EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i2p325-352

# O pensamento algébrico na Base Nacional Comum Curricular: reflexões e alternativas

# Algebraic thinking within National Common Curriculum Base: reflections and alternatives

# El pensamiento algebraico en la Base Curricular Común Nacional: reflexiones y alternativas

# La pensée algébrique dans le texte de la Base Nationale Commune Curriculaire : réflexions et alternatives

Juliano Cavalcante Bortolete[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP Rio Claro
https://orcid.org/0000-0002-4580-1472
Vanessa de Oliveira[2]
Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP Rio Claro
https://orcid.org/0000-0002-0656-753X
Manoel Francisco Guaranha[3]
Universidade Santo Amaro – UNISA
Faculdade de Tecnologia do Estado de São Paulo – FATEC
https://orcid.org/0000-0002-8676-601X

## Resumo

Este trabalho é orientado pela indagação a respeito da concepção de pensamento algébrico presente no texto da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para dar conta desta investigação, analisamos o documento destacando os aspectos concernentes ao pensamento algébrico que nele se apresentam e os compreendemos criticamente tomando como base a concepção descrita pela Fenomenologia de Edmund Husserl (1859-1938) sobre o ato de pensar.

[1] juliano.bortolete@ifsp.edu.br
[2] vanessadeoliveira31@yahoo.com
[3] manoel.guaranha@gmail.com

A análise do documento evidenciou uma visão tecnicista, pragmática e computacional para as práticas de ensino e aprendizagem da Álgebra, visão centrada mais na linguagem do que nos sentidos do pensamento que essa linguagem explicita. Essa constatação motivou-nos a procurar alternativas para o tratamento dessa área da Matemática. Uma delas é a do educador matemático holandês Hans Freudenthal (1905-1990), que faz considerações sobre a importância de uma compreensão da Álgebra para além de suas regras operatórias.

***Palavras-chave:*** Ensino da Álgebra, BNCC, Fenomenologia, Pensamento Algébrico e Expressão.

**Abstract**

This work is guided by the inquiry about the conception of algebraic thinking present in the text of the Base Nacional Comum Curricular (BNCC). For this, we analyze the document highlighting the aspects concerning algebraic thinking presented in it and we critically understand them based on the conception described by Edmund Husserl's Phenomenology (1859-1938) about the act of thinking. The analysis of the document showed a technicist, pragmatic and computational vision for the teaching and learning practices of algebra, a vision centered more on language than on the meanings of thought that this language makes explicit. This observation motivated us to look for alternatives for the treatment of this discipline. One of them is that of the Dutch mathematician Hans Freudenthal (1905-1990), who considers the importance of understanding algebra beyond its operative rules.

***Keywords*:** Teaching algebra, BNCC, Phenomenology, Algebraic thinking and expression.

**Resumen**

Este trabajo está guiado por la pregunta sobre la concepción del pensamiento algebraico presente en el texto de la Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para llevar a cabo esta investigación, analizamos el documento destacando los aspectos relacionados con el pensamiento algebraico que en él se presentan y los entendemos críticamente a partir de la concepción descrita por la Fenomenología de Edmund Husserl (1859-1938) sobre el acto de pensar. El análisis del documento mostró una visión tecnicista, pragmática y computacional para las prácticas de enseñanza y aprendizaje del Álgebra, una visión centrada más en el lenguaje que en los sentidos del pensamiento que este lenguaje hace explícito. Este hallazgo nos motivó a buscar alternativas para el tratamiento de esta disciplina. Uno de ellos es el del matemático holandés Hans Freudenthal (1905-1990), quien considera la importancia de comprender el Álgebra más allá de sus reglas operativas.

***Palabras clave***: Enseñanza del Álgebra, BNCC, Fenomenología, Pensamiento algebraico y expresión.

**Résumé**

Ce travail est guidé par l'interrogation sur la conception de la pensée algébrique présente dans le texte de la Base Nationale Commune Curriculaire (BNCC). Pour rendre compte de cette enquête, nous avons analysé le document en mettant en évidence les aspects liés à la pensée algébrique qui y sont présentés et nous les comprenons de manière critique à partir de la conception, décrite par la Phénoménologie d'Edmund Husserl (1859-1938), de l'acte de penser. L'analyse du document a montré une vision techniciste, pragmatique et computationnelle des pratiques d'enseignement et d'apprentissage de l'algèbre, une vision centrée davantage sur le langage que sur les sens de la pensée que ce langage explicite. Cette observation nous a motivés à chercher des alternatives pour le traitement de ce domaine des Mathématiques. L'un d'eux est le mathématicien néerlandais Hans Freudenthal (1905-1990), qui fait des considérations sur l'importance d'une compréhension de l'algèbre au-delà de ses règles opérationnelles.

**Mots-clés** : Enseignement de l'algèbre, BNCC, Phénoménologie, Pensée et expression algébriques.

**O Pensamento Algébrico na BNCC: reflexões e alternativas**

Neste trabalho, buscaremos compreender como está exposto o sentido do pensamento algébrico na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e quais são os meios apontados no documento para desenvolvê-lo. Para tanto, teceremos reflexões possibilitadas pela indagação sobre o pensamento algébrico que teria orientado a concepção do documento, ou seja, indagaremos: como se mostra(am) a(s) concepção(ões) de pensamento algébrico presente(s) no texto da BNCC?

Ao focarmos o ensino da Matemática, entendemos que a fenomenologia possibilita um caminho investigativo que nos permite superar o caráter exclusivamente técnico dessa Ciência, aquele caráter que a instrumentaliza com métodos supostamente inatacáveis e, por isso, pode obscurecer as possibilidades investigativas as quais não devem se ater exclusivamente às suas regras operatórias, às regras do jogo simbólico a uma “simbologia estranha à intuição” (Husserl, 2012, p.17). A Fenomenologia, desse modo, abre caminho para investigações que permitem entender a Matemática como uma aquisição cultural, uma forma de expressão, em cuja menção os significados, ao serem desvelados, revelam um mundo de idealidades que só é acessível a um olhar que se projete através da expressão, que contemple, além do caminho, que é o método, o fim que desvela os sentidos e os significados dessa simbologia.

Assumindo essas possibilidades de pesquisa fenomenológica, com base nos estudos das obras de Husserl (1962, 2006, 2012, 2012a, 2014), direcionamos nossa investigação para compreender o modo como a BNCC (2017) concebe o pensamento algébrico. Nessa leitura crítica, foi possível identificar um deslizamento de sentido desse pensar, deslizamento cuja consequência foi e continua sendo um privilégio concedido à técnica, a um jogo simbólico. Constatou-se, portanto, um modo de conceber o pensamento algébrico que foi sendo superposto a outro, concedendo primazia a um único modo de trabalhá-lo, o que pode ser interpetado como uma excessiva instrumentalização da Álgebra. Como uma alternativa a esse modo de compreensão do ensino da Álgebra, recorremos a Freudenthal (1970, 2002), para quem a linguagem algébrica desvela conceitos e significados que estão além da roupagem simbólica.

Para registrar os resultados de nossa investigação, este trabalho está organizado em três seções. Na primeira delas, consideramos o pensar, numa perspectiva fenomenológica, como um ato que se distingue do falar e do próprio pensamento, bem como delimitamos a função e a importância dos símbolos nesse ato, delimitação que os considera como meios para aquilo que se mostra através deles. Na segunda seção, detalhamos e analisamos as referências ao pensar algébrico na BNCC. Adotamos uma postura fenomenológica, aquela que compreende, entre outros aspectos, um modo de descrever o que esse documento traz, sem emitir juízos de valor ou mesmo interpretá-lo. Na terceira seção, apresentamos algumas propostas de Freudenthal que foram concebidas na década de 1970, mas que ainda são bastante atuais para repensar os processos de ensino e aprendizagem da Álgebra, uma vez que a excessiva tecnicização com que é tratada pode afastar o educando dos sentidos autênticos, aqueles compreendidos como o ver intuitivo da articulação dos objetos e das proposições algébricas, as quais devem ser levadas em conta nesse pensar.

## O Pensamento Algébrico numa perspectiva fenomenológica

Ao chamar atenção para o fato de que todas as ciências técnicas derivam de ciências teoréticas, Husserl destacou que o desenvolvimento científico de seu tempo, final do século XIX e início do século XX, muitas vezes, afastara-se de uma reflexão sobre os fundamentos que lhe são concernentes, aqueles que pertencem a um plano filosófico.

> Os mesmos investigadores que manuseiam com mestria incomparável os métodos maravilhosos da matemática, e enriquecem-na com novos, mostram-se com frequência inteiramente incapazes de dar razão satisfatória acerca da correção lógica desses mesmos métodos e dos limites da sua aplicação justificada. Não obstante as ciências, apesar desta carência, se terem tornado adultas e nos tenham proporcionado um

> domínio inimaginável sobre a natureza, não nos podem satisfazer teoreticamente. Elas não são teorias cristalinas, nas quais a função de todos os conceitos e teses estivesse completamente concebida, todos os pressupostos rigorosamente analisados, e o todo se tivesse assim elevado acima de qualquer dúvida teorética. (Husserl, 2014, p. 8)

Essas observações sintetizam um complexo sistema de conceitos que entram em jogo quando se volta o olhar para o ato de pensar no sentido amplo, ainda que provisório, tal como o concebe Husserl, reflexões que contemplam as instâncias da expressão, do pensar e do pensamento, as quais nortearão nossas considerações ao longo deste trabalho e que serão apresentadas nesta seção. Compreendemos, com o fenomenólogo, que o pensamento não se confunde com processos algorítmicos ou regras operatórias, entendemos que pensar requer um olhar atento, que "todo pensar é um re-pensar" (Lyotard, 2000, p. 22), um pensar novamente. Essa compreensão madura de Lyotard, aliás, é herdeira do pensamento fenomenológico de Husserl, que reflete sobre esse ato em seu sentido mais amplo, ato que não deve ser confundido com sua expressão, ou seja, deve ser uma atitude de estar disposto a ver aquilo que é dito pela linguagem, e não o que se apresenta apenas pelos métodos.

Ao dizer que "o pensar humano, de modo geral, é formulado verbalmente e [que] todas as atividades da razão estão ligadas quase que inteiramente à locução" (Husserl, 1962, p. 22, tradução nossa)[4], Husserl estabelece um entrelaçamento entre pensamento e linguagem delineando assim um caminho que permite investigá-lo por meio de sua expressão, os "pensamentos expressados" (Husserl, 1962, p. 22, tradução nossa)[5]. O filósofo não restringe, contudo, o pensamento à sua forma de expressão, isso porque ele compreende que "o homem não 'expressa' verdadeiramente na linguagem toda a sua vida anímica, nem a pode expressar" (Husserl, 1962, p. 25, tradução nossa)[6]. A expressão estabelece, portanto, um acesso "aos pensamentos pensados no pensar [, isso porque, como] formações do espírito admitem (...) uma

[4] el pensar humano, por lo normal, se formula verbalmente y, todas las actividades de la razón están ligadas casi por entero a la locución.
[5] pensamientos expresados.
[6] El hombre no 'expresa' verdaderamente en el lenguaje toda su vida anímica, ni puede expresarla.

corporalizarão física; neste caso, mediante os signos sensíveis da linguagem; adquirem assim uma existência espacial secundária (à que corresponde a expressão oral ou escrita)"[7] (Husserl, 1962, p. 163, tradução nossa). Essa questão será tratada adiante, quando considerarmos o modo como Husserl analisa a linguagem como expressão do pensar.

Nessa reflexão filosófica sobre o pensar, o entrelaçamento entre pensamento e linguagem não significa, conforme enfatizamos, que ambos são equivalentes. Para marcar a distinção entre eles, Husserl (1962) estabelece dois grupos de significados da palavra *logos* e neles diferencia as instâncias do falar, do pensar e do pensamento. No primeiro grupo, *logos* é entendido na linguagem como a expressão, a palavra; o conteúdo da expressão; e o próprio ato espiritual de expressar. No segundo grupo, aquele em que entra em jogo o interesse científico, intervém no significado "a ideia de uma *norma racional* (...) *logos* quer dizer: ora a mesma razão enquanto faculdade, ora o pensar racional" (Husserl, 1962, p. 21, grifos do autor e tradução nossa)[8].

O objetivo do filósofo alemão é compreender a abrangência do que se denomina atos racionais. Porém, antes de considerar especificamente essa racionalidade, toma por tema o "pensamento *anterior* a qualquer distinção entre racional e irracional" (Husserl, 1962, p. 22, grifo do autor e tradução nossa)[9], sentido este relativo ao segundo grupo de significações do *logos*. Esse pensar em sentido mais amplo remete-nos, contudo, ao primeiro grupo de significações da palavra *logos*, uma vez que, conforme já mencionamos o pensar humano, segundo Husserl(1962), de modo geral, é expresso verbalmente e está conectado, consequentemente, as atividades da razão estão ligadas à locução. Acrescenta-se a essa observação o fato de que a atividade crítica e a intersubjetividade têm como resultados

[7] pensamientos pensados en el pensar (…) [como] formaciones del espíritu admiten (...) una corporalización física; en este caso, mediante los signos sensibles del lenguaje; adquieren así una existencia espacial secundaria ( la que corresponde a la expresión oral o escrita).
[8] la idea de una *norma racional* (...) *logos* quere decir: ora la misma razón en cuanto facultad, ora el pensar racional.
[9] pensamiento *anterior* a cualquier distinción entre racional e irracional.

expressões, de modo que não lidamos com "meros [no sentido de puros, genuínos] atos de pensar e com meros pensamentos, mas com expressões, com pensamentos expressados" (Husserl, 1962, p. 22, tradução nossa)[10]. Desse modo, há que se pensar nas rubricas falar, pensar e pensamento e na correspondente "faculdade de locução, de pensar em conjunto com a locução e a de referir-se com o pensar a um pensamento" (Husserl, 1962, p. 22, tradução nossa)[11].

Quanto à análise da faculdade de locução, Husserl considera que a palavra tem sua dimensão acústica, sensível, e sua dimensão ideal: "*a linguagem tem a condição objetiva própria das objetividades do chamado mundo espiritual ou mundo cultural, e não de mera natureza física*" (Husserl, 1962, p. 23, grifos do autor e tradução nossa)[12]. O caráter lógico da linguagem leva em conta esta dimensão ideal dela: "[a] palavra mesma, a oração gramatical mesma [...] uma unidade ideal que não se multiplica [ainda que repetida mil vezes]" (Husserl, 1962, p. 24, tradução nossa)[13]. Neste sentido, só em forma de reprodução, que significa uma individualização, a palavra, que é uma unidade ideal, converte-se em algo real no aqui e no agora. Ela própria, contudo, continua a ter seu caráter ideal, a ser o polo de convergência e contribui para a constituição e a sustentação da intersubjetividade.

Na análise da linguagem como expressão do pensar, Husserl considera que embora seja costume dizer que "na linguagem expressa o homem sua vida anímica" (Husserl, 1962, p. 25, tradução nossa)[14], não se pode afirmar isso a menos que se tome o termo "expressar" sem a devida clarificação. Quando o sujeito enuncia algo, "a intenção prática de quem fala não está dirigida, em última instância, às meras palavras, mas 'através das palavras' às suas significações" (Husserl, 1962, p. 25, tradução nossa)[15]. As palavras são elos para as

---

[10] meros actos de pensar y con meros pensamientos, sino con expresiones, con pensamientos expresados.

[11] facultad de locución, la de pensar de consuno con la locución y la de referirse con el pensar a un pensamiento.

[12] *El lenguaje tiene la condición objetiva propia de las objetividades del llamado mundo espiritual o mundo cultural, y no de la mera naturaleza física*.

[13] La palabra misma, la oración gramatical misma [...] una unidad ideal que no se multiplica.

[14] En el lenguaje expresa el hombre su vida anímica.

[15] La intención práctica de quien habla no está dirigida, en último término, a las meras palabras, sino "al través de las palabras" a su significación.

significações, para o mencionado, o que significa que “à *unidade da locução* corresponde uma *unidade da menção*” (Husserl, 1962, p. 25, grifos do autor e tradução nossa)[16], aquela unidade ideal. Assim “ao falar, efetuamos continuamente um ato de menção interior que se funde com as palavras e de certo modo as anima” (Husserl, 1962, p. 25, tradução nossa)[17], dá sentido a elas. Dessas considerações resulta um conceito primeiro e amplo de pensar, que é o de ser aquele ato que compreende “todas as vivências anímicas de que consiste o mencionar (...) e nesse *mencionar* se constitui para o sujeito que fala (...) a *menção,* a *significação,* o sentido que se expressa na locução” (Husserl, 1962, p. 26, grifos do autor e tradução nossa)[18]. Em síntese:

> *pensar* designa qualquer vivência que, ao falar, forme parte da função capital da expressão (precisamente da função de expressar *algo*); quer dizer, qualquer vivência na qual se constitua conscientemente o sentido que deva expressar-se; e quando o sentido se expressa, *pensar* designa a significação da expressão, particularmente da locução respectiva. Isso se chama “pensar”, quer seja julgar, ou desejar, querer, perguntar supor. (Husserl, 1962, p. 26, grifos do autor e tradução nossa)[19]

Quando tratarmos especificamente do pensar algébrico, iremos retomar este ponto primordial desenvolvido por Husserl, que diz respeito à consciência, bem como à intencionalidade inerente ao pensar o que nos afasta de concebê-lo como um ato ingênuo, irrefletido que se pauta por regras operatórias, algorítmicas, mas como aquele pensar que traz “à ‘consciência clara’ o sentido de uma expressão (o conteúdo de um conceito), [pelo qual] devemos produzir uma intuição correspondente – nela captamos o que é ‘propriamente visado’ com a expressão” (Husserl, 2012a, p. 58). Assim uma fórmula ou uma expressão algébrica não é uma mera fórmula ou uma expressão apenas, mas carrega em si um conceito latente a ser

[16] a la *unidad de la locución* corresponde una *unidad de la mención*.
[17] Al hablar, efectuamos continuamente un acto de mención interior que se fusiona con las palabras y en cierto modo las anima.
[18] todas las vivencias anímicas de que consiste el mencionar (...) en ese *mencionar* se constituye para el sujeto que habla (...) la *mención,* la *significación*, el sentido que se expresa en la locución.
[19] *pensar* designa cualquier vivencia que, al hablar, forme parte de la función capital de la expresión (precisamente de la función de expresar *algo*); es decir, cualquier vivência en la que se constituya conscientemente el sentido que deba expresarse; y cuando el sentido se expresa , *pensar* designa la significación de la expresión, particularmente de la locución respectiva. A esto se le llama ”pensar”, así sea juzgar, o desear, querer, preguntar, suponer.

captado pelo sujeito cognoscente. Existe, portanto, uma correspondência, não biunívoca, e não uma equivalência entre linguagem e pensamento, que se dá na intencionalidade. A palavra expressada não é o pensamento, mas carrega em si o significado, a menção, as formações mentais como uma unidade de sentido que resultam do pensamento, este "entendido concretamente como intencionalidade (...) em cuja 'síntese' se constituem as formações mentais" (Husserl, 1962, p.38, tradução nossa)[20].

Husserl reconhece que há um difícil problema em relação à circunscrição do pensar, a qual é "obtida por meio da generalização essencial a partir de intuições de exemplos" (Husserl, 1962, p. 28, tradução nossa)[21], e reconhece também que há uma necessidade de forjar expressões que dotariam de significação as particularidades desse pensar, ou seja, evidencia a importância da expressão no pensar científico. Nessa generalização essencial, Husserl destaca o especificamente lógico e evoca, para caracterizá-la, "a significação mais rica (...) [e] potencializada da palavra *logos*: a de *razão*, preferencialmente, a de *razão científica*" (Husserl, 1962, p. 29, grifos do autor e tradução nossa)[22], aquela que corresponde ao pensar científico, ou seja, tal generalização é obtida em consonância com a lógica científica.

As expressões das ciências, por sua vez, expressões de um pensar judicativo, as formações teóricas, têm um nexo lógico: "o nexo da teoria e, em um nível superior, do 'sistema' [teórico que integra]" (Husserl, 1962, p. 29, tradução nossa)[23] e, portanto, se quisermos voltar a atenção para o pensar científico, temos que "[c]ada ciência, em seu trabalho teórico, tem a ver exclusivamente com formações 'lógicas', com formações do *logos* teórico. Assim, cada ciência é uma 'lógica'" (Husserl, 1962, p. 29, tradução nossa)[24], e esta, a lógica, por sua vez, é "a ciência do lógico em geral (...) da subjetividade judicativa enquanto produtora dessas

[20] entendido concretamente como intencionalidad (...) en cuya "síntesis" se constituyen las formaciones mentales.
[21] obtenida por generalización esencial a partir de intuiciónes de ejemplos.
[22] la significación más rica (...), potenciada de la palabra *logos*: la de *razón*, preferentemente *razón científica.*
[23] el nexo de la teoría y, en un nivel superior, del 'sistema'.
[24] Cada ciencia, en su trabajo teórico, tiene que ver exclusivamente con formaciones 'lógicas', con formaciones del logos teórico. En este sentido cada ciencia es una 'lógica'.

formações [das formações judicativas em geral]” (Husserl, 1962, p. 29, tradução nossa)[25]. Nessas formações judicativas, “aos objetivos primários da razão teórica - cuja significação consiste em alcançar a verdade – liga-se a um objetivo de conhecimento técnico: promover o trabalho judicativo mediante uma linguagem científica apropriada” (Husserl, 1962, p. 29 - 30, tradução nossa)[26]. Revela-se, desse modo, a importância da linguagem em tais formações.

Ao delimitar o papel da lógica como “ciência que investiga por princípio, com generalidade, o pensar judicativo e suas formações; incluindo o pensar judicativo racional e suas formações racionais (entre elas as que correspondem ao nível pré-científico)” (Husserl, 1962, p. 30, tradução nossa)[27], o filósofo a compreende como uma ciência que investiga as formas essenciais do conhecimento autêntico e que alcança a “claridade do fim e do caminho [dos resultados e do método, portanto] nas formas essenciais próprias dessa claridade” (Husserl, 1962, p. 31, tradução nossa)[28]. Para entendermos o que significa a claridade de que fala Husserl, temos que nos dar conta de que o filósofo amplia o conceito de forma, de instância formal, para além do que chamamos ordinariamente de lógica formal. Para ele, “*a razão mesma*, particularmente a razão teórica, *é um conceito formal*” (Husserl, 1962, p. 31, grifos do autor e tradução nossa)[29]. Essa razão pura, como conceito formal, trata-se do que “*está sobre todo o empiricamente fático, (...) também sobre as esferas essenciais hilético-materiais*” (Husserl, 1962, p. 32, grifos do autor e tradução nossa)[30]. Logo, a razão pura está sob a circunscrição de um sistema fechado, no sentido de concluso, ao modo de uma axiomática,

---

[25] la ciencia de lo lógico en general (...) de la subjetividad judicativa en general en cuanto productora de dichas formaciones.
[26] Con los objetivos primarios de la razón teórica -cuya significación consiste en alcanzar la verdad- se liga un objetivo de conocimiento técnico: promover la labor judicativa mediante un lenguaje científico apropiado.
[27] ciencia que investiga por principio, con generalidad, el pensar judicativo y sus formaciones; incluyendo el pensar judicativo racional y sus formaciones racionales (entre ellas las que corresponden al nivel precientífico).
[28] claridad del fin y del camino, y en las formas esenciales propias de esa claridad.
[29] la *razón misma*, particularmente la razón teórica, *es un concepto forma*l.
[30] *está por encima de todo lo empíricamente fáctico, (...) también por encima de todas las esferas esenciales hilético-materiales*.

sistema de princípios puros que precedem todo o *a priori* hilético-material[31], os quais dominam as ciências por sua forma.

Destas considerações podemos estabelecer a relação entre o próprio pensar e o pensar matemático, este eminentemente lógico e formal no sentido husserliano do termo, que dá significado autêntico aos construtos da subjetividade: "uma subjetividade em geral (isolada ou em comunicação) só é concebível com uma forma essencial" (Husserl, 1962, p. 32, tradução nossa)[32]. Essa forma essencial é obtida pelos processos lógicos "mediante uma evidência progressiva de seus variados conteúdos, ao descobrir intuitivamente nossa própria subjetividade concreta e dirigir nossa atenção (...) ao intuitivamente invariável nessa variação, isto é, ao essencialmente necessário" (Husserl, 1962, p. 32, tradução nossa)[33].

Para Husserl há, portanto, uma inseparabilidade entre a Lógica Formal e a Matemática Formal, esta entendida como uma ciência construída, mantida, desenvolvida e aplicada com base na racionalidade da cultura do mundo ocidental, a qual se estendeu pelo mundo todo ao ser tomada como sustentação da ciência e da tecnologia hoje imperante no mundo. Essa ciência é entendida como uma ciência que tem "por conceitos fundamentais certas *formas derivadas de* '*algo em geral*' (...) sua esfera universal fica firmemente circunscrita pela extensão do conceito formal supremo de '*objeto em geral*' ou '*algo em geral*'" (Husserl, 1962, p. 80, grifos do autor e tradução nossa)[34]. Concebida desta forma, como uma Matemática das objetividades

[31] O termo hilético refere-se ao mero dado da sensação: "*tudo o que é hilético* entra como componente *real* no vivido concreto, ao passo que o que se 'se exibe', 'se perfila' nele, como múltiplo, entra no *noema*." (HUSSERL, 2006, p. 225, grifos do autor). O *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa* registra o adjetivo "hilico" como "pertencente à matéria, corpóreo, material", de raiz etimológica do grego: "*hulikós,ḗ,ón* no sentido de 'material, corporal; carnal, donde impuro'" (HOUAISS; VILLAR, 2001.p. 1532). Para um aprofundamento do conceito de hylé, remetemos o leitor aos parágrafos 85, 86 e 97 de Husserl (2006).
[32] una subjetividad en general (aislada o en comunicación) sólo es concebible con una forma esencial.
[33] mediante una evidencia progresiva de sus variados contenidos, al descubrir intuitivamente nuestra propia subjetividad concreta y dirigir nuestra atención (...) a lo intuitivamente invariable en esta variación, esto es, a lo esencialmente necesario.
[34] por conceptos fundamentales ciertas *formas derivadas de 'algo en general'* (...) su esfera universal queda firmemente circunscrita por la extensión del concepto formal supremo *'objeto en general'* o *'algo en general'*.

em geral, o filósofo a considera uma ontologia, uma "teoria *a priori* dos objetos" (Husserl, 1962, p. 80, tradução nossa)[35].

Por sua vez, a Lógica ao abarcar a esfera analítica dos juízos, a analítica apofântica, torna-se inseparável da Matemática, porque "'julgar' quer dizer 'julgar sobre *objetos*', enunciar deles *propriedades* ou *relações*" (Husserl, 1962, p. 81, grifos do autor e tradução nossa)[36]. Desta forma, a Matemática, ao tratar das objetividades em geral, e a apofântica, ao tratar dos juízos em geral que predicam e determinam os objetos, "têm que estar em estreita correlação e talvez são inseparáveis" (Husserl, 1962, p. 81, tradução nossa)[37]. Neste cenário, em que a Lógica e a Matemática fundamentam a ciência da objetividade em geral que só "se apresentam no julgar" (Husserl, 1962, p. 81, tradução nossa)[38], a Álgebra intervém como uma área da Matemática que possibilita esta fusão, uma vez que o autêntico descobrimento do formal, do livre de todo conteúdo empírico e material "se leva a cabo, por vez primeira, no começo da Época Moderna, graças à fundamentação da álgebra" (Husserl, 1962, p. 83, tradução nossa)[39].

A compreensão husserliana sobre a Álgebra emerge da visão contemporânea ao filósofo. Husserl concebe-a como uma área da Matemática que se desprende da Aritmética e que a transcende em certo sentido, por isso pode ser compreendida como uma ciência da razão, compreensão que inspira o fenomenólogo e matemático alemão a buscar nos seus fundamentos uma ciência das ciências, uma teoria das teorias ou uma teoria das multiplicidades fundada num "pensar algébrico supremo" (Husserl, 2012, p. 35), decorrente de um processo de "total 'formalização' universal (…) [e da] ampliação da doutrina algébrica dos números e das

[35] teoría *a priori* de los objetos.
[36] 'juzgar' quiere decir 'juzgar sobre *objetos'*, enunciar de ellos *propiedades* o *relaciones*.
[37] tienen que estar en estrecha correlación y tal vez son inseparables.
[38] se presentan en el juzgar.
[39] se lleva ao cabo, por vez primera, ao comienzo de la Época Moderna, gracias a la fundamentación del álgebra.

grandezas, até uma *'análise'*, *'doutrina das multiplicidades'*'" (Husserl, 2012, p. 35, grifos do autor)[40]. Nesse sentido, o pensamento algébrico supremo seria:

> uma "*mathesis universalis*" (…) nada mais é do que uma *lógica formal* realizada em todos os seus aspectos (…) uma ciência das *figuras de sentido do "algo em geral"* construível num puro pensar, em generalidade pura-formal e, sobre esta base, *ciência das "multiplicidades"* (Husserl, 2012, p. 35, grifos do autor).

A síntese dessas ideias, das interconexões entre Filosofia, Lógica e Matemática por meio da doutrina das multiplicidades encontramos em Husserl quando a qualifica, metaforicamente, como a "flor mais alta da matemática moderna" (Husserl, 2014, p. 185). Dessa concepção resulta uma matemática qualitativa que encontra na Álgebra as formas de expressão, as estruturas apofânticas que predicam sobre objetos em geral, sobre o algo em geral, sobre ontologias formais e nisso resulta a autêntica generalização possibilitada pela Álgebra, aquela em que as predicações não tratam de um objeto específico, mas de uma forma de objetos cuja existência se dá por estruturas axiomáticas que os definem e evidenciam "o isofomorfismo de relações aparentemente muito diversas" (COSTA, 1971, p. 301), o que nos permite compreender a Álgebra como um elo de áreas aparentemente disjuntas da Matemática. Estas compreensões acerca do pensar algébrico, das formas de expressá-lo, do pensamento intersubjetivado também pela linguagem e do pensamento teórico sob a perspectiva fenomenológica fundamentarão nossas considerações sobre o discurso da BNCC em torno desse pensar.

## O Pensamento Algébrico na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A BNCC resultou de um processo que envolveu a Secretaria da Educação Básica do Ministério da Educação (MEC), o Conselho Nacional de Educação (CNE), o Conselho

[40] Para compreender melhor o conceito de multiplicidade na filosofia husserliana, remetemos o leitor aos seguintes textos: Husserl (2006, p. 155-158), parágrafo 72; Husserl (2012, p. 16-47), parágrafo 9; Husserl (1962, p 95-103), parágrafos 29 a 33; Husserl (1962, p. 142-153), parágrafos 51 a 54; e Husserl (2014, p. 184 - 188) parágrafos 69 e 70.

Nacional de Secretários de Educação (CONSED) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (UNDINE). É fruto de discussões que envolveram a participação do público[41] alcançado por essas entidades e foi elaborada em cumprimento às leis educacionais vigentes no país, entre elas a Lei de Diretrizes e Bases (1996), Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica (2013) e Plano Nacional da Educação (2014). Foi homologada pelo Ministério da Educação brasileiro em 2017. Trata-se de um documento de caráter normativo, com o objetivo de organizar a Educação Básica (que compreende os ensinos Infantil, Fundamental e Médio) e que define o "conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (Brasil, 2017, p. 7).

Neste artigo, direcionamo-nos para o pensamento algébrico e os modos pelos quais ele é posto e discutido na BNCC, tal como destacado na etapa do Ensino Fundamental, isso porque o Ensino Médio consiste no aprofundamento dos tópicos do Ensino Fundamental. Considerando as diferentes possibilidades de organização do conhecimento escolar, as unidades temáticas definem, de acordo com o documento, um arranjo dos objetos de conhecimento que julga adequados às especificidades dos diferentes componentes curriculares. Cada unidade temática contempla uma gama desses objetos, assim como para cada um deles é associado um número variável de habilidades a serem desenvolvidas. Esses objetos organizam-se em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Neste trabalho, a unidade temática que nos interessa é a Álgebra para a qual buscaremos compreender, na expressão do documento, a concepção de pensamento algébrico que nele se mostra, norteados pela atitude fenomenológica do pensar desenvolvida

[41] Não cabe aqui discutir os méritos do caráter democrático e da amplitude dessas discussões e nem em quais circunstâncias ocorreram. Para compreender o contexto da elaboração desse documento, remetemos o leitor a Santos e Tomé (2020).

na seção anterior, a qual busca pelo explicitado por meio da linguagem articulada no texto do documento.

Num primeiro momento, é revelado, no texto da BNCC, um sentido amplo da Matemática, mas em outros momentos esse sentido parece estreitar-se:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos (Brasil, 2017, p. 265).

Nas seções que regem as bases para a Educação Matemática, o documento oficial reflete sobre a importância do conhecimento dessa disciplina, relativizando a técnica, e isso é uma de suas potencialidades. Primeiramente, quando afirma que a Matemática não se restringe "apenas à quantificação de fenômenos determinísticos" e admite que essa disciplina "estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório" (Brasil, 2017, p. 265). Em segundo lugar, também parece desconstruir a visão pragmática de que as habilidades Matemáticas são a base apenas para tarefas do cotidiano, uma vez que aponta que os fenômenos com os quais essa Ciência trabalha podem ser ou não do mundo físico. Finalmente, estabelece uma correlação entre os estudos matemáticos e o desenvolvimento da argumentação, o que sugere que o ensino de Matemática não deverá estar centrado apenas no desenvolvimento algorítmico dos processos de resolução de problemas, mas deverá desenvolver habilidades para que os educandos possam validar por meio de proposições verbais logicamente encadeadas os caminhos percorridos para a resolução desses problemas. Essas potencialidades das propostas para o ensino de Matemática, porém, nem sempre se espelham nas práticas pedagógicas enunciadas para dar conta delas, pois ao delinear o pensar algébrico, a BNCC prioriza uma perspectiva tecnicista para fundamentar as práticas. A primeira referência específica, no documento, ao pensar algébrico, caracteriza-o como um tipo especial de pensamento e, para justificar essa especialidade, associa-o à ideia da utilização de modelos matemáticos ligados às suas dimensões quantitativas, e não qualitativas:

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (Brasil, 2017, p. 270).

Além disso, o documento, a exemplo do que foi destacado no trecho anterior, associa diretamente o pensamento algébrico ao uso de letras e outros símbolos o que, em certo sentido, contrapõe-se a uma visão sobre o pensamento algébrico, aquele que deveria comportar uma busca daquilo que vai além de sua representação, representação esta que se dá por meio dos símbolos, portanto não a expressão por si, mas buscar a compreensão do dito através da expressão, entendendo-a para além dos seus aspectos operatórios e algorítmicos, uma vez que, ao trabalhar com eles, a atenção se dirige, de maneira atenta, ao entendimento dos significados que estão enformados na expressão pelo ato de pensar.

Associado à expressão simbólica, o documento relaciona o pensamento algébrico ao "pensar computacional" e este, por sua vez, substancialmente a processos algorítmicos, em que cada processo é definido como "uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema" (Brasil, 2017, p. 271). Chama atenção, ainda, o privilégio dado ao método, quando o documento propõe que "[a]s técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos (Brasil, 2017, p. 270-271). Neste aspecto, ressalta-se uma instrumentalização da Álgebra, que negligencia sua dimensão qualitativa e a necessidade de compreendê-la tal como ela é, não apenas como aquilo que ela possibilita, sua aplicabilidade prática. Conforme entendemos, a

Álgebra não é passível dessa finitude de processos algorítmicos referenciada no documento, pelo menos se nos colocarmos no caminho de compreender o que fazemos para além do método em si, analisando-a em sua dimensão qualitativa, aquela da análise apofântica que se revela nas expressões dos juízos e predicações sobre objetos em geral, que é regida pelas conexões lógicas dos axiomas e que requer um olhar atento para desvelar os conceitos que são animados nas significações das expressões.

.Além disso, o destaque à representação e análise de relações quantitativas, e apenas quantitativas, parece conectar a Álgebra essencialmente à Aritmética, prática já relativizada no contexto dos séculos XIX e XX, em que algebristas e geômetras trabalharam na generalização de suas respectivas áreas. Peacock, em seu *Treatise on Algebra*, obra em que tem como objetivo estruturar a Álgebra à maneira da Geometria, ou seja, como uma disciplina lógico-dedutiva, definiu-a como "*a ciência do raciocínio geral [expresso] pela linguagem simbólica*" (Peacock, l830, p. 1, grifos do autor e tradução nossa)[42]. Há um paralelo entre as definições de Peacock e de Husserl, quando distinguem pensamento e expressão. O matemático inglês faz ressalvas sobre qualquer tentativa de definir a Álgebra de forma simples, bem como sobre a redução dela a uma Aritmética Universal, o que restringiria o seu objeto enquanto ciência:

> É impossível (…), por qualquer definição simples, expressar plenamente seus objetos e aplicações, que só podem ser claramente compreendidos por uma pessoa familiarizada com a ciência: ela foi denominada *Aritmética Universal*; mas esta definição é defeituosa, na medida em que designa para o objeto geral da ciência, aquilo que só pode ser considerado como uma de suas aplicações. (Peacock, l830, p. 1, grifos do autor e tradução nossa.)[43]

Privilegiar uma visão algorítmica, processual, visão que equivale à mera identificação das regularidades e padrões, associando-os às leis matemáticas, com vistas a atingir o plano

[42] *the science of general reasoning by symbolical language*.
[43] It is impossible (…), by any simple definition, to express fully its objects and applications, which can only be clearly comprehended by a person acquainted with the science: it has been termed *Universal Arithmetic*; but this definition is defective, inasmuch as it assigns for the general object of the science, what can only be considered as one of its applications.

das representações gráficas e simbólicas, processo este ligado à resolução de problemas, de cunho quantitativo, pode levar a uma compreensão excessivamente pragmática da Álgebra e àquela visão que a associa estritamente à Aritmética. A isso denominamos visão tecnicista que figura em outros pontos do documento, como por exemplo, quando se refere ao "pensar algébrico", a BNCC cita generalizações e, novamente, enfatiza a resolução de problemas, sempre por meio da linguagem algébrica metonimizada aqui pelas "equações e inequações":

> As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (Brasil, 2017, p. 270).

Com esta leitura da BNCC, compreendemos que o "pensamento algébrico" que nela figura é associado à representação simbólica, à organização desses símbolos por meio da linguagem algébrica e à utilização deles na resolução de problemas práticos com ênfase no método. Ainda que essas práticas sejam inerentes ao fazer algébrico, contemplá-las de modo exclusivo não dá conta de um tipo de pensar que agrega, para além da representação, atos que se voltem para outros aspectos da disciplina os quais transcendem o pragmatismo, o utilitarismo e a correlação imediata entre os objetos do pensar e os da realidade, entre as essências e os fatos.

A ênfase no domínio técnico e nas especificidades simbólicas da linguagem algébrica, ênfase cujo resultado é o predomínio da análise das expressões sem levar em consideração um olhar através delas, sem que se busque compreender os conceitos que nelas se revelam, pode afastar o sujeito daquela exigência do pensar autêntico, conforme descrito na primeira seção deste trabalho, que é a de voltar-se para o objeto intuído, sem deixar que os signos exteriores o substituam de modo vazio. Por fim, a ênfase na técnica pode ocasionar uma perda de sentido ao revelar ao sujeito ingênuo apenas os símbolos, "mas não os atos através dos quais eles aparecem ao sujeito" (Moura, 1989, p. 117). Estes atos são revelados apenas em uma atitude fenomenológica que neutraliza, por assim dizer, “toda e qualquer ingenuidade [entendida, portanto, como] ausência de reflexão” (Moura, 1989, p. 117). Essa abordagem relativa ao ensino da Álgebra, que a compreende como uma mera técnica, obscurece o seu sentido científico:

> Se a ciência se transforma em técnica, não é porque ela se afasta da intuição, o que toda ciência faz enquanto pensamento discursivo; a ciência transforma-se em técnica quando, ao operar com ‘signos exteriores’ ela rompe com a possibilidade mesma de qualquer conexão que a ligue, mesmo de forma distante, ao objeto intuído, ao objeto do qual ela deveria justamente trazer ensinamento (Moura, 1989, p. 56).

Portanto, entendemos que os símbolos e as regras da Álgebra, seus algoritmos operatórios são inerentes ao seu pensamento, mas não constituem a totalidade desse modo de pensar. Dos processos algébricos emergiram novos conceitos, mas não porque aqueles que pensaram esses conceitos fizeram isso apenas com os símbolos e com as regras, mas compreendo o mencionado nesses símbolos e nessas regras, o que nos sugere que, antes de aprender a lidar com a expressão e com o caráter utilitário da Álgebra, seria relevante uma compreensão fenomenológica dessa linguagem, a exemplo do que fez Freudenthal, sobre quem discorreremos na próxima seção.

## O Pensamento Algébrico em Freudenthal

Freudenthal (1973), atento às questões relacionadas à Álgebra e seu ensino, em sua obra *Mathematics as an Educational Task*, propôs reflexões sobre a simbologia da linguagem e das fórmulas algébricas, bem como sobre o processo de organização da Álgebra. Sua investigação não diz respeito simplesmente aos símbolos, mas busca desvelar os conceitos que se mostram através deles por meio da expressão, uma vez que os signos “não são (...), de modo algum, e também não ao modo de um substituto, os objetos da consideração pensante. Ao contrário, nós vivemos, antes, inteiramente na consciência de significação, correspondentemente, na consciência de compreensão” (Husserl, 2012a, p.56). Assim entendemos que Freudenthal busca a significação dos signos, os conceitos que eles representam e como esses conceitos formam-se no pensar.

Contrapondo-se à restrição da linguagem algébrica a processos algorítmicos, Freudenthal considera que o aprendiz deve ser tão fluente na leitura de fórmulas algébricas como é na leitura de texto, "o aluno deve aprender a ler e escrever fórmulas algébricas exatamente como lê textos em sua língua materna" (Freudenthal, 1970, p. 304, tradução nossa)[44], interagindo reflexivamente com essas fórmulas como é capaz de interagir e dialogar com as estruturas verbais. A esse respeito, faz uma crítica aos autores de livros didáticos de seu tempo. Segundo o matemático, alguns daqueles livros estimulavam conscientemente o processo de aprendizado da linguagem algébrica, enquanto outros se comportavam como se esse problema não existisse (Freudenthal, 1970, p. 304).

O desenvolvimento da fluência na leitura de fórmulas algébricas, contudo, não é simples, porque, entre outras questões, a frequência com que essa leitura é exercitada é muito menor que o exercício da leitura de textos na linguagem vernacular. Além disso, para esse autor, a linguagem algébrica é dotada de características sintáticas próprias e convenções que nem sempre facilitam sua compreensão e, por conseguinte, o seu aprendizado. Isso requer do professor a sensibilidade de compreender em que grau essas particularidades constituem ou não obstáculos para o entendimento dessa linguagem.

Algumas dessas particularidades são exemplificadas no texto, o autor faz isso analisando a seguinte expressão de igualdade: $cd = dc$. Se trocarmos $c$ por $a + b$, o complexo de sinais $a + b$ deve ser cercado por parênteses. Se, no entanto, em $ab$ substituirmos $a$ por $-a$, torna-se $-ab$, sem a necessidade de parênteses. Contudo, se $b$ for substituído por $-b$, não se torna $a$-$b$, mas $a(-b)$, isto é, neste caso, há a exigência de parênteses. "Isso não é louco?", questiona

[44] The pupil must learn to read and write algebraic formulae just as he reads texts in his mother tongue.

enfaticamente Freudenthal (1970, p. 305, tradução nossa)[45] ao dar-se conta das ambiguidades que podem apresentar-se no entendimento das expressões.

Para o matemático, a estruturação sistemática de expressões algébricas por meio de parênteses e convenções é exatamente o que distingue a linguagem algébrica da materna, esta faz-se entender mesmo sem esses sinais, por exemplo, em "chocolate quente e sorvete", está claro que o chocolate não se estende ao sorvete, já em "três dias e noites", o numeral "três" aplica-se a dias e noites (Freudenthal, 1970, p. 306). Sem nenhum sinal adicional, essas sentenças permitem compreender exatamente o que se quer dizer com elas. Façamos uma comparação deste último exemplo com estruturas semelhantes na linguagem algébrica: na sentença "três dias e noites", três será substituído por $a$, dias por $b$ e noites por $c$. Se queremos dizer que o três refere-se aos dias e às noites, então devemos expressar na forma $a\ (b + c)$. Notemos que na linguagem cotidiana, em nenhuma das expressões foi necessário qualquer tipo de separador, já no exemplo algébrico sim: "[p]odem ser necessários parênteses para indicar *qual operação deve ser feita primeiro*. Normalmente tomamos $a - b \times c$ para significar $a - (b \times c) = a - bc$, mas não há razão lógica pela qual não poderia significar $(a - b) \times c$" (Budden, 1972, p. 36, grifo do autor e tradução nossa)[46]. É, portanto, por meio do uso consciente desses separadores, entre outros recursos, que os textos algébricos são estruturados. Note-se que ao falar em uso consciente, Freudenthal convida-nos a estarmos dispostos a uma aproximação entre a linguagem algébrica e a do cotidiano no sentido de perceber tanto suas semelhanças quanto suas diferenças num exercício de reflexão que foge ao automatismo dos processos algorítmicos.

O educador matemático critica alguns livros didáticos de seu tempo, cujos autores nem sempre estavam atentos para os problemas apontados, para as particularidades das expressões

[45] Isn't this crazy?
[46] Brackets may be needed to indicate *which operation shall be done first.* Normally we take $a - b \times c$ to mean $a - (b \times c) = a - bc$, but there is no logical reason why it should not mean $(a - b) \times c$.

algébricas que são estruturas linguísticas peculiares. Em *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Freudenthal (2002), no capítulo em que discorre especificamente sobre a linguagem algébrica, chama a atenção para o fato de ela ser, diferente da linguagem materna, independente do contexto, e ter a formalização como método e meta, ou seja, se digo que $a + b = b + a$, não importa em que circunstâncias isso foi dito ou deva ser avaliado, nem tampouco o que o enunciador pensa sobre isso. Contudo, essa formalização não dispensa a compreensão daquilo que é expresso por meio dos símbolos. Especificamente no caso da comutatividade o signo "+ não é o sinal para a adição de números, mas um enlace em geral, para o qual são válidas leis da forma $a + b = b + a$" (Husserl, 2014, p. 186), portanto, na esfera da Álgebra, + não é simplesmente o signo da adição usual aritmética, senão uma conexão em geral, tampouco $a$ e $b$ necessitam ser números, mas objetos que se adequam a essa lei.

Sem esse ato de reflexão, Freudenthal (2002) enfatiza que pode ocorrer, em alguns casos, o aprendizado dos procedimentos formais de modo mecânico, sem que haja uma compreensão de como e por que surgiram. Isso decorre de uma das características da Matemática, qual seja, a de seguir uma linha de formalização progressiva, por isso, em seu estudo, quando tomada irrefletidamente como uma técnica operatória, tanto no que diz respeito à sua aplicação quanto à sua ampliação, corre-se o risco de transformá-la em uma mera arte, uma "técnica calculatória segundo regras (...) [para] obter resultados cujo sentido de verdade só é alcançável em um pensar objetivamente intelectivo" (Husserl, 2012, p.36). No modo puramente técnico de proceder,

> Opera-se com letras, sinais de ligação e relação (+, ×, = etc.), e segundo as *regras do jogo* da sua ordenação conectiva, de um modo que, de fato, em nada difere no essencial do jogo de cartas ou xadrez. O pensar *originário* que confere propriamente sentido a este procedimento técnico e verdade aos resultados corretos (ainda que seja a "verdade formal" própria da *mathesis universalis* formal), está aqui posto fora de circuito. Deste modo, tal pensar é posto também fora de circuito (...) na doutrina algébrica dos números e grandezas (Husserl, 2012, p. 36-37, grifos do autor)

Regras de transformação que foram, ou não, compreendidas, são generalizadas para resolver problemas com maior eficiência. Por essa atividade, novas regras de transformação mais complexas são formadas e, novamente, generalizadas, e se continua nesse mesmo caminho: o da formalização progressiva, levando a atalhos cada vez mais radicais. Entendemos que é necessário não apenas utilizar os procedimentos, mas também refletir sobre os motivos pelos quais eles funcionam; e que o automatismo não deve ocorrer pura e simplesmente, mas paralelamente a um ato de reflexão.

O autor apresenta, ainda, consequências do mau uso das letras na teoria dos conjuntos. Para ele, nesses conjuntos, as letras são usadas sem significado algum, representando apenas a si mesmas ou pontos em um diagrama de Venn. Esse procedimento bloqueia, no aluno, o entendimento da letra como, por exemplo, aquele que atribui a ela a função de expressar uma variável. Freudenthal (1973, p. 291-292) apresenta o seguinte exemplo para esse caso: dado o conjunto $\{a,\ b,\ c\}$, façamos a seguinte pergunta: $x \epsilon \{a,\ b,\ c\}$ ? A resposta esperada, matematicamente correta, é:

$$x \epsilon \{a,\ b,\ c\} \leftrightarrow\ x\ = a\ \vee\ x\ =\ b\ \ \vee\ x = c$$

Isto é, $x$ pertence a esse conjunto se, e somente se, $x$ for um dos elementos $a$, $b$ ou $c$. Freudenthal argumenta, contudo, que o autor do livro didático não apresentava uma resposta para a questão. Pelo contrário, o estudante era submetido a uma lavagem cerebral - "*brainwashed*" - Freudenthal (1973, p. 292) para aceitar que $x$ era apenas outra letra não indicada no conjunto e, certamente, o aluno responderia que ela não pertence ao conjunto.

A letra, nesse tipo de abordagem didática, passa a não significar nada, não indica um número ou qualquer outra coisa e nem pode ser substituída por outra, $a$ não é nada além de $a$, $b$ não é nada além de $b$ e assim por diante. Isso dificulta o entendimento do conceito de variável ou da função da letra na linguagem algébrica cuja menção, significado, não está nela, mas é através dela que se chega ao mencionado, conforme detalhamos ao tratar das relações que

Husserl (1962) estabelece entre o pensar, o mencionar e o expressar. Esse tipo de abordagem pode resultar em obstáculos epistemológicos, entendidos aqui na concepção de Bachelard (1996). O seguinte caso hipotético ilustra o efeito de um desses obstáculos: vamos considerar um aluno que não tenha compreendido o papel das letras na linguagem algébrica e por isso não construiu o entendimento de que é possível enxergar através delas. Posteriormente, ao estudar, por exemplo, as funções, precisará compreender que a letra não é ela própria, mas uma variável que representa um número ou um objeto matemático que pertence ao domínio de validade de uma função.

Nas obras citadas neste trabalho, ainda que Freudenthal não explicite a interrogação que motivou suas reflexões, "o que significa o uso de letras em Matemática?", não só essa pergunta, mas também as possibilidades de respostas a ela estão latentes em seu texto. O autor analisa a questão do ponto de vista do rigor matemático, do ponto de vista do ensino e também da perspectiva de quem aprende. As questões da Matemática, da educação e dos processos de ensino e aprendizagem são visadas de forma análoga a alguém que fotografa uma paisagem por uma lente grande angular e, por isso, Freudenthal amplia consideravelmente o campo de visão sobre o objeto de sua obra. Essa perspectiva crítica do matemático remete-nos àquela atitude de olhar o objeto do conhecimento e buscar intuí-lo para compreendê-lo. Desse modo, desvelar as características da linguagem algébrica requer uma compreensão de suas múltiplas possibilidades, daquelas associadas às letras e sinais, que não se prestam a uma única leitura. Freudenthal critica a utilização dessa linguagem apenas como um método, atitude que negligencia as especificidades do pensamento algébrico, de sua forma de expressão e da compreensão do mencionado nos atos de mencionar, como entendemos no estudo das ideias husserlianas.

Acreditamos que essas observações são pertinentes quando se faz uma leitura crítica da BNCC, mais especificamente àquele ponto em que o documento sugere não estudar a

Matemática pela Matemática, primordialmente, mas como uma técnica para a resolução de problemas do cotidiano. Compreendemos que as bases curriculares, ao tomarem a Álgebra e sua linguagem fundamentalmente como um método, sem estimular o entendimento profundo de suas particularidades, o significado de suas expressões, de seus símbolos e daquilo que neles se revelam, sem uma perspectiva que estimule os sujeitos a estarem juntos aos seus cossujeitos, a pensarem sobre o que estão realizando, pode incorrer nos equívocos que Freudenthal aponta sobre o ensino de Álgebra, em seus estudos sempre atuais, ainda que ele os tenha realizado na década de 1970.

## Considerações finais

Nas seções anteriores, trilhamos um percurso que partiu do pensar sob a perspectiva da fenomenologia husserliana; detivemo-nos na compreensão do pensamento algébrico na BNCC; e ampliamos nossas considerações para compreender uma alternativa ao modo como o ensino da Álgebra é proposto no documento oficial, qual seja, aquela apresentada por Freudenthal em duas de suas obras sobre o ensino da Matemática.

Procuramos, nesta leitura crítica, chamar a atenção para o modo como a BNCC propõe o ensino da Álgebra, quando o documento contempla, em especial nas propostas para práticas didáticas, o aspecto instrumental da disciplina, aquele tecnicismo pragmático que se desvela em suas propostas pedagógicas e que resulta na algoritimização como meta, no privilégio dado ao desenvolvimento processual e à resolução de problemas. Apresentamos, em seguida, uma alternativa a essa concepção de ensino, a de Freudenthal, que chama atenção para formas de abordagem da Álgebra no contexto da sala de aula, para uma atitude necessária a quem ensina e a quem aprende, que visa, para além da representação superficial dos símbolos, o entendimento dos conceitos que por eles se revelam, ou seja, uma atitude que contemple uma discussão sobre os modos de tratar os objetos matemáticos, mantendo os estudantes no caminho de um pensar refletido.

A proposta de Freudenthal visa, ainda, a uma compreensão do entrelaçamento entre expressão e intuição, com vistas a apreender o sentido dos conceitos que animam a simbologia algébrica. A linguagem algébrica, por ser essencialmente formal, ou seja, aquela em que as circunstâncias ou contexto do discurso não contribuem para a significação, não pode, por conseguinte, contar com o recurso de artifícios linguísticos, gestuais e decorrentes de situações de comunicação em que há interação entre interlocutores, ao contrário, o entendimento do seu sentido, dos conceitos, dos princípios, dos teoremas e das demonstrações, que por ela se constroem e se intersubjetivizam, dá-se pela clarificação das intenções do pensamento que dela se apropria, com vistas a ser a sua forma de menção. Essa clarificação não é possível sem que se compreenda o modo como cada símbolo dessa linguagem pode participar da comunicação do enunciado matemático.

Acreditamos que essa atitude pode evitar alguns obstáculos epistemológicos, bem como aperfeiçoar a fluência dos alunos na linguagem algébrica e permitir o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para isso, é necessário que o docente esteja atento a essas possibilidades, atenção que se constrói por meio de uma reflexão sobre o pensar autêntico, para além da expressão, no sentido de compreender a importância dos símbolos na atividade do pensar, bem como seu lugar nesse ato, um lugar privilegiado, mas não exclusivo: a linguagem como meio não é aquilo que ela referencia, mas uma forma daquilo que se revela por meio dela, uma forma da menção. A linguagem matemática não é um mero instrumento de resolução de problemas cotidianos, mas um modo de acesso ao pensar autêntico, porque lógica e porque abarca, para além do significado primeiro de *logos*, o de palavra, expressão, o significado segundo, que é o de razão, preferencialmente o de razão científica. Compreendemos, assim, que o ensino de Matemática, especificamente da Álgebra, deve contemplar todas as suas dimensões, e não apenas as dimensões pragmática, operatória, algorítmica e computacional. Portanto, todos os atores do processo de ensino e aprendizagem podem desenvolver de modo mais pleno as potencialidades dos educandos se considerarem que uma linguagem, quer algébrica, quer de outra ciência, enforma ou constitui um vir à luz da forma, do pensamento característico daquela atividade, que faz dessa linguagem sua expressão.

## Referências


Bachelard, G. (1986). *A formação do espírito científico*: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Contraponto.

Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação/Conselho Nacional de Educação. http://basenacionalcomum.mec.gov.br

Budden, F. J. (1972). *The fascination of Groups*.Cambridge University Press.

Costa, A. M. (1971). *As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios.* Editora da Universidade de São Paulo.

Freudenthal, H. (1970). *Mathematics as an Educational Task***.** D. Reidel.

Freudenthal, H. (2002) *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Kluwer Academic Publishers.

Houaiss, A.; Villar, M. S. (2001). *Dicionário Houaiss da lingua portuguesa*. Objetiva.

Husserl, E. (1962). *Lógica formal y Lógica Transcendental:* ensayo de uma crítica de la razón lógica. Centro de Estudios Filosóficos. Universidad Nacional Autónoma de México.

Husserl, E. (2006). *Ideias para uma fenomenologia pura e para uma filosofia fenomenológica:* Introdução geral à fenomenologia pura. Ideias & Letras.

Husserl, E. (2012). *A crise das ciências europeias e a fenomenologia transcendental*: uma introdução à Filosofia fenomenológica. Gen.

Husserl, E. (2012a). *Investigações Lógicas:* investigações para a fenomenologia e a teoria do conhecimento. Gen.

Husserl, E. (2014). *Investigações lógicas*: prolegômenos à lógica pura. Forense.

Lyotard, J. F. (2000). *Peregrinações*: Lei, Forma, Acontecimento. Estação Liberdade.

Moura, C. A. R. de. (1989) *Crítica da Razão na Fenomenologia*. Nova Stella: Edusp.

Peacok, G. (1830). *A Treatise on Albegra*. J. and J.J. Deighton.

Santos, E. & Tomé, L. (2020). O discurso ausente de democracia na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental. J*ornal de Políticas Educacionais*. 14 (25), 1-19.