

**O problema filosófico da representação e desdobramentos para a modelagem matemática na educação matemática**

**The philosophical problem of representation and its ramifications for mathematical modeling in mathematics education**

**El problema filosófico de la representación y desdoblamiento para la modelación matemática en la educación matemática**

**Le problème philosophique de la représentation et des déploiements pour la modélisation mathématique dans l'enseignement des mathématiques**

Tiago Emanuel Klüber<sup>1</sup>

Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, PR

<https://orcid.org/0000-0003-0971-6016>

Carla Melli Tambarussi<sup>2</sup>

Instituto Federal do Paraná, Assis Chateaubriand, PR

<https://orcid.org/0000-0002-4359-1766>

Gabriele de Sousa Lins Mutti<sup>3</sup>

Secretaria de Estado da Educação e do Esporte do Paraná, Foz do Iguaçu, PR

<https://orcid.org/0000-0002-6347-7207>

**Resumo**

Este texto expõe compreensões sobre o problema filosófico da representação, tanto do ponto de vista da teoria clássica do conhecimento, quanto do ponto de vista fenomenológico, no primeiro caso, sendo tomado como *vorstellung*, e no segundo, como *re-presentation*. A discussão se dá em decorrência de o problema não ser enfrentado no âmbito da Modelagem na Educação Matemática, na qual a compreensão se alinha de modo naturalizado à concepção clássica. Explicitam-se, o quanto foi possível, diferenças entre as duas compreensões; efetuamos uma hermenêutica acerca dos termos correlatos à representação: realidade e modelo matemático; explicitam-se as compreensões de trabalhos de Modelagem na Educação Matemática que focaram o tema da realidade e correlatos; abrem-se interpretações

---

<sup>1</sup> [tiagokluber@gmail.com](mailto:tiagokluber@gmail.com)

<sup>2</sup> [carlatambarussi@hotmail.com](mailto:carlatambarussi@hotmail.com)

<sup>3</sup> [gabi\\_mutti@hotmail.com](mailto:gabi_mutti@hotmail.com)

concernentes aos desdobramentos de assumir uma posição fenomenológica do conhecimento para a Modelagem Matemática na Educação Matemática, em termos de ensino, aprendizagem, limitações da visão anterior, bem como indica-se a necessidade de revisar compreensões naturalizadas sobre os seus efeitos na Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Modelo Matemático, Realidade, Fenomenologia.

### **Abstract**

The present work exposes understandings about the philosophical problem of representation, both from the point of view of classical knowledge theory and phenomenology, the former taken as *vorstellung* and the latter as *re-presentation*. The discussion results from the fact that this problem is not tackled within the scope of modeling in mathematics education, in which understandings naturally align with the classical conception. The differences between those two understandings were explained to the full; an hermeneutic analysis regarding the terms related to representation, i.e., reality and mathematical model, was conducted; understandings derived from works about modeling in mathematics education that focus on the theme of reality and correlates were also explained; we opened interpretations concerning the ramifications of taking a phenomenological stance towards knowledge of mathematical modeling in mathematics education, in terms of teaching, learning, limitations of the previous view, and indicated the need to review normalized understandings about their effect on mathematics education.

**Keywords:** Mathematics education, Mathematical model, Reality, Phenomenology.

### **Resumen**

Este texto expone comprensiones sobre el problema filosófico de la representación tanto desde el punto de vista de la teoría clásica del conocimiento como desde el punto de vista fenomenológico. En el primer caso, tomado como *vorstellung*, y en el segundo, como re-

presentación. La discusión se da por no haber un enfrentamiento del problema en el ámbito de la Modelación en la Educación Matemática, en la que la comprensión se alinea naturalmente con la concepción clásica. Explicitamos, en la medida de lo posible, las diferencias entre los dos entendimientos; realizamos una hermenéutica sobre los términos relacionados con la representación: realidad y modelo matemático; explicitamos las comprensiones de los trabajos de Modelación en Educación Matemática que se enfocaron en el tema de la realidad y sus correlatos; abrimos interpretaciones acerca del desdoblamiento de la toma de posición fenomenológica del conocimiento para la Modelación Matemática en la Educación Matemática, en términos de enseñanza, aprendizaje, limitaciones de la mirada anterior, así como señalamos la necesidad de revisar comprensiones naturalizadas sobre sus efectos en la Educación Matemática.

**Palabras clave:** Educación matemática, Modelo matemático, Realidad, Fenomenología.

### **Résumé**

Ce texte expose les conceptions du problème philosophique de la représentation, tant du point de vue de la théorie classique de la connaissance que du point de vue phénoménologique. Dans le premier cas, il est pris comme *vorstellung* et dans le second comme re-présentation. La discussion a lieu parce que le problème ne se pose pas dans le cadre de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques, dans lequel la compréhension est alignée de manière naturalisée sur la conception classique. Nous expliquons, autant que possible, les différences entre les deux compréhensions ; nous faisons une herméneutique sur les termes corrélés à la représentation : Les interprétations concernant le déroulement de l'adoption d'une position phénoménologique de la connaissance pour la modélisation mathématique dans l'enseignement des mathématiques, en termes d'enseignement, d'apprentissage, de limites de la vision

précédente, ainsi que la nécessité de réviser les compréhensions naturalisées sur ses effets dans l'enseignement des mathématiques sont indiquées.

**Mots-clés** : Enseignement des mathématiques, Modèle mathématique, Réalité, Phénoménologie.

## O problema filosófico da representação e desdobramentos para a Modelagem Matemática na Educação Matemática<sup>4</sup>

Os estudos e pesquisas que temos realizado **com** e **sobre** a Modelagem Matemática<sup>5</sup> na Educação Matemática têm evidenciado aspectos que são fortes à área, os quais, em nossa compreensão, se mostram importantes para que possamos compreendê-la de modo mais aprofundado. Isso porque tais aspectos indicam a complexidade que abrange o seu trabalho em sala de aula.

Um desses aspectos que trazemos à discussão para o artigo é a **representação**<sup>6</sup>, tomada aqui como problema filosófico. E por quê? Algumas são as respostas para esse questionamento. A primeira delas diz respeito ao fato de o termo ser recorrente na literatura sobre Modelagem na Educação Matemática e, também, na Matemática Aplicada, campo da qual a primeira é proveniente em sua gênese. Ressaltamos que, ao mencionarmos a Modelagem na Matemática Aplicada, o fazemos por entender que, além de ela ser a área da qual a MM na Educação Matemática é **originária**, o modo de compreender a **representação** se assenta em raízes filosóficas e epistemológicas comuns, como se pode depreender de uma interpretação dos excertos da Tabela 1.

Tabela 1.

### *Trechos sobre Modelagem Matemática e representação (Tambarussi, 2021)*

---

“[...] estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, estamos elaborando sobre *representações* de um sistema ou parte dele [...]” (Bassanezi, 2002, p. 24, destaques nossos).

---

“[...] Aqui, se necessário, podem ser avaliadas e modificadas as hipóteses que geraram a *representação* sobre a qual o modelo foi construído [...]” (Cifuentes & Negrelli, 2012, p. 797, destaques nossos).

---

“[...] um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da *representação* matemática associada ao problema real, considerando tanto os procedimentos

---

<sup>4</sup> Essa primeira parte do texto é praticamente idêntica à primeira versão do texto publicada no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, em 2021. Porém, resolvemos mantê-lo pela organicidade e por amparar a discussão que abrimos ao longo do texto.

<sup>5</sup> Ao longo do texto poderemos nos referir à Modelagem Matemática como Modelagem e, também, como MM, uma vez que não trazemos apenas compreensões sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática.

<sup>6</sup> Ressaltamos que esse tema de estudos, a representação, está vinculado, como subprojeto: “Crítica Fenomenológica à Teoria Clássica da Representação do conhecimento: uma contribuição à Modelagem Matemática na Educação Matemática”, ao projeto: “Uma filosofia fenomenológica da Educação Matemática” aprovado pelo CNPq, sob número do processo: 302321/2019-5.

Os trechos supracitados são apenas parte das reiteradas menções ao termo **representação** no campo da pesquisa em Modelagem.

Uma segunda resposta à pergunta “Por que **representação**?” expressa o movimento de estudo que temos realizado junto à Fenomenologia de Husserl, na qual o tema *representação* se mostra com força. Destacamos que, ao olharmos para o que aqui colocamos em evidência, o nosso foco não está em **duvidar ou negar a existência da representação** na Modelagem Matemática. Ele, por outro lado, se pauta na suspensão da atitude natural<sup>7</sup> e das crenças sobre aquilo que é assumido como posto e amplamente aceito. Alinha-se ao pensar filosófico que é abrangente, analítico e reflexivo. A essa suspensão, Husserl (2006) denomina de *epoché*:

*Colocamos fora de ação a tese geral inerente à essência da orientação natural, colocamos entre parênteses tudo o que é por ela abrangido no aspecto ôntico: isto é, todo este mundo natural que está constantemente “para nós aí”, “a nosso dispor”, e que continuará sempre aí como “efetividade” para a consciência, mesmo quando nos aprouver colocá-la entre parênteses.*

*Se assim procedo, como é de minha plena liberdade, então não nego este “mundo”, como se eu fosse sofista, não duvido de sua existência, como se fosse cético, mas efetuo a epoché “fenomenológica”, que me impede totalmente de fazer qualquer juízo sobre a existência espaço-temporal. (Husserl, 2006, p. 81, grifos do autor)*

Ao assumirmos a atitude mencionada por Husserl (2006), consideramos importante levar em conta que não é possível falar da **representação** isoladamente, uma vez que ela está fortemente articulada, conforme nosso entendimento, a outros aspectos que envolvem a Modelagem. Dentre eles, destacamos **modelo matemático** e **realidade**. Esses aspectos são explicitados em decorrência de nossa inserção na comunidade e da escolha de textos significativos que, sabidamente, se dedicaram a compreendê-los, direta ou indiretamente. A

---

<sup>7</sup> “Aquele em que nos situamos espontaneamente na nossa vida cotidiana, quando nos dirigimos às coisas para manipulá-las” (Moura, 2006, p. 16), na qual “[...] viramo-nos, intuitiva e intelectualmente, para as coisas que, em cada caso, nos estão dadas e obviamente nos estão dadas” (Husserl, s.d., p. 37, grifo do autor).

nossa postura filosófica é fenomenológica, inicialmente descritiva, de tal modo que passamos a expor estes aspectos como se apresentam na região de inquérito da Modelagem Matemática, juntamente a uma sucinta hermenêutica sobre o termo **representação**. Finalizamos com aberturas compreensivas, concernentes aos desdobramentos das consequências filosóficas de uma interpretação fenomenológica da representação para a Modelagem Matemática na Educação Matemática.

### **Expondo os termos *modelo matemático, realidade e representação***

Ao buscarmos pela composição **modelo matemático** no dicionário da língua portuguesa, não encontramos uma explicitação acerca dela. Por sua vez, o termo **modelo** é apresentado em vários contextos e exposto como uma “**representação** em escala reduzida de objeto, obra de arquitetura etc. a ser reproduzida em dimensões normais; maquete”; como “**reprodução** tridimensional, ampliada ou reduzida, de qualquer coisa real, us. como recurso didático”; como “desenho, objeto ou pessoa em cuja reprodução estética trabalha o artista”; como “**representação de** um fenômeno ou conjunto de fenômenos físicos e eventualmente a previsão de novos fenômenos ou propriedades, tomando como base um certo número de leis físicas, em geral obtidas ou testadas experimentalmente” (Houaiss, 2017, n. p., destaques nossos).

Em um conceituado dicionário de filosofia, o termo modelo está mais diretamente articulado à Matemática.

Para ser útil, um Modelo deve ter as seguintes características: 1) simplicidade, para que seja possível sua definição exata; 2) possibilidade de ser expresso por meio de parâmetros suscetíveis de tratamento matemático; 3) semelhança ou analogia com **a realidade** que se destina a explicar. (Abbagnano, 2007, p. 678, destaques nossos)

As três acepções dicionarizadas remetem ao conceito central da **decodificação do real por meio da matemática**. Em maior ou menor grau, elas possuem herança positivista, ou seja, a crença de que a natureza é regida por caracteres matemáticos. A possibilidade de descrever

de maneira simples, de receber tratamento matemático e, principalmente, **de ser semelhante ou análogo à realidade** está na base da construção da Ciência Moderna e, portanto, na “modelagem” do real.

Nos trechos dicionarizados, conforme destaques nas citações, o termo **realidade** é evocado, ficando latente a ideia de **representação**, por meio da semelhança. É a crença, no sentido de uma **verdade** justificada, que motiva a sua realização. O mesmo ocorre para o termo **representação**.

Representação é um substantivo feminino (do latim *repraesentatio*, *-onis*, pagamento em dinheiro, pagamento adiantado, pagamento com antecedência, imagem, retrato). Entre as suas principais acepções estão: 1) Exposição, exibição; 2) **Quadro**, escultura ou gravura que reproduz uma coisa ou pessoa; 3) **Exposição verbal ou escrita do que temos na mente**; 4) Observação feita em termos persuasivos; 5) Reclamação em que se fundamentam os direitos ao que se pede; 6) Arte de representar papéis em cinema, teatro ou televisão; ocupação de ator ou de atriz; 7) Récita; 8) Tratamento; ostentação inerente a um cargo; 9) Corporação dos representantes de uma nação (Dicionário Priberam, 2008-2021, verbete representação, destaques nossos).

No dicionário de filosofia, o termo representação “(lat. *Repraesentatio*, in. *Representation*; fr. *Représentation*; al. *Vorstellung*; it. *Rappresentazione*) [...] indica **imagem** (v.) ou **ideia** ([v.] no 2 sentido), ou ambas as coisas” (Abbagnano, 2007, p. 1006).

Segundo Abbagnano (2007):

o uso desse termo foi sugerido aos escolásticos pelo conceito de conhecimento como "semelhança" com objeto. "Representar algo" — dizia S. Tomás de Aquino — "significa conter a semelhança da coisa" (...). Somente no fim da “escolástica que esse termo passou a ser mais usado, às vezes para indicar o significado das palavras.

Em qualquer uma das possibilidades, o termo voltou

(...) a ter importância com a noção cartesiana de idéia como "quadro" ou "imagem" da coisa (*Aíed.*, III) e foi difundido sobretudo por Leibniz, para quem a mônada era uma R. do universo (*Monad.*, § 60). Inspirado nessa doutrina, Wolff introduziu o termo *Vorstellung*, para indicar a *idéia* cartesiana, no uso filosófico da língua alemã (*Vernünfftige Gedanken von Gott, der Welt und der Seele des Menschen*, 1719, I, §§ 220, 232, etc.). (Abbagnano, 2007, p. 1007)

Em todas essas acepções, há um sentido mais fundo que sustenta os demais: que é a ideia de **tomar o lugar de**: seja na exibição, no quadro que reproduz o que está na **mente**, atuando como intérprete de uma obra, numa peça jurídica ou ocupando um cargo que exija **falar por**.

Esse significado, **tomar o lugar de**, que sustenta os demais, é recorrente no âmbito da Ciência e da Filosofia, focando aspectos como a **representação** do **real**. Essa concepção clássica da **representação** (Moura, 1989) está na base da teoria do conhecimento na Ciência Moderna e permanece vigente na ciência contemporânea.

A possibilidade de pensar algo como **aquilo que toma o lugar de, que substitui o objeto ao seu modo**, é a mesma que faz confundir o objeto do conhecimento com o objeto real, ontologicamente falando. Em outras palavras, assume-se a ideia de reflexo ou cópia da realidade, sendo expressa por meio de uma **representação**.

**Realidade**. Sobre ela são inauguradas as grandes filosofias do século XX, como a Fenomenologia e o Materialismo Histórico. Esse tema é tão relevante que sobre ele se erigiu o advento da Ciência Moderna e depois ele se tornou tema central na crise dos Fundamentos da Ciência Europeia, com a emergência dos chamados filósofos da Ciência, como Popper, Bachelard, Feysabend, Thomas Kuhn e filósofos, como Edmund Husserl e Karl Marx.

Recentemente, esse tema foi retomado com a conotação de ciência pós-moderna, com autores renomados na Sociologia da Ciência, como Edgar Morin e Boaventura de Sousa Santos. Em cada uma das reflexões destes diferentes pensadores, distintas perspectivas sobre **realidade, real e ciência** emergiram e foram se “popularizando” no senso comum acadêmico,

principalmente na pesquisa científica de herança positivista, ora se opondo ora se alinhando a ela.

No entanto, as questões ontológicas sobre a **realidade** em todas as acepções, menos na fenomenológica, se instauraram sobre o que se convencionou chamar de realismo (do ingênuo ao crítico), conforme nossa leitura de Hessen (1982). Por esse motivo, no âmbito da pesquisa acadêmica, admite-se o **real** como **o que está aí**, objetivamente dado, pronto para ser captado por uma subjetividade mais ou menos atuante, **tradutora do real**. Essa é a ontologia predominante no âmbito de quase todo o fazer científico, inclusive na ciência pós-moderna que nega a possibilidade do **real**, culminando numa produção puramente subjetiva e relativista e, até mesmo, solipsista do **real**. Em outras palavras, a ciência, a pesquisa acadêmica, de modo geral, não tematiza as questões ontológicas por admiti-las como um pressuposto sem o qual a pesquisa não seria possível. É o caso, também, da pesquisa e da prática de Modelagem, sobre a qual falaremos no próximo subtítulo.

### **Ideias sobre modelo<sup>8</sup> e realidade em Modelagem**

No contexto da Modelagem na Matemática Aplicada, **modelo matemático** pode ser, por exemplo, “(...) apresentado como uma **representação** de um sistema **real**, o que significa que um modelo deve **representar** um sistema e a forma como ocorrem as modificações no mesmo” (Sodré, 2007, p. 3, grifos nossos). Bassanezi (2002, p. 20, grifo nosso) afirma, resumidamente, que “(...) chamaremos simplesmente de Modelo Matemático um conjunto de símbolos e relações matemáticas que **representam** de alguma forma o objeto estudado”.

No âmbito da Modelagem na Educação Matemática, há entendimentos de que o **modelo matemático** pode ser visto como “(...) uma **representação**, na linguagem da matemática, de

---

<sup>8</sup> Esclarecemos que ao abordarmos a questão do modelo matemático o fazemos como uma abertura compreensiva para discutirmos o nosso tema central que é a **representação**. Sendo assim, não se trata de uma revisão de literatura.

certos aspectos de um fenômeno<sup>9</sup> e tem por fim trazer um maior entendimento do fenômeno” (Gravina & Contiero, 2011, p. 4, grifo nosso). Greca e Moreira (2002), por sua vez, dizem que **os modelos matemáticos** podem ser tomados como um recurso pedagógico que visa favorecer a compreensão de problemáticas reais.

Alinhado a isso, Ornek (2008) infere que os **modelos matemáticos** são **representações** do conhecimento científico que é construído e compartilhado socialmente. Sendo assim, “por meio de modelos matemáticos, também nos tornamos capazes de ‘projetar’ uma parte do que se torna realidade. Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade” (Borba & Skovsmose, 2001, p. 135).

Nessas asserções sobre **modelo matemático**, são recorrentes os termos **realidade** e **representação**. Sobre **realidade** enfatizamos que se trata de um aspecto marcante quando falamos em Modelagem Matemática, tanto no âmbito da Matemática Aplicada quanto da Educação Matemática. Podemos destacar, por exemplo, a tese de Negrelli (2008): “Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática”; a dissertação de Veleda (2010): “Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática”; a tese de Vecchia (2012): “A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético” e a dissertação de Rocha (2015): “Realidade, Matemática e Modelagem: as referências feitas pelos alunos” e outros trabalhos que, embora não tenham tido como foco a **realidade**, suscitaram discussões sobre como ela pode ser entendida no âmbito da Modelagem Matemática.

Esclarecemos que optamos por ir às dissertações e teses dos autores supracitados uma vez que, ao fazer um levantamento no âmbito do Google Acadêmico, adotando como descritores de busca os termos Modelagem Matemática + Realidade, os textos encontrados,

---

<sup>9</sup> O termo fenômeno, no âmbito da Modelagem Matemática, expressa um sentido diferente do termo fenômeno da Fenomenologia, sendo tomado como um fenômeno físico, da natureza, social, etc.

além dos já citados, foram os artigos decorrentes destas mesmas pesquisas. Sendo assim, fomos a elas mesmas, apresentando sínteses, na linha temporal, de cada pesquisa.

### **Explicitando as compreensões de autores de Modelagem Matemática na Educação Matemática acerca da realidade**

Iniciamos com a tese de Negrelli (2008, p. 17) que objetiva “apresentar o processo de modelagem matemática através de diversos componentes que uma discussão sobre a realidade (...) vai sugerir. Esses componentes serão notoriamente três: a realidade inicial, a realidade intermediária e o modelo”. A autora baliza a pertinência dessa temática na necessidade de ampliação de pesquisas que se dediquem ao estudo de aspectos teóricos relacionados à Modelagem, como indicado pela Comissão Internacional de Educação Matemática no ano de 2002.

Referindo-se aos diferentes contextos nos quais o termo modelo matemático é adotado durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, Negrelli (2008, p. 14) infere que “Em qualquer um desses contextos, em que figura o termo ‘modelo’, há uma certa ‘realidade’ com a qual está relacionada uma teoria matemática. Mas, em que consiste essa realidade? Qual é sua ontologia?”.

Voltando sua atenção para a concepção de Modelagem defendida por Bassanezi (2002, p 16), quando diz que a Modelagem é a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos”, Negrelli (2008) assume a Modelagem como recurso metodológico segundo o qual só é possível conhecer por meio da representação. A representação, por sua vez, é entendida como “aquilo por meio do que se conhece alguma coisa” (Negrelli, 2008, p. 15).

A autora destaca, no entanto, que falar da representação no contexto da Modelagem envolve atentar para aproximações que, como tais, estão vinculadas à linguagem, às concepções e à própria intenção que pode ser mais ou menos apurada. Com efeito, o processo

de aprimoramento de um modelo matemático está constantemente aberto e sujeito ao refinamento, seja por meio de intuições mais apuradas, seja em função do uso de ferramentas de análise, elementos que, segundo a autora, estão ligados à experiência (Negrelli, 2008).

Por mais que as questões externas, como as sociais e as políticas, sejam relevantes quando se cogita o trabalho com a Modelagem, Negrelli (2008, p. 17) chama a atenção para a urgência de focar a Modelagem no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, tratando, especificamente, da realidade. Ela pergunta: “Como uma caracterização dessa realidade permite uma releitura do processo de modelagem matemática de modo a considerar a própria matemática como uma realidade a ser modelada?”.

Partindo da identificação e caracterização do componente realidade no processo de Modelagem que, de acordo com Negrelli (2008, p. 39), pode ser decomposto em realidade inicial e intermediária, ela apresenta uma releitura desse processo, organizando-o em três etapas: “a consideração de uma realidade inicial, a construção de uma realidade intermediária e a elaboração de modelos para situações-problema identificadas nesta última”.

Nessa perspectiva, Negrelli (2008, p. 40) entende a realidade inicial como “o mundo exterior enquanto ser e não enquanto aparecer” e explica que, durante o processo de Modelagem, serão as hipóteses e as aproximações, que visam à simplificação, que permitirão fazer um recorte dessa realidade inicial, chegando ao que será modelado de fato, isto é, a realidade intermediária. Sendo assim, a realidade intermediária é:

(...) uma representação recortada da realidade inicial que será modelada matematicamente. É formulada através de hipóteses e aproximações simplificadoras dadas por situações limites, que são obtidas geralmente por intuição sobre a realidade inicial, pois supõem uma escolha. É uma abstração da realidade inicial que supõe a identificação de uma situação bem estruturada desta. Salientamos que o que tem ‘estrutura’, pensada até como um conceito matemático, é a realidade intermediária e não a realidade inicial. (Negrelli, 2008, p. 40)

Nesse caso, o **modelo matemático** trata-se tão somente de um modo de enxergar; de um “recurso epistemológico” que permite compreender a realidade inicial (Negrelli, 2008, p.40).

Veleda (2010), no que lhe diz respeito, busca “caracterizar como a realidade é tratada em trabalhos de Modelagem Matemática na Educação Matemática” (Veleda, 2010, p.8) e, para tanto, analisa os textos publicados em duas edições da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (edições IV e V).

Em um movimento inicial, Veleda (2010) discute brevemente os termos **realidade** e **real**. Citando Berger & Luckmann (2008), ela destaca a **realidade** como uma qualidade vinculada a fenômenos dotados de um ser que independe da volição humana e que, sendo construída socialmente, possui diferentes esferas e a cotidiana é a que mais se evidencia, uma vez que está ao nosso alcance e diz do mundo no qual estamos. O **real**, por sua vez, é mencionado por Veleda (2010), como o que é dado e não apenas imaginado.

Discorrendo sobre o conhecimento matemático e a realidade, Veleda (2010, p. 22) diz compreender “que o conhecimento está relacionado com a realidade, que é composta pelo mundo sensível e pelo mundo das Ideias, pois o conhecimento é a abstração da essência dos objetos do mundo sensível”.

Tendo exposto suas compreensões sobre realidade, real e conhecimento matemático, Veleda (2010) se dedica a discutir a realidade na Modelagem Matemática. Nesse movimento, volta-se para o salientado por Anastácio (2007), Araújo (2007) e Villa-Ochoa et al., (2009), quando ressaltam que a compreensão de Modelagem, assumida por professores e autores, depende de suas concepções particulares de Matemática e de realidade.

Dando continuidade à discussão acerca da realidade na Modelagem, Veleda (2010) faz menção ao fato de a concepção de Modelagem assumida estar vinculada ao problema matemático estudado. Isso se mostra quando a autora afirma que a “Modelagem Matemática

parte de um problema da realidade e busca soluções para esse problema por meio da Matemática” (Veleda, 2010, p. 34). Ela ainda questiona: “A solução encontrada por meio da Modelagem Matemática está relacionada à realidade em que o problema está inserido? O modelo matemático obtido diz respeito a essa realidade?” (Veleda, 2010, p. 34).

Buscando esclarecer os questionamentos supracitados, Veleda (2010) volta sua atenção para o proposto por Negrelli (2008), bem como para as cinco categorias<sup>10</sup> de análise, contidas no trabalho de Borges & Silva (2007) e para as contribuições de Bicudo (2000) sobre a realidade como **percebida, objetiva, criada** ou **construída**.

Nessa direção, Veleda (2010) analisa, em um primeiro momento, atividades de Modelagem Matemática, buscando identificar aspectos concernentes à realidade inicial e à intermediária, como sugeridos por Negrelli (2008). Nessa análise, vê-se emergir uma compreensão de realidade vinculada ao que se vê, tal qual é, como características físicas. Isso se mostra, por exemplo, na análise de uma atividade sobre o transporte escolar, quando a autora identifica a realidade inicial como composta pelas características físicas dos veículos e pelas informações que garantiam o transporte rural e a realidade intermediária, como o questionário que dizia do número de alunos e da qualidade do serviço prestado.

Ao olhar, entretanto, para as definições de Modelagem expressas na literatura, balizando-se para isso no dito por Bicudo (2000), Veleda (2010) constrói o seguinte quadro:

---

<sup>10</sup> A primeira categoria diz respeito à característica da realidade contemplada no modelo, ou seja, se o modelo foi desenvolvido a partir de uma situação sem associação com a realidade, com associação a uma realidade artificial ou com a realidade; a segunda categoria identifica as limitações do modelo para descrever o problema, contribuindo, assim, para a discussão sobre a limitação da Modelagem em produzir informações confiáveis; a terceira categoria observa se o resultado encontrado possui utilidade, isto é, se o resultado encontrado permite intervenção na realidade; a quarta categoria trata do Âmbito da ação (escolar e/ou social) sobre a realidade, proporcionada pelo modelo; finalmente, a quinta categoria descreve se o modelo matemático auxilia na formação de concepção, valores e conscientização sobre o problema em estudo (Borges & Silva, 2007).

Figura 1.

*Correntes filosóficas indicadas no trabalho de Veleda (2010, p. 78)*

**Quadro 19 – Corrente filosófica e caracterização da realidade**

<b>grupo</b>	<b>caracterização de Modelagem Matemática</b>	<b>definição</b>	<b>corrente filosófica</b>	<b>caracterização da realidade</b>
G01	Um meio de descrever e/ou estudar problemas da realidade	D01	realismo	percebida
		D02	realismo	percebida
		D11	realismo	percebida
		D14	realismo	percebida
G02	Um processo (ou ferramenta) para compreender a realidade	D03	idealismo	criada
		D07	idealismo	criada
		D09	idealismo	criada
		D10	idealismo	criada
G03	Um recurso didático que oportuniza tratar de problemas da realidade nas aulas de Matemática	D04	realismo	objetiva
		D08	idealismo	construída
		D15	realismo	objetiva
G04	Um ambiente de aprendizagem que oportuniza aos alunos investigar a realidade por meio da Matemática	D05	idealismo	criada
		D06	idealismo	criada
		D12	idealismo	criada
		D13	idealismo	criada

Após o quadro, Veleda (2010) apresenta as seguintes conclusões:

Concluimos também que as definições de Modelagem Matemática citadas nas publicações da IV e V CNMEM que utilizam explicitamente o termo “realidade”, predomina a compreensão de que a relação entre Matemática e realidade está relacionada com a corrente filosófica idealismo, cujo discurso aponta que a realidade depende da ação. Predomina também nestes trabalhos a ideia de realidade criada, definida por Bicudo (2000) (...) no que diz respeito à verificação de como o modelo matemático trata a realidade, identificamos que nem sempre o modelo auxilia na resolução do problema inicial. A qualidade do resultado depende dos recortes e aproximações que o modelador faz da realidade, e essa qualidade é que determina a utilidade do resultado no âmbito extraescolar e no sistema de produção. (Veleda, 2010, p. 81-82)

Nas conclusões apresentadas por Veleda (2010), vemos a compreensão de que a realidade expressa na literatura voltada à Modelagem é aquela na qual não existem coisas reais independentes da consciência, uma vez que o sujeito determina o objeto. Por outro lado, a autora menciona que quando se fala da elaboração do modelo matemático, as discussões

delineadas na literatura apontam para uma realidade criada, na qual o sujeito age sobre a realidade, modificando-a.

Vecchia (2012) problematiza a questão da realidade que é tratada nos trabalhos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática. O autor elege autores importantes na comunidade de Modelagem, indo aos textos destes mesmos autores e expõe as suas compreensões. Porém, ao questionar aquilo que está posto na comunidade, recorre principalmente a Skovsmose (2007) para questionar a ideia de que um modelo matemático é um retrato da realidade, rejeitando a ideia de “fotografia”. Em outras palavras, a teoria da representação é questionada pelo autor; portanto, ele não aceita que a Matemática e a Lógica sejam as linguagens que descrevem a realidade, sem implicações sociais. Assim, a crítica é dirigida à impossibilidade de explicar a relação entre Matemática e realidade, usando a própria linguagem matemática, que seria a linguagem própria para isso. “Essa perspectiva de linguagem como representação é criticada por Skovsmose (2007) que entende existir implicitamente uma concepção de neutralidade que envolve a linguagem formal utilizada e o modelo” (Vecchia, 2012, p. 77).

Em oposição a essa visão, alinhando-se a Skovsmose (2007), Vecchia (2012) admite que a concepção de linguagem da Matemática não é neutra, portanto, não é pura. A linguagem Matemática é influenciada pelo social, pelo contexto, pelas vivências etc. Por conseguinte, os modelos matemáticos não são neutros, pois nascem enraizados em um lugar e tempo e são destinados a determinadas pessoas ou grupos delas. “De forma mais específica, o que é defendido é que não há uma linguagem ideal ou uma descrição exata daquilo que se observa ou analisa. Sob essa perspectiva, qualquer situação pode ser descrita de diferentes formas e sob perspectivas distintas” (Vecchia, 2012, p. 78).

Avançando nas discussões e buscando articular esses aspectos, o autor admite que a realidade é a realidade do “mundo-vida”<sup>11</sup>, buscando aproximar-se de uma visão fenomenológica. Aceita e defende que a realidade do mundo cibernético é uma dimensão de realidade que pertence ao “mundo-vida” ou “mundo-horizonte”, fixado pelas ciências e tecnologias. Desse modo, “(...) é possível considerar o mundo cibernético como uma dimensão abrangida pela realidade, porém que se mostra qualitativamente distinto em termos de espacialidade e temporalidade” (Vecchia, 2012, p. 103). Por fim, cabe destacar a seguinte afirmação: “Compreender o mundo cibernético como realidade, como uma modalidade do mundo-vida, implica o surgimento de um conjunto de possibilidades que se abre à investigação, tanto no campo filosófico, quanto na Educação” (Vecchia, 2012, p. 103).

Rocha (2015, p. 21) tem como foco investigar “como os alunos se referem à realidade e à matemática em ambientes de modelagem, e como eles as relacionam?” Em um primeiro momento, com o objetivo de explicitar como a realidade e a matemática são relacionadas no campo da Modelagem, a autora apresenta algumas compreensões de Modelagem, as quais foram destacadas, segundo ela, “a partir dos termos **realidade** e **matemática**, e seus similares” (Rocha, 2015, p. 24).

Com o estudo dessas distintas compreensões, Rocha (2015) argumenta que:

mesmo sendo distintas as concepções aqui abordadas, (...) evidenciam que a modelagem é uma forma de utilizar a matemática para tratar de problemas/situações reais. (...) Assim, tal discussão apresentada reforça que a modelagem se constitui como um ambiente potencial para observar as relações entre realidade e matemática. (Rocha, 2015, p. 28)

---

<sup>11</sup> “Mundo-Vida, traduzido da palavra alemã *Lebenswelt*, é entendido como a realidade constituída e produzida no movimento histórico cultural (sic), que traz consigo o presente, o passado e o futuro em sua temporalidade. Não é um recipiente em que são colocadas as coisas e os seres mundanos, como conhecimento, teorias, etc. É o solo histórico e cultural em que habitamos” (Bicudo, 2020c, p. 36). Esclarecemos que nós utilizamos neste texto mundo da vida, por conta de uma compreensão atualizada da tradução.

A autora enfatiza que os estudos na área de Modelagem na Educação Matemática têm se preocupado em não desvincular a matemática da realidade e que, para o desenvolvimento de aspectos da sua investigação, selecionou quatro trabalhos em que a discussão acerca da “relação” entre realidade e matemática em atividades de Modelagem Matemática é tida como foco central. Rocha (2015) menciona, também,

que no campo da modelagem na educação matemática, há uma variedade de termos que são utilizados para se referir à realidade: cotidiano, dia a dia, mundo real, mundo concreto, realidade concreta, realidade objetiva, dentre outros. Porém, muitas vezes, o que se entende por tais terminologias não é apontado. (Rocha, 2015, p. 42)

Ela discute, também,

que cotidiano e dia a dia são utilizados como sinônimos de realidade, mas ao observar suas definições, parece-me que tal utilização não é apropriada. Cotidiano pode ser entendido como aquilo que se faz todos os dias, o que acontece habitualmente (Ferreira, 2004). Dia a dia é conceituado como a sucessão dos dias, todos os dias (Ferreira, 2004). (Rocha, 2015, p. 42)

Corroborando o apresentado, Rocha (2015) traz o explicitado por Anastácio (2010), quando menciona que o termo problema do mundo real está presente nas várias definições de Modelagem, mas não se encontra uma explicação quanto ao que seria mundo real. O mesmo ocorre para mundo concreto e realidade concreta.

Para dar sequência ao desenvolvimento da investigação, Rocha (2015) apresenta um item denominado: “Realidade e Matemática além do campo da Modelagem”, no qual traz compreensões da Sociologia, da Educação Matemática e da Filosofia.

Para além do apresentado e buscando dar conta do foco da investigação, Rocha (2015) trabalhou, de modo presencial e em um espaço virtual, com alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio. Ao analisar os dados produzidos durante esse trabalho, ela afirma que:

(...) ao escolher temas [percebi que] para a atividade de modelagem, distintas referências à realidade estavam sendo feitas, como imaginado anteriormente. Esperávamos nos concentrar nas referências feitas pelos alunos; entretanto, em relação a este aspecto, sobressaíram diferenças entre as minhas referências à realidade e as da

professora em comparação com as referências à realidade pelos alunos. (Rocha, 2015, p. 173)

(...) Na análise, identifiquei que os temas apontados pela professora e por mim envolviam, além do possível interesse, a faixa etária e o entorno social dos alunos. Dessa maneira, sinalizei que eu e a professora fazíamos referência à realidade como algo com o qual estamos acostumadas, como um meio em que estamos inseridas (Duarte Júnior, 2004) e como algo por que manifestamos interesse. (Rocha, 2015, p. 173)

Os alunos, por sua vez, não fizeram apenas referência à realidade a partir de situações de interesse e do entorno social. Ocorreram também, por parte dos alunos, referências à realidade da qual se deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento, uma realidade distante (Duarte Júnior, 2004). As distintas referências à realidade se constituíram a partir do entorno social, do interesse, da situação da qual se deseja fazer parte ou vir a ter determinado conhecimento; e se basearam nos aspectos de *background* e *foreground* (Skovsmose et al., 2009). (Rocha, 2015, p. 173)

Ainda ao falar sobre a análise dos dados, Rocha (2015) menciona ao menos três aspectos “relacionados” às referências entre a realidade e a Matemática:

1. As relações entre as referências à realidade e à matemática são estabelecidas a partir de como a matemática se apresenta dentro dos espaços escolares para os alunos e para os professores (Araújo, 2002). Isso sinaliza que a incorporação da matemática na análise da situação real depende das aulas de matemática experienciadas pelos alunos e pelo professor, e das orientações do professor. (Rocha, 2015, p. 175)

2. [...] a relação entre as referências à realidade e à matemática a partir do uso de softwares de computadores sinaliza a importância da tecnologia não apenas na construção do conhecimento (Borba & Villarreal, 2005), mas também na identificação da matemática como algo pertencente à realidade ou como algo que tenha aplicação na realidade. (Rocha, 2015, p. 176)

3. [...] temos um indicativo de que os alunos podem questionar as relações entre as referências à realidade e à matemática por não gostar de matemática e/ou por ter dificuldade em matemática. (Rocha, 2015, p. 176)

Ao expormos esses três trabalhos, a complexidade que o tema **realidade** abrange fica ainda mais evidente. Há um esforço por parte dos autores em buscar clarear aspectos concernentes ao tema, à medida que trazem literatura de distintos contextos para fundamentar as discussões. Essa complexidade pode justificar, mesmo que haja o esforço desses e de outros autores, a articulação “natural” entre realidade, situações do dia a dia e do cotidiano. Situações estas em que são investigadas temáticas, como: 1) o consumo de água na cidade de Toledo -

PR (Vertuan & Almeida, 2016); 2) a distribuição de 37 toneladas de grãos de feijão e de milho, destinados aos produtores rurais que praticam a agricultura de subsistência (Barbosa, 2001); 3) a matemática do vai e vem das marés (Almeida et al., 2012); 4) o valor do salário mínimo, se ele fosse calculado seguindo as normas estabelecidas pela PEC 55 (Araújo & Martins, 2017); e 5) o custo de transporte do barro até o local onde se fabricavam telhas e tijolos (Burak, 2004).

Na mesma direção, isto é, concernente à articulação “natural” entre realidade, situações do dia a dia e do cotidiano, trazemos o mencionado por Cifuentes e Negreli (2012, p. 799):

De um ponto de vista um tanto ingênuo, podemos entender como realidade tudo o que existe. Esse pressuposto, que podemos considerar como uma hipótese de trabalho, permite-nos adotar a posição filosófica chamada de realismo empírico, que consiste no reconhecimento da existência das coisas independentemente do conhecimento que temos delas. À realidade empírica denominamos realidade inicial, a qual também pode ser entendida como o mundo exterior.

Anastácio (2010) também chama a atenção para uma **concepção** de **realidade** presente nas asserções voltadas à Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática:

Quando o professor se pergunta pela matemática que ajuda a compreender um determinado fato, ressalta-se este caráter de imanência da matemática na realidade. Reforça-se a concepção pitagórica e pode-se chegar a defender que a matemática está em tudo e sem ela vive-se o caos e o vazio. Na leitura de alguns textos produzidos por alunos de cursos de matemática ou mesmo em publicações de anais de Congressos da área de Educação Matemática essas concepções se manifestam em frases que mencionam que a escolha do tema para o trabalho com modelagem se deu pelas possibilidades de envolver vários conteúdos de matemática... ou mesmo porque aquele tema possibilita aproximar a realidade à matemática. (Anastácio, 2010, p. 7)

Depreende-se do discutido que a ideia de **realidade** está articulada ao cotidiano, ao empírico, ao independente do sujeito. Essa ideia está vinculada ao recorrente discurso de incentivo ao trabalho com a Modelagem Matemática na escola, haja vista, como defende a literatura da área, seu potencial em lidar com **problemas da realidade**.

O apanhado de explicitações sobre os termos **modelo matemático**, **representação** e **realidade**, desde seus significados originais aos seus **usos** no âmbito da Modelagem Matemática, aclararam compreensões dos sentidos da **representação**, de modo que, no

próximo subtítulo, buscamos lançar luzes sobre ela, expondo uma compreensão Fenomenológica.

### **Representação: um olhar fenomenológico**

Retomando a concepção filosófica clássica da **representação**, deparamo-nos com o entendimento de que ela é uma “operação pela qual a mente tem presente em si mesma a imagem, a ideia ou o conceito que corresponde a um objeto que se encontra fora da consciência” (Houaiss, 2017, n.p.). No alemão, a **representação** é expressa por meio da palavra *Vorstellung*, que “pode significar o ato de ‘representar (*Vorstellen*)’ ou ‘o que é representado (*Vorgestelltes*)” (Inwood, 1944, p. 161).

Uma compreensão importante é a de Brentano<sup>12</sup> que, segundo Inwood (1944, p. 161), refere-se à **representação** como um fenômeno mental “que fundamenta não apenas o julgar, mas o desejar e qualquer outro ato mental. Nada pode ser julgado, nada pode ser desejado, nada pode ser esperado ou temido, se não for representado”. Essa afirmação parte do princípio de que o que vemos, ouvimos ou pensamos sobre algo é, antes de tudo, a **representação** (*vorstellung*) desse algo. É condição primária para o conhecimento nessa visão clássica da representação. Heidegger (2006), no entanto, atentando-se aos significados da palavra *vorstellen*, diz que o representar está vinculado ao “deixar algo ser visto [*Sehen-Iassen von etwas*], não algo que é ele mesmo visto, como uma figura” (Heidegger, 2006, p. 45).

O **ver** envolve a linguagem, pois “primariamente e originalmente, não vemos tanto os objetos e coisas; em primeiro lugar, falamos sobre eles: mais precisamente não expressamos o que vemos, mas vemos o que se diz sobre o problema” (Heidegger, 2006, p. 75). Isso significa que os objetos não são representáveis? Não, significa que o homem não possui apenas “uma

---

<sup>12</sup> Foi um filósofo e psicólogo alemão nascido em janeiro de 1838. Franz Brentano foi professor de psicologia e de filosofia de Edmund Husserl.

imagem mental deles, e sim que é o homem quem decide se e o que eles são” (Inwood, 1944, p. 1980).

Em um primeiro momento, a discussão sobre a **representação**, na concepção clássica e na concepção fenomenológica, parece não fazer sentido, pois, independentemente da concepção, o trabalho com a Modelagem continua a ocorrer, inclusive nas tomadas de decisões na sociedade (Skovsmose, 2001). Contudo, ao nos demorarmos em uma reflexão mais funda, temos de perguntar: o que significa compreender a representação segundo uma perspectiva fenomenológica, para uma prática que se consolidou assumindo outra concepção de **realidade**? Essa pergunta não possui uma resposta categórica, mas envolve um pensar analítico e reflexivo.

A ideia de que a possibilidade de ver matemática como uma **representação** do real, entendido na Modelagem como o cotidiano, aspectos extramatemáticos etc., é problemática no sentido filosófico, pois ao se aproximar da tese realista, desconsidera a possibilidade de que há **representações** (atos) que não possuem conteúdo, como é o caso dos signos matemáticos (Guilhermino, 2019).

Dito de outro o modo, a possibilidade de descrever o real por meio da matemática não pode se efetivar, uma vez que não há possibilidade de a matemática ser mera representação do real (*Vorstellung*), ou seja, não faz referência a uma imagem precedente ou impressa na mente sobre o objeto. O ato de representar e, portanto, a **representação** em sentido fenomenológico não contém nenhum aspecto do objeto meramente representado, não é uma imagem dele ou uma cópia, pois o preenche de teor (*Inhalt*) (Husserl, 1996), em articulação com as suas próprias idealidades<sup>13</sup> simbólicas. Por exemplo, sobre um mesmo fenômeno (no sentido físico

---

<sup>13</sup> “As idealidades fenomenológicas diferem da concepção de idealidade concebida pela filosofia platônica, vista como realidade existente, ontologicamente, de modo perfeito no mundo supramundano ou, como denominado, mundo das ideias (Bicudo, 2003). As idealidades fenomenológicas são livres, pois independem do ato original que as constituíram pela primeira vez. Transcendem a subjetividade dos atos intencionais do sujeito; mantêm –se na temporalidade sustentada pela linguagem, e abrem possibilidades de complementaridade, aplicabilidade, de mobilidade na cadeia de suas articulações” (Bicudo & Rosa, 2010, p. 44).

“As ideias e os objetos ideais se dão à consciência como unidades idênticas frente à infinita multiplicidade de vivências intencionais possíveis que os visam. Eles podem ser objetos para um infinito número de atos simultâneos ou em tempos distintos, atos de um mesmo sujeito empírico ou de sujeitos empíricos distintos, e conservar, em

e não fenomenológico) podem ser produzidas diferentes interpretações matemáticas, mais ou menos coerentes. Isso porque o modelo não representa o real no sentido da ciência clássica, no sentido da mera **representação** ou de uma **representação** que contém previamente o objeto exterior, mas se volta para o visto, aquilo que se mostra na percepção, preenche de sentido no ato de representar e com os demais atos engajados nas vivências do conhecimento, como juízo, reflexão etc., sobre (sem conteúdo primário e simbólico) aquilo que foi visto, expressando-o. De certo modo, a tese de Klüber (2012) aventava preliminarmente essa ideia, ao dizer que o **modelo matemático é um modo de compreender o visto, com matemática.**

Essa compreensão pode causar, inicialmente, algum desconforto, pois desloca a que está consolidada na área, uma vez que abandona o entendimento de que o **modelo matemático** representa, matematicamente, a **realidade** tal qual ou de uma segunda representação que seria um “sistema real” e o assume como a expressão matemática do visto sobre o que está sendo visado (interrogado).

Este entendimento também lança luzes sobre, por exemplo, a ampla dificuldade dos estudantes de tratarem as situações matematicamente, em contextos de Modelagem, carecendo do professor (Tambarussi, 2021). Em suma, a crença na **mera representação** ou na simples apropriação do real não permite vislumbrar que as vivências no ato de modelar não se constituem em **mera tradução do real** ou na **mera representação**, mas em uma *representação* que articula o visto com o que se sabe ou se está a aprender sobre matemática, solicitando atos específicos para dar conta daquilo que entra no campo das vivências dos sujeitos.

Ao dizermos que o modelo matemático não é **mera representação** do real, exceto em níveis elementares, como um desenho ou um esboço grosseiro, impõe-se, por consequência teórica, a necessidade de desvincular a ideia de que o modelo é uma aproximação da realidade.

---

todos os atos possíveis, o mesmo sentido ou significação, a mesma essência de inteligibilidade intrínseca, congruente e unitária. Sua identidade está, portanto, além dos atos empíricos que a visam efetivamente, e não se restringe à conexão psicológica e temporal dos atos concretos, dado que ela é, na verdade, constituída intencionalmente pela *essência de determinados atos (...)*” (Soares, 2008, p. 65, destaque do autor).

O modelo é sempre uma **interpretação da realidade visada com Matemática**. Dito de outro modo, o conhecimento que se produz nessa realidade visada, emaranha-se em um conjunto de atos específicos e não permanece em atos puramente intuitivos do olhar imediato que se nutre de um empirismo, mesmo que seja especial, no sentido da tradução do real pelo sujeito.

A atitude fenomenológica esclarece, como já dissemos, as infinitas possibilidades de explicar uma situação dita real, por meio de matemática, pois essa explicação visa expor aspectos matemáticos que não designam os objetos reais, mas associam idealidades matemáticas aos aspectos que são visados desta situação. Assim, o sentido de modelos progressivos, como “novas e melhores aproximações do real”, comuns na comunidade, explica outros aspectos antes não vislumbrados, justamente porque no horizonte compreensivo, intersubjetivo e fixado pela tradição, novos modos de visar o mesmo objeto tornam-se disponíveis e, portanto, potenciais para enfrentar a “mesma situação”. Não é um fenômeno puramente psicológico, mas da cognição. Em outras palavras, é possível que diferentes sujeitos compartilhem de um mesmo ponto de chegada, pois sendo capazes de atos específicos, participando da mesma comunidade, partilhando linguagem, são capazes de expressar “a unidade na diferença” e a “diferença na unidade” em relação ao mesmo fenômeno (Sokolowski, 2004).

Ao focar a Educação Matemática, em específico a Modelagem Matemática, entendemos que há um movimento corpóreo (*leib*) e do pensar, na busca de associar idealidades matemáticas aos aspectos que se mostram da situação estudada. É neste ponto que reside o eixo do trabalho do professor ao Ensinar matemática com Modelagem para a obtenção de um modelo ou mesmo para a explicação matemática da situação, seja em relação a conhecimentos matemáticos e outros que os estudantes já dispõem, seja na apresentação de novos.

Compreender que as idealidades matemáticas são associadas a outros aspectos que são estudados solicita modos de proceder do professor, de modo que se estabeleça diálogo profícuo

acerca daquilo que se quer explicar com matemática; que se elabore uma compreensão do “o quê” se quer explicar, bem como do “o quê” permite explicar este outro “o quê”, assim como exige estabelecer modos de associar um e outro.

Por exemplo, ao focar uma situação do crescimento de uma planta, já em termos matemáticos, porque o crescimento de uma planta pode ser visto de outras maneiras, como benção, como maldição, como a mudança de uma estação, como final de uma etapa etc., o primeiro “o quê” é o crescimento da planta, é isso que se quer explicar. O que permite explicar o crescimento de uma planta? São vários aspectos que lhe são inerentes, como o tempo cronológico, o solo, a adubação, a irrigação, o clima da região, o cuidado de quem a plantou, o afeto que lhe é depositado etc. Escolher entre o “o quê” se quer explicar e o “o quê” que permite explicar é uma interpretação, é movimento do pensar. Se queremos fazer com matemática, passamos a buscar aquilo que faz sentido matematicamente, em termos de mensuração, de numeração, de sequenciamento, de contagem, etc. O mais imediato seria visar o crescimento de uma árvore no tempo cronológico (*chronos*). O crescimento vertical da árvore  $x$ , em  $y$  tempo? Que tempo é esse? Dias, semanas? Meses? Quadrimestres, anos? De onde vem essa decisão? Vai depender de que árvore é essa. Assim, é preciso conhecer a sua espécie, se podemos, dentro do nosso tempo, mensurar o seu tempo de crescimento. Como se pode ver, as aberturas são infinitas. Contudo, poderíamos visar em termos de adubação, com ou sem ela, ou ainda, sobre a irrigação. Enfim, aqui as possibilidades também são infinitas. Porém, quando decidimos explicar um “o quê” ou outro “o quê”, não negamos a realidade da existência da árvore, mas visamos aspectos que são aspectos do conhecimento; assim, a realidade de que tratamos é construída e o modelo é um visar com, procurando **um como**.

Quando falamos de Educar Matematicamente, falamos da matemática que tem finalidades em uma cultura, um povo, uma comunidade e, certamente, pensamos em escolas, mesmo que não sejam formais, nas quais se dissemina a matemática produzida, registrada e

consolidada. Assim, esses o “o quê” tendem a ser escolhidos nesse horizonte, inscritos em uma região de inquérito e de compreensão. Portanto, impõe-se ao professor buscar **associar matemática** aos demais aspectos da situação estudada com Modelagem que é, segundo Klüber (2012, 2017), sempre temática.

Impõe-se ao professor de matemática superar a ideia de que da simples situação vai emergir matemática, pois a matemática emerge do movimento de associar aspectos que não são dados imediatamente, exceto que já se disponha de recordações daquela situação. Como posso afirmar que o crescimento de uma árvore é linear? Somente se, no horizonte compreensivo, souber o que é uma função linear, assim compartilhada em uma comunidade. E se não souber, pode-se chegar a elas por meio das ações de descrever aquilo que se escolheu para visualizar o seu comportamento, por isso podemos recorrer a registros escritos, contagem, diferença, soma, gráficos e tabelas, visando-se a ideia de linear. O sentido figural ou numérico da situação permitirá associar o crescimento da árvore a um comportamento funcional. Certamente, o crescimento de uma árvore não é linear, ainda que em uma situação notável pudesse ser. O que há é uma explicação que se aproxima. Não é o modelo que se aproxima da realidade, é a idealidade matemática que se aproxima de um aspecto visado e inegável que é o crescimento vertical.

A representação (*re-presentation*) não depende disto que está aí fora e também não está dada previamente na “mente” do sujeito. Sendo assim, enquanto ato, a representação é um modo de lidar com os objetos que nos chegam seja via percepção, seja via memória, ou afiguração (fantasia) ou o juízo. Estas representações não são designações do objeto externo ao sujeito segundo suas características, ainda que dependa, nestes casos, dos momentos hiléticos (aqueles que dão materialidade ao que é visado). É o caso de uma rocha de granito, que ao ser focada, oferece-se para ser compreendida como algo que não é fraco, frágil, mole, portanto, manifesta o sentido da “dureza”, da durabilidade, da permanência. Contudo, o sentido

só se efetiva entre as vivências que se articulam, não estão nas coisas, mas no modo como elas podem se manifestar a nós (Ales Bello, 2016).

Em termos de Modelagem Matemática, quando nos dirigimos às coisas, pode-se aceitar, em uma tese empirista, que o conhecimento decorre dos objetos reais em si. Longe de negar a existência de tais objetos, a questão é modificada ao focar o conhecimento que deles se tem. Dando um passo atrás e indo aos atos que entram na constituição e produção do conhecimento, sejam os intuitivos (dados na experiência imediata de olhar algo, tocar algo, sentir algo, etc.), sejam daqueles que são intencionais (o sentido de preenchimento de algo que não é visado na imediaticidade da intuição), emerge a questão de que é nesse emaranhado de vivências que se constitui o sentido de algo.

Por exemplo, ao ter um bloco de granito à frente, podemos pensar no seu volume, a ideia de volume tem a ver com espaço, com o preenchimento ou a delimitação de um espaço. Essa ideia de preenchimento ou de delimitação requer a busca por idealidades que digam o que é o volume; requer retomar as ideias de preenchimento que se tem, ou de limitação de espaço; requer buscar um modo que diga disto que está aí, à minha frente, mas requer, também, algo que lhe transcenda. Assim, outras ideias podem vir articuladas, como que em um “aparecimento”, i(mediatamente), como densidade, peso etc. Esse exemplo mostra como há representações, em termos de conhecimento, que não são imagens de objeto algum, pois ao calcular o volume em termos de medidas são requeridas unidades de medida, as quais não pertencem à realidade exterior, elas são uma ideia. A densidade decorre da dimensão hilética. É fácil constatar que um metro cúbico de granito “pesa” mais que um metro cúbico de serragem, porém, para chegar à ideia de volume e depois à ideia de cubo, mesmo que os objetos reais (no sentido de **real**<sup>14</sup>) componham o momento hilético e com eles o conhecimento se

---

<sup>14</sup> Soares (2008, p. 83-84) esclarece esse sentido de real “(...) uma árvore real percebida atualmente por uma consciência efetiva não é uma mera ideia, no sentido de uma unidade ideal de significação (a significação universal do conceito “árvore”). A percepção apresenta, para a consciência, a árvore “em pessoa” justamente *como* árvore. De modo análogo, a representação por imagem da fantasia ou da memória representa afigurativamente a árvore

constitua, não são eles que determinam o conhecimento, mas o movimento que requer um modo de expressão da ideia focada. Assim, podemos calcular o volume de qualquer coisa, com a ideia de volume tornada uma idealidade.

Experimentos escolares com água, com outras substâncias, são importantes, mas a ideia de volume não decorre deles em si, ela é uma ideia de preenchimento total de um espaço ou a sua máxima delimitação. Essa ideia, uma vez constituída pelo sujeito, disseminada em termos intersubjetivos e objetivada pela expressão da linguagem e comunicada na tradição, a qual sempre pode ser retomada por cada sujeito em sua própria subjetividade, permitirá entender a representação como um ato que não contém objetos. O volume é mensurável? Que formato ele tem? É conhecido ou não, em termos de exemplares? Como lidar com ele, se não há exemplares? Aqui, a ideia de aproximação é retomada, veja que se há um objeto com forma desconhecida, em termos de exemplares, não é esférico, nem um cubo ou outra forma conhecida e nominada, ao aproximar de um deles, a aproximação não se dá com a realidade no sentido clássico, mas com a idealidade conhecida, que permite, transitivamente, encontrar o volume de um objeto externo ao sujeito, mas que não é visado por este mesmo sujeito. Portanto, a mera representação é superada pela representação que é associada àquilo que é visado, juntamente com atos intuitivos e não intuitivos.

---

*como* árvore. Este “*como*” é um caractere estritamente ideal. Ele é justamente a expressão gramatical do *sentido de apreensão* da *matéria do ato*. Mas tal sentido é conferido intencionalmente: diante da mesma árvore poderíamos visá-la *como* ipê, *como* um vegetal, *como* objeto natural, *como* uma *Bignoniaceae*... Dizemos que a árvore apresentada na percepção sensível é constituída *nesse sentido*. Portanto, a constituição operada não se refere à árvore enquanto objeto real (*real*) físico, em si mesmo transcendente e independente de uma subjetividade que o visa, numa espécie de constituição metafísica da própria realidade efetiva, nem enquanto um mero momento real (*reel*) de vivência, como na expressão “a árvore é *minha* representação”. O objeto real (a árvore) é constituído na intenção (no ato completo de percepção), é visado como isto ou aquilo (como árvore real) e assim se apresenta na correlação intencional. (...) o conceito de árvore, não pode ser confundido ontologicamente pelas investigações empírica e lógica. Aqui está um dos pontos equívocos nos quais o psicologismo falsificava a genuína intenção objetiva e ideal da lógica.

## (Re)tomando o apresentado

O que nos propusemos a discutir no texto incide sobre o tema da **representação**. Os disparadores para o desenvolvimento do trabalho foram a Modelagem Matemática na Educação Matemática, área na qual temos realizado pesquisas sob diferentes perspectivas, e os estudos que temos feito sobre a Fenomenologia de Edmund Husserl.

É recorrente, no âmbito da Modelagem, lermos que os **modelos matemáticos** (sejam eles entendidos como uma expressão Matemática mais formal ou como a resolução em linguagem gráfica, geométrica ou natural, da situação proposta) **representam a realidade** ou são aproximações da **realidade** que se pretende modelar. Há nesse **representar** um conceito clássico no qual, resumidamente, compreende-se que “fora está a coisa e na consciência uma imagem que representa” (Moura, 1989, p. 77). Nesse mesmo conceito, afirma-se que “(...) um ato que se direciona ‘representativamente’ a um objeto [é] um ato que [obedece] às leis ditadas *pelo próprio objeto* (Guilhermino, 2019, p. 64, inserções nossas e destaques do autor).

Enfatizamos no texto que esse conceito clássico da **representação** está entrelaçado à compreensão de **realidade** como objetivamente dada, como o que está **aí** acontecendo. Aqui está um *turning point* (Bicudo, 2020a), quando focamos a **representação** na Fenomenologia, pois “(...) a realidade de que trata o sujeito nos atos de consciência não é uma representação do objeto de fato e objetivo; mas sim uma *apresentação* ideal, como é derivado do movimento de *noesis-noema* que o traz como sua essência (...)”<sup>15</sup> (Bicudo, 2020b, p. 403, tradução livre).

Essas considerações levam-nos a uma compreensão distinta de **representação**, quando falamos de **modelos matemáticos** ao se trabalhar com a Modelagem na Educação Matemática. Não assumimos a representação como (*Vorstellung*) da realidade, tal qual é dada em si e independente do sujeito, mas sim como a expressão matemática do visto (*noesis*) sobre o que

---

<sup>15</sup> *The reality dealt with by the subject in the acts of consciousness is not a representation of the factual and objective object; but rather an ideal presentation, as it is derived from the movement of noesis-noema that brings it as its essence.*

está sendo visado (*noema*) por aquele que se coloca a interrogar situações (problemáticas) que o inquietam.

Com isso, não queremos dizer que **o fazer** e que os resultados em termos da obtenção de um modelo, tanto na perspectiva da Matemática Aplicada, quanto na perspectiva da Educação Matemática, são questionáveis. A nossa investigação se dirigiu a um aspecto da teoria do conhecimento que sustenta a Modelagem, evidenciando que os resultados que se obtêm decorrem de atos e de vivências mais complexas que a mera **representação** do real, pois envolvem outros movimentos do pensar, não admitindo “leis ditadas” pelo objeto em si, mas daquilo que é visado nos atos de consciência.

Com o que temos estudado e articulado, podemos compreender que a representação, enquanto ato, não é um reflexo, não resulta do objeto que está fora. Em um primeiro momento, se pode pensar que não há relação disso com a representação matemática de uma situação ou modelo matemático. No entanto, em um olhar mais apurado, a raiz da representação matemática de um objeto da realidade está ancorada na ideia de o conhecimento ser representação (*Vorstellung*) e, sendo a linguagem matemática a linguagem da ciência, ela é, por excelência, a linguagem que melhor descreve a realidade, conforme os pilares da Ciência Positivista (Bombassaro, 1994).

Dito isso, adentramos em uma via distinta, pois explicar algo com matemática é um modo de focar uma dimensão daquilo que se manifesta da realidade vivida. Ales Bello (2021) explica que compreender uma árvore, seja em termos biológicos, seja em termos matemáticos, físico-químicos, ou como “algo que vive”, que tem uma importância para um povo, etc., são possibilidades do visar-isto, não se reduzindo a nenhuma delas, uma vez que são vistas no mundo da vida.

Skovsmose (2007) faz uma crítica à teoria da representação, rechaçando a ideia de fotografia, a qual conduz, segundo ele, à neutralidade e à ideologia da certeza. O autor encontra

uma solução, tornando a teoria da representação relativa ao social e aos valores que o demarcam, bem como em relação aos interesses de quem pensa, produz e utiliza matemática. No entanto, segundo o nosso entendimento, essa visão, ainda que se alinhe ao que aqui discutimos, destacando um importante aspecto da participação volitiva e social, foca apenas nos usos da matemática e das representações. Em outras palavras, não esclarece o que é a representação em suas raízes, mas o seu uso, **ainda guardando a ideia de que ele é resultado de um reflexo, mas agora social.**

Em termos fenomenológicos, a radicalidade de compreender a representação, em seus atos, não descarta a participação social, relativa ao contexto, mas permite explicar as diferentes possibilidades. Em outras palavras, representações não são apenas reflexos dos valores constituídos e assumidos em uma comunidade, eles se concretizam para uma pessoa (Ales Bello, 2016). Em termos matemáticos, podemos pensar em um cubo. Na realidade física ele não pode existir, porque as garantias de sua existência só podem ocorrer como idealidade. Portanto, não é um objeto da natureza. A precisão do cálculo infinitesimal não existe, mesmo com iterações computacionais. As idealidades (realidade dos objetos matemáticos) carecem de associação à realidade de objetos visados e não de objetos em si, do contrário, o conhecimento estaria estático e seria o mesmo desde sempre; nunca nos chega o objeto real, no sentido clássico, nós o visamos em atos.

No que concerne aos desdobramentos para a Educação Matemática, entendemos que é necessário refutar a ideia de que trabalhar com a realidade, quando vista em si, ou mesmo socialmente, favorece quase que diretamente a aprendizagem ou a compreensão da matemática. É necessário entender que focamos aspectos do que se mostra na percepção, naquilo que é visado na síntese *noésis-noema*, sem desconsiderar o momento hilético, bem como o *background* do sujeito. Não quer dizer que não se possa elaborar matemática em decorrência da visada de objetos que se mostram, mas a matemática não é mera representação desta

realidade, é uma idealidade, uma representação que não tinha conteúdo, mas que se constituiu por meio de inúmeros atos, visando aquilo que se mostrou. Em seguida, torna-se uma idealidade independente de qualquer objeto visado inicialmente. O intuicionismo, por exemplo, entendia que os números naturais são aqueles que se constroem naturalmente, por um conjunto finito de operações redutíveis a um conjunto de operações também finitas. Em suma, a crença de que é possível organizar o real por meio de matemática está contida nesta ideia. Porém, compreendemos que **no intuicionismo se perde o sentido da contagem**. É esse sentido que constitui essa organização dos números.

Assim, crenças empíricas ingênuas e sem apoio na ação cognitiva enfraquecem o sentido da aprendizagem matemática, que é possível quando se trabalha matemática com Modelagem. As crenças sociais também obscurecem os atos que se engajam na elaboração de associações entre idealidades matemáticas e objetos visados, pois se dirigem às interpretações secundárias que ainda dependem da compreensão do sentido da idealidade em questão.

Com isso, não estamos dizendo e nem reforçando a ideia de que é preciso saber matemática antes de se trabalhar com Modelagem, mas que a compreensão dos objetos matemáticos se afasta de qualidades dos objetos reais, engendrando-os e ressignificando-os. Assim, é necessário buscar modos de permitir pensar e evocar diferentes atos para pensar matematicamente cada situação. Sem dúvida, muitos destes aspectos podem ser compartilhados intersubjetivamente, numa comunidade.

### Referências

- Abbagnano, N. (2007). *Dicionário de Filosofia*. Martins Fontes.
- Anastácio, M. Q. A. (2007). Concepções de Matemática e de Realidade no processo de Modelagem Matemática: alguns apontamentos. *Anais da 5ª Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática*. Ouro Preto: UFMG.
- Ales Bello, A. (2016). Primeira parte: pensar Deus. In A. Ales Bello. *Edmund Husserl: pensar Deus* (pp. 1-100). Paulus.
- Ales Bello, A. (2021). La ricerca qualitativa e le questioni etiche. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 9(22), 511-520.

- Anastácio, M. Q. (2010). A. Realidade: uma aproximação através da modelagem matemática. *Revista de Modelagem na Educação Matemática*, 1(1), 2-9.
- Almeida, L. M. W. de., Silva, K. P. da. & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. Contexto.
- Araújo, J. de L. (2007). Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na educação matemática. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, J. de., & L. Araújo (Org.). *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais* (pp.17-32). SBEM.
- Araújo, J. de. L. & Martins, D. A. (2017). A oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da Matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(12), 109-129.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *Anais da 24ª Reunião anual da ANPED* (pp. 1-15). Caxambu: ANPED.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Contexto.
- Berger, P. L., & Luckmann, T. (2008). *A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento*. Trad. Floriano de Souza Fernandes. Vozes.
- Bicudo, M. A. V. (2000). *Fenomenologia: confrontos e avanços*. Cortez.
- Bicudo, M. A. V. (ed.). (2020a). *Constitution and production of Mathematics in the Cyberspace: a phenomenological approach*. Springer.
- Bicudo, M. A. V. (2020b). The origin of number and the origin of geometry: issues raised and conceptions assumed by Edmund Husserl. *Revista Pesquisa Qualitativa*, 8(18), 387-418.
- Bicudo, M. A. V. (2020c). Pesquisa Fenomenológica em Educação: possibilidades e desafios. *Revista Paradigma*, XLI, 30-56.
- Bicudo, M. A. V., & Rosa, M. (2010). Educação matemática na realidade do ciberespaço-que aspectos ontológicos e científicos se apresentam? *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(1), 33-57.
- Bombassaro, L. C. (1994). *As fronteiras da epistemologia: uma introdução ao problema da racionalidade e da historicidade do conhecimento*. Vozes.
- Borba, M. C., & Skovsmose, O. (2001). A Ideologia da Certeza em Educação Matemática In O. Skovsmose. *Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia* (pp. 127-160). Papirus.
- Borges, P. A. P., & Silva, D. K. (2007). Modelagem Matemática, escola e a transformação da realidade. *Anais da 5ª Conferência nacional sobre modelagem na educação matemática*. Ouro Preto: UFMG.
- Burak, D. (2004). A modelagem matemática e a sala de aula. *Anais do 1º Encontro paranaense de modelagem em educação matemática* (pp. 1-10). UEL.
- Cifuentes, J. C., & Negrelli, L. G. (2012). Uma interpretação epistemológica do processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática. *Bolema*, 26(43), 791-815.
- Dicionário Priberam da Língua Portuguesa. (2008-2021). Representação, [em linha]. <https://dicionario.priberam.org/representa%C3%A7%C3%A3o>

- Gravina, M., & Contiero, L. (2011). Modelagem com o GeoGebra: uma possibilidade para a educação interdisciplinar? *RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação*, 9(1), 01-10.
- Greca, I. M., & Moreira, M. A. (2002). Mental, physical, and mathematical models in the teaching and learning of physics. *Science Education*, 86(1), 106-121.
- Guilhermino, D. P. (2019). *Simbolismo e Intuicionismo na primeira filosofia de Husserl*. [Dissertação de Mestrado em Filosofia] Universidade de São Paulo. <https://doi.org/10.11606/D.8.2019.tde-12062019-132152>
- Heidegger, M. (2006) *Prolegomena zur Geschichte des Zeitbegriffs* (curso do semestre de verão 1925, proferido da universidade de Marburg) [GA 20]. Petra Jaeger (ed.). Frankfurt/Main: Vittorio klostermann. Tradução inglesa de Theodore kiesiel: History of the Concept of Time. Prolegomena. Bloomington: Indiana university Press, 1985. Tradução francesa de Alain Boutot: Prolégomènes à l’histoire du concept de temps. Gallimard.
- Hessen, J. (1982) Teoria Geral do Conhecimento. In J. Hessen. *Teoria do Conhecimento*. Tradução de Dr. Antônio Correia (pp. 25-57). Arménio Amado.
- Houaiss, A. (2017). *Dicionário Houaiss de sinônimos e antônimos*. Objetiva.
- Husserl, E. (1996). *Investigações Lógicas: sexta investigação – Elementos de uma Elucidação Fenomenológica do Conhecimento*. Seleção e Tradução de de Zeljko Loparic e Andréa Maria Altino de Campos Loparic. Nova Cultural.
- Husserl, E. (2006). *Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica*. Tradução de M. Suzuki. Ideias & Letras.
- Husserl, E. (s. d.). *A ideia de Fenomenologia*. Tradução de Artur Morão. Edições 70.
- Inwood, M. (1944). *Dicionário Heidegger*. Tradução: Luísa Buarque de Holanda, revisão técnica, Márcia Sá Cavalcanti Schuback. Jorge Zahar.
- Klüber, T. E. (2012). *Uma metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática*. [Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica] Universidade Federal de Santa Catarina. <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/96465>
- Klüber, T. E. (2017). Formação de professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira: questões emergentes. *Educere et educare*, 12(24), 1-11.
- Moura, C. A. R. de. (1989). Crítica da representação. In C. A. R. de. Moura. *Crítica da razão na Fenomenologia* (pp.77-100). Nova Stella Editorial.
- Moura, C. A. de. (2006). Prefácio. In E. Husserl. *Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica*. Tradução de M. Suzuki (pp. 15-23). Ideias & Letras.
- Negrelli, L. G. (2008). Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática. [Tese de doutorado em Educação] Universidade Federal do Paraná. [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Tese\\_Negrelli.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Tese_Negrelli.pdf)
- Ornek, F. (2008). Models in science education: Applications of models in learning and teaching science. *International Journal of Environmental and Science Education*, 3(2), 35-45.

- Rocha, A. P. F. P. da. (2015). *Realidade, Matemática e Modelagem: as referências feitas pelos alunos*. [Dissertação de mestrado em Educação] Universidade Federal de Minas Gerais. <http://hdl.handle.net/1843/BUBD-A7DHKX>
- Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia*. Papirus.
- Skovsmose, O. (2007). *Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade*. Cortez.
- Soares, F. de P. (2008). *A idealidade e a fenomenologia nas investigações lógicas de Husserl*. [Dissertação de mestrado em Filosofia] Universidade Federal de Minas Gerais. <http://hdl.handle.net/1843/ARBZ-7KDET8>
- Sodré, U. (2007). *Modelos matemáticos*. UEL, 2007. <http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pdfs/modelos.pdf>.
- Sokolowski, R. (2004). *Introdução à Fenomenologia*. Edições Loyola.
- Tambarussi, C. M. (2021). *A produção do conhecimento matemático ao se trabalhar com Modelagem Matemática*. [Tese de doutorado em Educação Matemática] Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. <http://hdl.handle.net/11449/204075>
- Vecchia, R. D. (2012). *A Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético* [Tese de doutorado em Educação Matemática] Universidade Estadual Paulista. <http://hdl.handle.net/11449/102151>
- Veleda, G. G. (2010). *Sobre a realidade em atividades de Modelagem Matemática* [Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática] Universidade Estadual de Londrina. <https://1library.org/document/qvx982ry-gabriele-granada-veleda-sobre-realidade-atividades-modelagem-matematica.html>
- Vertuan, R. E. & Almeida, L. M. W. de. (2016). Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem Matemática. *Bolema*, 30(56), 1070- 1091.
- Vila-Ochoa, J. A., Quitero, C. A. B., Arboleda, M. de J. B., Castaño, J. A. O., & Bedoya, D. A. O. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia*, 2(2), 159-180. <http://funes.uniandes.edu.co/890/1/jhony.pdf>