

Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática

Language labyrinths: language games as means of action in mathematical modelling activities

Laberintos del lenguaje: los juegos de lenguaje como medio de acción en actividades de modelación matemática

Les labyrinthes du langage : les jeux de langage comme moyen d'action dans les activités de modélisation mathématique

Lourdes Maria Werle de Almeida¹

Universidade Estadual de Londrina

<https://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

Emerson Tortola²

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

<https://orcid.org/0000-0002-6716-3635>

Resumo

O propósito deste artigo é refletir sobre o funcionamento da linguagem expresso nos jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. A reflexão se pauta, para além de um quadro teórico relativo às considerações do filósofo Ludwig Wittgenstein, nos encaminhamentos dos alunos em uma atividade de modelagem desenvolvida em uma disciplina de Modelagem Matemática por alunos do sétimo período de um curso de Licenciatura em Matemática. Os dados são provenientes dos relatórios dos alunos e de notas de aula do professor. A análise da atividade, seguindo uma atitude terapêutica, como se lê na filosofia segundo Wittgenstein, por um lado, nos leva a ponderar que atividades de modelagem nos desvencilham da imposição de jogos de linguagem frequentemente praticados nas aulas de matemática, possibilitando jogos de linguagem que atuam como forma de organizar nossas experiências com o mundo por meio da matemática. Por outro lado, a modelagem matemática na sala de aula pode se organizar por jogos de linguagem que pouco nos livram de uma

¹ lourdes@uel.br

² emersonortola@utfpr.edu.br

matemática fundamentalista, nos aprisionando em um conjunto de regras em que seguimos etapas associadas a uma atividade de modelagem, mas pouco nos desviamos da linguagem simbólica reconhecidamente aceita em uma forma de vida, não deixando fluir o conhecimento e a imprevisibilidade dos jogos de linguagem, como menciona Wittgenstein.

Palavras-chave: Filosofia da Educação Matemática, Modelagem Matemática, Jogos de Linguagem, Wittgenstein.

Abstract

The purpose of this paper is to reflect on the functioning of language expressed in language games in mathematical modelling activities. The reflection is guided by a theoretical framework related to the considerations of Ludwig Wittgenstein's philosophy and the students' referrals in a modelling activity developed in a Mathematical Modelling discipline by students in the seventh period of a mathematics degree. The data comes from students' reports and teacher's class notes. The analysis of the activity, following a therapeutic attitude, as we read in philosophy according to Wittgenstein, on the one hand, leads us to consider that modelling activities free us from the imposition of language games often practiced in mathematics classes, enabling language games that act as a way of organizing our experiences with the world through mathematics. On the other hand, mathematical modelling in the classroom can be organized by language games that do little to free us from fundamentalist mathematics, imprisoning us in a set of rules in which we follow steps associated with a modelling activity, but we deviate little from the symbolic language admittedly accepted in a way of life, not letting the knowledge and unpredictability of language games flow, as mentioned by Wittgenstein.

Keywords: Philosophy of mathematics education, Mathematical modelling, Language games, Wittgenstein.

Resumen

El propósito de este artículo es reflexionar sobre el funcionamiento del lenguaje expresado en juegos de lenguaje en actividades de modelación matemática. La reflexión es guiada, además de un marco teórico relacionado con las consideraciones del filósofo Ludwig Wittgenstein, en los encaminamientos de los estudiantes en una actividad de modelación desarrollada en una disciplina de Modelación Matemática por estudiantes del séptimo período de un curso de Licenciatura en Matemáticas. Los datos provienen de los informes de los estudiantes y las notas de clase del profesor. El análisis de la actividad, siguiendo una actitud terapéutica, como leemos en la filosofía según Wittgenstein, por un lado, nos lleva a considerar que las actividades de modelación nos liberan de la imposición de los juegos de lenguaje practicados muchas veces en las clases de matemáticas, posibilitando juegos de lenguaje que actúan como una forma de organizar nuestras experiencias con el mundo a través de las matemáticas. Por otro lado, la modelación matemática en el aula puede organizarse mediante juegos de lenguaje que hacen poco para liberarnos de las matemáticas fundamentalistas, aprisionándonos en un conjunto de reglas en las que seguimos pasos asociados con una actividad de modelación, pero nos desviamos poco del lenguaje simbólico reconocido en una forma de vida, no dejando fluir el conocimiento y la imprevisibilidad de los juegos de lenguaje, como menciona Wittgenstein.

Palabras clave: Filosofía de la Educación Matemática, Modelación Matemática, Juegos de Lenguaje, Wittgenstein.

Résumé

L'objectif de cet article est de réfléchir au fonctionnement du langage exprimé dans les jeux de langage dans les activités de modélisation mathématique. La réflexion est basée, au-delà d'un cadre théorique lié aux considérations du philosophe Ludwig Wittgenstein, sur les routines des étudiants dans une activité de modélisation développée dans une discipline de modélisation mathématique, par des étudiants de septième période d'un cours de licence de mathématiques. Les données proviennent des rapports des élèves et des notes de cours de l'enseignant. L'analyse

de l'activité, suivant une attitude thérapeutique, telle que nous la lisons dans la philosophie selon Wittgenstein, d'une part, nous amène à penser que les activités de modélisation nous dégagent de l'imposition des jeux de langage souvent pratiqués dans les cours de mathématiques, permettant des jeux de langage qui agissent comme une manière d'organiser nos expériences avec le monde à travers les mathématiques. D'autre part, la modélisation mathématique en classe peut être organisée par des jeux de langage qui nous libèrent un peu d'une mathématique fondamentaliste, nous emprisonnant dans un ensemble de règles dans lesquelles nous suivons les étapes associées à une activité de modélisation, mais qui s'écartent peu du langage symbolique admis dans un mode de vie, ne laissant pas circuler la connaissance et l'imprévisibilité des jeux de langage, comme mentionné par Wittgenstein.

Mots clés : Philosophie de l'enseignement des mathématiques, Modélisation mathématique, Jeux de langage, Wittgenstein.

Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática

A inserção do presente artigo neste número temático segue uma linha de pensamento em que à Filosofia na Educação Matemática se associa a função de integrar às atividades da Educação Matemática uma dinâmica em que a ação e a reflexão se articulam e se complementam, expressando ideias oriundas de discussões relativas a temáticas de interesse de professores e de pesquisadores da área.

Particularmente, dirigimos nossa atenção à linguagem e seu uso considerando que “qualquer enunciado, empírico ou não, é expresso em uma linguagem; assim, é de esperar que qualquer condição para o uso da linguagem imponha-se também necessariamente ao mundo descrito por essa linguagem” (Silva, 2007, p. 228).

A ideia de *uso* figura-se como máxima no pensamento do filósofo contemporâneo Ludwig Wittgenstein, e é expressa, sobretudo, em sua obra póstuma *Investigações Filosóficas*. Nela Wittgenstein preconiza a linguagem como uma atividade que vem entrelaçada com as práticas socioculturais e cuja significação se dá em consonância com esse contexto de uso, caracterizando o que Wittgenstein chamou de *jogos de linguagem*.

Nossa atenção para os jogos de linguagem, entretanto, não se desvia do que o próprio Wittgenstein já afirma: “A filosofia não deve, de modo algum, tocar no uso efetivo da linguagem; em último caso, pode apenas descrevê-lo. Pois também não pode fundamentá-lo. A filosofia deixa tudo como está [...]” (Wittgenstein, 2012 § 124).

O conceito de jogo de linguagem apresentado por Wittgenstein indica que o uso da linguagem não se dá de modo unitário, uniforme, mas de modos heterogêneos e associados a distintos conjuntos de regras considerando o contexto em que se dá o uso e o sentido variável das palavras. De fato, o filósofo se refere assim ao uso da linguagem: “Na prática do uso da linguagem, uma parte grita as palavras, a outra age de acordo com elas [...]. Chamarei de jogos

de linguagem o conjunto da linguagem e das ações com as quais está interligada” (Wittgenstein, 2012 § 7).

No âmbito educacional, a ideia de jogos de linguagem pode se vincular às possibilidades de considerar diferentes olhares para debates relativos ao ensino e os meios usados na sala de aula nas situações de ensino e de aprendizagem (Gottschalk, 2010, 2018, 2022; Miguel, 2016; Almeida et al. 2022).

Manifestações reivindicando a necessidade de acolher diferentes interpretações já são recorrentes na literatura (Miguel, 2016; Torrezan, 2000). Um exemplo disso refere-se às críticas à imagem de uma tirinha (Figura 1). Neste caso, a diversidade de pensamento de alunos enfileirados se associa a balões de diferentes formas. Entretanto, o gesto da professora usando uma tesoura para recortar e moldar esses balões, expressa que diferentes pensamentos deveriam se alinhar a uma forma única, provavelmente, à sua maneira de pensar.

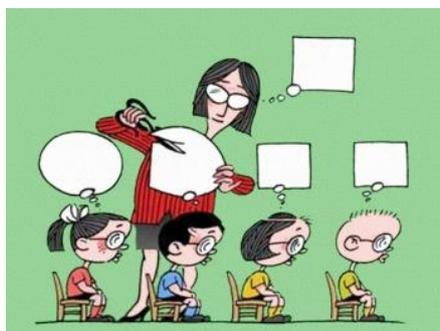


Figura 1.

Tirinha (Blog andradetalis³)

Poderia uma discussão focada na linguagem e sob a égide de que vivemos em um mundo de linguagem, lançar luz sobre a temática sugerida nessa tirinha, considerando os chamados jogos de linguagem? Construir uma resposta afirmativa a essa questão, implica reconhecer que aceitar a diversidade de pensamento e de expressão dos alunos pode ser compreendido como aceitar que ela se expressa mediante distintos jogos de linguagem.

³ Disponível em: <https://andradetalis.files.wordpress.com/2014/03/escola-pensamento-quadrado-ensino.jpg>.

No presente artigo os nossos interesses se voltam para a sala de aula, em particular, para atividades de modelagem matemática nesse contexto, visando reconhecer os jogos de linguagem que se constituem no desenvolvimento dessas atividades.

A modelagem matemática, viabilizando a interlocução entre matemática e realidade⁴, visa a busca de uma solução para um problema identificado em uma situação da realidade por meio da construção e validação de um modelo matemático.

Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática mediados por jogos de linguagem já têm sido foco de interesse na área de Modelagem Matemática (Almeida, 2014a; 2014b; Tortola & Almeida, 2016; 2018; Sousa & Almeida, 2019; Seki & Almeida, 2021; Sousa, 2012, entre outros). No presente artigo, colocamos em movimento o próprio uso de jogos de linguagem e o que dele vem se expressando relativamente ao seu papel no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Fazemos isso na expectativa de elucidar como em atividades desse tipo atuam os jogos de linguagem, vislumbrando entender como relações entre matemática e realidade podem ser tratadas na sala de aula.

Nossas reflexões se alinham com a ideia de que a filosofia é concebida e exercida por Wittgenstein como uma atividade terapêutica, com a intenção de colocar no divã conceituações e concepções. Assim, expressamos reflexões sobre o funcionamento da linguagem em atividades de modelagem matemática. Trata-se, de um ensaio introdutório em que a diversidade da linguagem manifestada na prática com modelagem realizada pelos alunos é vista a partir de *jogos de linguagem*.

Sobre o pensamento do segundo Wittgenstein

Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (1889-1951) foi um filósofo austríaco. Seu itinerário de vida pessoal e de filósofo contemporâneo é cercado de fatos e mistérios e que,

⁴ A realidade em atividades de modelagem matemática pode ser entendida conforme sugerem Berger e Luckmann (2008): “uma qualidade pertencente a fenômenos que reconhecemos ser independentes de nossa própria volição (não podemos desejar que não existam)”.

conforme muito bem detalhado em Moreno (2000), requer que nos debrucemos sobre seu estilo de pensar as questões filosóficas.

Discutindo questões como O que é linguagem? em sua primeira obra filosófica *Tractatus logico-philosophicus*, publicada em 1922 e considerada *sui generis* na história da filosofia, passaria a mostrar mudanças em seu pensamento expresso na obra póstuma *Investigações Filosóficas* publicada pela primeira vez em 1953.

Esta segunda obra sinaliza caminhos que, embora não completamente desvinculados dos traços do *Tractatus*, são marcados por uma terapia filosófica que traz à tona a discussão de que não é razoável buscar um fundamento último para um conceito, mas sugere que o significado desse conceito se constitui nos seus usos em diferentes práticas ligadas à linguagem.

O pano de fundo da análise do funcionamento da linguagem no *Investigações Filosóficas* é que a significação linguística se torna independente, a princípio, dos fatos e a referência, valorizada no *Tractatus*, não terá privilégios sobre outros mecanismos possíveis para a significação. “A linguagem passa a ser considerada do ponto de vista da multiplicidade de usos.... o mecanismo referencial será relativizado...” (Moreno, 2000, p.50).

A noção metafórica criada por Wittgenstein para evidenciar seu novo entendimento de linguagem é a de *jogos de linguagem*. As práticas específicas de usos da linguagem são denotadas por Wittgenstein como *jogos de linguagem* com alusão às atividades guiadas por regras. Para Wittgenstein (2012, § 23), “a expressão jogo de linguagem visa salientar que falar de uma língua é parte de uma forma de vida⁵” em que se conhece um conjunto de regras. Para Moreno (2000, p. 53), todavia, “os limites dos conceitos não são independentes da nossa ação,

⁵ A noção de forma de vida aparece poucas vezes no *Investigações Filosóficas* e diferentes interpretações têm sido designadas na literatura. Seguimos a interpretação de Gottschalk (2008, p. 80), de que formas de vida designam “nossos hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas com a linguagem”.

ganhando consistência e sentido apenas quando são relativos aos usos que pretendemos fazer dos conceitos. A exatidão conceitual é assim, um atributo do uso”.

Entretanto, a noção de uso, por sua vez “não é uma fórmula a ser aplicada segundo regras fixas” (Moreno, 2000, p. 55). Ao invés disso, há no próprio conceito de uso uma certa vagueza. Nesse sentido, as regras podem ser apenas indicativas ao invés de serem prescritivas do uso. As regras funcionariam assim como placas de orientação que fornecem indicativos dos usos da linguagem, não de uma forma única e fixa, mas convencionadas em formas de vida (Wittgenstein, 2012).

O propósito da terapia filosófica a que se dedica Wittgenstein, associa-se então a uma possível modificação de ideias dogmáticas que nos mantêm presos a concepções essencialistas e metafísicas do pensamento e da linguagem. Wittgenstein (2012) remete a outra metáfora que bem esclarece como podemos nos deparar com outras possibilidades, afirmando que o objetivo da filosofia pode ser comparado ao ato de mostrar à mosca a saída do apanha-moscas, ou seja, a terapia filosófica pode nos conduzir por vias que, de alguma maneira, nos conduzem a alguma solução para o que nos confunde ou nos aflige.

Para Moreno (2004, p. 275), o resultado dessa terapia filosófica deve possibilitar “que se mude a maneira habitual de interpretar os nossos conceitos e se amplie assim a nossa disposição para pensar outras formas de sentido e, principalmente, para considerar outras maneiras como sendo legítimas possibilidades de organizar a experiência”.

Foco nos jogos de linguagem

O conceito *jogo de linguagem* é central na filosofia reconhecida como do *segundo Wittgenstein*. Essa expressão, com a palavra *jogo*, procura evidenciar a práxis da linguagem e a multiplicidade de atividades em que ela se insere. Na obra *Investigações Filosóficas* (Wittgenstein, 2012), o autor, ao colocar novamente a pergunta O que é linguagem? responde (no § 69) “São tais e tais jogos e outras coisas semelhantes”.

A precisão dos conceitos é função do uso que deles fazemos. Os usos, entretanto, são regidos por regras e a descrição dos usos deve passar pela descrição das regras. No entanto, conforme pontua Moreno (2000),

não se trata de fundar jogos de linguagem nem de adentrar alegremente pelo irracional ou pelo empírico. Trata-se, simplesmente, de descrever sem explicar, levando a sério os detalhes, as nuances e as diferenças; trata-se, também, de descrever os usos possíveis de inventá-los e descrevê-los para melhor apreciar os casos inusitados em sua especificidade; para liberar, por assim dizer, nosso olhar do hábito que desenvolvemos com os usos mais familiares (Moreno, 2000, p. 55).

Além disso, os diferentes jogos de linguagem são utilizados como objetos de comparação, conforme pontua Wittgenstein (2012), e não como normas que devem orientar o uso adequado. Não há um uso mais adequado, um jogo de linguagem superior; todos são igualmente pertinentes para o fim a que se propõem (Moreno, 2000, p. 62). Wittgenstein afirma que “Tens de levar em conta que um jogo de linguagem é, por assim dizer, algo imprevisível. Quero dizer: não é fundamentado. Não é razoável (ou despropositado)” (Wittgenstein, 1990, p. 317).

Assim, jogos de linguagem podem nos libertar! A linguagem é contingente e provisória e os jogos de linguagem nos permitem e nos proporcionam modos de ver, diferentes modos de ver. Miguel (2016, p. 381) afirma que Wittgenstein

não via os jogos de linguagem como arbitrários porque os modos como eles operam ou funcionam não podem ser separados das formas de ação das quais eles emergem. [...] são enraizados em formas de vida não necessariamente governadas por regras. [...] neste sentido são imprevisíveis.

De acordo com Wittgenstein, o conceito de *jogo* é impreciso, sinalizando que não há limites rígidos que cercam um jogo por regras. É como se os jogos estivessem sempre abertos a possibilidades e, sendo imprecisos, não nos mostram suas fronteiras e, como afirma Wittgenstein (2012, p. 53), “não conhecemos os limites porque nenhum limite está traçado”.

Entretanto, o próprio Wittgenstein também afirma que os limites podem ser definidos, impostos, traçados com uma finalidade particular e até mesmo convencioneados de acordo com

nossos interesses. Isso se opõe, sobretudo, às ponderações de Moreno (2000) de que a exatidão conceitual deve ser atributo do uso.

A dinâmica da linguagem expressa pelos jogos de linguagem, não compactua com a ideia de que para jogar um jogo é necessário que ele seja composto por regras rígidas ou prescrições situadas que descrevem limites precisos para o jogo. Wittgenstein remete a essa ideia:

O fato fundamental aqui é que fixamos regras para um jogo de linguagem e que quando as seguimos, as coisas não se passam como havíamos suposto. Que, portanto, nos aprisionamos em nossas próprias regras. Este aprisionamento em nossas regras é o que queremos compreender (Wittgenstein, 2012 § 125).

Não se trata da elucidação de um jogo de linguagem pelas nossas vivências, mas da constatação de um jogo de linguagem (Wittgenstein, 2012 § 126).

Esta assertiva de Wittgenstein nos leva a refletir que, sendo a linguagem uma construção coletiva e histórica, criamos regras para jogos de linguagem específicos. No entanto, como escreve Wittgenstein, essas regras podem ter um efeito aprisionador, fazendo com que fiquemos presos ao que podemos dizer com jogos de linguagem particulares. Na gramática referida por Wittgenstein as regras podem ter natureza convencional e podem ser aprendidas de modo tácito, nas vivências do cotidiano, por exemplo, ou de modo explícito, como é o caso das atividades de ambientes educacionais. É justamente no modo explícito, que se sobressai na escola em diferentes níveis de escolaridade, que o estudante pode ser levado a considerar alguns jogos de linguagem em detrimento de outros, como pontua Gottschalk (2018), ou transpor de forma indevida regras de um contexto para outro.

Considerando as relações pedagógicas na sala de aula, o professor pode introduzir novas perspectivas e oportunizar que diferentes pontos de vista sejam expressos e discutidos mediante diferentes jogos de linguagem. Neste sentido, Gottschalk (2022), referindo-se à Moreno (2019, p. 60), para tratar da experiência do próprio Wittgenstein como professor, afirma que o que filósofo professor dizia a seus alunos: “Eu não ensino nada a vocês; a minha

intenção é persuadir vocês a fazer algo”. E como afirma Moreno (2001, p. 279), na sua ação docente Wittgenstein pretendia “fazer algo para intervir na vontade dos interlocutores (alunos), levando-os a fazer algo que não quisessem fazer – ainda que não mudassem suas crenças – tratava-se de *persuadi-los* a perceber novos pontos de vista e não de convencê-los da verdade”.

No presente artigo apresentamos reflexões sobre como funciona a linguagem e como os alunos a articulam e lidam com diferentes jogos de linguagem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática.

A atividade de modelagem matemática: Ilha de Lixo no Oceano Pacífico

Para discutir o funcionamento da linguagem expresso por jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática, consideramos uma atividade de modelagem desenvolvida em uma disciplina de Modelagem Matemática ministrada por um dos autores deste artigo para alunos do sétimo período de um curso de Licenciatura em Matemática. Faz parte da programação dessa disciplina o desenvolvimento de uma atividade de modelagem considerando uma situação da realidade escolhida pelos próprios alunos.

Referimo-nos aqui à atividade apresentada, inicialmente, por uma dupla de alunos que, a partir de uma reportagem em *site* da internet (Morishige, 2013), se interessaram em estudar alguns aspectos relativos a uma Ilha de Lixo no Oceano Pacífico. As informações sobre a situação-problema, os procedimentos dos alunos e o encaminhamento que deram à atividade foram obtidas do relatório entregue pelos alunos, bem como de notas de aula realizadas pelo professor durante as aulas em que se deu o desenvolvimento da atividade.

Os alunos, organizando as informações sobre a situação e estruturando um problema específico, decidiram fazer uma abordagem matemática visando determinar a quantidade de lixo acumulado nessa ilha. Após o desenvolvimento da atividade, os dois alunos tiveram a oportunidade de também propor este problema aos demais alunos da disciplina e orientá-los na busca por uma solução. Uma aluna então propôs uma solução indo por caminhos distintos

daqueles propostos pela dupla. Também esta aluna entregou seu relatório e o professor fez notas em um diário de campo quando da discussão da atividade por ela proposta.

A ‘Ilha de Lixo do Oceano Pacífico’ diz respeito a um aglomerado de resíduos, em sua maioria plásticos, na região do Pacífico Norte. Os alunos decidiram determinar a quantidade de lixo acumulado nessa Ilha. A Figura 2 apresenta uma síntese dos procedimentos dos alunos nessa atividade.

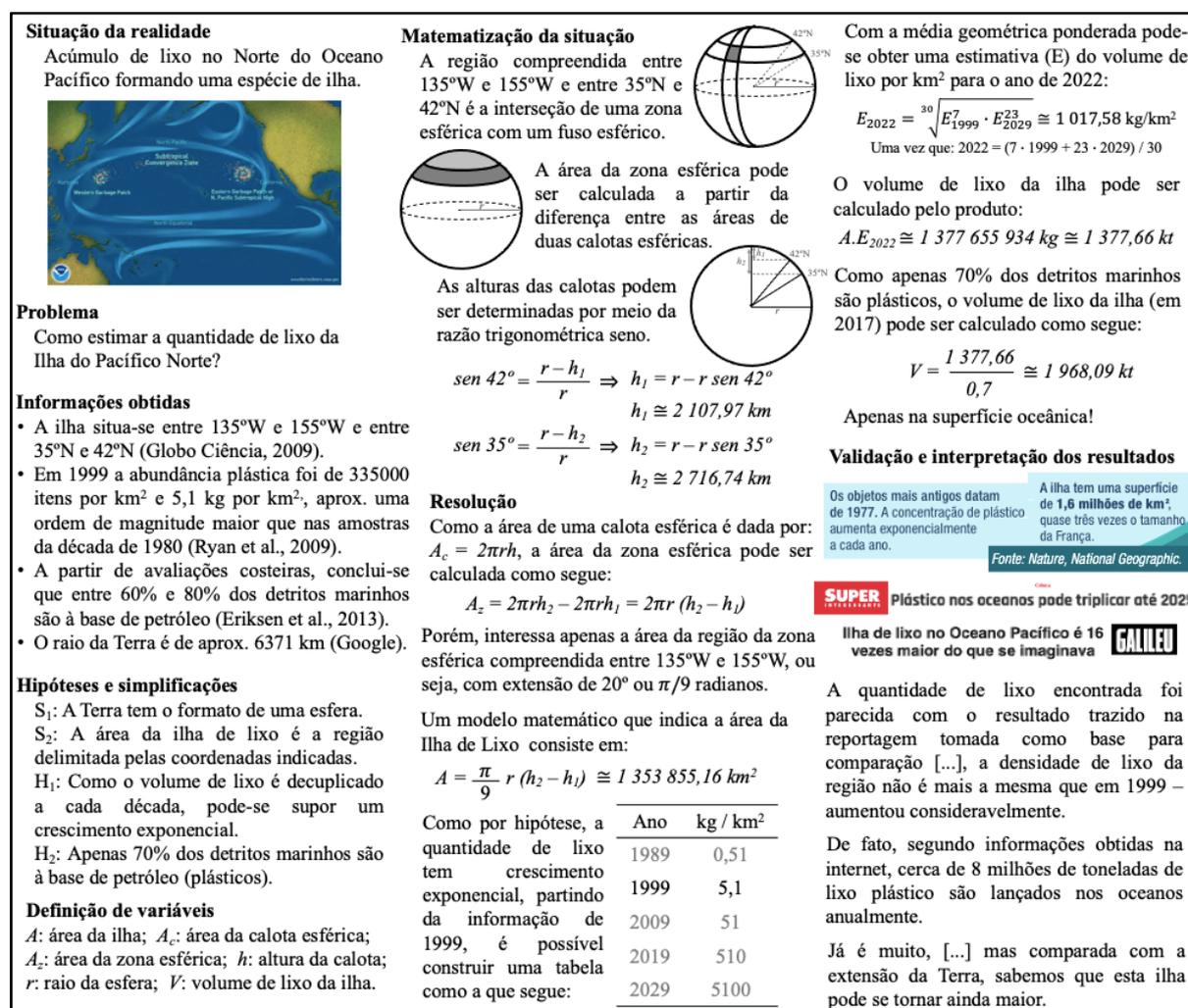


Figura 2.

Síntese do desenvolvimento da atividade (Elaborada com base nos relatórios dos alunos)

O funcionamento da linguagem: os jogos de linguagem na atividade de modelagem

Atividades de modelagem se desencadeiam e se estruturam mediante inter-relações ou mesmo, mediante interpretações, ainda que idiossincráticas, de situações da realidade usando

matemática. Neste sentido, os conhecimentos fluem nos jogos de linguagem, que ora se voltam para a situação, ora ‘falam’ da matemática e, ainda, outras vezes se compõem de elementos que carregam o conhecimento tácito dos modeladores (alunos e professor).

Na situação da ilha de lixo, em particular, a ação do professor, em primeiro lugar, seria de persuadir os alunos (na terminologia de Wittgenstein) de que é possível usar alguma matemática para decidir sobre a quantidade de lixo que se acumula nesse ponto do oceano Pacífico (chamado aqui de Ilha de Lixo). Qual matemática usar? Como proceder? São encaminhamentos para os quais os alunos poderiam recorrer ao professor ou poderiam tomar as decisões e submetê-las à sua apreciação.

Neste sentido, os jogos de linguagem em atividades de modelagem são, como já sugere Gebauer (2013), unidades temporais e episódios que visam dar forma, estrutura e direção para a busca de uma solução para um problema. Vale observar, entretanto, que cada jogo de linguagem propõe um modo característico de agir, uma racionalidade que reflete a experiência ou propõe uma prática. Os jogos de linguagem associados à realidade desempenharam um papel problematizador, trazendo para o âmbito da sala de aula a temática da poluição dos oceanos, frequentemente acionada nos debates políticos e sociais relativos às questões ambientais. Os jogos de linguagem da matemática, por sua vez, forneceram, de forma sistemática, condições para que os alunos pudessem deliberar sobre o acúmulo de lixo no Norte do Oceano Pacífico, estimando a quantidade de lixo acumulada em um tempo particular.

Para determinar a quantidade de lixo nesse espaço do oceano Pacífico, os alunos poderiam se orientar, primeiramente, pelas coordenadas geográficas que determinam a localização do lixo e valer-se de conhecimentos de geometria esférica e geometria espacial. Isto lhes requereu o uso de conceitos relativos a elementos do globo terrestre como paralelos e meridianos. Também conceitos de elementos da esfera como calota, zona e fuso esférico. Assim, nos jogos de linguagem relativos ao âmbito da matemática, as regras pareciam *a priori*

identificadas pelos alunos de modo que buscavam por relações e conceitos em obras e referências matemáticas e buscavam no professor estabilidade para seu *fazer*.

Considerando especificidades de uma atividade de modelagem matemática, a matematização da situação da realidade se orientaria pela interlocução entre as informações sobre a situação e uma possibilidade de uso de conceitos, ferramentas e procedimentos próprios da matemática. As hipóteses então definidas seriam, assim, um primeiro jogo de linguagem que expressa um modo de ver a situação, dando início a uma atividade regulada e intencionada pelos alunos. As hipóteses parecem atender ao que Almeida (2014b) caracteriza como *suposição bem fundamentada*, ao se referir às hipóteses definidas pelos modeladores em atividades de modelagem matemática.

De fato, supor um crescimento exponencial para o acúmulo de lixo no decorrer do tempo, por exemplo, encontra respaldo nas informações da situação bem como no que alunos do sétimo período de um curso de Licenciatura em Matemática poderiam saber sobre *exponencial*. Estariam esses alunos subordinados às regras da matemática em que rápidos crescimentos são recorrentemente associados a um comportamento exponencial? A dupla de alunos não se manifestou em relação a uma justificativa, mas seguiu regras requeridas para a construção de um modelo exponencial.

Wittgenstein se posiciona em relação ao seguir regras sem uma aparente justificativa:

Como posso seguir uma regra”- se esta não é uma pergunta pelas causas, então é uma pergunta para justificar minha maneira de agir de acordo com a regra. Se esgotei as justificativas, então cheguei à rocha dura e minha pá se entorta. Estou inclinado a dizer então: “é assim mesmo que ajo. (Wittgenstein, 2012 § 217).

Todavia, no âmbito particular da sala de aula, regras podem ser tomadas como padrão de correção, como regulação, e, nesse sentido, os jogos de linguagem subordinados às regras podem nos aprisionar limitando a introdução de novas perspectivas e da aceitação de diferentes pontos de vista. De fato, a hipótese gerou a necessidade de calcular a área de uma região da

esfera, requerendo assim um uso de natureza convencional dos símbolos. Assim, foi necessário se familiarizar com os conceitos de calota esférica, zona esférica e fuso esférico (Figura 3).

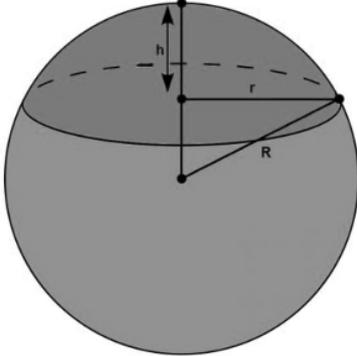
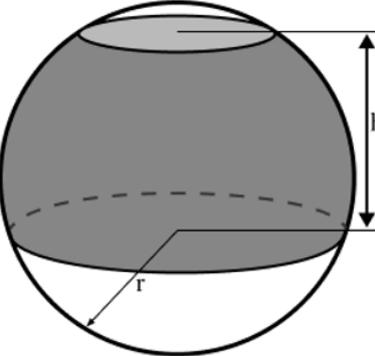
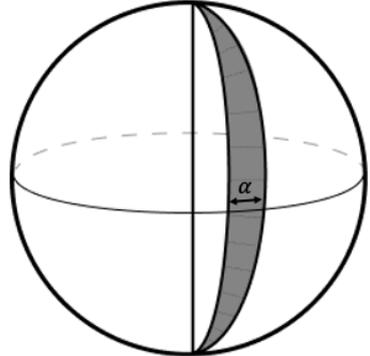
Calota esférica	Zona esférica	Fuso esférico
		
Partes da esfera obtidas quando interceptada por um plano	Parte da esfera delimitada por dois planos paralelos, perpendiculares ao seu eixo	Superfície formada a partir do giro de uma semicircunferência de raio congruente ao da esfera, em α graus ou radianos, em torno de seu eixo

Figura 3.

Elementos da Esfera (Elaborada pelos autores)

Conhecendo esses elementos, a região da ilha pôde ser interpretada como a interseção de uma zona esférica, compreendida entre 35° N e 42° N, com um fuso esférico, compreendido entre os meridianos 135° W e 155° W. Utilizando de conhecimentos de trigonometria, os alunos calcularam a área da zona esférica e a área da região correspondente à ilha conforme indicado no Quadro 1.

Esse encaminhamento dos alunos é um indicativo de que jogar em um jogo (neste caso o jogo de lidar com elementos da esfera, calcular áreas) requer conhecer (e seguir) as regras ou ser introduzido a elas, como explica Williams (1994), pois cada jogo de linguagem reflete uma atividade que traz consigo uma espécie de racionalidade que funciona como meio de regulação do que é certo ou errado nesse contexto. Há regras que orientam o *como agir*, que são convencionadas em uma forma de vida e funcionam como paradigmas (Gottschalk, 2018; Moreno, 1995), técnicas de uso da linguagem em que são ativados palavras e objetos previamente organizados através de outras técnicas. Isto é, ao adentrar no jogo de linguagem

da matemática, o agir dos alunos é regulado por regras, e as fórmulas matemáticas – como a do cálculo da área de uma esfera ou de seus elementos – funcionam como paradigmas que os orientam em como proceder para realizar determinados cálculos.

Isso sugere, como sinaliza Wittgenstein, a necessidade de um *treinamento*⁶, que no caso da atividade em questão, se remete a conceitos que são apresentados aos alunos desde a Educação Básica. Porém como já nos referimos, jogos de linguagem tem temporalidade, início, meio e fim, e podem ser substituídos por outros, que conforme sugere Moreno (2000), podem mudar hábitos que desenvolvemos com usos mais familiares dos conceitos. Entretanto, essa mudança não se dá de forma natural, espontânea, isto é, os alunos não conhecem ou descobrem tais elementos simplesmente mediante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Essa é uma visão ingênua da modelagem e do ensino mediado por esse tipo de atividades. Há a necessidade de uma imersão no jogo de linguagem, de conhecer os significados e as regras que os asseguram, como explicam Williams (1994) e Torrezan (2000), por exemplo. O conhecer implicado da mudança de hábitos, se deu de forma sistemática, em geral, orientado pelo professor, praticante do jogo de linguagem da matemática, mas também mediado pela busca dos alunos em livros, na *internet*, em conversas com os colegas.

Vale ressaltar que, diferentemente do que em uma aula expositiva na qual os elementos da esfera seriam apresentados aos alunos como cumprimento de tópicos do currículo, na atividade de modelagem eles foram abordados a partir da necessidade que os próprios alunos criaram de calcular a área da região.

Não obstante a supervisão do professor em atividades de modelagem, ocorre a possibilidade de propor distintos encaminhamentos, distintos métodos de resolução para a construção de um modelo matemático e de uma resposta para o problema. Um dos argumentos

⁶ Em linhas gerais, o treinamento consiste na inserção de um aprendiz em novos *jogos de linguagem*, ampliando o entendimento das frases, palavras, símbolos, enfim, da linguagem.

em favor do uso da modelagem matemática na sala de aula é a liberdade e autonomia que se deve dispor aos alunos no desenvolvimento de suas resoluções para os problemas (Pollak, 2012, 2015). Isso não quer dizer que se deva deixar os alunos desamparados, o professor é o responsável pela orientação (Almeida et al., 2012), é ele o mestre da prática, aquele que auxilia os alunos na inserção nos jogos de linguagem ou na proposição de novos jogos de linguagem.

Todavia, é necessário que se pondere pela possibilidade de diferentes modos de ver a situação. Isto é, é preciso que jogos de linguagem libertem, permitam uma liberdade de expressão, que embora sujeita e imersa em regras, possibilite a aceitação de outros olhares.

No caso da atividade de modelagem matemática que estamos considerando, por exemplo, uma estudante propôs uma matematização visando obter a quantidade de lixo a partir de outra hipótese, a de que a área da região é circular. Sua hipótese foi fundamentada em informações relativas ao tema em que, diferentemente da resolução da dupla de alunos, a ilha é considerada uma região circular plana e é possível obter a área da região (ilha) obtendo o diâmetro a partir da distância entre as coordenadas: (135°W, 35°N) e (155°W e 42°N). Usando o *Google Maps*, a estudante chegou à conclusão de que esse diâmetro seria de 1900,53 km e, usando a fórmula da área de um círculo, determinou a área da ilha de lixo.

Os distintos jogos de linguagem (usando geometria esférica ou usando geometria plana) têm sua relevância e viabilizam uma interpretação da situação da realidade relativa ao acúmulo de lixo no oceano, caracterizando uma modelagem matemática da situação. Além disso, em ambos os casos as escolhas dos alunos provêm de uma leitura que se faz do formato da ilha. Outras interpretações ainda são possíveis para a ilha de lixo (Figura 4). É provável que nenhuma imagem ou nenhuma quantidade determinada seja equivalente à real quantidade de lixo, até porque as correntes oceânicas garantem que a ilha permaneça em movimento, dissipando ou, provavelmente, acumulando mais lixo, como sinalizam os dados analisados.

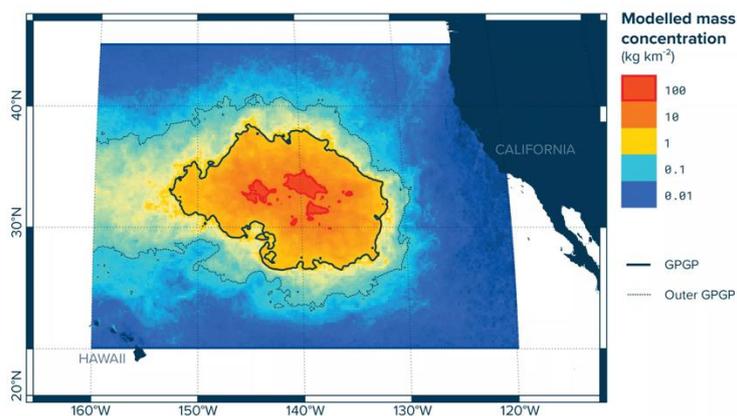


Figura 4.

Ilha de Lixo do Pacífico (Revista Galileu)

Os diferentes jogos de linguagem são utilizados como objetos de comparação e, como indica Wittgenstein (2012), não como normas que devem orientar um uso adequado. Há, pois, aqui e ali semelhanças (na terminologia de Wittgenstein são *semelhanças de família*) que são preservadas e, conjuntamente informam sobre a situação. Em cada conjunto de ações propostas para a atividade de modelagem os jogos de linguagem estão vinculados às escolhas dos alunos para interpretar a região.

Cada uma pode ser entendida como um jogo de linguagem no interior da atividade matemática, pois requer diferentes maneiras de proceder. Essas maneiras estão associadas à forma como os alunos viram a área e, segundo Wittgenstein (2012, p. 277), “ver o aspecto e representar estão subordinados à vontade”. Um trecho do relatório da aluna, que expressa seu modo de ver a situação, sua escolha de seguir esse caminho, ainda que consciente do outro, corrobora essa assertiva do autor do *Investigações Filosóficas*:

[...] existem semelhanças entre distância na geometria esférica e distância na geometria euclidiana. Por este motivo e, por não ter encontrado meios de se calcular com mais exatidão a área do círculo, decidi simplificar e determinar a área de uma região plana. (Relatório da Estudante)

Nesse sentido, a vontade e os modos de ver a que se refere Wittgenstein estão associados aos conhecimentos do sujeito. Como poderia a aluna optar por um caminho que não

reconhece ou em que não é capaz de determinar maneiras de seguir? O papel do professor é então o *pontapé* para introduzir o aluno em novos jogos de linguagem (Williams, 1994). O fato é que quando se opta por um jogo de linguagem da matemática (por exemplo, determinar a área do círculo), há regras a seguir (a área de um círculo é dada por πr^2 em que r é o raio desse círculo). Porém, o que fazer quando, mesmo seguindo as regras, as coisas não ocorrem como havíamos suposto, conforme questiona Wittgenstein no parágrafo 125 do *Investigações Filosóficas*? Acabamos por nos aprisionar em nossas próprias regras!

Com relação a esse aspecto, na atividade de modelagem matemática, ao comparar o resultado de seu cálculo para a área da ilha com a informação de uma reportagem da revista *Galileu*⁷ a estudante acabou considerando “*que os resultados são muito discrepantes*”, porém, decidiu continuar com o cálculo do volume de lixo da ilha (aprox. 86 mil toneladas), que foi considerado por ela próximo ao informado pela revista (aprox. 79 mil toneladas), isso lhe permitiu refletir sobre o acúmulo de lixo na região, levando-a a concluir que

a quantidade de lixo encontrada é parecida com o resultado da reportagem tomada como base para comparação, apesar de ter sido calculada sobre uma área muito maior. Isto implica que a quantidade de lixo da região não é mais a mesma que em 2000 – aumentou consideravelmente. (Relatório da Estudante)

Assim, é preciso se desvencilhar de contextos dogmáticos, nos quais a defesa por uma matemática ideal para resolver determinados problemas “ofuscaria o brilho que cada caminho proporciona na tentativa de encontrar um esclarecimento maior para o conceito em questão” (Torrezan, 2000, p. 165), pois diferentes jogos de linguagem conduzem a diferentes significações, sendo úteis, pelo menos do ponto de vista educacional, para nos proporcionar diferentes modos de ver. Nesse sentido, a inserção dos alunos em diferentes jogos de linguagem poderia nos oferecer um pouco de liberdade em meio às regras que podem nos aprisionar.

⁷ Disponível em: <https://revistagalileu.globo.com/Ciencia/Meio-Ambiente/noticia/2018/03/ilha-de-lixo-no-oceano-pacifico-e-16-vezes-maior-do-que-se-imaginava.html>.

Considerações finais

As reflexões sobre jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática, embora despretensiosas relativamente a uma atitude terapêutica como se lê na filosofia do segundo Wittgenstein, são provocadoras no que se refere às discussões das *funções* de jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática.

Com a metáfora *labirintos da linguagem*⁸ no título do artigo temos a intenção de sinalizar que, como no labirinto⁹, a linguagem nos permite (ou nos impõe) escolhas de caminhos. Essas escolhas se apoiam nos jogos de linguagem como possibilidades de ação. Esses jogos de linguagem envolvem seguir regras, convencionadas ou tácitas, que fazem parte do funcionamento da linguagem nesses jogos de linguagem inseridos em uma forma de vida, compondo uma visão de mundo.

Olhar para os jogos de linguagem que se constituíram na atividade de modelagem matemática, por um lado, nos leva a ponderar que atividades desse tipo nos desvencilham da imposição de jogos de linguagem frequentemente praticados nas aulas de matemática e em que a partir da apresentação de uma definição se seguem aplicações e usos daquilo que está sendo definido. A modelagem possibilita jogos de linguagem como maneiras de *fazer* matemática, passando a atuar como uma forma de organizar as nossas experiências com o mundo (Souza, 2012). Os jogos de linguagem então nos libertam para escolhas e encaminhamentos segundo pontos de vista diversos, seja para a situação da realidade, seja para a abordagem dos conceitos matemáticos no interior das atividades de modelagem.

Wittgenstein, nesse contexto, diz: “[...] é essencial para a matemática que seus signos sejam também usados no civil. É o uso da matemática fora da matemática. Isto é, o significado dos signos, aquilo que converte em matemática o jogo de signos” (Wittgenstein, 1998, p. 257).

⁸ A expressão *labirintos da linguagem* já é usada por Arley Moreno, sendo título de um de seus livros (Moreno, 2000) e, também, consta na apresentação de um livro escrito por Mauro Lúcio Condé (Condé, 2020).

⁹ Labirinto é referido no dicionário brasileiro (Ferreira, 2010), como construção de muitas passagens ou divisões dispostas confusamente de modo que, com dificuldade, acha-se a saída.

Sob esse olhar, entretanto, o professor não pode se esquivar de seu papel como agente que, como pontua Wittgenstein, deve se empenhar para persuadir o aluno a se movimentar segundo regras convencionadas dentro do mundo simbólico da matemática, mas associadas a uma forma de vida em que há finalidades e expectativas.

Wittgenstein nesse contexto reivindica: “Por que eu não deveria dizer que o que chamamos de matemática é uma família de atividades em conformidade a uma família de propósitos?” (Wittgenstein, 1998, p. 273).

Por outro lado, entretanto, a modelagem matemática na sala de aula pode se organizar por jogos de linguagem que pouco nos livram de uma matemática fundamentalista. Esses jogos nos aprisionam em um conjunto de regras que associamos às etapas¹⁰ de uma atividade de modelagem e em que pouco nos desviamos de uma linguagem simbólica reconhecidamente aceita em uma forma de vida, não deixando fluir o conhecimento e a imprevisibilidade dos jogos de linguagem, como menciona Wittgenstein.

Na atividade de modelagem matemática a que nos referimos, embora diferentes alunos tenham proposto abordagens matemáticas distintas para a situação, ambos se mantiveram *presos* em uma matemática (escolar) associando o aglomerado de lixo a uma forma esférica muito bem delimitada.

Poderiam esses alunos ter buscado outros caminhos? Para Wittgenstein (2012), a matemática é, em certo sentido, uma doutrina, mas também um fazer. Considerando essa assertiva, podemos responder de forma afirmativa à questão. Não se trata de fundar jogos de linguagem, como sugere Moreno (2000). O que os alunos se propuseram a fazer, fizeram-no. A escolha pelo jogo de linguagem determina a organização da práxis e aponta as regras a seguir.

¹⁰ Meyer (2020) se refere a essas etapas como: ler o mundo; escolher hipóteses; uso da linguagem matemática adequada; resolução do problema matemático; avaliação das resoluções; avaliação das resoluções, pela ótica da situação real; tomada de decisões.

Assim, como se discute na área de Modelagem Matemática (ver, por exemplo, Almeida, 2018; Niss e Blum, 2020), uma prática de modelagem matemática possui um propósito e uma estrutura. Nossas reflexões apontam que os jogos de linguagem devem circundar esses aspectos. Novos jogos de linguagem podem ser utilizados e entrelaçados como meio de libertação de jogos de linguagem anteriores.

Referências

- Almeida, J. R. L.; Miguel, A. & Sousa, E. (2022). Quid Est Ergo Rationalitas? Review of Michael Peters' Wittgenstein, Education and the Problem of Rationality. *RIPEM*, 12(2), Extra Edition, pp. 43-62.
- Almeida, L. M. W. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, 50(1), 19-30.
- Almeida, L. M. W. (2014a). Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. *Vidya*, 34(1), 241-256 <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/28>
- Almeida, L. M. W. (2014b). The “practice” of mathematical modeling under a wittgensteinian perspective. *Ripem*, 4(2), 98-113. <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/ripem/article/view/1156>
- Almeida, L. W., Silva, K. P., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na educação básica*. Editora Contexto.
- Berger, P. L. & Luckmann, T. (2008). *A construção social da realidade: tratado de sociologia do conhecimento*. 28 ed. Trad. Floriano de Souza Fernandes. Petrópolis: Vozes.
- Condé, M. L. L. (2020). *Wittgenstein e os filósofos: “semelhanças de família”*. Fino Traço.
- Ferreira, A. B. H. (2010). *Dicionário da língua portuguesa*. 5. ed. Curitiba: Positivo.
- Gebauer, G. (2013). *O pensamento antropológico de Wittgenstein*. Edições Loyola. Tradução de Milton Camargo Mota.
- Gottschalk, C. M. C. (2008). A transmissão e produção do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. *Cadernos Cedes*, 28(74), 75-96.
- Gottschalk, C. M. C. (2010). O papel do método no ensino: da maiêutica socrática à terapia wittgensteiniana. *Educação Temática Digital*, 12(1), 64-81.
- Gottschalk, C. M. C. (2018). Fundamentos Epistemológicos da Educação de uma Perspectiva Wittgensteiniana. In R. L. Azize (Ed). *Wittgenstein nas Américas: Legado e Convergências* (pp. 53-71). Bahia: Edufba.
- Gottschalk, C. M. C. (2022). Unfounded foundations, grammatical relativism and Wittgenstein, the educator. *RIPEM*, 12(2), Extra Edition, pp. 23-37.
- Meyer, J. F. C. A. (2020). Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade. *Com a Palavra o Professor*, 11, 140-149.
- Miguel, A. (2016). Historiografia e Terapia na Cidade da Linguagem de Wittgenstein. *Bolema*, 30(55), 368-389. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a03>

- Moreno, A. R. (1995). *Wittgenstein através das imagens*. Editora da Unicamp.
- Moreno, A. R. (2000). *Wittgenstein – os labirintos da linguagem – ensaio introdutório*. Ed. Moderna.
- Moreno, A. R. (2001). Wittgenstein e os Valores: do Solipsismo à Intersubjetividade. *Natureza Humana*, 3(2), 233-288, jul./dez.
- Moreno, A. R. (2004). Uma concepção de Atividade Filosófica. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, 14(2), 275-302. <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/cadernos/article/view/738>
- Moreno, A. R. (2019). Wittgenstein e os valores: do solipsismo à intersubjetividade. In: A. Marques, & S. Cadilha (orgs.). *Wittgenstein sobre Ética*. Lisboa: Universidade Nova de Lisboa Faculdade de Ciências Sociais e Humanas IFILNOVA — Instituto de Filosofia da Nova.
- Morishige, C. (2013). How Big Is the “Great Pacific Garbage Patch”? Science vs. Myth. *Office of Response and Restoration*. Disponível em: <https://response.restoration.noaa.gov/about/media/how-big-great-pacific-garbage-patch-science-vs-myth.html>. Acesso em: 15 nov. 2017.
- Niss, M.; Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.
- Pollak, H. O. (2012) Introduction: what is mathematical modeling? In H. Gould, D. R. Murray, & A. Sanfratello (eds.), *Mathematical Modeling Handbook*. (pp. viii-xi). Comap.
- Pollak, H. O. (2015) The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (eds.). *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. (pp. 265-276). Springer.
- Seki, J. T. P., & Almeida, L. M. W. (2021). A compreensão dos alunos em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. *Paradigma*, LXII(1), 106-129. <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/997>
- Silva, J. J. (2007). *Filosofias da matemática*. Editora Unesp.
- Sousa, B. N. P. A., & Almeida, L. M. W. (2019). Apropriação linguística e significado em atividades de modelagem matemática. *Bolema*, 33(65), 1195-1214. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a11>
- Souza, E. G. (2012). *A aprendizagem matemática na modelagem matemática* [Tese de doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana].
- Torrezan, M. (2000). Wittgenstein e os “jogos de linguagem”: novas perspectivas para o conceito de educação. *Perspectiva*, 18(34), 159-176. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/10455>
- Tortola, E., & Almeida, L. M. W. (2016). Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. *RPEM*, 5(8), 83-105. <http://rpem.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/1227>
- Tortola, E., & Almeida, L. M. W. (2018). A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. *Perspectivas da Educação Matemática*, 11(25), 142-161. <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339>

- Wanderer, F. (2014). Educação Matemática, jogos de linguagem e regulação. Editora Livraria da Física.
- Williams, M. (1994). The Significance of Learning in Wittgenstein's Later Philosophy, *Canadian Journal of Philosophy*, 24(2), 173-203. <http://dx.doi.org/10.1080/00455091.1994.10717365>
- Wittgenstein, L. (2012). *Investigações Filosóficas*. 7 ed. Petrópolis: Vozes.
- Wittgenstein, L. (1998). *Remarks on the foundation of mathematics*. Von Wright, G. H.; Rhees, R.; Anscombe, G.E. M. (ed.) Translated by G. E. M. Anscombe. Oxford: Basil Blackwell, 1998.
- Wittgenstein, L. (1990). *Da certeza*. Tradução Maria Elisa Costa. Edições 70.