

**Conhecimento pré-predicativo: compreensões quanto à ideia de ângulo**

**Prepredicative knowledge: understandings about the idea of angle**

**Conocimiento prepredicativo: comprensiones sobre la idea de ángulo**

**Connaissances pré-prédicatives : compréhension de l'idée d'angle**

Marli Regina dos Santos<sup>1</sup>

Universidade Federal de Ouro Preto

<https://orcid.org/0000-0002-0562-2189>

### **Resumo**

Nos mais diversos momentos, estamos imersos em situações nas quais podemos mobilizar conhecimentos que remetem à estreita relação entre a espacialidade vivenciada pelo sujeito no seu dia a dia e a Geometria enquanto ciência dedutiva. Este artigo se volta para essa relação ao colocar em destaque o conhecimento pré-predicativo, abordado por Merleau-Ponty como um modo de compreensão, temporal e espacialmente localizado, que tem como cerne os sentidos que se dão na vivência do mundo-vida e que se constituem de modo espontâneo, ao estarmos com o outro experienciando o espaço intersubjetivo. O texto dialoga com as ideias trazidas pelo filósofo e por outros autores que se atentam para o conhecimento pré-predicativo e, em conexão com esse diálogo, apresenta um recorte de uma pesquisa com calouros de uma graduação em matemática na qual se destacou uma discussão em torno da ideia de ângulo. As manifestações e interações ocorridas avançaram em direção aos sentidos e significados espontaneamente explicitados por eles, sem a pretensão de chegar a uma definição matematicamente estabelecida do conceito, mas na perspectiva dos entendimentos que dizem de uma produção dada nas vivências, ao experienciarem um solo comum. Indagando as ideias nucleares que permeiam as compreensões explicitadas, destacam-se entendimentos quanto à produção geométrica dada na

---

<sup>1</sup> [marliregs@gmail.com](mailto:marliregs@gmail.com)

temporalidade e espacialidade das relações intersubjetivas do mundo-vida, historicamente constituído em sua objetividade dinâmica, indicando possibilidades para o trabalho pedagógico.

***Palavras-Chave:*** Geometria, Pré-predicativo, Fenomenologia, Merleau-Ponty.

### **Abstract**

In the most diverse moments, we are immersed in situations in which we can mobilize knowledge that refer to the close relationship between the spatiality experienced by the subject in his daily life and geometry as a deductive science. This article focuses on this relationship by highlighting pre-predicative knowledge, approached by Merleau-Ponty as a temporally and spatially located mode of understanding, which has as its core the meanings that occur in the experience of the life-world and that are constituted spontaneously, when we are with the other experiencing the intersubjective space. For this, this text dialogues with the ideas brought by the philosopher and by other authors who pay attention to pre-predicative knowledge and, in connection with this dialogue, presents an excerpt from research with students of mathematics graduation, about a discussion around the idea of angle. The manifestations and interactions that occurred advanced towards the senses and meanings spontaneously explained by them, without the intention of reaching a mathematically established definition of the concept, but in the perspective of the understandings about a production given in the experiences in a common ground. Inquiring the ideas that permeate the comprehension, are made explicit understandings regarding the geometric production given in the temporality and spatiality of the intersubjective relationships of the lifeworld, historically constituted in its dynamic objectivity, indicating possibilities for pedagogical work.

***Keywords:*** Geometry, Prepredicative, Phenomenology, Merleau-Ponty.

## Resumen

En los más diversos momentos, nos vemos inmersos en situaciones en las que podemos movilizar conocimientos que hacen referencia a la estrecha relación entre la espacialidad experimentada por el sujeto en su vida cotidiana y la Geometría como ciencia deductiva. Este artículo se centra en esta relación destacando el conocimiento prepredicativo, abordado por Merleau-Ponty como un modo de comprensión temporal y espacialmente ubicado, que tiene como núcleo los significados que ocurren en la experiencia del mundo de la vida y que se constituyen espontáneamente, cuando estamos con el otro experimentando el terreno intersubjetivo. Para ello, el texto dialoga con las ideas aportadas por el filósofo y por otros autores que prestan atención al conocimiento prepredicativo y, en relación con este diálogo, presenta un extracto de una investigación con estudiantes de primer año de la carrera de Matemáticas, en la que destacó una discusión en torno a la idea de ángulo. Las manifestaciones e interacciones que se produjeron avanzaron hacia los sentidos y significados espontáneamente explicados por ellas, sin ánimo de llegar a una definición matemáticamente establecida del concepto, sino avanzando hacia las comprensiones que hablan de una producción dada en las experiencias, al experimentar un común entorno. Indagar sobre las ideas centrales que permean las comprensiones explicadas, comprensiones sobre la producción geométrica dada en la temporalidad y espacialidad de las relaciones intersubjetivas del mundo de la vida, históricamente constituidas en su objetividad dinámica, indicando posibilidades para el trabajo pedagógico.

**Palabras clave:** Geometría, Prepredicativo, Fenomenología, Merleau-Ponty.

## Résumé

Dans les moments les plus divers, nous sommes plongés dans des situations dans lesquelles nous pouvons mobiliser des connaissances qui renvoient à la relation étroite entre la spatialité

vécue par le sujet dans sa vie quotidienne et la Géométrie comme science déductive. Cet article s'intéresse à cette relation en mettant en évidence la connaissance prédicative, abordée par Merleau-Ponty comme un mode de compréhension, temporel et spatialement situé, qui a pour noyau les sens qui sont donnés dans l'expérience du monde de la vie et qui se constituent spontanément, lorsque nous sommes avec l'autre en train d'expérimenter l'espace intersubjectif. Le texte dialogue avec les idées apportées par le philosophe et d'autres auteurs qui prêtent attention à la connaissance pré-prédicative et, en relation avec ce dialogue, présente une section d'une recherche avec des étudiants de première année d'un cours de premier cycle en mathématiques qui a mis en évidence une discussion autour de l'idée d'angle. Les manifestations et les interactions qui se sont produites ont avancé vers les sens et les significations spontanément expliqués par eux, sans la prétention d'atteindre une définition mathématiquement établie du concept, mais dans la perspective des compréhensions qui disent une production donnée dans les expériences, lors de l'expérience d'un terrain commun. En s'interrogeant sur les idées nucléaires qui imprègnent les compréhensions expliquées, il met en évidence les compréhensions de la production géométrique données dans la temporalité et la spatialité des relations intersubjectives du monde de la vie, historiquement constitué dans son objectivité dynamique, indiquant des possibilités pour le travail pédagogique.

**Mots-clés :** Géométrie, Prédicatif, Phénoménologie, Merleau-Ponty.

## **Conhecimento pré-predicativo: compreensões quanto à ideia de ângulo**

O que este artigo apresenta é fruto, em um estágio mais amadurecido, da discussão proposta pela autora por ocasião do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (2021), decorrente de sua pesquisa de doutorado (Santos, 2013) e de publicação dela derivada (Santos & Bicudo, 2014), permeando a ideia central deste texto: o conhecimento pré-predicativo.

Merleau-Ponty e seu mestre Husserl perseguiram, em seus estudos filosóficos, questões relacionadas ao conhecimento, em seus aspectos ontológicos e epistemológicos, colocando em destaque a existencialidade e os atos humanos envolvidos na sua constituição. Ao indagar sobre o conhecimento objetivamente dado por meio da ciência (ocidental), Merleau-Ponty (1999, p. 3) ressalta sua condição de ser uma “segunda linguagem do mundo”, já que ele se dá e se sustenta na experiência mundana.

Tudo que sei do mundo, mesmo por ciência, eu o sei a partir de uma visão minha ou de uma experiência do mundo sem a qual os símbolos da ciência não poderiam dizer nada. Todo o universo da ciência é construído sobre o mundo vivido, e se queremos pensar a própria ciência com rigor, apreciar exatamente o seu sentido e o seu alcance, precisamos primeiramente despertar essa experiência do mundo da qual ela é a expressão segunda. A ciência não tem e não terá jamais o mesmo sentido de ser que o mundo percebido, pela simples razão que é uma determinação ou uma explicação deles. (Merleau-Ponty, 1999, p.75)

Ao lançar luz nos atos perceptivos e destacá-los, Merleau-Ponty explicita o primado da percepção frente ao conhecimento, evidenciando as compreensões subjetivas que ela sustenta e os modos de comunicação e expressão dados no âmbito intersubjetivo. Ele avança em direção a uma análise fenomenológica do conhecimento, destacando a compreensão existencial que se dá de modo não (re)elaborado por meio das formalizações e procedimentos científicos, mas que se presentifica espontaneamente de forma ingênua e que, conforme entende, sustenta o conhecimento predicativo.

Visa, assim, retornar às coisas elas mesmas.

Retornar às coisas mesmas é retornar a este mundo anterior ao conhecimento do qual o conhecimento sempre fala, e em relação ao qual toda determinação científica é abstrata, significativa e dependente, como a geografia em relação à paisagem — primeiramente nós aprendemos o que é uma floresta, um prado ou um riacho. (Merleau-Ponty, 1999, p. 4)

O filósofo adentra pelo conhecimento pré-predicativo, explicitando seu estatuto e os atos dos quais se origina, de modo nascente, em um nível pré-teórico ainda não desdobrado em interpretações por meio da linguagem formalizada da ciência, mas passível de avançar em direção a ela.

Visando abordar a discussão trazida por ele e possibilidades para o trabalho pedagógico, este artigo se desenvolve em dois momentos. No primeiro, apresenta as ideias trazidas por Merleau-Ponty quanto ao conhecimento pré-predicativo, enfatizando a linguagem, a comunicação entre sujeitos e o ser no mundo com o outro. No segundo, descreve trechos de um estudo de campo da pesquisa de doutorado da autora (Santos, 2013), onde são destacadas compreensões pré-predicativas quanto à ideia de ângulo que se evidenciaram na sequência de diálogos entre os sujeitos, revelando a pluralidade de sentidos e significados que, coletivamente, emergiram das interações.

### **O conhecimento pré-predicativo**

Conforme explica Bicudo (2004), pré-predicativo e pré-reflexivo

são expressões utilizadas por Merleau-Ponty para dizer de uma compreensão existencial que ainda não foi tematizada e desdobrada em ações de análise e reflexão. Diz de uma compreensão apenas manifesta ao próprio sujeito e ao outro de maneira não proposital. Trata-se de uma compreensão existencial, pois envolve a totalidade do ser que compreende, o qual já está no mundo com os outros e demais seres, sempre segundo uma disposição, um humor que o dispõe ou pré-dispõe para aquilo em relação ao que está atentando, abrindo possibilidade de ver e de perceber sentidos e interpretar significados. (Bicudo, 2004, p.80)

O conhecimento pré-predicativo refere-se ao conhecimento ainda não elaborado em termos de desdobramentos possibilitados pelos atos da razão e amparados na lógica e metodologia à disposição no mundo da ciência (Bicudo, 2010). Ele é construído nas vivências, em um movimento intencional de busca de compreensão do entorno, realizado subjetiva e intersubjetivamente, na medida em que o mundo percebido faz sentido para o sujeito, podendo ser expresso ao outro.

Diversos estudos no âmbito da fenomenologia na Educação Matemática têm destacado o ensino e aprendizagem e o movimento de constituição e produção do conhecimento matemático nos quais são abordadas as dimensões relacionadas às vivências dos sujeitos (Detoni, 2000; Kluth, 2001; Paulo, 2001; Paulo, 2006; Mondini, Mocrosky & Santos, 2010; Detoni, 2012; Santos, 2013; Santos & Bicudo, 2014, entre outros). Eles enfatizam o conhecimento pré-predicativo, colocando em destaque os modos de o conhecimento se dar no mundo-vida em um nível pré-teórico ainda não desdobrado em interpretações ou formalizações por meio da linguagem predicativa, em especial, aqui, aquela específica do fazer matemático. Tais estudos põem em destaque o sentido que se doa para o sujeito em seu estado “nascente”, não baseado ou expresso em teorizações nas quais estão presentes a formalização clássica da matemática, com definições, axiomas e teoremas tal como, em geral, é apresentada nos livros-texto da disciplina.

Trata-se de um conhecimento no qual o objeto percebido faz sentido para o sujeito doando-se, inicialmente, para a subjetividade e podendo se desdobrar na expressão do compreendido, de forma direta e ingênua, ou seja, sem preocupações com padronizações previamente postas. O percebido na percepção pode direcionar para compreensões e interpretação no âmbito da intersubjetividade, sendo passível de ser comunicado, ou expresso, ao outro com o qual se compartilha um entorno comum.

Alguns estudos que abordam especificamente o conhecimento geométrico pré-predicativo evidenciam que ele se explicita nas vivências nas quais os sujeitos se mostram movimentando-se, espacializando, habitando horizontes (Detoni, 2000; Paulo, 2001). Há um sentido existencial que coloca em destaque aquilo que na experiência vivida se ilumina no momento da percepção. Ao expressar-se, o sujeito comunica o que compreende, não havendo, necessariamente, uma elaboração categorial a priori decorrente de um quadro teórico prévio. O nome de uma figura geométrica plana, por exemplo, pode ser o modo de a criança expressar alguma característica de um sólido que se destaca no ato perceptivo e que carrega os sentidos e entendimentos que dizem sobre o que ela visa expressar. Assim, quando ela usa, por exemplo, o termo “quadrado” para dizer de um cubo ou de um canto “reto”, ela expressa o que de imediato se lhe apresenta na percepção: a “quadratice” presente na figura.

A expressão pré-predicativa explicitada carrega os significados e sentidos presentes no campo cultural onde o sujeito está enredado e dos quais lança mão para se comunicar.

A fala, ainda apropriando-nos das ideias de Merleau-Ponty, é uma operação interior e exterior, em que o sentido percebido faz-se para o sujeito, e em que o pensamento é efetuado mediante articulações disso que está a fazer sentido. Também é exterior, ao ser dita mediante palavras. Estas estão à disposição no mundo, cultural e historicamente. São pronunciadas, em voz alta ou silenciosamente, contam com sons e entonações daquele que as pronuncia. Deixam de ser uma categoria vazia que apenas nomeia objetos, ideias, etc, e preenchem-se de sentido à medida que consomem a fala ao serem pronunciadas na maneira peculiar de o corpo-próprio expor-se. (Bicudo, 2004, p.82)

No exemplo da criança, ela expressa sua compreensão por meio da linguagem que lhe está disponível, de modo que as palavras não carregam significados por conta própria. Ao contrário, é dos significados atribuídos aos objetos na experiência vivida que ressurgem as palavras, dando sentido à expressão daquilo que, na percepção, se destaca. Merleau-Ponty (1999) discute o papel da linguagem e da comunicação, culturalmente constituída e transmitida,

ênfatizando sua importância na construção do conhecimento, ressaltando seu sentido para além da relação biunívoca entre palavra e significado.

Na comunicação destacam-se – juntamente com as palavras – o gesto, o silêncio, a expressão, na intenção do corpo-próprio (Merleau-Ponty, 1999; Bicudo, 2010) em seu humor e disposição frente ao intencionado, ressignificando sentidos e instaurando-se em um modo partilhado à medida que se avança para o âmbito intersubjetivo (Bicudo, 2004). A experiência vivida permite que o sujeito organize compreensões que se dão nas percepções primeiras que trazem o percebido em seu fundo, ou seja, em seu contexto mundano do qual a intencionalidade destaca o focado, podendo expressá-lo aos cossujeitos, companheiros da situação vivenciada, com quem compartilha modos de ser, agir e expor-se. Essa comunhão de ideias pode avançar por compreensões entre os sujeitos envolvidos, encaminhando uma construção intersubjetiva. Dessa forma, a linguagem se alimenta e é alimentada no âmbito intersubjetivo, abrindo-se para além de significações biunívocas para as quais as palavras podem remeter, mas avançando no horizonte significativo que se abre.

Importante destacar que o conhecimento pré-predicativo, tal como fenomenologicamente é concebido nos estudos de Merleau-Ponty, não se refere (exclusivamente) ao pensar da criança que busca compreender seu entorno, ou ao de um “novato” quanto a um determinado assunto. Um matemático, por exemplo, pode avançar por compreensões pré-predicativas ao atentar-se para um problema, buscando pela evidência que permita emitir juízos a respeito daquilo que investiga em termos do percebido, ou intuído, como significativo. Na pesquisa de Paulo (2006), um dos sujeitos participantes, matemático de formação, explica que é comum se referirem à inflexão de uma curva como o “rabinho” da função. O uso da expressão se dá de modo direto e intencional visando apresentar as ideias que afloram no pensamento e expressá-las ao interlocutor, ainda que ele possa ser um outro matemático.

Podemos dizer que o conhecimento pré-predicativo se ilumina e está presente em diversas situações cotidianas experienciadas pelo sujeito, doando-se nos atos perceptivos e em outros atos que deles se originam. Os desdobramentos das compreensões pré-predicativas podem possibilitar novas reelaborações quanto ao objeto em foco, bem como a constituição de conclusões predicativas sobre o intencionado. Focando na geometria, em sua complexidade teórica marcada pela formalização e raciocínio dedutivo, podemos destacar os atos perceptivos e as intuições dados no movimento intencional de compreensão, que permitem avançar em direção aos modos de compreendê-la, inclusive em sua formalização matemática.

O corpo-próprio guia-se em certa direção, constitui determinada profundidade, estabelece relações de comparação, como maior, menor, mais perto, mais longe etc. Ele é o ponto zero, ou o ponto de referência, do “aqui onde estou” que estabelece a perspectiva pela qual se vislumbra o horizonte no aqui e agora (Merleau-Ponty, 1999; Bicudo, 2010). Esse movimento de *atentar-se para* vai além dos atos individuais, já que as ideias geométricas não são meramente elaborações subjetivas e, na experiência vivida, podem ser partilhadas, avançando por compreensões e reelaborações entre sujeitos.

Porém, está enraizado em nossa cultura um modo de proceder que destaca o conhecimento e sua produção enquanto uma atividade cognitiva lógica objetiva, onde não há lugar para se discutir ou refletir sobre os atos embasados na percepção e expressos nos gestos, falas espontâneas, pausas etc. Portanto, não há espaço para o que, nessa perspectiva, se considera uma incompreensão, confusão, falta de certeza ou mesmo um erro. Nota-se que, enquanto área de conhecimento que trata de entes específicos por meio de uma linguagem própria, a geometria – e outras ciências teórico-formais – apesar de sustentar-se no mundo-vida, sofre um afastamento do seu sentido na existência humana (Husserl, 2012; Merleau-Ponty, 1999), distanciando-se do conhecimento pré-teórico dado nas vivências.

Em uma direção contrária a essas constatações, e considerando que a compreensão pré-reflexiva e a expressão do compreendido abrem possibilidade de significação em geometria, o trecho da investigação apresentado a seguir volta-se para os modos pelos quais as ideias geométricas se dão e são expressas no diálogo e na partilha, em meio a atividades visando explorar sentidos e significados trazidos no coletivo formado. A atenção está direcionada para os aspectos do conhecimento pré-predicativo e seus desdobramentos que encaminham a construção coletiva, buscando pelas possibilidades de compreensão e respectivas materializações por meio da linguagem.

A investigação apresentada assume a postura fenomenológica não apenas como metodologia de pesquisa na organização e análise de dados, mas enquanto visão de realidade, na qual se destacam atitudes, gestos, falas e modos pelos quais o conhecimento pré-reflexivo vai se abrindo em interpretações, compreensões e (re)elaborações. Conforme Bicudo (2010, p 43), tal postura considera as experiências vividas como nucleares ao movimento de ‘fazer sentido’, na constituição do conhecimento, ao se estar atento ao que se diz e ao que é dito pelo outro, assumindo a relevância da intersubjetividade para acolher a subjetividade e para encaminhar ações com vistas à objetividade, em um movimento dialógico dialético.

### **Compreensões pré-predicativas quanto à ideia de ângulo**

A constatação da estreita – senão direta – relação entre a geometria, enquanto ciência dedutiva, e a espacialidade vivenciada pelo sujeito no seu dia a dia direcionou a realização de uma pesquisa junto a alunos ingressantes em um curso de graduação em matemática, que buscou explicitar as compreensões manifestadas por eles quanto às ideias geométricas presentes nas discussões e interações propostas (Santos, 2013). O foco das análises da pesquisa foram as compreensões expostas pelos alunos, ao participarem de um curso de extensão ocorrido em 6 encontros, que abordou os entes geométricos, tais como ponto, reta e plano, as relações entre eles e suas disposições espaciais, lançando mão de recursos manipuláveis e

situações investigativas para promover a expressão e a comunicação no coletivo que se constituiu. Os encontros foram filmados e transcritos, constituindo as descrições de onde emergiram os trechos analisados.

Em um dos encontros ocorridos na pesquisa, as interações e diálogos entre os participantes levaram à explicitação de sentidos e significados relacionados à ideia de ângulo e ao *o que ele é*, ainda que esse assunto não estivesse previsto nem fosse o tema da atividade proposta. No encontro, se destacou o diálogo fluido e espontâneo em que os sujeitos tentavam expor compreensões, dúvidas, surpresas e mudanças em seus entendimentos, ao tentarem compreender o que o ângulo é. Foi possível notar que as interações se articulavam no todo coeso do diálogo travado entre os envolvidos, revelando aspectos das intencionalidades presentificadas. A totalidade de intenções, intuições, modos de os sujeitos voltarem-se para o proposto, evidências havidas e respectivas expressões linguísticas verbalizadas formavam uma complexidade que escapava à possibilidade de compreensão das falas isoladas de cada sujeito. Era preciso explicitar, nas análises, as relações entre elas e a trama de onde derivavam.

Diante disso, destacou-se o cenário do encontro, entendendo-o como o local onde se desenrolaram *cenar significativas* (Detoni & Paulo, 2011), ou seja, conjuntos de movimentos e expressões com duração temporal mantida pela disponibilidade dos sujeitos de darem conta do que foi proposto, ao modo de uma articulação entre as intencionalidades dos “atores”. O termo atores diz daqueles que fazem parte da cena pois, como explicam Detoni e Paulo (2011), nas “pesquisas qualitativas de base fenomenológica nas quais se trabalha no pré-reflexivo, isto é, nas quais as manifestações são livres de predicções, os sujeitos não estão representando como atores que se guiam por indicações textuais” (Detoni & Paulo, 2011, p. 108). A cena se constitui em torno de um motivo, na doação de significados pela ação do corpo-próprio, e o “ato”, ou a intencionalidade do sujeito, não é posterior à cena: ele incorpora e expressa significados ao estar com os outros no pano de fundo onde as ações ocorrem.

Na cena pode-se

(...) ver uma *ideia* sendo própria a uma série de manifestações convergentes para ela [...] Além de ver estas manifestações em cada sujeito, há uma atribuição comum de significados que o grupo todo de sujeitos intencionados na experiência deixa ressaltar na iminência do intersubjetivo. Cada sujeito articula compreensões que necessitam ser comunicadas *ao outro*. Há, portanto, sempre a experiência da alteridade, que se expressa numa rede comum de significados constituídos. (Detoni & Paulo, 2011, p. 109)

A cena se constitui na medida em que revela um todo de sentido dado em suas perspectivas possíveis, desvelando o nexo entre as diversas falas e ações. Nos aspectos significativos que a compõem, focando nas interpretações dos diálogos, dos gestos e de outras manifestações, destacam-se unidades significativas que se apresentam como totalidade de sentido que compõe a cena, explicitando um núcleo comum a ela, como um enredo com começo, meio e fim.

No intuito de apresentar o trecho em destaque da referida pesquisa, as quatro cenas significativas do encontro estão organizadas cronologicamente no quadro a seguir, destacando as interações que se deram. Após apresentar o diálogo no qual os sujeitos (nomes fictícios, sendo P a pesquisadora) se envolvem, são trazidas as asserções da pesquisadora quanto à cena em questão. A fim de ressaltar as expressões dos sujeitos e suas manifestações pré-predicativas relacionadas com a ideia de ângulo, são destacadas, em itálico, os trechos de suas falas que dizem sobre esse conceito geométrico e que direcionam para a sua compreensão, podendo envolver outras ideias, noções ou conceitos – matemáticos ou não – que permeiam sentidos e significados atrelados a ele.

Após o quadro, são discutidos os significados explicitados e as correlações com o conhecimento pré-predicativo na perspectiva merleau-pontyana.

Considerando as improvisações da pesquisadora a fim de explorar os sentidos desvelados nos diálogos, cabe destacar que ela se coloca como um cossujeito junto aos demais, ou como mais uma *atora*, pois se lança no cenário, reelaborando entendimentos diante das

falas, dos gestos, das dúvidas e das conclusões, redirecionando suas próprias ações e entendimentos.

### Tabela 1.

*Cenas envolvendo a ideia de ângulo (arquivo pessoal, 2021)*

<b>CENA 1 – QUAL É O ÂNGULO ENTRE AS RETAS?</b>
<p>ISIS manifesta dúvida quanto ao ângulo determinado por duas retas concorrentes, indicando uma possibilidade de atribuir um valor para tal ângulo.</p> <p>ISIS: posso dizer que duas retas concorrentes .... aqui o ângulo entre elas é menor que noventa? (representa com palitos a situação)</p> <p>P (Pesquisadora): pode ser noventa?</p> <p>ISIS: <i>pode... pode ser maior também né?</i></p> <p>P: pode ser maior? Então vamos ver quando pode ser maior. [pede que represente com canudos duas retas concorrentes]</p> <p>ISIS: a não sei... <i>pode ser noventa, né?</i></p> <p>P: agora vamos ver o maior [representa duas retas não perpendiculares]. Quantos ângulos foram formados em volta desse vértice, do ponto de interseção?</p> <p>Vários: <i>Quatro.</i></p> <p>P: a gente tem quatro ângulos aí e tem que escolher um pra ser o ângulo entre as retas...qual é melhor eu escolher? O agudo ou o obtuso?</p> <p>ELVIS: <i>o obtuso?</i></p> <p>ISIS: <i>eu escolheria esse [aponta para o ângulo agudo]</i></p> <p>P: por quê? Por que agudo? Por que obtuso?</p> <p>ISIS expõe o modo como procedeu, indicando relação com a forma de traçar ou medir um ângulo com o transferidor:</p> <p>ISIS: ah não sei... Escolhi mais por causa daquele negócio... <i>a gente sempre olha o ângulo de lá pra cá [gesticula como quem usa o transferidor para construir um ângulo que considera uma origem e o sentido anti-horário]</i></p> <p>P busca explorar as possibilidades de disposição do ângulo no espaço e por isso movimentando dois palitos indicando duas semirretas concorrentes: mas a gente pode tá em qualquer lugar do espaço [movimenta os palitos de forma que os alunos tenham que se mover para medir o ângulo]</p> <p>ISIS indica romper com o que foi apresentado por ela: <i>Huum, mas eu posso de lá pra cá também (muda o sentido do giro)...</i></p> <p>P Você vai se mexer no espaço e vai vir aqui.. qual você vai escolher para ser a medida do ângulo entre as retas? Dois opostos são iguais...</p> <p>NILSON: <i>todos são os ângulos entre elas...</i></p> <p>P: mas só um representa a medida do ângulo entre elas... Qual é o melhor candidato, o que vocês acham?</p> <p>A maioria considera que o menor e alguns consideram o maior ângulo.</p> <p>ISIS: eu sinceramente não sei... <i>(e sugere o menor)</i></p> <p>P se dirigindo para CLAUDIO que respondeu menor: por quê (o menor)?</p> <p>CLAUDIO: eu sei lá... se fosse imaginar um ângulo aqui.. essa reta aqui.. <i>[representa com dois canudos um ângulo de 45° ] se fosse pegar o maior e falar: 90 mais um pouquinho aqui, 45° no caso ... se eu fosse olhar do lado de cá eu ia falar metade de noventa. (seus gestos indicam que ele verifica a possibilidade de “olhar” o ângulo dos dois lados</i></p>

*determinado pelo plano que o contém, expondo sua compreensão de perspectiva do olhar a partir da posição do observador)*

P buscando compreender: tipo o ângulo que tá faltando? (...) mas pensa assim.. pode ser zero o ângulo entre elas? [todos gesticulam positivamente]

CLAUDIO: sei lá... *É mais fácil pegar o menor...*

P: a gente tem que falar a mesma língua... Senão um fala 30 e o outro fala 150... Tem que combinar...

#### **Asserções da pesquisadora**

A dúvida principia a discussão que avança na negociação da escolha daquele que seria o ângulo entre duas retas concorrentes. Revelam-se modos de proceder e analisar associados ao modo como se mede o ângulo com o uso do transferidor e à possibilidade de se estar espacialmente em duas posições distintas frente a ele, *mirando-o*. Esse direcionamento espontâneo, espacial e temporalmente localizado, buscando entender *o que o ângulo é*, diz de um conhecimento pré-predicativo que se aflora, dando início às análises e busca de compreensão pelos licenciando, direcionando as interações para outras ideias e manifestações pré-predicativas.

#### **CENA 2 – MANIPULANDO DOIS SEGMENTOS COM EXTREMIDADE COMUM**

P com a discussão anterior, sente necessidade de analisar também os ângulos entre dois segmentos.

P: Mas tem uma coisa que a gente não falou. O que é segmento?

Vários dizem um pedaço da reta.

P: um pedaço de qualquer maneira? Eu posso cortar aqui e dizer que é segmento? [gesto com um canudo como se o cortasse em um só ponto]. Como que é?

“Dois cortinhos”.. “Início e fim” ... “Tem que ser limitado, com começo e fim”.

P: então vamos supor que aqui não é uma reta... que aqui é segmento [ênfatisa pois usou as mesmas tiras de e.v.a para representar a reta em explicação anterior]. Aí eu falo pra vocês, qual que é o ângulo entre eles (os segmentos)?

P representa um ângulo com as tiras de e.v.a, com uma extremidade comum e, movimentando as tiras, faz um giro de  $270^\circ$ . Solicita que indiquem o ângulo entre os segmentos. Move o ângulo pelo espaço da sala para que analisem como proceder para medi-lo.

ISIS expressa dúvida: *o de cima... o de fora...(aponta para a maior região determinada pela volta de  $270^\circ$ )*

P: e se eu fizer assim [muda a posição] qual é o ângulo? O de dentro ou o de fora? [gestos apontando cada um]

CLAUDIO: *o de dentro é mais fácil...*

Vários: *o de dentro*

P para ISIS: e aí? Qual você escolheria?

ISIS *parece estar em dúvida*

#### **Asserções da pesquisadora**

A pesquisadora sugere analisar a medida do ângulo entre dois segmentos. Novamente a discussão avança na tentativa de explicitar a medida do ângulo determinado, mas agora entre os dois segmentos, e decidir qual deles deve ser considerado. Os gestos indicam giros acompanhando a ângulo. Posteriormente, a determinação sobre qual ângulo escolher se apoia na facilidade proporcionada ao determinar o “de dentro” (ou o menor). A movimentação do ângulo pelo espaço sugere a necessidade de fazer uma escolha, visto que há duas

possibilidades: uma entre 0 e 180 graus e outra entre 180 e 360. Porém, a escolha não se mostra imediata ou objetiva.

### CENA 3 – É QUANTOS GRAUS CABEM DENTRO DELE?

ISIS manifesta dúvidas e expõe uma informação que obteve sobre ângulo.

ISIS [baixinho]: *o de dentro... mas eu estava lendo hoje e tipo assim, o ângulo é quantos graus cabem dentro dele...*

P: essa é a medida do ângulo... Mas o que é o ângulo?

ISIS: *não é quantos graus cabem dentro dele não?*

P: isso é a medida [utiliza um canudo para exemplificar]. Esse é um segmento... Quantos dedos cabem aqui? É a medida dele (gestos positivos) ...Esse aqui é um ângulo, então cabem tantos graus dentro dele... [gestos com uma representação de ângulo]

ISIS: *e qual que é a diferença?* (revela dúvida)

P: sim... mas uma coisa é falar de você, é uma característica sua, por exemplo, você mede tanto. Tem um ângulo aqui [gestos]... se perguntar o que que é isso... para uma criança de sexta série são dois palitos.

CLAUDIO: *duas anteninhas... (ri)*

P: mas vamos fazer de conta que isso é um ângulo [representa com tiras de e.v.a] O que é o ângulo?

ELVIS: tem várias descrições...

P: então me fala todas...

### Asserções da pesquisadora

A diversidade de compreensões, significados e sentidos se explicitam quanto nos atentamos para o conceito de ângulo, sinalizando para a complexidade que a ideia carrega. É comum a referência ao “ângulo de 30°”, por exemplo, indicando uma informação que diz sobre ele. Na fala, o ângulo é o que cabe dentro dele, ou quantos graus cabem nele. O diálogo avança também pelas possibilidades a que o ângulo remete, considerando seu formato (aquele manipulado por eles): dois palitos, duas anteninhas.

### CENA 4 – MAS O QUE É ÂNGULO?

ISIS: *é o ponto em que duas retas se encontram*, tipo assim é formado por... sabe quando você sabe, mas não sabe explicar? (tenta expor uma nova elaboração de sua compreensão, mas não finaliza)

ELVIS: sabe outra coisa, porque na matéria de ARQ (disciplina de desenho geométrico) a gente coloca a ponta seca, coloca aqui e *cria a bissetriz* [gesticula como que fazendo uma bissetriz com o compasso]

P: isso é uma construção a partir do ângulo... O que é o ângulo?

ISIS: O ângulo é formado por... tipo assim, você tem *essas semirretas aqui... esse ponto é um ponto que elas têm em comum... É a abertura... Eu não sei explicar...*

CLAUDIO: *se eu adotar esse ângulo, dependendo pra onde ele for aqui* [gestos como que continuando as semirretas que o determinam], *vai aumentando.*

P expõe a situação de uma criança de querer medir o ângulo. Pega dois esquadros e afirma que o desenho na lousa com o esquadro de madeira deve ser igual ou proporcional ao do aluno, de plástico, no caderno. Sobrepõe os ângulos de 90° dos esquadros e pede que verifiquem o encaixe dado na sobreposição.

CLAUDIO: *um tem que caber dentro do outro.*

P: mas o que é ângulo?

CLAUDIO: *a distância dos lados... [gesticula como se fosse a distância entre pontos das semirretas, ou lados do ângulo, apontando para a região interior ao ângulo]*

CLAUDIO: *O ângulo diz da inclinação da reta...*

ELVIS: *pode falar o seguinte, que ângulo é uma abertura formada por dois lados, uma reta que concorre com a outra, uma abertura qualquer.*

P: *vamos voltar no que CLAUDIO falou: é a distância. Mas se eu falar isso, qual é a distância entre as duas aqui? [gesticula apontando as semirretas que determinam o ângulo]*

ELVIS: *tem um ponto em comum...*

P: *Então, qual é a distância entre essas duas semirretas?*

ISIS: *é o ângulo*

P *destaca para o termo distância, que foi discutido em encontros anteriores ao analisarem retas no espaço: mas a distância entre as semirretas é a menor distância entre elas. Qual é aqui?*

ISIS: *o ponto?*

P: *e quanto mede a distância?*

Vários: *zero*

ELVIS: *a boca né? A boca dele...*

P: *a região entre... [gestos mudando a posição do ângulo para tentar exemplificar] essa região está entre? [aponta para região de fora do ângulo]. Qual o maior valor que o ângulo pode ter do jeito que a gente definiu?*

ISIS: *180° (...) Então esse é o ângulo, ou é a medida?*

CLAUDIO: *então o ângulo é essa área?*

P: *pode usar também região, porque não termina.*

ISIS: *mas se você tá olhando esses dois negócios (aponta os pedaços de e.v.a representando as semirretas, ou os lados do ângulo) teria que ser limitado, não?*

P: *mas essa área é limitada ou não?*

CLAUDIO: *se eu pegar, pra análise num plano (pausa e observa do desenho que faz no papel) ... se ele forma um ângulo e eu estou falando em relação com essa reta e com essa, se eu falar que é essa área toda aqui, talvez fogue aqui, não? (faz um gesto, apontando para fora das semirretas do ângulo que desenhou, em suas extremidades). É assim [gesticula sobre a figura do ângulo, indicando como se a área determinada estivesse fora da região entre as semirretas que determinam o ângulo]*

ISIS: *mas aqui, por exemplo, vou colocar só esse aqui, esse aqui que é a área né? [aponta para o desenho]*

P: *tem canetinha aí, representa a área.*

ISIS: *mas ia pegar até aqui ou nesse ponto sai (pinta a região entre os segmentos. Quando o lado desenhado termina, ela pinta o exterior do ângulo)*



P *ressalta: mas isso aqui [aponta para os lados dos ângulos] é um segmento ou uma semirreta?*

Vários: *semirreta.*

ISIS *manifesta compreensão*

ELVIS: *continua e esse desenho aqui também continua (indica os lados do ângulo).*

#### **Asserções da pesquisadora**

O diálogo avança em direção ao que o ângulo é, sem buscar uma definição matemática, ainda que elementos dela se apresentem nas falas. Inicialmente, o ponto onde se encontram os

lados do ângulo, ou o seu vértice, ganha destaque, mas não se desliga das outras partes que o compõem. Outros objetos ou conceitos relacionados ao ângulo são destacados e trazidos para a discussão. Apontam para os lados, e as semirretas destacadas se mostram em sua infinitude considerando o ângulo que elas determinam, ainda que os desenhos e os palitos usados sejam limitados. A abertura que indicam também é anunciada. A dúvida parece pairar no ar. Há uma tentativa de comparar ângulos por meio de objetos físicos: mesmo distintos, os ângulos têm que “caber” um no outro. A palavra inclinação também se explicita ao buscarem dizer o que o ângulo é. O termo distância se destaca e ganha sentidos frente à medida da abertura associada ao ângulo. A compreensão se afasta do significado matemático de distância entre retas (discutido em encontro anterior) e o sentido trazido com o gesto é confirmado por outros colegas, revelando compreensões comuns, mesmo que o conceito de distância não tenha sido (re)significado para a situação. Os gestos indicam o espaço entre as retas e não um segmento (fixo) entre elas, em um ir e vir na direção das duas semirretas. Assim, a distância entre as duas semirretas seria o espaço indicado (o ângulo), e não um valor nulo, conforme definição, considerando que elas se interceptam. O termo é colocado em destaque na discussão, atentando para os acordos já firmados nos encontros anteriores. Então, outros modos de dizer o que é o ângulo se explicitam. Apontam para o vértice, expresso como a “boca” do ângulo. O termo área também é mencionado indicando a região entre os lados do ângulo. Os lados, ou as semirretas, são colocados em destaque na discussão, quanto à sua finitude ou infinitude, o que leva a uma retomada de significados abordados nos encontros, buscando convergências de compreensões, atuais ou revisitadas. O desenho explicita o que se busca dizer: nele os lados se mantêm limitados pelo traçado no papel, e isso levaria a extrapolar a região dada com o prolongamento, indicando com os gestos o que desejavam expressar. As negociações parecem encaminhar para uma compreensão que visa superar a limitação do material concreto ou do desenho no papel.

Nas cenas, a manifestação de compreensões relacionadas aos significados – escolares ou não, matemáticos ou não –, e que dizem de compreensões, associações, relações e entrelaçamentos entre as ideias e conceitos geométricos, se presentifica nas situações nas quais os sujeitos se valem dos termos que lhes são disponíveis, de modo direto e às vezes distinto daqueles de definições e teoremas. Ela se apresenta na ênfase na medida do ângulo determinado por duas retas perpendiculares, como sendo reto ou valendo  $90^\circ$ ; no destaque para a infinitude de uma reta ou de um plano; no uso de palavras como área, distância ou região para dizer do ângulo etc. Entrelaçadas a essas compreensões estão aquelas que trazem os sentidos próprios das experiências vividas no cotidiano, revelando aproximações e afastamentos com as ideias matemáticas associadas, conforme verificamos ao buscarmos explorar o modo como os alunos concebiam certos conceitos. Assim, por exemplo, o termo distância é usado para dizer do ângulo: “a distância entre seus lados”. Se considerarmos o significado objetivamente dado do

termo distância, em seu aspecto matemático (ou seja, a medida do menor segmento que une dois elementos), “a distância entre os lados”, indicada nos gestos e falas, não tem o sentido determinado a que as definições remetem. É latente que, ao usar a frase para explicar aos colegas o que o ângulo é, o sentido original manifesto na expressão é diferente daquele matematicamente posto em uma definição, e os demais sujeitos se apropriam do sentido original nascente na fala exposta, o que se expressa também nos gestos e olhares confirmando.

Ainda que se considere a inadequação dos termos usados para buscar explicar entendimentos, se torna claro na expressão dos sujeitos que compartilham aquele espaço de discussão que, ao ser falado para dizer do ângulo, o termo distância se doa no sentido das vivências, destacando, junto com os gestos expostos, a região entre os lados do ângulo e não mais um valor matematicamente único (e nulo, neste caso). A distância é o “distanciamento ou afastamento”, é o vir e ir de um lado ao outro, colocando em destaque uma região. A intersubjetividade estabelecida permite, ainda, que a discussão avance e os sentidos e significados se (re)constituam. Considerando que o termo distância havia sido discutido em encontros anteriores na perspectiva do seu significado matemático, eles puderam se atentar para a situação trazendo os combinados firmados a fim de verificar que a distância ali seria nula, já que os lados se interceptavam.

Outras palavras e termos também são usadas, e a finitude do recurso material ou do desenho no papel para “representar” algo infinito coloca em destaque o sentido de área, que também é expresso para dizer do ângulo. No imaginar e no diálogo, novos acordos e entendimentos são firmados e as palavras e combinados buscam (re)negociar sentidos, trazendo também aquilo que foi intersubjetivamente acordado ou construído. Dessa forma, sustentados por compreensões pré-predicativas que são explicitadas e (re)significadas, por quem fala e por quem ouve, a discussão avança em direção ao entendimento do conceito e seu sentido matemático em consonâncias com os conceitos e ideias já abordados.

Estar com os calouros, sujeitos da aprendizagem, buscando compreender para além da particularidade de uma situação discutida, a fim de adentrar por análises quanto ao sentido dessas compreensões, solicitou uma abertura que dá destaque ao “ouvir”, ou seja, perceber dúvidas e reelaborar ações, buscando a todo momento que a idealidade própria aos conteúdos geométricos abordados – em sua formalidade ou não – seja vivificada pelos sujeitos.

Há uma co-presença *eu-outro* que se expõe em um solo de experiências compartilhadas que sustenta a compreensão do que o outro diz, possibilitando que certa ideia (conhecida daquele que ensina, por exemplo) faça também sentido para o sujeito ou para o coletivo ao qual a preocupação de ensinar está voltada. Muitas vezes, quem ensina pretende que se faça exatamente o mesmo sentido que, em seu entendimento e compreensão, os livros e apostilas trazem. Mas adentrar dialogicamente pelas possibilidades significativas abertas de uma ideia geométrica revela um ir além de um sentido pontual e determinado e desvela possibilidades de um trabalho coletivo a partir dos sentidos percebidos, indo em direção à objetividade da ideia geométrica em foco na situação de ensino. Esse movimento, conforme compreende a autora, sustenta possibilidades de construção do conhecimento geométrico predicativo.

### **Considerações**

A análise apresentada buscou destacar os aspectos que se mostraram relacionados aos conceitos que surgiram, possibilitando expor compreensões e refletir sobre as manifestações e (re)elaborações ocorridas. Ao buscarem, coletiva e espontaneamente, compreender “o que é” o ângulo, foi possível aos sujeitos da pesquisa avançarem em direção aos sentidos e significados presentes na matemática, em sintonia com as compreensões e entendimento explicitados em suas falas e gestos, junto às vivências cada um.

Focando a Matemática como um corpo de conhecimento formal, os aspectos da comunicação que expressa sentidos e significados que se dão no pensar com os sujeitos transcendem a linguagem formalizada que a mantém. Ela está sustentada em uma lógica que

revela uma organização, aquela de deduções e de aplicabilidades, que requer uma linguagem que se valha de símbolos e signos, tão exatos quanto possível, para que não tragam uma polissemia de significados que a inviabilizem. Mas cada sujeito, compartilhando desse mundo-vida, coloca-se intencionalmente na perspectiva de onde olha, seu ponto-zero (Merleau-Ponty, 1999), visando dar conta das ideias que lhe chegam e que busca compreender, dirigindo-se para a evidência de um conceito ou ideia.

Em sala de aula, muitos significados manifestados pelos alunos carregam sentidos percebidos em suas vivências no mundo-vida, em seu cotidiano e, em certos casos, não são aqueles considerados matematicamente corretos. Porém, ao focarmos em atividades de aprendizagem desencadeadas em um ambiente dialógico e de corresponsabilidade, evidencia-se a manifestação do saber pré-predicativo, que baliza compreensões quanto aos objetos matemáticos, suas características e propriedades, podendo desvelar sentidos no contexto das vivências e da espontaneidade dos sujeitos

Ao buscar compreender a expressão do aluno, o professor se coloca como arqueólogo rastreando a estrutura racional pela qual pode decifrar falas, feições, desenhos e gestos, investigando indícios daquilo que se mostra e adentrando pelas reelaborações quanto aos modos de agir frente ao abordado, ampliando possibilidades de compreensão e de produção de conhecimento, em uma perspectiva se abre para a esfera intersubjetiva.

### Referências

- Bicudo, M. A. V. (2004). O Pré-Predicativo na construção do conhecimento geométrico. In: M. A. V. Bicudo & M. C. Borba. (orgs.), *Educação Matemática - pesquisa em movimento*. Cortez Editora.
- Bicudo, M. A. V. (2010). Filosofia da Educação Matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas* (pp. 23-46). Editora UNESP.
- Detoni, A. R. (2000). *Investigações acerca do espaço como modo de existência e da Geometria que ocorre no pré-reflexivo*. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. <https://www2.unesp.br/>.

- Detoni, A. R. (2012). A geometria se constituindo pré-reflexivamente: propostas. *Revista Eletrônica de Educação*. 6 (2).
- Detoni, A. R.; Paulo R. M. A Organização dos dados da pesquisa em cena: um movimento possível de análise. In: M. A. V. BICUDO (Org.), *Pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica*. Editora Cortez.
- Husserl, E. (2012). *A Crise das Ciências Europeias e a Fenomenologia Transcendental: uma introdução à filosofia fenomenológica*. Forense Universitária.
- Kluth, V. S. (2001). O conhecimento geométrico: trama de vivências corpóreo-sócio-culturais. In: M. A. V. Bicudo, R. C. B. Belluzzo (orgs.), *Formação humana e educação*. Edusc,
- Merleau-ponty, M. (1999). *Fenomenologia da percepção*. Editora Martins Fontes.
- Mondini, F., Mocrosky, L. & Santos, M. R. (2010) Compreensões de Geometria expressas por crianças: prelúdio fenomenológico. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Filosofia da Educação Matemática: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas*. Editora UNESP.
- Santos; M. R. (2013) Um estudo fenomenológico sobre conhecimento geométrico. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. <https://www2.unesp.br/>.
- Santos, M. R., Bicudo, M. A. V. (2014) Compreensões pré-predicativas sobre o espaço geométrico. *Educação Matemática Pesquisa*, 16 (1).
- Paulo, R. M. (2001). *A compreensão geométrica da criança: um estudo fenomenológico*. [Dissertação de mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. <https://www2.unesp.br/>.
- Paulo, R. M. (2006). *O significado epistemológico dos diagramas na construção do conhecimento matemático e no ensino de matemática*. [Tese de doutorado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista]. <https://www2.unesp.br/>.