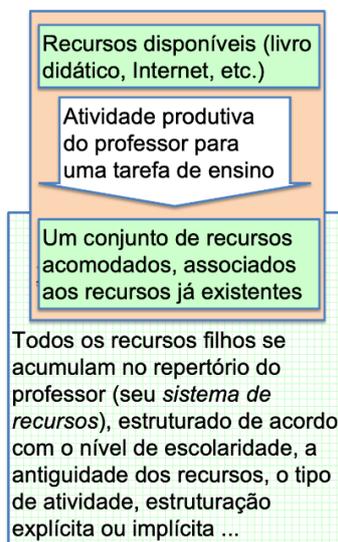


Figura 1.  
*De recursos mãe a recursos filhos*

A terceira dialética diz respeito à relação entre atividade produtiva (o professor produz recursos para o ensino) e atividade construtiva (o professor desenvolve novos conhecimentos) como mostra a Figura 2. Na abordagem documental do didático, é a noção de documento que permite descrever essa dialética. Um bom exercício é tentar descrever um de seus documentos, por exemplo, para ensinar um determinado tópico. Que recursos você mobiliza? Quais objetivos, quais regras de ação, quais invariantes operacionais, quais inferências? Seria um esquema de uso de produção do documento?

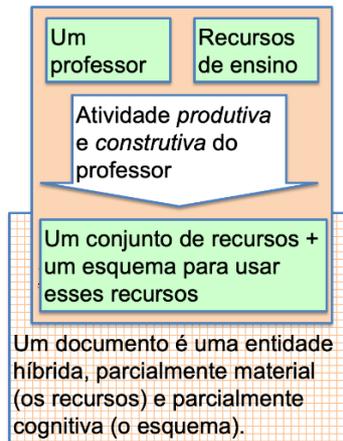


Figura 2.  
*Dos recursos a um documento*

### Gênese Documental: ideias gerais

Para apreender plenamente essas dialéticas, devemos situá-las dentro de uma construção, denominada gênese documental (Figura 3). A gênese do documento é um desenvolvimento contínuo que, a partir das interações dos professores com um conjunto de recursos, com objetivo de ensino, dá origem a um documento.

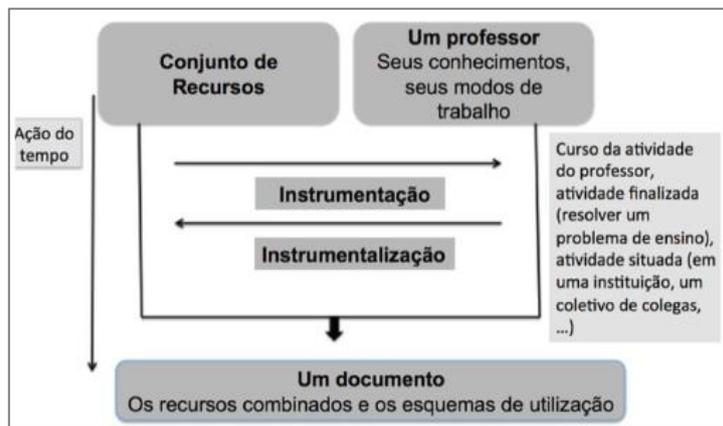


Figura 3.  
*Uma representação de uma gênese documental (Gueudet & Trouche, 2016, p.206)*

A noção de esquema na ADD deve-se a noção de Gérard Vergnaud (1998). Gueudet e Trouche (2016) representam o processo de produção de um documento pela estrutura: *documento = recurso + esquemas de utilização*. O termo “utilização” no “esquema de utilização” deve ser entendido em sentido amplo como toda a ação didática do professor, desde a seleção dos recursos até sua adaptação, sua estruturação, sua implementação na sala de aula, sua revisão a *posteriori*, entre outras atividades.

### **Situação real de gênese documental: o caso de uma futura professora de Matemática**

Nesta seção ilustramos a gênese documental a partir de uma situação real: uma estudante da Licenciatura em Matemática no último ano do curso deve produzir e implementar, pela primeira vez, uma aula sobre classificação de triângulos em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental usando o Geogebra. A partir desta situação questionamos: no que a estudante se apoia em termos de recursos? Quais as razões das suas escolhas? Quais são as aprendizagens no processo formativo?

A preparação e a implementação de uma aula sobre uma temática nunca abordada e/ou com um recurso novo são situações comuns nos últimos anos da formação dos licenciandos. Tais situações podem ocorrer mediante a exigência de alguma unidade curricular ou da rotina de algum projeto institucional (ensino, extensão ou pesquisa), nos estágios supervisionados ou mesmo como proposta de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC. Situação parecida também ocorre com professores iniciantes ou mesmo experientes frente aos desafios de uma mudança de currículo, adoção na escola de um novo livro didático, ou uso de recursos tecnológicos nunca utilizados.

Situações como estas podem ser interpretadas sob a luz da ADD. No nosso estudo em particular, a ADD nos interessa por possibilitar uma interpretação do processo de desenvolvimento profissional da estudante através do estudo da gênese documental numa situação de formação. De um lado, buscamos compreender como ocorre a construção de um documento e, de outro, o que esse mesmo documento revela sobre a estudante em seu processo formativo. Nesta seção apresentamos a pesquisa tomada como referência deste artigo, seu contexto, a metodologia empregada, os recursos utilizados e o documento produzido pela estudante.

## **Uma breve apresentação da pesquisa e algumas considerações metodológicas**

Neste artigo utilizamos parte dos dados e resultados de uma pesquisa onde acompanhamos uma estudante da Licenciatura em Matemática durante o processo de elaboração do seu trabalho de conclusão de curso - TCC (Alves, 2016). A aluna discutiu possibilidades de uma proposta de ensino com geometria dinâmica para o estudo da classificação de triângulos (lados e ângulos) em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Guarabira no Estado da Paraíba.

O acompanhamento do trabalho documental realizado pela estudante ocorreu entre os meses de março e junho de 2016. Durante este período a primeira autora deste artigo foi orientadora do seu TCC. Acompanhamos todo o processo de elaboração da proposta da aula até a sua implementação em sala. A intervenção na sala foi registrada por áudio e vídeo. Consideramos a proposta como um documento produzido por ela. Chamaremos esse documento de tarefa sobre classificação de triângulos ou, simplesmente, tarefa.

Adotamos como metodologia para estudar o trabalho de documentação a Investigação Reflexiva<sup>6</sup> (Trouche et al., 2020). Assim, buscamos coletar informações através dos cinco princípios: acompanhamento de longo prazo do trabalho da estudante; acompanhamento em sala e fora da sala de aula; ampla coleta de recursos materiais e acompanhamento reflexivo. Este último princípio indica que a estudante participou da coleta de dados e contribuiu para a análise de seu próprio trabalho documental.

Também construímos com a colaboração da estudante uma Trajetória Documental<sup>7</sup> inferida (Rocha & Trouche, 2017) contemplando eventos marcantes da sua formação e recursos associados. Para Rocha e Trouche (2017), traçar a Trajetória Documental de um professor é uma maneira de analisar em que momento que recursos foram criados e usados ao longo do

---

<sup>6</sup> O Seminário 4 com Veronica Gitirana e Luc Trouche trouxe aprofundamentos do conceito de Investigação Reflexiva.

<sup>7</sup> O Seminário 7 com Katiane Rocha e Luc Trouche trouxe aprofundamentos desse conceito de Trajetória Documental do professor.

tempo, mas, principalmente, uma maneira de analisar o desenvolvimento profissional a partir dos seus recursos. Para o desenho e análise da trajetória documental utilizamos entrevistas e o acompanhamento da preparação da aula, a observação do desenvolvimento da tarefa em sala de aula, além da leitura sistemática e análise do seu TCC. Em seu TCC, a estudante apresenta e justifica a tarefa sobre classificação de triângulos e discute os principais efeitos da implementação dela, do ponto de vista da aprendizagem dos alunos e de suas próprias percepções. Neste artigo trazemos a representação da trajetória documental inferida, o documento tarefa construído, passagens do TCC e de entrevistas realizadas.

### O documento tarefa sobre classificação de triângulos: nosso ponto de partida

Para a aula sobre classificação de triângulos, a estudante elaborou uma tarefa composta por três atividades. Essas atividades partiam de construções feitas no Geogebra que foram realizadas pelos alunos em sala de aula. Os alunos seguiam as orientações dos protocolos apresentados na tarefa. Com auxílio de um projetor de imagens, a estudante orientava os alunos na execução dessas construções.

Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Equilátero
	Construa um segmento AB.
	Construa dois círculos, um dado centro (A) e um de seus pontos (B) e outro dado centro (B) e ponto em (A).
	Crie o Ponto de Interseção entre as duas circunferências.
	Crie um Polígono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e mstra <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Algebra</i> desative as cônicas.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Equilátero.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Isósceles
	Construa um círculo dado centro (D) e um de seus pontos (E).
	Crie um ponto (F) sobre a circunferência.
	Crie um Polígono para destacar o Triângulo. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e mstra <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Na <i>Janela de Algebra</i> desative a cônica.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Isósceles.
Ferramenta	Protocolo de construção – Triângulo Escaleno
	Crie três Pontos: G, H, I sobre a <i>Janela de visualização</i> do geogebra.
	Construa duas <i>Mediatrizes</i> . Para isso, clique sobre o primeiro ponto e depois no segundo. Clique no primeiro ponto e depois no terceiro.
	Crie o <i>Ponto de Interseção (J)</i> das retas criadas anteriormente.
	Construa um círculo dado centro sobre o ponto de interseção (J) e o primeiro ponto (G).
	Crie um Polígono. Selecione todos os vértices e clique novamente no vértice inicial.
	Na <i>Janela de Algebra</i> desative a cônica e as retas mediatrizes.
	Clique sobre um dos segmentos, depois em <i>Propriedades</i> e mstra <i>Nome e Valor</i> dos segmentos.
	Clique na função <i>Texto</i> e digite o nome do Triângulo. Triângulo Escaleno.

Figura 4.  
Triângulos obtidos a partir dos protocolos

Foram elaborados três protocolos diferentes, de modo que fosse possível obter 3 famílias de triângulos, respectivamente do tipo equilátero, isósceles e escaleno (Figura 4).

O enunciado geral da Atividade 1 era: “A professora de Jair classificou os triângulos em relação aos seus lados em Equilátero, Isósceles e Escaleno. Construa cada um no Geogebra conforme os *Protocolos de construções* a seguir e, posteriormente, responda as questões”. As questões do enunciado se referem aos itens de a) a d). Nessa atividade era esperado que os alunos registrassem suas respostas nos espaços em branco e desenhassem figuras de triângulos correspondentes àquelas encontradas por eles (itens a e b); escrevessem simbolicamente a relação entre os lados (item c); obtivessem uma definição própria para os triângulos equilátero, isósceles e escaleno (item d) sendo possível a comparação entre elas (Figura 5).

a. Movimente os vértices dos Triângulos construídos e encontre três triângulos do tipo Equilátero, do tipo Isósceles e do tipo Escaleno. Escreva nas tabelas abaixo as medidas dos lados encontradas.

Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Equilátero						
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Isósceles						
Triângulo	Medidas dos lados			Desenho a mão livre		
Escaleno						

b. Na realização da atividade anterior o que você observou quanto às medidas dos lados dos Triângulos?

Equilátero: \_\_\_\_\_

Isósceles: \_\_\_\_\_

Escaleno: \_\_\_\_\_

c. Escreva simbolicamente a relação entre os lados de cada triângulo, conforme sua classificação.

Equilátero: \_\_\_\_\_

Isósceles: \_\_\_\_\_

Escaleno: \_\_\_\_\_

d. Defina com suas palavras cada um dos Triângulos:

Equilátero: \_\_\_\_\_

Isósceles: \_\_\_\_\_

Escaleno: \_\_\_\_\_

Figura 5.

*Atividade 1 (Alves, 2016, p.55)*

Na continuidade, as Atividade 2 e 3 foram propostas da seguinte forma (Figura 6):

2. A professora de Jair também classificou os Triângulos conforme seus ângulos. Observe na tabela abaixo.

Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
Todos os ângulos internos são menores que $90^\circ$	Um de seus ângulos internos é maior que $90^\circ$	Um de seus ângulos internos é igual a $90^\circ$

- a. Utilize a ferramenta *Ângulo*  para encontrar os ângulos internos dos Triângulos. Observe que para encontrar o ângulo desejado deve clicar nos pontos no sentido anti-horário em relação ao ponto do meio. Renomeie cada ângulo encontrado para  $\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\gamma$  (gama).
- b. Movimente os vértices dos triângulos construídos e encontre cada um dos triângulos classificados acima conforme os ângulos acima. Esboce o desenho, as medidas dos lados e as dos ângulos.
- c. Na atividade anterior foi possível encontrar todos os triângulos classificados conforme os ângulos (Acutângulo, Obtusângulo ou Retângulo)?
- d. Escreva simbolicamente quando um triângulo é:  
**Acutângulo:** \_\_\_\_\_  
**Obtusângulo:** \_\_\_\_\_  
**Retângulo:** \_\_\_\_\_

3. Movimentando os Triângulos encontre quando for possível:

Triângulos		Medida dos lados			Medida dos ângulos			Foi possível?
Equilátero	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Isósceles	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							
Escaleno	Acutângulo							
	Obtusângulo							
	Retângulo							

- a. Ao mover o Triângulo equilátero o que você observa em relação aos seus ângulos? Você sabe explicar por que isso ocorre?
- b. Ao mover o Triângulo Isósceles, o que você observa em relação aos seus ângulos?
- c. No caso de um Triângulo Isósceles Retângulo, quais são necessariamente os valores dos ângulos? Explique.

Figura 6.

*Atividades 2 e 3 (Alves, 2016, p.56)*

As questões da Atividade 2 orientam os alunos para calcular e renomear os ângulos internos (item a); movimentar os vértices dos triângulos para encontrar, se possível, exemplos de triângulos acutângulo, obtusângulo e retângulo, além de esboçar desenhos desses triângulos, (itens b e c); descrever simbolicamente a definição de cada triângulo classificado conforme os ângulos internos. A Atividade 3 propôs aos alunos mover os vértices dos triângulos das três construções e procurar todas as combinações possíveis das duas classificações,

simultaneamente, registrando os valores obtidos na tabela proposta no roteiro de atividades. Além disso, mover os triângulos no Geogebra para descobrir que em um triângulo equilátero têm-se três ângulos iguais valendo  $60^\circ$  (item a); que em um triângulo isósceles têm-se dois ângulos iguais (item b) e que em um triângulo isósceles retângulo tem-se necessariamente dois ângulos valendo  $45^\circ$  (item c).

### Recursos para a tarefa classificação dos triângulos: o livro didático da escola

A elaboração da tarefa teve início a partir do livro didático *Projeto Araribá Matemática* da Editora Moderna publicado em 2010, adotado na escola. A versão utilizada foi o Guia do professor que continha, além das respostas aos itens escritas em vermelho, algumas orientações didáticas de uso exclusivo do professor. Esse livro era um recurso desconhecido da estudante.

Para a elaboração da sua proposta ela escolheu dois exercícios (Figuras 7 e 8). A figura 6 apresenta o exercício 2 (p.71). O objetivo deste exercício é de introduzir a classificação dos triângulos por meio da observação do registro simbólico associado ao modelo geométrico de triângulo.

**2** A professora de Jair classificou os triângulos conforme este esquema. Observe como ela fez e, depois, responda às questões em seu caderno.

		Triângulos			Ângulos	
		Lados				
ILUSTRAÇÃO: ANDRÉ LACERDA	Equilátero	Isósceles	Escaleno	Acutângulo	Obtusângulo	Retângulo
	$a = b = c$	$a = b$	$a \neq b, b \neq c, c \neq a$	$\alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ, \gamma < 90^\circ$	$\beta > 90^\circ$	$\alpha = 90^\circ$
	a) De acordo com o esquema, como os triângulos podem ser classificados considerando-se:	2. b) Triângulo equilátero é aquele que tem as medidas de seus lados iguais.				
	• a medida dos lados? equilátero, isósceles e escaleno	c) Um triângulo é isósceles quando as medidas de dois lados não iguais; um triângulo é escaleno quando não tem lados de mesma medida.				
	• a medida dos ângulos? acutângulo, obtusângulo e retângulo	d) Um triângulo é acutângulo quando os três ângulos internos				
b) Como podemos explicar o que é um triângulo equilátero?	e) O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?					
c) Como você define o triângulo isósceles? E o triângulo escaleno?						
d) Quando um triângulo é acutângulo?						
e) O que é preciso para que um triângulo seja obtusângulo? E retângulo?						

Figura 7.

Exercício 2 do livro didático (*Projeto Araribá Matemática*, 2010, p.71)

A classificação é apresentada na forma de um quadro que contém, para cada tipo de triângulo separado pela classificação quanto aos lados e ângulos, um modelo geométrico e uma representação simbólica. A ideia é que os alunos identifiquem as propriedades que caracterizam os triângulos, a partir das informações do quadro, e que ao responderem as perguntas (itens de a-e), sejam capazes de descrever, explicar e definir os triângulos em questão.

O outro exercício utilizado do livro foi o exercício 1 (p. 72) cujo objetivo é a classificação de seis triângulos (itens de a-f) utilizando instrumentos de medidas de acordo com os lados (usando réguas) e ângulos (usando transferidor) (Figura 8).

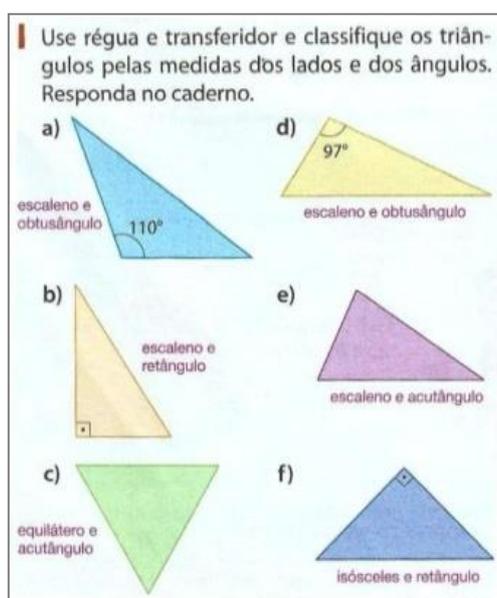


Figura 8.

*Exercício 1 do livro didático (Projeto Araribá Matemática, 2010, p.71)*

Observamos que os triângulos do exercício tinham a seguinte classificação: 4 triângulos escaleno, 1 isósceles e 1 equilátero. Entre estes, 2 triângulos do tipo obtusângulo, 2 retângulos e 2 acutângulos. Entre os triângulos, 4 exibiam ou indicavam as medidas de um de seus ângulos, não havendo a necessidade de mensurá-los para seguir com a classificação.

### Recursos para a tarefa classificação dos triângulos: referências sobre geometria dinâmica

Um outro grupo de recursos utilizado na proposta da estudante foram referências bibliográficas sobre geometria dinâmica. Entre essas referências estão os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb/Prova Brasil e

de alguns artigos científicos. Essas referências foram identificadas no TCC produzido pela estudante.

Sobre a construção de exemplos no Geogebra e a movimentação de tais construções pelos alunos, destacamos as seguintes passagens do TCC (Alves, 2016) que fazem referência a ideia de *descoberta pelos alunos das propriedades dos triângulos através de uma variedade de exemplos* apontadas nos textos citados por ela:

[...] no terceiro ciclo “as atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras.” (BRASIL, 1998, p. 68). No quarto ciclo, os PCN (1998) apontam que a Matemática deve a partir da Geometria e explorar casos de aprendizagem onde os alunos sejam estimulados a “produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança” (BRASIL, 1998, p. 82), casos esses que podem ser trabalhados com ênfase no estudo dos Triângulos. (Alves, 2016, p.24)

Para o estudo dos triângulos, a Matriz de Referência de Matemática do Saeb/Prova Brasil (2011) aponta no Descritor 3 como um dos objetivos a ser contemplado neste nível escolar “Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos.” (BRASIL, 2011, p. 152) e complementa que com ele pretende-se avaliar “a habilidade de o aluno reconhecer as propriedades de triângulos e aplicá-las utilizando-se da comparação”. (Alves, 2016, p.26,)

Para melhor desenvolver essa habilidade o PDE- Saeb/Prova Brasil (2011) destaca a importância de: [...] atividades dirigidas para serem executadas em grupo nas quais os alunos construam vários tipos de triângulos, façam medidas e discutam suas propriedades. As conclusões devem ser discutidas com todos e as propriedades constatadas devem ser sistematizadas e enfatizadas pelo professor. (BRASIL, 2011, p. 158). (Alves, 2016, p.27)

Em relação à geometria dinâmica, a licencianda destaca que geometria dinâmica se opõe à geometria tradicional e que sua aplicação possibilita a obtenção de uma variedade de exemplos que, seguindo os princípios da geometria dinâmica, mantém as propriedades invariantes do objeto matemático ao movê-lo. As citações a seguir ilustram essa perspectiva expressa em seu TCC:

Segundo Nascimento (2012) o termo “Dinâmico” utilizado em Geometria Dinâmica: [...] pode ser bem mais entendido como oposição à estrutura “estática” das construções da geometria tradicional. E o termo “Interativo” é que, após o aluno realizar uma construção, ele pode alterar as posições dos objetos iniciais e o programa redesenha a construção, preservando as propriedades originais. (NASCIMENTO, 2012, p. 38). (Alves, 2016, p.30)

Por sua característica principal de poder modificar objetos em estudo sem alterar a construção dos mesmos, pode-se dizer: [...] que a GDI é uma geometria do tipo: uma construção por N testes, enquanto a tradicional TRCE é do tipo uma construção por um teste, desta forma torna um laboratório dentro do computador, onde possibilita, a partir de uma

única construção, efetuar um número arbitrário de testes, o que seria praticamente impossível com a TRCE. (NASCIMENTO, 2012, p. 129). (Alves, 2016, p.30)

Silva e Penteado (2009) definem softwares de Geometria Dinâmica como aqueles que possibilitam a construção e o manuseio de objetos geométricos no computador, e acrescentam que: [...]o que diferencia um software de Geometria Dinâmica dos demais é a possibilidade de “arrastar” a figura construída utilizando o mouse. Esse procedimento permite a transformação da figura em tempo real. (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 4). (Alves, 2016, p.31,)

Os programas construídos dentro dos princípios da Geometria Dinâmica, para Gravina, (1996) se caracterizam por serem ferramentas de construção de desenhos de objetos e configurações geométricas feitas a partir das propriedades que os definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema. (GRAVINA, 1996, p. 7). (Alves, 2016, p.31)

As leituras desses textos pela estudante ocorreram durante a elaboração do TCC e antecederam a fase de construção da tarefa.

### Recursos para a tarefa classificação dos triângulos: o Geogebra

O software Geogebra foi um recurso importante na formação da estudante. De fato, analisando a sua trajetória documental observamos a presença desse recurso em vários eventos da formação da estudante (Figura 9). Esses eventos foram disciplinas de Matemática onde ela usou o Geogebra para estudar e outros eventos foram projetos de ensino onde o Geogebra era usado por alunos da Educação Básica sob sua orientação.

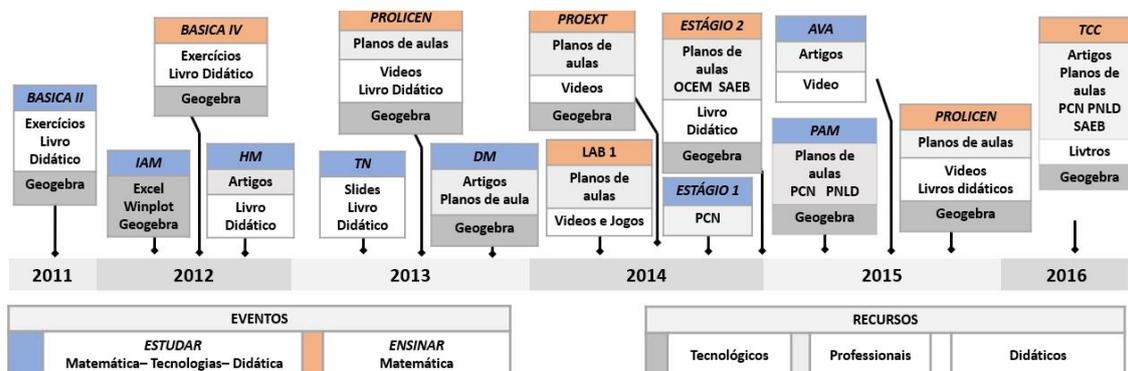


Figura 9. Representação inferida para a trajetória documental

Na tarefa sobre classificação de triângulos, o Geogebra foi utilizado pela estudante como recurso para o ensino. Ele possibilitou a criação e exploração dos triângulos. Ao mover os vértices, observava-se simultaneamente o que ocorria com as medidas dos lados e dos ângulos em cada família de triângulos. Essa possibilidade permitiu a estudante criar atividades com foco na representação geométrica dos triângulos, incluindo os casos não prototípicos; na caracterização dos triângulos por meio das medidas dos lados e dos ângulos, e por meio da linguagem materna.

O protocolo apresentado na tarefa sugeria três procedimentos diferentes de construção, variando o tipo de triângulo. A figura 10 é o resultado dos procedimentos apresentados no protocolo da Figura 4.

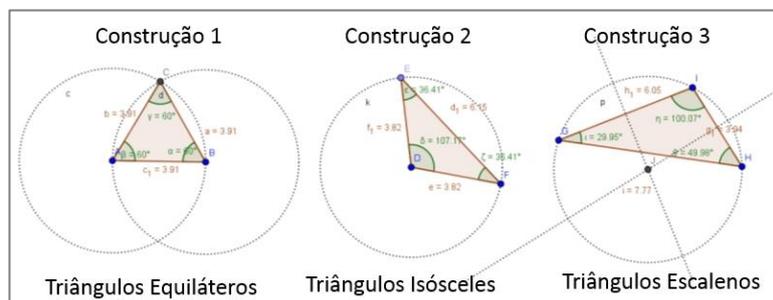


Figura 10.

*Circunferências e retas suporte para construção dos triângulos no Geogebra*

Na construção para triângulos equiláteros (construção 1 - Figura 10) usou-se uma ideia equivalente àquela que se faz no papel com régua e compasso. Ela permite obter uma variedade de triângulos equiláteros com medidas de lados e ângulos variáveis. No protocolo para triângulos isósceles (construção 2 - Figura 10), todos os triângulos obtidos têm em comum um de seus vértices como o centro da circunferência de suporte e os outros dois são pontos quaisquer da mesma. Por fim, para a obtenção de triângulos escalenos (construção 3 - Figura 10), estes são todos inscritos à uma circunferência. As circunferências e retas suportes para as construções foram ocultadas ao final do procedimento, restando apenas as figuras dos

triângulos como resultado. Os protocolos de construção foram criados a partir de recursos disponíveis na internet. A apresentação em forma de quadro contendo as indicações das ferramentas e de como utilizá-las era conhecida da estudante pois foi utilizada nos projetos do curso em que ela participou.

### **Uma interpretação da gênese documental a partir das dialéticas: unindo as peças de um quebra-cabeça**

Nesta seção voltamos ao objetivo do artigo de ilustrar a gênese documental considerando uma situação real e analisando-a a partir das três dialéticas instrumentação/instrumentalização, recurso “mãe”/ recurso “filho” e atividade produtiva/ atividade construtiva. Vamos unir os elementos teóricos da gênese documental trazidos na perspectiva das dialéticas com os elementos observados na situação real vivenciada pela estudante.

- **Dialética instrumentação/instrumentalização**

Na perspectiva da primeira dialética, consideramos inicialmente o recurso livro didático e, em seguida, o Geogebra. Na dimensão instrumentação, sentido recursos - estudante, o livro didático funcionou como material para estudo pessoal e também para o ensino sobre classificação de triângulos. O livro didático foi o recurso que norteou a estrutura da tarefa. No entanto, o pensar em sobre como ensinar fez a estudante refletir sobre possíveis dificuldades dos alunos com a abordagem do livro. Para a estudante, por exemplo, o estudo da classificação simultânea dos triângulos pelos lados e pelos ângulos, seria um obstáculo para a aprendizagem dos alunos, assim como a definição dos tipos de triângulos no quadro do exercício 1, também seria fonte de dificuldades. Ela cita, por exemplo, que para o caso do triângulo obtusângulo e retângulo, respectivamente, a utilização de  $\beta > 90^\circ$  e  $\alpha = 90$  pode levar os alunos a imaginar que só  $\beta$  e  $\alpha$  podem assumir esses valores, dentre os demais ângulos do triângulo.

Na instrumentalização, sentido estudante-recursos, emergem dessa relação as adaptações feitas nos exercícios do livro didático para compor as atividades da tarefa. De fato, as adaptações feitas no exercício 2 do livro foram duas: 1) as classificações dos triângulos pelos lados e ângulos foram trabalhadas separadas (a Atividade 1 abordou a classificação dos lados e a Atividade 2, a classificação dos ângulos; 2) os enunciados das Atividades 1 e 2 foram semelhantes ao da proposta do livro, mas com adaptações para a utilização do Geogebra, incluindo a possibilidade de obter exemplos diferentes daqueles do livro.

A relação estabelecida entre a estudante e o Geogebra também colaborou fundamentalmente na produção do documento em análise. Na instrumentação, sentido recursos-estudante, o uso do Geogebra influenciou na organização da tarefa, devendo esta ser um suporte para ela e para os alunos, na construção e obtenção dos exemplos, assim como na organização dos dados obtidos. Ainda neste sentido, o fato de obter uma variedade de exemplos de triângulos isósceles, escaleno ou equilátero, permitiu a estudante ampliar o seu entendimento das definições do livro, relativizando a posição e os valores de  $\beta$  e  $\alpha$  das figuras estáticas do livro.

Na instrumentalização, sentido estudante-recursos, observa-se que ela criou no Geogebra uma proposta que atendesse aos seus objetivos do seu ensino, utilizando-se de ferramentas que permitiram a identificação das características dos triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Com o Geogebra a estudante também contemplou no estudo dos triângulos exemplos que não foram apresentados nos exercícios do livro didático: triângulos isósceles acutângulo e obtusângulo, escaleno retângulo, além dos casos de triângulos equilátero e acutângulo, escaleno e retângulo, acutângulo e obtusângulo, e isósceles e retângulo.

- Dialética recurso “mãe” e recurso “filho”

Neste estudo particular, consideramos recursos “mãe” o livro didático, os protocolos de construções de triângulos, os textos de referência (artigos científicos e propostas curriculares

nacionais) e o Geogebra. Como temos mostrado, esses recursos foram mobilizados na gênese do documento. Por outro lado, como resultado de sua interação com esses mesmos recursos, observamos os recursos "filho". É o caso dos protocolos de construção criados por ela e apresentados aos alunos na tarefa com indicação das ferramentas e seu procedimento de utilização; das atividades da tarefa construídas a partir dos enunciados dos exercícios do livro didático e das orientações dos textos sobre geometria dinâmica e sobre ensino de geometria. No estudo dessa dialética inferimos também o nascimento de um sistema de recursos da estudante construído para ensinar classificação de triângulos com o Geogebra.

- Dialética atividade produtiva e construtiva

Na perspectiva dessa dialética, os recursos produzidos constituem a dimensão produtiva da gênese. No caso analisado, a tarefa sobre classificação de triângulos com o Geogebra e tudo que a integra, é considerada um produto da atividade da estudante na situação. Entretanto, é no processo de construção do documento onde observamos a estudante mobilizar conhecimentos. Parte desses conhecimentos foram inferidos considerando a dimensão cognitiva do documento, juntamente com um trabalho reflexivo da estudante sobre ele. Na ADD, essa análise ocorre de forma mais estruturada através do estudo da noção de esquema de Vergnaud.

Na pesquisa que realizamos, inferimos um esquema de uso do documento tarefa sobre classificação de triângulos ao analisarmos a utilização desse documento na aula pela estudante. (Assis, Gitirana & Trouche, 2019). Neste artigo, apresentamos um outro esquema, um esquema de produção de uma tarefa para a situação profissional de criar uma proposta de ensino sobre classificação de triângulos para alunos do 8o ano do Ensino Fundamental. Esse esquema foi identificado a partir da análise das versões anteriores da tarefa que resultaram na proposta final apresentada.

A análise das versões nos levou a inferir as seguintes regras de ação associadas ao esquema: 1) partir do estudo do livro didático; 2) construir atividades adaptadas do livro didático para serem explorados com o Geogebra acessíveis aos alunos; 3) construir atividades de exploração e descoberta através dos recursos do Geogebra; 4) elaborar uma tarefa que seja um roteiro para os alunos seguirem durante a aula; 5) a tarefa permita a organização e análise dos dados levantados.

Analisando os invariantes operatórios desse esquema inferimos alguns conhecimentos. Acreditamos que esses conhecimentos (e crenças) explicam as regras de ação apresentadas assim como a própria proposta. De fato, 1) o livro didático é considerado pela estudante o recurso mais importante do professor e do aluno. Além de apresentar o conteúdo matemático de forma estruturada, também tem sugestões de exercícios, problemas e atividades, portanto, um recurso para o planejamento das aulas; 2) Para a estudante, o ambiente Geogebra amplia as possibilidades de exemplos de triângulos, incluindo figuras não prototípicas, diferindo dos exemplos limitados do livro. Acredita ainda que a abordagem separada da classificação dos triângulos, considerando os lados e depois os ângulos, facilita a compreensão dos alunos; 3) Ela acredita que a aprendizagem deve passar pela construção, observação, registro e análise de exemplos que levem a compreensão pelo aluno do que caracteriza cada triângulo. 4) A tarefa deve ser também um roteiro para a organização das informações coletadas nessas explorações e 5) servir de suporte para análise das mesmas. Para ela é importante que haja um ajuste entre a linguagem e notação matemática expressas no livro e no Geogebra para não gerar obstáculos na aprendizagem dos alunos, foi por essa razão que ela modificou a definição dos triângulos do livro, utilizando uma outra sem uso de notação simbólica, apenas linguagem materna.

Em entrevista, sobre as mudanças nas versões, a estudante explicou que na primeira versão as construções geométricas eram rígidas e geraram três triângulos com medidas fixas, o que não era seu objetivo. As versões seguintes refinaram as construções do Geogebra. Os

protocolos das construções foram resultado de descobertas sobre as ferramentas e potencialidades do Geogebra que não faziam parte do seu sistema de recursos para ensinar. Entendemos que a passagem do ambiente estático, onde se localizam as figuras dos triângulos do livro, para o ambiente de geometria dinâmica alimentou o seu processo formativo. As descobertas foram além do saber construir. Elas se multiplicaram no processo de pensar sobre como ensinar. Nesta análise incluímos: a compreensão do próprio objeto matemático triângulo (isósceles, escaleno ou equilátero) nos diferentes recursos livro didático e Geogebra e seus registros geométrico e algébrico, e o planejamento e estruturação de uma tarefa exploratória (construção, observação, registro e análise de exemplos) com um uso da geometria dinâmica.

### **Considerações finais**

Neste artigo nos dedicamos a ilustrar o processo de gênese documental a partir de uma situação real. A situação escolhida foi vivenciada por uma estudante de Licenciatura em Matemática ao elaborar e implementar, pela primeira vez, uma aula sobre classificação de triângulos em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental usando o Geogebra. A partir desta situação questionamos: no que a estudante se apoia para criar essa aula? Quais são as razões das suas escolhas? Quais são as aprendizagens no processo formativo?

Essas perguntas foram esclarecidas no texto à medida que apresentamos o documento tarefa sobre classificação de triângulos (ponto de partida da investigação), os recursos utilizados e no que colaboraram para a elaboração da tarefa, as adaptações realizadas nos recursos e as razões das escolhas e, por fim, o que emergiu como conhecimento e novo aprendizado no processo de criação da tarefa.

Na análise da dialética instrumentação e instrumentalização, tivemos respostas para as perguntas: no que a estudante se apoia em termos de recursos? Quais são as adaptações? e observamos os recursos utilizados a partir do documento tarefa. Também neste estudo

identificamos os recursos “mãe” e “filho”. No estudo dessas duas dialéticas inferimos o nascimento de um sistema de recursos da estudante construído para ensinar classificação de triângulos com o Geogebra. Na dialética atividade produtiva/atividade construtiva, tivemos respostas para as perguntas: quais as razões das suas escolhas? e quais foram as aprendizagens no processo formativo? quando analisamos os invariantes operatórios do esquema de criação de uma tarefa. O estudo das versões da tarefa foi essencial para identificarmos conhecimentos, crenças e aprendizagens da futura professora.

Gostaríamos de finalizar este artigo retomando algumas das questões do quadro 1 levantadas pelos participantes do seminário com o mesmo objetivo inicial de ilustrar a gênese documental. A escolha das questões se deu pelo julgamento do que a pesquisa desenvolvida por nós poderia contribuir. Sobre a diferenciação entre sistema de recursos e o sistema de documentos (pergunta 2), entendemos que na pesquisa apresentada, estudamos o documento (tarefa) considerando uma situação particular (produzir uma aula sobre classificação de triângulos com o Geogebra). Esse estudo nos levou a inferir um sistema de recursos e um esquema de uso de produção do recurso. Não apresentamos a totalidade de recursos da estudante construídos para o ensino.

Sobre a interferência do pesquisador na prática do professor (pergunta 3), entendemos que a ADD sugere a observação do trabalho documental a fim de identificar o que “pertence” ao professor: seus recursos, seus conhecimentos, suas crenças, seus esquemas. Também entendemos que a ADD não exclui o contexto formativo, onde o pesquisador é também professor, orientador ou supervisor desse mesmo professor, como foi o caso da nossa pesquisa. A orientadora (primeiro autor do artigo) da estudante em seu TCC adotou uma postura de promover reflexões da estudante através de questionamentos, a partir do que ela produzia, sem interferir diretamente na proposta da tarefa com esquemas pessoais, por exemplo. Com essa metodologia foi possível identificar o que “pertencia” à estudante. Entretanto, no estudo da

trajetória documental observamos o quanto a orientadora estava “presente”, enquanto professora e orientadora de alguns projetos institucionais nos quais a estudante participou. Esse fato nos levou à reflexão de como os professores em formação inicial se apoiam nos recursos didáticos dos seus professores e, conseqüentemente, como é importante a perspectiva geral dos recursos nos cursos de Licenciatura, incluindo os recursos e seus usos pelos formadores.

Este estudo mostra, por fim, o interesse em compreender as origens e percursos documentais, de situar-se no tempo da formação inicial dos professores: temos então muitas informações sobre o contexto do trabalho documental dos professores (os novos recursos que lhe propõem, as tarefas que devem cumprir), e são também momentos de mudança de status, do estudante para o professor, que conduzem a mudanças importantes de pontos de vista que são mais fáceis de captar. As trajetórias documentais dos professores são processos dinâmicos, e o conhecimento das condições iniciais desses processos nos permite entender melhor suas evoluções subseqüentes.

## Referências

- Alves, E.S. (2016). *A Geometria Dinâmica no Estudo e Classificação dos Triângulos: adaptando exercícios do livro didático e construindo atividades com o Geogebra*. [TCC em Educação Matemática, Universidade Federal da Paraíba]. [https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/3708?locale=pt\\_BR](https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/3708?locale=pt_BR)
- Alves, E., & Assis, C. (2018). A integração dos recursos livro didático e Geogebra: uma análise da tarefa classificação de triângulos na formação inicial do professor de matemática. *Ensino da Matemática em debate*, 5(3), 342-366, <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/40918>
- Assis, C., Gitirana, V., & Trouche, L. (2019). A metamorfose do sistema de recursos de licenciandos em matemática na formação inicial. *Boletim Cearense de Educação e História da Matemática*, 6(16), 33-47, <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/908>
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2016). Do Trabalho documental dos professores: gênese, coletivos, comunidade. O caso da matemática. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana*, 6(3) <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2243/1815>
- Rocha, K.M., & Trouche, L. (2017). Documentational trajectory: a tool for analyzing the genesis of a teacher’s resource system across her collective work. In T. Dooley, & G. Gueudet (Eds.). *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1 – 5, 2017)* (pp. 3732-3739). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME

- Trgalová, J. , Sokhna, M., Assis, C., Alturkmani, M., Espindola, E., Hammoud, R., Sayah, K.(2019). Teachers' Resource Systems: Their Constitution, Structure and Evolution. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (eds.), *The 'Resource' Approach to Mathematics Education* (pp. 197 - 256). Springer.
- Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B., Rocha, K., Assis, C., & Iglioni, S. (2020). A abordagem documental do didático. *DAD-Multilingual*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02664943/document>
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227-241). Dordrecht: Kluwer.