

Uma filosofia da educação matemática na perspectiva de Wittgenstein

A philosophy of mathematics education from the perspective of Wittgenstein

Una filosofía de la educación matemática en la perspectiva de Wittgenstein

Une philosophie de l'enseignement des mathématiques dans la perspective de Wittgenstein

Paulo Vilhena da Silva¹

Universidade Federal do Pará

<https://orcid.org/0000-0002-3989-5927>

Valdomiro Pinheiro Teixeira Júnior²

Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

<https://orcid.org/0000-0002-1425-0049>

Daniana de Costa³

Universidade Federal de São Carlos

<http://orcid.org/0000-0002-8523-61566>

Alyne Maria Rosa de Araújo Dias⁴

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

<https://orcid.org/0000-0001-5070-184X>

Resumo

Este artigo objetiva apresentar reflexões, subsidiadas por elementos teórico-filosóficos, que apontam para um modo de ver uma Filosofia da Educação Matemática na perspectiva wittgensteiniana. Para tanto, mostraremos o caráter terapêutico da filosofia de Wittgenstein e a natureza do conhecimento matemático nesta perspectiva, apontando a epistemologia do uso e seus desdobramentos para o campo pedagógico. Desta forma, cumpre, de início, apresentar pontos importantes da Filosofia da Linguagem do período Clássico e do Medieval, o que permite compreender melhor a Filosofia da Linguagem de Wittgenstein. Subsequentemente, são explanados aspectos de uma perspectiva wittgensteiniana da Filosofia da Matemática, discutindo de modo breve acerca das três correntes filosóficas clássicas da Matemática

¹ pvilhena@ufpa.br

² valdomiro@unifesspa.edu.br

³ danianadecosta@yahoo.com.br

⁴ alynerosaadias@gmail.com

(logicismo, intuicionismo e formalismo) e mostrando que Wittgenstein se diferencia de todas. Por fim, é apontada a Terapia Filosófica de Wittgenstein e a Epistemologia do Uso para o esclarecimento de confusões de natureza linguística existentes no âmbito da Educação Matemática, em decorrência dos usos unilaterais das concepções das correntes filosóficas tradicionais que subsidiam a natureza do conhecimento matemático, como possibilidade para se advogar em favor de uma Filosofia da Educação Matemática numa perspectiva wittgensteiniana. Constatase que, para isso, a linguagem necessita assumir o papel de protagonista, de modo que os conhecimentos que constituem o educar matematicamente estejam assentados em uma concepção de linguagem que vai além da concepção referencial.

Palavras-chave: Filosofia da Linguagem, Wittgenstein, Educação Matemática, Terapia Filosófica, Epistemologia do Uso.

Abstract

This article aims to present reflections, supported by theoretical-philosophical elements, which point to a way of seeing a philosophy of mathematics education from the Wittgensteinian perspective. To do so, we will show the therapeutic character of Wittgenstein's philosophy and the nature of mathematical knowledge from this perspective, pointing out the epistemology of use and its consequences for the pedagogical field. In this way, it is essential that at the outset we present points of the philosophy of language of the Classical and Medieval periods, which allow a better understanding of Wittgenstein's philosophy of language. Subsequently, aspects of a Wittgensteinian perspective of the philosophy of mathematics are explained, briefly discussing the three classical philosophical currents of mathematics (logicism, intuitionism, and formalism) and showing that Wittgenstein differs from them all. Finally, Wittgenstein's philosophical therapy and the epistemology of use are pointed out to clarify confusions of a linguistic nature existing in the scope of mathematics education, resulting from the unilateral uses of the conceptions of traditional philosophical currents that subsidize the nature of

mathematical knowledge, such as possibility to advocate in favor of a philosophy of mathematics education from a Wittgensteinian perspective. It appears that, for this, language needs to assume the role of protagonist, so that the knowledge that constitutes the mathematical education is based on a conception of language that goes beyond the referential conception.

Keywords: Philosophy of Language, Wittgenstein, Mathematics Education, Philosophical Therapy, Epistemology of Use.

Resumen

Este artículo tiene como finalidad exponer reflexiones, sustentadas en elementos teórico-filosóficos, que apuntan a una forma de ver una Filosofía de la Educación Matemática en la perspectiva wittgensteiniana. Para ese propósito, mostraremos el carácter terapéutico de la filosofía de Wittgenstein y la naturaleza del conocimiento matemático en esta perspectiva, señalando la epistemología del uso y sus consecuencias para el campo pedagógico. De esta forma, al principio, se introducen puntos importantes de la Filosofía del Lenguaje de los periodos Clásico y Medieval para comprender mejor la Filosofía del Lenguaje de Wittgenstein. Después, se explican aspectos de una perspectiva wittgensteiniana de la Filosofía de las Matemáticas, discutiendo brevemente las tres corrientes filosóficas clásicas de las matemáticas (logicismo, intuicionismo y formalismo) y mostrando que Wittgenstein difiere de todas ellas. Al fin, se señalan la Terapia Filosófica de Wittgenstein y la Epistemología del Uso para aclarar confusiones de carácter lingüístico existentes en el ámbito de la Educación Matemática, producto de los usos unilaterales de las concepciones filosóficas tradicionales que subvencionan la naturaleza del conocimiento matemático, como la posibilidad de abogar por una Filosofía de la Educación Matemática en una perspectiva wittgensteiniana. Para este efecto, el lenguaje necesita asumir el papel de protagonista, de modo que el conocimiento que constituye la Educación Matemática se fundamenta en una concepción del lenguaje que va más allá de la concepción referencial.

Palabras clave: Filosofía del Lenguaje, Wittgenstein, Educación Matemática, Terapia Filosófica, Epistemología del Uso.

Résumé

Cet article a pour but de présenter des réflexions, appuyer par des éléments théoriques-philosophiques, qui indiquent une manière d'envisager une philosophie de l'enseignement des mathématiques dans la perspective wittgensteinienne. Pour cela, nous montrerons le caractère thérapeutique de la philosophie de Wittgenstein et la nature de la connaissance mathématique dans cette perspective, en soulignant l'épistémologie de l'usage et ses déploiements au domaine pédagogique. Il est donc nécessaire, dans un premier temps, de présenter les points importants de la philosophie du langage à l'époque classique et au Moyen Âge, ce qui permet de mieux comprendre la philosophie du langage de Wittgenstein. Ensuite, les aspects d'une perspective wittgensteinienne de la philosophie des mathématiques sont expliqués, en discutant brièvement les trois courants philosophiques classiques des mathématiques (logicisme, intuitionnisme et formalisme) et en montrant que Wittgenstein se distingue de chacun d'eux. Enfin, on souligne la thérapie philosophique de Wittgenstein et l'épistémologie d'utilisation pour la clarification des confusions de nature linguistique existant dans le contexte de l'Enseignement des Mathématiques, dues à l'utilisation unilatérale des conceptions des courants philosophiques traditionnels qui subventionnent la nature de la connaissance mathématique, comme une possibilité de plaider pour une philosophie de l'Enseignement des Mathématiques dans une perspective wittgensteinienne. Il est vérifié que, pour cela, la langue doit assumer le rôle de protagoniste, de sorte que la connaissance qui constitue l'éducation mathématique se fonde sur une conception de la langue qui dépasse la conception référentielle.

Mots-clés : Philosophie du langage, Wittgenstein, Enseignement des mathématiques, thérapie philosophique, Epistémologie de l'usage.

Uma filosofia da Educação atemática na perspectiva de Wittgenstein

Ainda que seus escritos não tenham propriamente um objetivo pedagógico, as ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889 - 1951) têm servido de inspiração para pesquisadores que pensam a Educação. Em suas reflexões sobre filosofia da linguagem, filosofia da matemática e filosofia da psicologia, questões como “como isto é aprendido?” ou “como alguém é capaz de seguir uma regra?” que intrigavam o filósofo são também de interesse de educadores (Macmillan, 1995), de modo que suas ideias têm servido para fundamentar diversas pesquisas, em particular na Educação Matemática.

Assim, nos últimos anos se tem constatado um crescente interesse, seja na Educação, seja na Educação Matemática, por estudos que se apoiam em Wittgenstein, como os do britânico Christopher Winch (1995) e da americana Anna Sfard (2008), por exemplo. Na Educação Matemática no Brasil há alguns estudos em Etnomatemática com Antônio Miguel (2016), Gelsa Knijnik (2014), Fernanda Wanderer (2013) e Denise Vilela (2013), que realizam uma interpretação desconstrucionista⁵ de Wittgenstein, e estudos mais voltados para o aspecto pragmático da obra do filósofo, como Cristiane Gottschalk (2002, 2004, 2007, 2008, 2010, 2013 e 2015) e Marisa Silveira (2008).

Wittgenstein abordou amplamente questões matemáticas, pois não só iniciou sua reflexão filosófica devido aos seus estudos em matemática, assim como esteve rodeado por filósofos da matemática. Gottschalk (2013) informa que metade dos escritos de Wittgenstein no período entre 1929 e 1944 tematizaram a filosofia da matemática. O filósofo oferece-nos, então, uma leva de exemplos retirados desta área do conhecimento, com um posicionamento

⁵ Desconstrucionismo, movimento que busca desfazer a interpretação tradicional dos textos literários e filosóficos na cultura ocidental, desestruturando valores e “verdades” vinculados a esta tradição, tem como fundamento uma concepção pluralista e polissêmica do processo significacional. O termo foi concebido na década de 1960 pelo filósofo contemporâneo Jacques Derrida (Texto baseado no dicionário de Oxford). O movimento também se apoia em Foucault, Deleuze, Guattari, entre outros.

inovador sobre a natureza do saber matemático, como veremos, o que torna relevante conhecer seu pensamento.

Nesse sentido, o que propomos neste artigo é apresentar reflexões, subsidiadas por elementos teórico-filosóficos, que apontam para um modo de ver uma filosofia da Educação Matemática numa perspectiva wittgensteiniana. Segundo Filho e Portela (2003), uma filosofia da Educação Matemática deve se preocupar com diversas questões, tais como: “Qual a natureza do saber matemático?”, “por que aprender Matemática?”, “Como ensinar Matemática?”, “como avaliar em Matemática?”. Certamente responder a todas estas questões fugiria ao escopo deste texto, de modo que focaremos nosso objetivo em mostrar o caráter terapêutico da Filosofia de Wittgenstein e a natureza do conhecimento matemático nesta perspectiva⁶, apontando seus desdobramentos para o campo pedagógico, a fim de discutir o ensino e o aprendizado dessa disciplina.

É notória a complexidade de compreender as ideias de Wittgenstein, sabe-se também dos diversos debates a respeito das diferentes interpretações dos escritos do filósofo. Nesse sentido, mostraremos nossa compreensão, fundamentada na leitura da obra do filósofo, alinhada às pesquisas de comentadores de sua obra que seguem um entendimento semelhante ao nosso, como Silveira (2008), Gottschalk (2002, 2004, 2007, 2008, 2010, 2013, 2015), Moreno (2000, 2001, 2004, 2005, 2010, 2012), Glock (1998), entre outros, sem, no entanto, termos a intenção de esgotar a discussão; ao contrário, buscamos contribuir para o debate posto ao apresentar nossa argumentação.

Para se ter melhor compreensão da filosofia da linguagem de Wittgenstein, na primeira seção apresentamos aspectos da filosofia clássica relacionados à linguagem considerados importantes, pois, segundo Mulinari (2016), influenciaram o pensamento filosófico ocidental

⁶ O segundo pensamento de Wittgenstein está expresso em sua obra publicada em 1953, denominada *Investigações Filosóficas*. Seu primeiro pensamento está apresentado em sua obra publicada pela primeira vez em 1921, *Tractatus Lógico-Philosophicus* (Arruda Jr., 2017).

durante séculos. Subsequentemente, discutimos a concepção referencial da linguagem do filósofo da Idade Média, Agostinho de Hipona e, ao considerarmos essas ideias como um subsídio teórico apresentamos de modo breve o primeiro pensamento de Wittgenstein e, de modo mais amplo, seu segundo pensamento que é o foco de discussão neste artigo. Na seção seguinte discutimos a natureza das proposições matemáticas enquanto proposições gramaticais e suas relações com as instituições humanas para, finalmente, apresentar os desdobramentos para uma pedagogia numa visão wittgensteiniana, trazendo à tona, entre outras coisas, a terapia wittgensteiniana, a epistemologia do uso, a noção de treino em Wittgenstein e o aprendizado enquanto domínio de técnicas.

A filosofia da linguagem do segundo Ludwig Wittgenstein

Ao se reportar as origens do pensamento ocidental, Reale (2002) discorre que o termo filosofia, etimologicamente, significa amizade ou amor pela sabedoria. Nesse mesmo sentido, Chauí (2002, p. 15) esclarece que “A uma forma nova e inusitada de pensar, os gregos deram o nome de Filosofia. Essa palavra, atribuída a Pitágoras de Samos, é composta de *filo* (vinda de *philía*, amizade) e *safia* (*sophía*, sabedoria), *philosophía*: amizade pela sabedoria, amor ao saber”, sendo que, na concepção de Pitágoras os homens poderiam apenas desejar, amar ou serem amigos da sabedoria que se constituía um privilégio para os deuses. Essa concepção de Filosofia advinda dos gregos, sobre a qual se assenta o conhecimento e a busca por explicações de questões que permeiam a humanidade e por respostas objetivando verdades gerais, abarca um entendimento do que seja a Filosofia (Reale, 2002).

No âmbito da filosofia grega, ainda dentre os pré-socráticos, por volta do século VI a.C., é emblemática a divergência entre as concepções filosóficas de Heráclito (470 a.C.) e Parmênides (515-440 a.C.) (Ghiraldelli Jr., 2006).

Para Heráclito não há nada permanente no mundo sensível⁷ – “tudo se acha num estado fluente” (Russel, 1957, p. 34), de modo que o mundo sensível e o conhecimento estão em constante transformação (Ghiraldelli Jr., 2006). Em contrapartida, Parmênides, considerado precursor da metafísica, advoga que nada muda – “toda mudança tem de ser ilusória” (Russel, 1957, p. 68) – assim, o movimento é apenas uma característica aparente das coisas. Caraça (1951) menciona que as ideias de Parmênides, em detrimento das de Heráclito, acabaram sobressaindo. Ele objetivava a busca pela essência das coisas por detrás do mundo das aparências; “*Parmênides* distinguia aquilo que era objeto puramente da *razão* – o que ele chamava a *verdade* – e o que era dado pela *observação*, pelos *sentidos* – o que ele denominava *opinião*” (Caraça, 1951, p. 76, grifos do autor). Essa concepção filosófica subsidia o pensamento do filósofo grego Platão (429 - 347 a.C.) que defende uma razão fundamentada em princípios lógicos (Russel, 1957), ideia identificada em seu diálogo *Mênon*, no qual Platão coloca o personagem mestre Sócrates para dialogar com o personagem escravo de Mênon (alguém que nunca teve um ensinamento sistemático) para mostrar como seria possível alcançar verdades absolutas e atemporais por meio da razão (Gottschalk, 2002).

Na segunda parte deste diálogo⁸, o mestre Sócrates usa o método denominado maiêutica para que seu interlocutor rememore⁹ as verdades matemáticas e, por conseguinte, deduza o teorema de Pitágoras. O mestre interroga o aprendiz e refuta suas ideias iniciais, ele tenta desestabilizar o seu interlocutor levando-o a contradições que o obriguem a reformular suas convicções e, dessa maneira, acredita que será possível ao escravo recordar as coisas que ele adquiriu no mundo das ideias (Platão, 2001).

⁷ Ou mundo sensorial, “que se evidencia a materialização das percepções sensoriais” (Bastianini e Souza & Souza, 2012, p. 11).

⁸ A primeira parte do diálogo trata da investigação sobre a essência da virtude (Platão, 2001).

⁹ A rememoração se assenta no Mito da Reminiscência de Platão, segundo o qual as almas dos mortos estiveram contemplando ideias no Hades, reino dos mortos. Depois beberam águas do Rio Letes, então esqueceram o que aconteceu (Chauí, 2002). Com base nesse mito, recordar é relembrar, recordar as essências das coisas que estão no mundo das ideias, que é este o lugar celestial onde, segundo Gottschalk (2010), as essências existem *a priori*.

Na antiguidade grega, por meio da maiêutica socrática, o objetivo era atingir o conhecimento verdadeiro que estaria no mundo das ideias. Assim, Gottschalk (2008, p.76) afirma que para Platão “Os objetos matemáticos estariam situados em um mundo celestial, e o papel do mestre seria conduzir o seu discípulo por meio de um diálogo, aproximando-o desses entes ideais, método que ficou conhecido como a maiêutica socrática”.

No diálogo platônico *Mênon*, a linguagem manifesta a essência das coisas que estaria no mundo inteligível, ou seja, no mundo das ideias. Consta-se que ali prevalece a concepção essencialista da linguagem (Gottschalk, 2002). Assim, a filosofia platônica buscava como fundamento de suas verdades absolutas o mundo inteligível, onde as formas eram os modelos ideais dos objetos do mundo sensível ou das “situações ideais as quais o homem deveria esforçar-se por atingir” (Machado, 1987, p. 19).

Subsequentemente, Aristóteles (384 - 322 a.C.) recusa a diferenciação dada por Platão entre o mundo inteligível e a experiência sensível e considera que a forma ou a essência do objeto empírico é parte do mesmo, tanto quanto seu conteúdo (Machado, 1987). Ele também se dedicou ao estudo da linguagem e da lógica, mais especificamente aos silogismos, um argumento constituído de três partes: uma premissa maior e uma menor, e uma conclusão (Russell, 1957). A contribuição de Aristóteles para a filosofia da linguagem é a de que a lógica se torna um instrumento da ciência e sua importância reside na adaptação do ponto de vista de Platão a uma metafísica que não abandonasse o mundo empírico, além, e bem mais expressivo, do fato de ter dado atenção maior à estrutura lógica dos sistemas de proposições matemáticas (Machado, 1987). Ademais, na obra *Categorias*, apresenta uma pesquisa sobre a estrutura de significação por meio de termos simples - sujeitos e predicados – que, ao se combinarem, formariam proposições com sentido, e na obra *Da Interpretação* analisa o modo como as palavras se relacionam com as ideias e com o mundo (Mulinari, 2016).

Após ter passado um longo período de tempo no Medievo, a obra *De Magistro* (Do Mestre) do filósofo Agostinho de Hipona (354 – 430 d.C.) contribui para a elaboração de uma teoria que relaciona signo¹⁰ e realidade¹¹ (Araújo, 2004). Nessa obra, devido à influência da filosofia platônica, a linguagem serve para ensinar ou recordar, e para a fala interior. Diferentemente de Platão que pensava que as coisas tinham sua referência no mundo inteligível, sob a ótica agostiniana o significado das palavras ou gestos está no objeto (Araújo, 2004). O modelo designação nome-objeto era a base de sua filosofia (Machado, 1987). Trata-se do uso referencial da linguagem.

Agostinho também considera que existem palavras que não remetem a coisa alguma, tais como as conjunções e preposições. Nesses casos, o significado é trazido à tona por meio de outra palavra. Nas palavras cujos significados são abstratos – correr, andar, por exemplo – é possível usar a ação correspondente para explicitá-los e, em alguns casos, usa-se o gesto ostensivo, “aponta-se para algo”, para que seja estabelecida uma associação entre palavra e objeto (Araújo, 2004).

Nestas concepções filosóficas tradicionais, prevalece a concepção referencial da linguagem, de maneira que o significado da palavra é o próprio objeto, ou seja, a referência (Araújo, 2004). É importante explicitar que a compreensão de que o significado das palavras está no objeto não é exclusivamente de Agostinho. Segundo Silva (2018), aspectos relacionados à ideia de que o significado das palavras está no objeto também esteve presente nas perspectivas filosóficas da Grécia Antiga, com Platão e Aristóteles, sofreu variações na

¹⁰ Para Agostinho, o termo signo – *signum* – se refere às palavras signo ou sinal (Kilian; Molina, 2018). Um signo ou sinal pode ser verbal (letras ou palavras) ou não verbal (signos visuais, tais como os gestos, por exemplo).

¹¹ Neste contexto pode ser compreendida como “o modo de ser das coisas existentes fora da mente humana ou independentemente dela” (Abbagnano, 2007, p. 831).

Idade Média com Agostinho, Pedro Abelardo e Tomás de Aquino, no século XIX com o alemão Frege e o inglês Russell¹², e se estende até o Positivismo Lógico¹³ do século XX.

As reflexões a respeito da linguagem desenvolvidas por Russell, Frege, Wittgenstein, e os precursores alemães Friedrich Schleiermacher e Friedrich Nietzsche, impulsionaram um importante movimento no contexto filosófico, com início no século XIX, denominado *Virada Linguística*, que provocou transformações na linguística e na filosofia da linguagem (Araújo, 2004). Dentre os expoentes deste movimento, se destaca o filósofo Ludwig Wittgenstein que nasceu em Viena, na Áustria. Ele é conhecido por desenvolver duas filosofias distintas, a do *Tractatus Lógico-Philosophicus (TLP)* relacionada com seu primeiro pensamento (alguns autores preferem se referir ao primeiro Wittgenstein) e a das *Investigações Filosóficas* referente ao seu segundo pensamento ou ao segundo Wittgenstein.

Para o primeiro Wittgenstein, os problemas filosóficos têm suas origens na incapacidade da linguagem expressar com precisão o pensamento e, por esse motivo, sua filosofia faz crítica da linguagem, por meio da análise lógica de proposições (MORENO, 2010)¹⁴.

No *TLP*, a linguagem é concebida sob a forma lógica de proposições, cujo sentido estaria condicionado à representação de fatos do mundo pela proposição – a linguagem como representativa do mundo –, e à atribuição de um valor de verdade. Uma das principais teorias dessa obra é “a teoria da proposição como imagem dos fatos” (Moreno, 2000, p. 16), por meio da qual o filósofo austríaco mostra que há uma relação biunívoca entre linguagem e mundo. Ele relaciona uma proposição a um fato do mundo, sendo que tal proposição poderia ser decomposta em proposições menores até que não seria possível prosseguir com essa

¹² Por ora, importa informar ao leitor que existiram, além de Platão, Aristóteles e Agostinho, outros filósofos que se ocuparam com os estudos da linguagem, mas que em suas filosofias prevaleceu uma concepção referencial da linguagem. Tais discussões poderão ser retomadas num trabalho futuro.

¹³ Corrente filosófica que discutia a necessidade de sentido para enunciados não formais (que não são da lógica ou da matemática) (Silva, 2018).

¹⁴ No *TLP* Wittgenstein entende que uma proposição representa um fato do mundo.

decomposição, então o que restaria seriam apenas objetos simples relacionados com fatos em nível elementar.

Para o segundo Wittgenstein, os problemas filosóficos não estão na linguagem, mas sim no pensamento confuso expresso linguisticamente devido ao dogmatismo quando aplicada a concepção referencial da linguagem (Moreno, 2010). Há autores que consideram a segunda filosofia de Wittgenstein como uma continuidade da primeira e outros como antagônica. Em seu segundo pensamento, Wittgenstein refuta a concepção essencialista e o uso exclusivo da concepção referencial da linguagem. A linguagem passa a ser concebida de outro modo, como uma atividade regrada, então ele a compara com um jogo: “Chamarei também de ‘jogos de linguagem’ o conjunto da linguagem e das atividades com as quais está interligada” (Wittgenstein, 1999, § 7¹⁵).

Assim, para Wittgenstein, o que se tem são jogos de linguagem em que os significados das palavras e expressões são seus usos na prática linguística.

Pense agora no seguinte emprego da linguagem: mando alguém fazer compras. Dou-lhe um pedaço de papel, no qual estão os signos: ‘cinco maçãs vermelhas’. Ele leva o papel ao negociante; este abre o caixote sobre o qual encontra-se o signo ‘maçãs’; depois, procura numa tabela a palavra ‘vermelho’ e encontra na frente desta um modelo de cor; a seguir, enuncia a série dos numerais – suponho que a saiba de cor- até a palavra ‘cinco’ e a cada numeral tira do caixote uma maçã da cor do modelo. - Assim, e de modo semelhante, se opera com palavras. – ‘Mas como ele sabe onde e como procurar a palavra ‘vermelho’, e o que vai fazer com a palavra ‘cinco’?’ Ora, suponho que ele *aja* como eu descrevi. [...] Mas qual é a significação da palavra ‘cinco’/De tal significação nada foi falado aqui; apenas, de como a palavra ‘cinco’ é usada (Wittgenstein, 1999, §1).

Assim, conforme consta no §1 das IF de Wittgenstein, nesta perspectiva, os significados das palavras e expressões são seus usos, ou seja, importa como a palavra ou expressão é usada nos contextos linguísticos de aplicação, de modo que haja uma compreensão entre os sujeitos

¹⁵ Sabe-se da existência de diferentes traduções e edições dos livros de Wittgenstein e, tendo em vista os debates sobre as traduções das ideias wittgensteinianas, sempre que possível daremos preferência para o número do aforismo e não o número da página nos excertos que citamos, o que pode facilitar a consulta do leitor interessado, independente da edição/tradução que possua.

que se comunicam. Wittgenstein também apresenta a ideia da multiplicidade de usos de uma palavra comparando com uma caixa de ferramentas e as diversas funções destas ferramentas:

Pense nas ferramentas em sua caixa apropriada: lá estão um martelo, uma tenaz, uma serra, uma chave de fenda, um metro, um vidro de cola, cola, pregos e parafusos. – Assim como são diferentes as funções desses objetos, assim são diferentes as funções das palavras. (E há semelhanças aqui e ali) (Wittgenstein, 1999, §11).

Da mesma forma que não há um único significado para as palavras, não há um único significado do termo *jogo*, nem tampouco uma única conceituação para a expressão *jogo de linguagem* já que, ao se mudar as regras de um jogo, muda-se o jogo, abarcando assim uma multiplicidade de jogos, com sua multiplicidade de regras, de modo que as regras que são atribuídas a um jogo podem não ser a outro. Não há uma essência, um traço em comum a todos os usos, o máximo que pode acontecer entre esses jogos são semelhanças de regras, semelhanças de uso, que Wittgenstein denomina de *semelhanças de família*:

Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que com a expressão “semelhança de família”; pois assim se envolvem e se cruzam as diferentes semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, o andar, o temperamento etc., etc. – E digo: os “jogos” formam uma família” (Wittgenstein, 1999, § 67).

Sob a perspectiva do pensamento do segundo Wittgenstein, não é possível encontrar a essência de um termo, tal como ocorria na filosofia de Platão, e nem mesmo o objeto é considerado como significado, tal como advoga a concepção referencial da linguagem. Os significados dos termos em um *jogo de linguagem* são seus *usos*.

A filosofia do segundo Wittgenstein “deixa tudo como está” (Wittgenstein, 1999, §124) porque o problema não está na linguagem, mas na maneira como nós a utilizamos e no pensamento que é confuso devido ao uso exclusivo da concepção referencial da linguagem. Assim, sua segunda filosofia é tida como atividade terapêutica do pensamento confuso que visa sua cura e, para tanto, torna-se necessário descrever os usos da linguagem tendo em vista a dissolução de confusões conceituais ali existentes.

Matemática enquanto instituição humana

Algumas das perguntas que uma filosofia da matemática pode nos colocar são: Qual a natureza do conhecimento matemático? Como temos acesso a esse conhecimento? Sem dúvida, responder a isto não é tarefa fácil, primeiro porque cada corrente filosófica vê a matemática de maneira diferente, de acordo com seus pressupostos; segundo, porque “a resposta à pergunta ‘o que é a matemática?’ mudou várias vezes durante o curso da história” (Devlin, 2004, p. 01), isso porque o campo de estudo desta disciplina se alargou durante seu desenvolvimento.

Nesse texto queremos apontar uma perspectiva wittgensteiniana da natureza da matemática, mas antes disso, vejamos brevemente como se caracterizam as três correntes filosóficas clássicas da matemática (logicismo, intuicionismo e formalismo), para que possamos mostrar em que aspectos Wittgenstein se opõe a elas.

A tese fundamental do logicismo é de que a matemática se reduz à lógica. Aqui lógica no sentido de lógica matemática, lógica simbólica ou lógica algorítmica. Para provarem sua tese, os logicistas desenvolveram imensamente a lógica, contribuindo para dotá-la de um simbolismo análogo ao simbolismo da álgebra, criando, na realidade, uma nova ciência: a logística (Costa, 2008).

Bertrand Russel, um dos maiores defensores do logicismo, afirma que

A Matemática e a Lógica foram historicamente falando, estudos inteiramente distintos. A Matemática esteve relacionada com a ciência e a Lógica com o idioma grego. Mas ambas se desenvolveram nos tempos modernos e a Lógica tornou-se mais Matemática e a Matemática tornou-se mais Lógica. A consequência é que se tornou agora inteiramente impossível traçar uma linha entre as duas; de fato, as duas são uma. Diferem entre si como rapaz e homem: a Lógica é a juventude da matemática e a Matemática é a maturidade da Lógica (Russell, 1981, p. 185).

Conforme Snapper (1984), essa corrente considera que os objetos matemáticos existem apesar do homem, isto é, estes são descobertos, não criados. A doutrina logicista mostrou-se falha, conforme esclarece Costa (2008), pois a lógica, por si só, mostrou-se impotente para fundamentar a matemática, sendo necessário apelar para conceitos extralógicos.

No intuicionismo, escola liderada pelo geômetra holandês Brouwer, a lógica não é o fundamento da matemática. Dá-se justamente o oposto, as leis lógicas derivam da matemática. Em matemática, de acordo com os intuicionistas, tudo deveria ser intuitiva e efetivamente construído pelo matemático, a partir dos números naturais, considerados claros e intuitivos. Isto é, a sentença “ x existe” só poderia significar “ x foi construído pela inteligência humana” (Costa, 2008), logo a matemática é considerada uma atividade mental (Snapper, 1984).

O trabalho do matemático é, portanto, o de criar e dar forma aos entes matemáticos; ele estrutura o material empírico e elabora-o de modo a não depender da experiência para fundamentar as verdades matemáticas: “A matemática, de acordo com o intuicionismo, originou-se, historicamente, da experiência, através dos sentidos. Mas na sua estruturação final e rigorosa, é puramente intuitiva e baseada na noção de número natural, independentemente das ciências ou da filosofia” (Costa, 2008, p. 32).

No intuicionismo, a linguagem e o simbolismo em geral têm papel secundário e são considerados como meios de comunicar a matemática, que é construção da mente humana. Uma das críticas recebidas por esta corrente é justamente pelo fato de insistir na intuição como fonte de criação, dando à matemática um caráter subjetivo. Isto é, a ciência é objetiva justamente porque é social; daí que, se levarmos ao pé da letra a tese intuicionista, chegamos à surpreendente conclusão de que cada pessoa tem “sua própria matemática” (Costa, 2008).

Por fim, o formalismo nasceu das vitórias alcançadas pelo método axiomático¹⁶. São vários os matemáticos famosos adeptos dessa corrente filosófica, sendo o principal deles o analista alemão David Hilbert (1862-1943). O formalismo, em síntese, deseja transformar o método axiomático na própria essência da matemática. Nessa corrente, o matemático só pode

¹⁶ No método axiomático, escolhe-se certo número noções e de proposições primitivas, suficientes para sobre elas edificar a teoria, aceitando-se outras ideias ou outras proposições só mediante, respectivamente, definições e demonstrações; obtém-se, dessa maneira, uma *axiomática material* da teoria dada (Costa, 1992, p. 49, grifos em itálico do autor).

estudar as propriedades dos objetos por meio de um simbolismo apropriado, mas sem se preocupar com os significados dos símbolos que usa, isto porque pode constatar as propriedades que o interessam no próprio simbolismo (Costa, 2008).

Para Hilbert o matemático pode estudar qualquer sistema simbólico, desde que o sistema não encerre contradições, isto é, que no sistema não se possa provar uma proposição e, ao mesmo tempo, sua negação. Daí acreditar, conforme explicita Costa (2008), que a liberdade do matemático é completa: uma vez que a consistência (ausência de contradição) de uma teoria é provada, ela é considerada inteiramente lícita.

Com os trabalhos de Gödel, o corpo da doutrina hilbertiana foi quase destruído, pois mostraram que as demonstrações de consistência desejadas por Hilbert são, em geral, impossíveis. Outra crítica ao formalismo é que essa escola dá pouco significado aos símbolos matemáticos: os formalistas são como um relojoeiro que está tão absorto com a aparência de seus relógios que esqueceu que sua finalidade é marcar o tempo e descuroou dos mecanismos (Russell, 1957).

Wittgenstein rejeita as teorias tradicionais sobre a matemática ao propor que seu caráter apriorístico se deve ao seu caráter normativo, isto é, estabelecem o que é correto e nada que as contrarie pode ser considerado como uma descrição inteligível da realidade (Glock, 1998). Assim, as proposições da matemática não descrevem a realidade empírica, ou entidades abstratas, tampouco refletem o funcionamento transcendental da mente:

Com isso ele distingue sua posição das escolas hegemônicas da filosofia da matemática do século XX, que se encontram unidas pela ideia de que as proposições matemáticas se referem a algum tipo de realidade, seja a signos físicos (formalismo), seja a processos mentais (intuicionismo) ou entidades abstratas (logicismo) (Glock, 1998, p. 243).

Portanto, as proposições matemáticas não descrevem *nada* (embora possuam inúmeros *usos* descritivos), e sim expressam normas, regras a serem seguidas. Para esclarecer a posição

do filósofo austríaco, partiremos de sua afirmação de que as proposições matemáticas são regras gramaticais.

A gramática, tal como Wittgenstein a concebe, difere do conceito usual a que estamos acostumados. O conceito usual de gramática diz respeito a um conjunto de normas e regras que determinam o uso correto da língua escrita e falada; já em Wittgenstein, a gramática define as regras de uso da linguagem, define o que faz ou não faz sentido dizer, e nos diz quais combinações são possíveis, isto é, a gramática é o nosso padrão de correção para o uso de expressões linguísticas (Silva, 2011). É nesse sentido que Wittgenstein usa expressões como “gramática do xadrez” ou “gramática do conceito de compreensão” (Wittgenstein, 1999).

Proposições gramaticais são enunciados que usamos com toda certeza (Wittgenstein, 1998), pois não conseguimos imaginá-las de modo diferente. Quando usamos a expressão “ $2 + 2 = 4$ ”, por exemplo, não nos ocorre questionar sua verdade, tomamo-la como base de nossas certezas. Isso porque as proposições gramaticais *estabelecem* o que faz sentido chamar de verdadeiro (ou falso), de modo que são anteriores à verdade (ou à falsidade) e assim não podem ser verificadas empiricamente (Silva, 2011). Portanto

As proposições gramaticais, tais como: “ $2 + 2 = 4$ ”, “todos os homens solteiros não são casados”, “bebês não podem fingir”, “O vermelho existe”, são proposições que expressam regras gramaticais, estas se diferenciam de enunciados empíricos, pois nada descrevem, nada dizem a respeito do mundo, apenas nos fornecem regras para o uso de palavras ou conceitos, estabelecem relações internas entre conceitos (entre “solteiro” e “não casado”, por exemplo) (Silva, 2011, p. 39).

É nesse sentido que se pode dizer que as proposições da matemática são proposições gramaticais, pois não descrevem objetos empíricos, mentais ou entidades abstratas, estas *nada* descrevem.

Lembre-mos de que, em matemática, estamos convencidos de proposições *gramaticais*; a expressão, o resultado desse convencimento é, portanto, que *aceitamos uma regra*. Estou tentando dizer algo como isto: mesmo que a proposição matemática demonstrada pareça referir-se a uma realidade fora de si mesma, esta é apenas a

expressão da aceitação de uma nova medida (da realidade) (Wittgenstein, 1998, III, §26-27).

Ora, como vimos, uma concepção referencial de linguagem, a qual busca o significado das expressões linguísticas fora da linguagem, é a causa de nossas confusões conceituais, segundo Wittgenstein (1999). Ao buscarmos a essência das coisas, seja no mental, no empírico ou num mundo extrassensorial, a busca pela generalidade nos perturba. É nesse sentido que as proposições matemáticas são *convencionais*, são invenções desenvolvidas pelos matemáticos.

Importa esclarecer que as raízes empíricas da matemática nunca foram negadas pelo filósofo, pelo contrário, Wittgenstein considera a atividade matemática como parte da história natural da humanidade (Wittgenstein, 1998). Segundo Glock (1998), uma das grandes contribuições de Wittgenstein à filosofia da matemática foi apontar sua natureza social. Ocorre que, depois de demonstrados e estruturados na linguagem matemática, os conceitos não necessitam de confirmação empírica¹⁷: “nós talvez tenhamos adotado que $2 + 2 = 4$ porque duas bolas mais duas bolas [em uma balança] equilibram quatro. Porém depois de adotado, este fato não diz respeito à experiência, está petrificado” (Wittgenstein, 1976, pg. 98).

É nesse sentido que Wittgenstein (1999) afirma que a matemática é um fenômeno antropológico, *produto cultural* que faz parte da história natural da humanidade, exercendo diversas funções com diferentes objetivos em nossas práticas partilhadas. Assim ele nos convida a refletir: “Seria alguma surpresa se a técnica de cálculo tivesse uma *família* de aplicações?” (Wittgenstein, 1998, V, §08, grifo nosso). Isto é, a matemática participa de diversos jogos de linguagem em nossa vida cotidiana. De acordo com o filósofo, a matemática constitui uma *família* de atividades com uma *família* de propósitos (Wittgenstein, 1998). Conforme esclarece Glock analisando a filosofia da matemática de Wittgenstein:

¹⁷ É importante observar, porém, a esse respeito, que uma proposição empírica pode tornar-se gramatical, assim como uma proposição gramatical pode tornar-se empírica, tendo em vista a dinamicidade dos jogos de linguagem (Wittgenstein, 2000)

É essencial à matemática que signos sejam também empregados *à paisana*. É o uso fora da matemática, e, portanto, o *significado* dos signos, que transforma o jogo de signos em matemática. [...] Não há matemática *pura* sem *alguma* matemática aplicada. A matemática *seria* apenas um jogo se não desempenhasse algum papel em nosso raciocínio empírico (Glock, 1998, p. 244-245).

A matemática fornece um “quadro de referência” para descrições (Wittgenstein, 1998), ou seja, constitui normas de substituição para descrever fatos contingentes. Assim, ao vislumbrar a matemática como criação humana, o filósofo mostra que nossas proposições matemáticas são *convencionais*, não dependem de uma “realidade matemática” transcendental, não estão de antemão na mente do sujeito e nem são passíveis de serem descobertas na natureza (Gottschalk, 2008). Esse caráter convencional da matemática, a nosso ver, traz implicações valiosas para uma filosofia da Educação Matemática, na medida em que nos leva a concluir que as proposições matemáticas precisam ser ensinadas, não são aprendidas naturalmente, nem são óbvias ao aprendiz.

A filosofia da Educação Matemática na perspectiva de Wittgenstein

Entendemos que pensar uma filosofia da Educação Matemática tendo como base os escritos do segundo Wittgenstein é pensar a filosofia como uma terapia. No entanto, Wittgenstein não tinha propósitos diretamente educacionais em sua obra, bem como, pode-se dizer, escapava de qualquer tentativa de criar uma teoria em si. Como vimos, para o segundo Wittgenstein os problemas filosóficos surgem devido a uma má compreensão das nossas formas de linguagem, e são, na verdade, problemas linguísticos, ou melhor, conceituais, que estão profundamente arraigados em nós, e dos quais devemos nos curar. Para Wittgenstein a filosofia é uma atividade, e não a fundamentação de uma teoria.

Não devemos construir nenhuma teoria. Não deve haver nada de hipotético nas nossas considerações. Toda *elucidação* deve desaparecer e ser substituída apenas por descrição. E esta descrição recebe sua luz, isto é, sua finalidade, dos problemas filosóficos. Estes problemas não são empíricos, mas são resolvidos por meio de um exame do trabalho de nossa linguagem e de tal modo que este seja reconhecido: *contra* o impulso de mal compreendê-lo. Os problemas são resolvidos não pelo acúmulo de novas experiências, mas pela combinação do que é já há muito tempo conhecido. A

filosofia é uma luta contra o enfeitamento do nosso entendimento pelos meios da nossa linguagem (Wittgenstein, 1999, §109).

Compreendemos que concepções pedagógicas nascem de epistemologias que provém de filosofias, no entanto, como fazer isso na filosofia de Wittgenstein? Nesse ponto, recorreremos ao filósofo brasileiro Arley Moreno (1943-2019) que elaborou o que ele denominou por epistemologia do uso que, de acordo com ele, é uma teoria do conhecimento apoiada em Wittgenstein. Nesse sentido, não nos afastamos do propósito terapêutico do filósofo austríaco, mas nos apoiamos na epistemologia do uso de Arley Moreno para vislumbrarmos perspectivas pedagógicas, uma vez que o filósofo realizou uma análise epistemológica que passou pelo crivo da terapia, e assim, analisa a natureza e as possibilidades relativas à questão do conhecimento nessa perspectiva, isto é, evitando dogmatismos.

Ao se referir à epistemologia do uso, Gottschalk (2007, p. 461) apresenta de que forma esta teoria pode colaborar para a educação, quando revela que esta

Considera elementos da práxis da nossa linguagem como constituintes dos sentidos que construímos para a nossa experiência, não para sugerir novos métodos de ensino, mas para questionar determinadas orientações de teorias pedagógicas atuais e apontar para um novo modo de ver as relações entre ensino e aprendizagem.

Seguindo uma interpretação wittgensteiniana para a Educação Matemática, nos afastamos de uma visão dogmática, de concepções essencialistas do conhecimento e referencial da linguagem, que amplia o leque de possibilidades pedagógicas, colocando na linguagem um grau maior de protagonismo, considerando-a como fonte de significado e não apenas referência.

Ao compreender e desenvolver a ideia de que o significado está no uso, Wittgenstein fornece elementos para uma análise sobre construção e transmissão do conhecimento. Portanto, direcionamos sua filosofia para a compreensão de como ocorre a construção e transmissão de conceitos, no nosso caso, de conceitos matemáticos. É interessante que Moreno (2005, p. 263) afirma que o

Importante a ser notado é que o procedimento terapêutico apresenta as mesmas características que descreve Wittgenstein a respeito do ensino e aprendizado, no início das Investigações, assim como de seu próprio ensino de filosofia em Cambridge, a saber, dão-se alguns exemplos e espera-se que o aprendiz seja capaz de prosseguir por si próprio sem o auxílio do professor.

Vale ressaltar que Moreno aqui não está defendendo uma aprendizagem espontânea, pois em se tratando de Wittgenstein, deve-se entender os exemplos como parâmetros, que são formas de apresentação de regras, ou seja, são formas de como proceder, e não como se a partir de exemplos e noções se pedisse ao aprendiz formulações de conceitos ou fórmulas que pudessem ir além dos próprios exemplos fornecidos. Moreno (2005, p. 264) reforça essa ideia em seguida quando revela que “não são novas informações que interessa ao terapeuta acumular, esboçar sempre novas paisagens, mas aprofundar os mesmos temas de diferentes pontos de vista, percorrer os mesmos caminhos com novo olhar”, ou seja, no caso do aluno, este pode buscar sempre novos caminhos ou andar por eles com diferentes olhares, e assim vai se ampliando o uso de conceitos em diferentes contextos, em ambos os casos.

Moreno (2005) revela que apesar de Wittgenstein não querer formular uma teoria, pode-se perceber teses ou afirmações sobre alguns assuntos, como o aprendizado, estados mentais internos, relações entre ação e comportamento e, principalmente, sobre a linguagem e sobre as relações entre a lógica e a matemática. O filósofo tinha consciência de que suas próprias afirmações poderiam ser entendidas como dogmáticas e não pretendia com isso realizar uma teoria, mas uma terapia, assim como as próprias afirmações mostram-se diferentes das realizadas nas teorias dogmáticas, pois são afirmações resultantes de uma atividade, neste caso terapêutica, e não princípios absolutos.

Usando o conceito de estilo de Granger (1974), Gottschalk propõe um “outro estilo de investigação” em que não haja a “pretensão de se chegar a novas teses” ou “um fundamento com critérios rigorosos que orientem nossa política e prática educacionais. No estilo dialógico são produzidas, apenas, novas significações, novos usos do simbolismo já existente, o que

possibilita o esclarecimento de certos equívocos” (Gottschalk, 2015, p. 312). Oliveira (2004, p. 345), tratando da pedagogia de línguas, afirma que a terapia consiste em desvendar confusões e “O que fazer com a clareza daí advinda, não é mais tarefa da filosofia, mas da própria pedagogia. Nesse ponto começa a *teoria*, ou seja, a elaboração de hipóteses que podem e devem ser verificadas”, ou seja, a terapia apresenta as confusões e a pedagogia, com os problemas detectados, elaboraria mecanismos didáticos. Moreno (2012, p. 83) compreende, portanto, que o objetivo da terapia é detectar os usos em sua enorme diversidade, *sem levantar* perspectivas generalizantes, ou teorias explicativas.

Moreno (2004, p. 196) compreende que a terapia deve ser aplicada radicalmente para todo uso dogmático de super-sistemas que se consideram referências para descrições, e cita duas características de tais modelos teóricos: pretendem determinar completamente os fatos descritos e colocam “a forma de descrição a ser adotada, tornando-se assim o sistema de referência que determina formalmente e *a priori* a descrição dos objetos”. Estes super-sistemas seriam o realista, idealista, empirista, mentalista, construtivista, entre outros.

Moreno (2005), esclarecendo as ideias de Wittgenstein, diferencia o dogmatismo da terapia: o dogmatismo trabalha com causas (ideais, mentais, empíricas etc.), propõe soluções externas para dificuldades conceituais e coloca tais soluções como definitivas e infinitas, enquanto a terapia filosófica contém ligações internas não definitivas, mas finitas. Por exemplo, $a + a = 2a$ pode ser tomado como uma generalização da aritmética, mas em um sentido dogmático isso seria devido a fatores externos à linguagem, como a intuição humana, que tem soluções definitivas e infinitas; definitivas, pois são conclusivas, e infinitas, porque haveria várias relações possíveis que poderiam ainda ser feitas. Já a terapia tem normas internas à linguagem, não definitivas, porque são criações, isto é, poderiam ser pensadas quaisquer relações no interior de uma gramática, mas são finitas, porque a partir da definição arbitrária das relações, por serem internas à gramática, elas se esgotam. Assim, numa concepção

wittgensteiniana, poderíamos ver a relação da aritmética com a álgebra, mas isso não seria algo dado (devido a uma possível intuição), mas algo que depende da definição realizada na linguagem (apresentação da regra); isso não seria infinito (se um aluno intui uma determinada relação, poderia intuir diversas outras), mas seria finito (a apresentação de uma regra não leva ao conhecimento de outras ainda não apresentadas).

Não se pode esperar que aprendizes que não ainda conhecem determinados usos possam descobrir ou deduzir conteúdos. Esses são efeitos que as concepções essencialista e referencial produzem quanto à compreensão sobre a aprendizagem, pois ao se entender que os conteúdos seriam do mesmo tipo, que teriam uma essência, um traço comum, chega-se, por exemplo, à noção de que aritmética e álgebra seriam da mesma natureza e desse modo se o aluno sabe aritmética ele poderia saber álgebra, mesmo que alguns usos não fossem apresentados explicitamente. Muitos professores esperam que os alunos tenham em mente ou que empiricamente apresentem esses novos conhecimentos, mas em uma perspectiva wittgensteiniana, isso não seria possível, não pode ser dado como certo ou colocado como único modo de ensino, pois eles precisam ter acesso aos diversos usos, muitos dos quais não são claros.

Comprendemos que o aluno necessita do exercício do uso com novos conteúdos (ou com novas linguagens, como geometria, álgebra, gráficos etc.) para compreender tal relação. A linguagem algébrica, por exemplo, passa a ter sentido para o aluno com o tempo, depois de ter sido colocado em contato com diferentes exemplos de cálculos com variáveis. Não descartamos a descoberta destes tipos de relações, como entre álgebra e aritmética, mas fazemos estas relações a partir de um contato com vários exemplos deste tipo, ou seja, a formação do conceito não ocorre por uma descoberta que o aluno pode vir a fazer, mas está no uso que faz em diversas situações.

Nesse sentido, nas aulas de matemática, o professor tem, numa perspectiva wittgensteiniana, a possibilidade de mostrar ao aluno os diversos usos desta disciplina a partir da linguagem, apresentando-lhes o caráter normativo da matemática e seus diversos usos nos mais variados contextos de aplicação, de modo que ele perceba a matemática enquanto construção humana e não uma descoberta vinculada a algo extralinguístico, seja numa concepção exclusivamente mental, ideal ou empírica.

Não há uma essência comum por trás dos diversos conteúdos da matemática, ou do conhecimento de modo geral, mas semelhanças que podem ser apontadas arbitrariamente para favorecer o ensino de um conteúdo determinado. A busca por significados extralinguísticos pode fazer com que os professores esperem que tais métodos alcancem resultados além do que é possível alcançar.

O segundo Wittgenstein compreende que “não existe um mundo em si independente da linguagem, que deveria ser copiado por ela. Só temos o mundo na linguagem; nunca temos o mundo em si, imediatamente, sempre por meio da linguagem” (Oliveira, 2001, p. 127). E ainda que não haja consciência sem linguagem, como parece ter inaugurado Descartes com sua separação entre mente e corpo, com mente e consciência sendo algo independente de fatores externos, “a pergunta pelas condições de possibilidade do conhecimento humano não é respondida sem uma consideração da linguagem humana” (Oliveira, 2001, p. 128).

O pragmatismo aqui defendido está inteiramente ligado à linguagem, a aprendizagem se faz pelo uso na linguagem, e conseqüentemente, pode servir para descrever fatos empíricos, ou mesmo podem ser dados exemplos empíricos, mas como dados exemplares que favorecem a construção do significado. Nesse sentido, não se pode considerar o conhecimento como algo que pode se desenvolver na mente do aluno por meio de um processo natural que relaciona o cognitivo, o meio físico e social, pois nessa concepção a linguagem tem um papel apenas comunicativo e descritivo.

Essa foi a grande revolução feita por Wittgenstein: deslocou os fundamentos cognitivos do sujeito e do mundo empírico para a linguagem. “Segundo Wittgenstein, o significado de uma palavra é construído à medida em que ela vai sendo aplicada em diferentes situações e em meio a atividades que estão envolvidas com a linguagem” (Gottschalk, 2007, p. 462), desse modo, para Gottschalk (2007, p. 466) a epistemologia do uso

Não nega a existência de estruturas a priori, condições para a construção de nossos conhecimentos e a transmissão de sentidos, mas contrariamente ao pragmatismo americano, essas estruturas não são internas ao indivíduo, mas externas a ele, pois estão presentes na práxis da linguagem, nos usos convencionais que fazemos de nossos símbolos linguísticos, imersos em nossas formas de vida. (Gottschalk 2007, p. 466).

A partir da filosofia de Wittgenstein, compreendemos que o aluno constrói o conhecimento a partir de regras que lhe são apresentadas e com as quais ele jogará nos jogos em que for colocado (Silveira, 2008).

A regra não contém em si sua aplicação, como a concepção referencial leva a entender, como se um signo já contivesse seu significado, independentemente de como é aplicado. E isto só é possível devido primeiramente a um consenso comunitário e em seguida ao treino. “Todo signo *por si só* parece morto. O *que* lhe dá vida? No uso ele *vive*” (Wittgenstein, 1999, §432). Como posso saber a aplicação que a regra implica? Wittgenstein responde: “Ora, talvez esta: fui treinado para reagir de uma determinada maneira a este signo e agora reajo assim” (Wittgenstein, 1999, §198). Treinamento aqui se refere ao fato de inserir o indivíduo no ambiente em que se usam determinadas palavras, e então pelo uso, ele passa a conhecer os seus significados. Por exemplo, muitas vezes aprendemos os nomes dos objetos pelo uso habitual e não necessariamente porque alguém apontava para o objeto e dizia seu nome. Isso acontece com o uso de palavras, símbolos matemáticos, indicadores de direção. “Alguém somente se orienta por um indicador de direção na medida em que haja um uso constante, um hábito” (Wittgenstein, 1999, §198).

Uma instituição, tal como o conjunto das regras aritméticas ou algébricas, por exemplo, é uma *forma de vida* que consiste em instituir regras de jogos que são aceitas socialmente e com o passar do tempo transformam-se em normas. As instituições são responsáveis pelos saberes, pois designam um sistema de relações sociais dotadas de certa estabilidade provenientes de certas normas que regularizam a sociedade. Os indivíduos precisam de regras e querem seguir regras, pois elas são necessárias para normatizar as ações de quem vive em sociedade. Assim, Wittgenstein alerta:

O que denominamos “seguir uma regra” é algo que apenas *um* homem poderia fazer apenas *uma vez* na vida? - Trata-se, naturalmente, de uma observação para a *gramática* da expressão “seguir a regra”. Não é possível um único homem ter seguido uma regra uma única vez. Não é possível uma única comunicação ter sido feita, uma única ordem ter sido dada ou entendida uma única vez, etc. - Seguir uma regra, fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma única partida de xadrez, são *hábitos* (usos, instituições) (Wittgenstein, 1999, §199).

Ver algo de determinada forma depende de algum direcionamento nesse sentido, ou seja, somos treinados cotidianamente a perceber as coisas de determinada maneira, mas a educação formal pode nos levar a outras interpretações. Ao estudar matemática, com certo tempo de estudo, podemos enxergá-la ao nosso redor. Precisamos ser treinados a *ver como*, ver como alguém quer que vejamos. *Ver como* não é exatamente uma maneira melhor do que *ver*, mas é uma forma diferente, que pode ser apresentada e treinada. Por exemplo, podemos *ver 8 como 2³* quando estamos aprendendo a resolver equações exponenciais.

Assim, tanto o ensinar quanto o aprender estão ligados às regras, e estas estão claramente na linguagem e não ocultas, esperando ser descobertas. É nesse sentido que Moreno (2001, p. 246) revela que “As semelhanças não são, pois, relações previamente existentes”, pois até estas devem ser clarificadas na linguagem, e não se deve esperar que os alunos percebam. Não se pode dizer que o aluno não possa “fazer lances” no jogo, mas tal só é possível a partir de um conhecimento prévio de algumas regras. Mesmo em jogos mais básicos, como a nomeação, como apresentado por Wittgenstein no início das *Investigações*, há técnicas

introdutórias que permitem uma relação de habituação com determinadas palavras, “O aprendiz é treinado a ver relações internas, uma vez que a familiaridade com diversos jogos consiste em desenvolver a habilidade de compará-los entre si e aprender a ver semelhanças entre casos diferentes, usando, para isso, a linguagem” (Moreno, 2012, p. 84). Mas tal habituação, familiaridade ou regularidade são linguísticas, isto é, são relações internas de sentido, internas à linguagem.

O treino na matemática, portanto, numa perspectiva wittgensteiniana, se configura como um seguir regras a partir da gramática convencionada, a partir do ensino recebido, já que um signo por si só não carrega consigo seu significado, seu uso, mas ganha vida no uso. Numa filosofia wittgensteiniana, a construção do conhecimento matemático provém da capacidade de se seguir regras, pois são *invenções* dos homens e a tarefa do professor é ensinar estas regras, “para que o aluno comece, a partir de um determinado momento não previsível *a priori*, a ‘fazer lances’ no jogo de linguagem no qual está sendo introduzido, inclusive aplicando-o a situações empíricas” (Gottschalk, 2008, p. 93).

Pela filosofia de Wittgenstein entendemos que não temos acesso ao pensamento do aluno, temos acesso apenas àquilo que é expresso por meio da fala e da escrita ou outras formas de expressão. Por isso uma atenção maior à linguagem é tão necessária (Silveira, 2008).

Conforme vimos, as proposições matemáticas são normativas e assim “não há *algo (a priori)* que as fundamente fora da linguagem, ou que a elas corresponda” (Gottschalk, 2004, p. 326-327). Portanto, não há sentido em se esperar que um aluno descubra entidades matemáticas por processos mentais ou empíricos. Mas, alerta a autora, não se deve esperar que o aluno invente uma matemática, aceitando, ao contrário da descoberta, que qualquer produção deveria ser permitida, mas sim que “Os critérios estabelecidos pela comunidade dos matemáticos é que vão guiar a atividade do aluno, o qual transitará em um campo gramatical pré-estabelecido que até possibilita *descobertas*, mas em um sentido diferente do das ciências empíricas”

(Gottschalk, 2004a, 327). São descobertas dentro do jogo linguístico, como alguém que descobre uma jogada que leve ao xeque-mate no xadrez, mas que evidentemente já era prevista em suas regras. Ou como alguém que aprende a operação de adição e deduz a subtração. São possibilidades dentro da gramática existente.

Considerações

Wittgenstein foi um filósofo que, ao abordar a matemática, deixou em seus escritos reflexões e indicações de como podemos pensar uma Educação Matemática. Buscamos trazer nesse texto uma compreensão sobre a filosofia para Wittgenstein, e em seguida da matemática e da educação, sem necessariamente fazer conclusões, pois entendemos que a compreensão de alguns dos conceitos da obra desse autor ainda demanda tempo. Esse texto, portanto, pode servir como contribuição para se pensar sobre uma filosofia da Educação Matemática numa perspectiva wittgensteiniana, indicando como o leitor interessado pode se aprofundar.

Apresentamos a filosofia de Wittgenstein no contexto filosófico mais geral, trazendo alguns autores como os pré-socráticos, Platão, Aristóteles, Santo Agostinho, para então descrever as ideias de Wittgenstein. O filósofo compreendia que não havia problemas filosóficos, mas problemas de compreensão da linguagem. Assim, ele entendia a filosofia como atividade terapêutica, isto é, que tinha a função de curar as confusões causadas pelo dogmatismo filosófico quando aplicada a concepção referencial da linguagem, que tem como princípio a ideia de que há apenas uma linguagem que referencia as diversas formas de conhecimento. Wittgenstein passa a compreender que não existe apenas uma linguagem, mas jogos de linguagem.

A partir dessa concepção de filosofia, refletimos sobre a Filosofia da Matemática de Wittgenstein. A partir do filósofo, entendemos que a matemática é uma instituição humana. Wittgenstein destaca o caráter normativo da matemática, de modo que não descreve o empírico,

o abstrato ou mental, mas são convenções, criações dos seres humanos, normas linguísticas aceitas comunitariamente.

Essas concepções já apontam para uma compreensão de educação por Wittgenstein. A contraposição a uma concepção referencial da linguagem indica que não há um conhecimento único, em essência, que perpassa todas as formas; se as linguagens são várias, não se pode esperar que os conteúdos podem ser descobertos, intuídos naturalmente a partir de outros. O caráter convencional da matemática indica que as proposições matemáticas devem ser ensinadas, que não são óbvias ao aprendiz.

Na discussão sobre educação trazemos Arley Moreno, que buscou elaborar uma epistemologia baseada em Wittgenstein. A filosofia de Wittgenstein não tinha como maior preocupação a educação, no entanto, tanto a filosofia de Wittgenstein, quanto a epistemologia do uso de Moreno trazem a possibilidade de extrairmos consequências pedagógicas no nosso caso, para a Educação Matemática. Ao compreenderem e desenvolverem a ideia de que o significado está no uso, Wittgenstein e Moreno, fornecem elementos para uma análise sobre construção e ensino dos saberes.

Moreno (2005) destaca três aspectos comuns da terapia wittgensteiniana que são as ideias principais de sua epistemologia do uso: *as ideias de que os fundamentos da significação não são exteriores, que gramática é autônoma e arbitrária*. A partir disso, consideramos a matemática como uma linguagem independente e autônoma, com regras que foram definidas arbitrariamente, e com o tempo e uso tornaram-se normas que podem ser utilizadas para compreender a realidade, mas não que sejam hoje dependentes desta. Assim, não podemos pensar a matemática apenas como função referencial de um conhecimento extralinguístico. Rorty (1990) compreende que Wittgenstein nos “arrancou” do nosso mundo mental cartesiano-lockeano e nos ajudou a superar a tentação de tomar a linguagem como captura da realidade. Dessa forma, não descartou a metafísica, apenas entende que tal é perda de tempo.

O caráter terapêutico da filosofia de Wittgenstein está ligado à ideia de trazer outras filosofias ou teorias para o divã, onde se tentará curar mostrando que tais concepções estão muitas vezes enraizadas em uma concepção referencial da linguagem, a qual tem a ideia de que o conhecimento está no mundo ideal, na mente ou na empiria e a linguagem é apenas uma representação de tal conhecimento.

Numa concepção wittgensteiniana, não há uma essência comum por trás dos diversos conteúdos da matemática, ou do conhecimento de modo geral, mas semelhanças, que podem ser apontadas arbitrariamente para favorecer determinado ensino de um conteúdo. Em razão disso não nos lançamos em uma crítica aos métodos de ensino, mas à base filosófica que os fundamenta, que pode fazer com que os professores esperem que tais métodos alcancem resultados além do que lhes é possível alcançar. Em um sentido mais amplo, realizamos uma comparação entre descrições dos fatos e concepções dogmáticas.

Filosofias dogmáticas tomam o conhecimento como algo que pode se desenvolver na mente por meio de um processo natural que relaciona o cognitivo, o meio físico e social. Nessa concepção, a linguagem tem um papel apenas comunicativo e descritivo. O pensamento antecede a linguagem. Em algumas dessas teorias, o indivíduo constrói seu próprio conhecimento, pois ele já detém *a priori* a possibilidade de desenvolvimento de estruturas cognitivas que o permitem. A partir da filosofia de Wittgenstein, compreendemos que o aluno constrói o conhecimento, não devido estruturas pré-existentes e em desenvolvimento potencialmente presentes no aluno, mas a partir de regras que lhe são apresentadas e com as quais ele jogará nos jogos em que for colocado.

Gottschalk (2015, p. 304) compreende que a inovação “tão exigida pelos atuais governos, pode vir não de uma nova teoria educacional, mas, simplesmente, de uma abordagem terapêutica deste complexo uso de conceitos educacionais, que já se encontra liberta de uma concepção referencial da linguagem”, que esclareça confusões e que não tente impor modelos.

A autora mostra que as teorias educacionais se incorporam nas formas de vida, tornam-se instituições, o que deixa muitos de nós, educadores, atrelados a determinadas teorias, das quais não conseguimos nos desvencilhar, por fazer parte de nossas formas de vida. Nesse sentido, a autora propõe, assim como faz Wittgenstein, relativizar tradições filosóficas, mesmo que pareça algo absurdo, para mostrar que mesmo nossas convicções são convencionais.

Concluimos sugerindo que as pesquisas em Educação Matemática busquem uma discussão maior sobre a linguagem e suas influências no ensino. De fato, o problema principal pode ocorrer quando adotamos teorias sem uma reflexão mais profunda e isso ocorre, muitas vezes, devido a uma busca apressada por melhorarmos nosso ensino, pela simples adesão ao que parece estar na “moda” ou por seguir as recomendações recebidas em nossa formação.

Referências

- Abbagnano, N. (2007). *Dicionário de Filosofia*. Martins Fontes.
- Araújo, I. L. (2004). *Do signo ao discurso: introdução à filosofia da linguagem*. Parábola Editorial.
- Arruda Júnior, G. F. (2017). *10 lições sobre Wittgenstein*. Vozes.
- Bastianini e Souza, F. H. & Souza, M. A. (2012). A distinção platônica entre mundo sensível e mundo das ideias. *Revista Jurídica da Universidade de Franca*, 14(22), 6–14.
- Caraça, B. J. (1952). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Editora Lisboa.
- Chauí, M. (2002). *Introdução à história da filosofia: dos pré-socráticos a Aristóteles*. Companhia das Letras.
- Costa, N. (2008). *Introdução aos fundamentos da Matemática*. HUCITEC.
- Devlin, K. (2004). *O gene da Matemática – O talento para lidar com números e a evolução do pensamento matemático*. Record.
- Ghiraldelli Júnior, P. (2006). *Filosofia da Educação*. Ática.
- Glock, H. (1998). *Dicionário Wittgenstein*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor.
- Gottschalk, C. M. C. (2002). *Uma reflexão filosófica sobre a matemática nos PCN*. [Tese de Doutorado em Filosofia da Educação, Universidade de São Paulo].
- Gottschalk, C. M. C. (2004). Reflexões sobre contexto e significado na educação matemática. *VII Encontro Paulista de Educação Matemática*. São Carlos: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Gottschalk, C. M. C. (2007). Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, 33(3), 459-470.

- Gottschalk, C. M. C. (2008). A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Cad. Cedes*, Campinas, 28 (74), 75-96.
- Gottschalk, C. M. C. (2010). O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. *ETD – Educação Temática Digital*, 12(1), 64-81.
- Gottschalk, C. M. C. (2013). O paradoxo do ensino da perspectiva de uma epistemologia do uso. *Educação e Filosofia* (UFU. Impresso), 27, 659-674.
- Gottschalk, C. M. C. (2015). A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional. *IXTLI Revista Latinoamericana de Filosofía de la Educación*, 2(4), 299-315.
- Granger, G. (1974). *Filosofia do Estilo*. São Paulo: Perspectiva, EDUSP.
- Kilian, C. & Molina, J. A. (2018). Observações sobre a semiótica de Santo Agostinho. *Sapere aude*, 9(18), 425-442.
- Knijnik, G. (2014). Juegos de lenguaje matemáticos de distintas formas de vida: contribuciones de Wittgenstein y Foucault para pensar la educación matemática. *Educación Matemática*, 25, 146-161.
- Machado, N. J. (1987) *Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática*. São Paulo: Cortez.
- Macmillan, C. J. B. (1995). How not to Learn: Reflections on Wittgenstein and Learning. In Smeyers, P. & Marshall, J. D. *Philosophy and Education: Accepting Wittgenstein's Challenge*. Kluwer Academic Publishers, 161-169.
- Miguel, A. (2016). Historiografia e Terapia na Cidade da Linguagem de Wittgenstein. *Bolema* (Rio Claro), 30, 368-389.
- Moreno, A. R. (2000). *Wittgenstein: os labirintos da linguagem - Ensaio introdutório*. Moderna.
- Moreno, A. R. (2001). Wittgenstein e os valores: do solipsismo à intersubjetividade. *Natureza Humana*, 3, 233-288.
- Moreno, A. R. (2004). Uma concepção de Atividade Filosófica. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* (UNICAMP), 14(2), 275-302.
- Moreno, A. R. (2005). *Introdução a uma pragmática filosófica: de uma concepção de filosofia como atividade terapêutica a uma filosofia da linguagem*. Campinas, São Paulo, Editora da UNICAMP.
- Moreno, A. R. (2010). Wittgenstein: um projeto epistemológico – Em direção a uma epistemologia do uso. *Coleção CLE*, 58(1), 11–47.
- Moreno, A. R. (2012). Introdução a uma epistemologia do uso. *Caderno crh*, 25(2), 73-95.
- Mulinari, F. (2016) *Filosofia da Linguagem*. Universidade Federal do Espírito Santo, Secretaria de Ensino a Distância.
- Oliveira, M. A. (2001). *Reviravolta lingüístico-pragmática na filosofia contemporânea*. 2ª Ed. São Paulo: Edições Loyola.
- Oliveira, P. S. X. (2004). Implicações do Pensamento de Wittgenstein para o Ensino de Línguas. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência* (UNICAMP), 14, 335-363.
- Platão. (2001). *Mênon/Platão*. Rio de Janeiro: Editora PUC-Rio; Edições Loyola.

- Portela Filho, R. & Portela, C. A. (2003). Filosofia da Educação Matemática: sua relevância no contexto da Educação Matemática e aspectos históricos. *Cadernos de Pesquisa (UFMA)*, 14(1), 46-68.
- Reale, M. (2002). *Introdução à filosofia*. Saraiva.
- Rorty, R. (1990). *El giro linguístico*. Madri: Paidós.
- Russell, B. (1957). *História da filosofia ocidental - A filosofia antiga*. Companhia Editora Nacional.
- Russell, B. (1981) *Introdução à Filosofia Matemática*. Rio de Janeiro: editora Zahar.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Silva, M. O. (2018). *Wittgenstein: para além da linguagem agostiniana*. Intermeios.
- Silva, P. V. (2011). *O aprendizado de regras matemáticas: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal do Pará].
- Silveira, M. R. A. (2008). Aplicação e interpretação de regras matemáticas. *Educação Matemática Pesquisa*, 10(1), 93-113.
- Snapper, E. (1984). As três crises da Matemática: o logicismo, o intuicionismo, e o formalismo. *Revista Humanidades*, v. II, n. 8, pp. 85-93.
- Vilela, D. (2013). *Usos e Jogos de Linguagem na Matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Wanderer, F. (2013). Etnomatemática e o pensamento de Ludwig Wittgenstein. *Revista Acta Scientiae*, 15, 257-270.
- Winch, C. (1995). *Education Needs Training*. Oxford Review of Education.
- Wittgenstein, L. (1976). *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics - Cambridge 1939*. Harvester Press.
- Wittgenstein, L. (1993). *Tractatus Logico-philosophicus*. Edusp.
- Wittgenstein, L. (1998). *Remarks on the foundations of mathematics*. Blackwell.
- Wittgenstein, L. (1999). *Investigações filosóficas*. Nova cultural.
- Wittgenstein, L. (2000). *Da certeza*. Edições 70.