

<http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2024v26i1p668-690>

Resolução de problemas e o ensino de equações do 2º grau: metanálise de duas pesquisas de mestrado profissional

Problem solving and teaching equations of 2nd degree: meta-analysis of two professional master's research studies

Resolución de problemas y enseñanza de ecuaciones de 2º grado: metaanálisis de dos estudios de maestría profesional

Résolution de problèmes et enseignement des équations du 2e degré : méta-analyse de deux recherches de master professionnel

Fernando Francisco Pereira
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Mestre em Ensino de Matemática
<https://orcid.org/0000-0003-2082-5416>

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá (UEM)
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática
<https://orcid.org/0000-0002-6496-4912>

Resumo

O presente artigo objetivou analisar propostas de ensino de Equações de 2º grau em pesquisas de pós-graduação com foco na resolução de problemas e na concepção de Álgebra. Desenvolvemos uma pesquisa bibliográfica em que obtivemos duas dissertações que passaram por uma metanálise. Os resultados mostram que ambas apresentam interesse por abordagens de ensino das Equações de 2º grau relacionadas à Resolução de Problemas. Entretanto, evidenciam-se incompreensões entre a teoria e a prática frente as limitações e potencialidades de cada abordagem da Resolução de Problemas, além da recorrência a exercícios relacionados à sistematização de técnicas por meio da repetição, reforçando uma visão fundamentalista-analítica da Álgebra. Cabe considerar a relevância da ampliação de estudos que apresentem propostas sequenciais de ensino de Equações de 2º grau em meio à Resolução de Problemas, empregando com coerência as distintas abordagens (sobre, para e via), e às concepções da Álgebra que estão atreladas à esse ensino.

Palavras-chave: Álgebra, Educação matemática, Equações de 2º grau, Resolução de problemas.

fermatpereira@gmail.com.
mcproenca@uem.br.

Abstract

This paper aimed to analyze proposals of teaching 2nd degree Equations developed in research's postgraduate with a focus on problem solving and the conceptions of Algebra. We developed bibliographic research in which we obtained two dissertations that underwent a meta-analysis. The results show that both are interested in teaching approaches to 2nd degree Equations related to Problem Solving. However, misunderstandings between theory and practice are evident regard to limitations and potential of each approach to Problem Solving, in addition to the recurrence of exercises related to the systematization of techniques through repetition, reinforcing a fundamentalist-analytical view of Algebra. It is necessary to consider the importance of expanding studies that present sequential proposals for teaching 2nd degree Equations in the midst of Problem Solving, consistently employing the different approaches (about, for and via), and the conceptions of Algebra that are linked to this teaching.

Keywords: Algebra; Mathematical education; 2nd degree equations; Problem solving.

Resumen

Este artículo tuvo como objetivo analizar propuestas para la enseñanza de Ecuaciones de Segundo Grado en investigaciones de posgrado con enfoque en la resolución de problemas y las concepciones del Álgebra. Desarrollamos una búsqueda bibliográfica en la que obtuvimos dos disertaciones que se sometieron a un metaanálisis. Los resultados muestran que ambos están interesados en la enseñanza de ecuaciones de segundo grado relacionadas con la resolución de problemas. Sin embargo, se evidencian malentendidos entre teoría y práctica ante las limitaciones y potencialidades de cada enfoque de Resolución de Problemas, además de la recurrencia para los ejercicios relacionados con la sistematización de técnicas a través de la repetición, reforzando una visión fundamentalista-analítica del Álgebra. Es requerido considerar la importancia de ampliar estudios que presenten propuestas secuenciales para la enseñanza de Ecuaciones de Segundo Grado en medio de la Resolución de Problemas, empleando consistentemente los diferentes enfoques (para, sobre y via), y las concepciones de Álgebra que se vinculan a esta enseñanza.

Palabras clave: Álgebra, Educación matemática, Ecuaciones de segundo grado, Resolución de problemas.

Résumé

Cet article visait à analyser les propositions d'enseignement des équations du 2^e degré dans la recherche postdoctorale en mettant l'accent sur la résolution de problèmes et la conception de l'algèbre. Nous avons développé une recherche documentaire dans laquelle nous avons obtenu deux mémoires qui ont fait l'objet d'une méta-analyse. Les résultats montrent que les deux sont intéressés par l'enseignement des approches aux équations du 2^e degré liées à la résolution de problèmes. Cependant, les incompréhensions entre théorie et pratique sont évidentes face aux limites et aux potentialités de chaque approche de Résolution de Problèmes, en plus de la récurrence d'exercices liés à la systématisation des techniques par la répétition, renforçant une vision fondamentaliste-analytique de l'Algèbre. Il est important de considérer l'importance d'élargir les études qui présentent des propositions séquentielles pour l'enseignement des équations du 2^e degré au milieu de la résolution de problèmes, en utilisant systématiquement les différentes approches (sur, pour et via), et les concepts d'algèbre qui sont liés à cet enseignement.

Mots-clés : Algèbre, Enseignement des mathématiques, Équations du 2^e degré, Résolution de problèmes.

Resolução de problemas e o ensino de equações do 2º grau: metanálise de duas pesquisas de mestrado profissional

Quanto à Álgebra escolar e o modo de concebê-la, há uma consonância entre o exposto por Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Para estes, o objetivo da Álgebra deve pautar-se no desenvolvimento do pensamento algébrico, o qual deve ser explorado ao longo da escolarização a partir de ações que: busquem por regularidades; apresentem variações entre grandezas; e possibilitem generalizações. Porém, os estudos de Lins e Gimenez (1997) e Kieran (2004) afirmaram, na época, que os livros didáticos - principais aliados dos professores no processo de ensino - apresentavam uma abordagem tradicional da Álgebra, pautada nas regras a serem seguidas ao manipularem expressões e equações simbólicas, caracterizada como teoria/exercício. Recentemente, referente ao conteúdo de Equação de 2º grau, Pereira, Doneze e Proença (2023) constataram que os livros didáticos mantêm a organização da proposta de ensino-aprendizagem de tal conteúdo consideravelmente semelhante as obras utilizadas durante o Movimento Matemática Moderna (MMM).

Ao contrário da abordagem tradicional de ensino, é sugerido abordar a resolução de problemas no ensino e aprendizagem de Matemática (Brasil, 1998, 2018). Autores como Schroeder e Lester Jr. (1989), Onuchic e Allevato (2011) e Proença (2018, 2021) afirmam que o uso de situações de matemática, que configuram possíveis problemas para os alunos, devem ser empregadas como ponto de partida para o ensino dos conteúdos matemáticos, sendo esta conhecida como a abordagem via/através da resolução de problemas.

Schoen (1994) já propunha uma série de recomendações para um ensino eficaz de Álgebra com foco na resolução de problemas. Dentre as recomendações, destaca-se: basear a aprendizagem de coisas novas no conhecimento e na compreensão que os alunos já possuem; e introduzir os tópicos de Álgebra com aplicações por meio de problemas/situações reais. Na mesma direção, Schoenfeld (2020) sustenta que a possibilidade mais vantajosa de ensino da Álgebra é aquela em que os alunos devem estar engajados em atividades como a generalização da aritmética, a relação de interdependência entre grandezas ou como meio de buscar solução para situações em que se desconhece a informação principal e assim recorre-se às equações.

Diante disso, toma-se como referência a este estudo o conteúdo de Equações de 2º grau, recorrendo à resolução de problemas como possibilidade a compor estratégias de ensino, de modo que fizemos o seguinte questionamento: como a Resolução de Problemas tem sido implementada e investigada em sala de aula com foco no ensino e aprendizagem de Equações de 2º grau? Assim, concentramos o objetivo deste artigo que consistiu em: analisar propostas

de ensino de Equações de 2º grau em pesquisas de pós-graduação com foco na resolução de problemas e na concepção de Álgebra.

Para isso, estruturamos o presente artigo nas seguintes seções: O ensino-aprendizagem da Álgebra escolar na ótica das Equações de 2º grau e da resolução de problemas; os aspectos metodológicos, de modo que fizemos levantamentos de dissertações e teses brasileiras anexadas no Banco de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) para que pudéssemos realizar a metanálise, utilizada para delinear os resultados, a partir dos pressupostos de Severino (2007), Gil (2008), Bicudo (2014), Lovatto et al. (2007) e Oliveira e Borges (2021); e, por fim, sobre as considerações finais dessa investigação).

O Ensino-Aprendizagem da Álgebra Escolar: O Caso das Equações de 2º Grau

No Brasil, segundo Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), o ensino da Álgebra - por um determinado período - foi marcado pelo anseio reformista ao Movimento da Matemática Moderna (MMM). Esse período foi caracterizado pelo rigor exacerbado ao uso de termos e expressões Matemáticas, que reduziam o ensino ao estudo estruturalista de definições antes que elas pudessem ser construídas a partir da exploração de problemas. As Equações de 2º grau por fixarem-se no bloco de conteúdos da Álgebra também sofreram as implicações do movimento. Nas obras elaboradas por Osvaldo Sangiorgi, precursor do MMM no Brasil, fica evidente como as equações eram abordadas: Sobre a definição de Equação de 2º grau, Sangiorgi (1967) elabora e responde um possível questionamento que pudesse vir a surgir durante o ensino do conteúdo: Por que o coeficiente a de x^2 deve ser necessariamente diferente de 0?

Ora, se $a = 0$, então você teria: $0x^2 + bx + c = 0$ ou $bx^1 + c = 0$ que é uma equação do primeiro grau na variável x , se $b \neq 0$ (lembre-se de que o maior expoente de x agora é 1). As equações do primeiro grau você já sabe resolvê-las desde a 2ª série ginásial, por isso sabe que $\forall b, c \text{ e } b \neq 0 \quad bx + c = 0 \Leftrightarrow bx = -c \Leftrightarrow x = -c/(b)$ onde $V = \{-c/(b)\}$ e, portanto, a raiz da equação é o número $-c/(b)$ (Sangiorgi, 1967).

A partir de uma concepção denominada fundamentalista-estrutural, onde a introdução de propriedades estruturais das operações, que justificassem a passagem da mudança de um conteúdo da Álgebra para outro, seriam suficientes para capacitar os alunos a identificarem e aplicarem essas mesmas estruturas em diferentes contextos que sucedessem. O ensino das Equações de 2º grau passou a ser visto com como a manipulação de letras e procedimentos atrelados a aritmética. Obras como as de Sangiorgi (1961, 1967), voltadas à 4ª série do ginásial, apresentavam tal ensino baseado na sequência técnica (algoritmo)/prática (exercícios). Essa

prática processológica traduz-se em: inicialmente, é realizada uma explicação instrucionista e autoexplicativa, baseada no receituário de técnicas e métodos; posteriormente, há um conjunto de exercícios intitulados de aplicação ou testes de atenção, onde as instruções apresentadas na etapa anterior da sequência requisitarão o processo de replicação (Miorim, Miguel & Fiorentini, 1993, Lins & Gimenez, 1997, Kieran, 2004).

Nos documentos oficiais, considerando por ordem cronológica os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1998), ao ensino das Equações de 2º grau era recomendado um estudo aprofundado das técnicas de resolução de equações em situações-problema a fim de que envolvessem a variação de grandezas e possibilitem a compreensão da letra como incógnita. Sem posicionar exatamente em qual ano, os PCN (Brasil, 1998, p. 88) teciam sucinta recomendação para o estudo do conteúdo, sugerindo abordar a “resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta”. Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) recomendou que no 8º ano seja estabelecido o contato inicial com o conteúdo, sugerindo um ensino que favoreça aos alunos “resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$ ” (Brasil, 2018, p. 313). Já no 9º ano, o estudo deve ser favorecer a ação de “compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau” (Brasil, 2018, p. 317). Diante dessas e outras habilidades encaminhadas pela BNCC (Brasil, 2018), Proença, Campelo e Santos (2022) destacaram que a resolução de problemas em tal documento oficial trata-se de uma indicação de aplicação da matemática estuda em problemas.

Embora nos últimos anos os documentos supracitados primavam a resolução e elaboração de problemas ou situações de matemática que possibilitassem o confronto com o conteúdo de forma aplicacional, Lins e Gimenez (1997) na vanguarda comentavam sobre pesquisas que empregavam o uso de situações reais ou realísticas, conectadas a atividades ou situações autênticas do cotidiano, como possibilidade investigativa de vislumbrar no conteúdo uma ferramenta capaz de organizar ou guiar o processo de resolução, não primariamente como objeto direto de estudo. Atualmente, pesquisas como a de Gonçalves e Proença (2020, p. 211), sustentados nas recomendações da BNCC para as Equações de 2º grau, tecem o seguinte questionamento: Se alunos de nono ano deveriam aprender esses aspectos, então será que os

conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do Ensino Médio sobre esse conteúdo matemático apresentam-se desenvolvidos?

De modo geral, o desempenho dos alunos, tanto em exercícios de aplicação quanto em situações contextualizadas, revelou-se deficitário no âmbito conceitual e procedimental ao reconhecerem exemplos de Equações de 2º grau apenas na forma reduzida, não identificarem a relação dos coeficientes com o procedimento na fórmula resolutive e não correlacionarem o conteúdo às situações disponibilizadas. Os pesquisadores questionam o ensino baseado na apresentação das Equações de 2º grau apenas na forma reduzida e na memorização de fórmulas e recomendam um ensino baseado na resolução de situações contextualizadas que possibilitem identificar as características do conteúdo, além de exporem os alunos a diferentes procedimentos de resolução atribuindo significado a recorrência aos algoritmos (Gonçalves & Proença, 2020).

O contexto supramencionado condiz com a análise realizada por Pereira, Doneze e Proença (2023), ao analisar livros didáticos selecionados pelo PNLD para implementação no quadriênio 2020/2021/2022/2023, constataram que os processos de ensino e aprendizagem das Equações de 2º Grau iniciam por discussões a partir de situações de contexto extra matemático, associados as leis da Física e de situações de matemática atreladas a conceitos da Geometria, como área de figuras retangulares. Entretanto, em seu decorrer os pesquisadores denunciam que há grande semelhança estrutural a obras do período do Movimento Matemática Moderna, fortemente enraizadas no fundamentalismo-estrutural baseado nas proposições de Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), Lins e Gimenez (1997) e Kieran (2004).

Por fim, Pereira, Doneze e Proença (2023) constataram que em diferentes etapas da proposta de ensino e aprendizagem dos livros, há um exacerbado uso de exercícios de repetição exaustiva e requisição de explícita do uso de métodos resolutivos. Assim indicam a organização do ensino e aprendizagem conceitual da Matemática, conseqüentemente da Álgebra, a partir da Resolução de Problemas como ponto de partida e/ou como possibilidade de aplicação e investigação dos conhecimentos aprendidos ao findar do processo de ensino conforme propõe Proença (2021).

O Ensino-Aprendizagem da Álgebra Escolar: O Caso da Resolução de Problemas

De modo condicional, talvez seja apenas condição suficiente recorrer à Resolução de Problemas para que o ensino e aprendizagem da Álgebra e em especial das Equações de 2º grau ocorra conforme pesquisadores supracitados recomendam. Entretanto, para cada concepção da Álgebra há uma abordagem de Resolução de Problemas e de Elaboração de Problemas disposta a ser empregada de forma a potencializar os processos de ensino e aprendizagens. Nesse

sentido, Pereira, Doneze e Proença (2022) mostraram que nos livros didáticos aprovados no PNLD são encontradas cinco tipologias de atividades para os alunos elaborarem problemas. No mesmo decorrer do tempo, a discussão se as atividades propostas pelos professores e desempenhadas pelos alunos tratam-se de resoluções de problemas ou de aplicações em exercícios vêm constituindo campo de investigação. Na visão de Echeverría (1998), há denominações e significações distintas para isso.

Segundo Echeverría (1998), exercícios nem sempre estão relacionados à repetição de operações e propriedades matemáticas, mas também às atividades que não requeiram dos alunos uma tomada de decisão sobre quais procedimentos e estratégias serão úteis durante o processo de resolução. Há aqueles que permitem serem resolvidos a partir da repetição de uma determinada técnica ensinada previamente pelo professor conforme já discutida por Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) e Lins e Gimenez (1997); o segundo, não apenas requisita a sistematização de técnicas evidentes, mas requer que alguns procedimentos sejam inseridos na resolução, como a tradução da linguagem natural para a linguagem matemática o que para Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), tratando-se de conteúdos algébricos como as Equações de 2º grau, caracterizaria como uma concepção linguístico-estilístico, onde a Álgebra é vista como uma linguagem específica com a finalidade de expressar e conduzir a procedimentos também específicos.

Por outro lado, Echeverría (1998) apresenta que problemas são situações que propõem o desafio de serem resolvidas sem que haja um algoritmo conhecido que leve diretamente à solução, independente do fato de que numa determinada tarefa um aluno conheça ou não previamente esse algoritmo (Echeverría, 1998).

Diante dessa definição, a autora caracteriza os problemas escolares como sendo: problemas quantitativos; problemas qualitativos. Os problemas escolares de cunho qualitativo são aqueles que procuram requisitar dos alunos a observação, julgamento e manipulação dos objetos matemáticos sem que de fato chegue a uma solução numérica ou não. São requisitadas algumas habilidades, como por exemplo; classificar, seriar, ordenar, analisar e avaliar. Enquanto os de cunho quantitativos requisitariam a manipulação de dados para se chegar a uma solução numérica ou não, os quais procuram “traduzir as experiências cotidianas para uma linguagem matemática, estabelecer conjecturas e hipóteses ou explorar e modelar as estratégias de resolução de tarefas adquiridas em contextos informais” (Echeverría, 1998, p. 50).

A essa altura evidencia-se a recorrência a situações de matemática que possam ser encaradas como problemas a fim de objetivar um ensino e aprendizagem de Equações de 2º grau que seja significativo para os alunos, em outras palavras, que possibilite a construção de

novos conhecimentos em detrimentos de seus conhecimentos prévios. Para isso, requer conhecer as diferentes abordagens da Resolução de Problemas, distintas em si de acordo com os objetivos de ensino do professor.

Esse contexto aproxima-se da recomendação tecida pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980) e por pesquisadores como Lester Jr e Mau (1993), Masingila e Lester Jr (2001) e Proença (2018), os quais afirmam a importância de um ambiente orientado para a investigação de novos conhecimentos em relação aos que os alunos já possuem, transformando a concepção de que ensinar é transmitir informações em um ato de ajudar os alunos a construir compreensões sobre os conceitos e processos matemáticos. Para isso, comungam com o fato de que a Resolução de Problemas deveria tornar o foco do ensino de conteúdos matemáticos na sala de aula. Frente a tal, pesquisadores como Hatfield (1978) e Schroeder e Lester Jr (1989) apresentaram três abordagens da Resolução de Problemas no ensino: ensinar sobre a Resolução de Problemas; ensinar para a Resolução de Problemas; e ensinar via Resolução de Problemas.

Segundo Schroeder e Lester Jr (1989), ensinar sobre a Resolução de Problemas faz referência ao modelo proposto por Polya nas décadas iniciais do séc. XX baseando-se em 4 etapas: compreender o problema; elaborar um plano; executar o plano; revisão ou retrospecto. Nessa abordagem, os alunos assumem-se resolvidores de problemas, vão adquirindo e utilizando estratégias como recorrer a outros mais simples ou procurar por padrões em resoluções semelhantes. No ensino das Equações de 2º grau, um exemplo caracterizaria como investigar nas resoluções de produtos notáveis procedimentos ou estratégias que permitissem resolver uma equação, mesmo que não se reconheça ou dê tanta importância às conceituações que possam vir a surgir e serem empregadas visto que resolver a Equação de 2º grau seria o próprio objeto de estudo.

Já no ensinar para a Resolução de Problemas, Schroeder e Lester Jr (1989) afirmam que se trata de vislumbrar a Matemática como uma possibilidade de aplicação prática, em que o principal objetivo de aprendê-la seja ser capaz de usá-la. O professor foca em que maneira a Matemática que está sendo ensinada pode ser aplicada na resolução de situações rotineiras ou não. Ao optar por essa abordagem, o professor, concentra-se nas habilidades dos alunos em aplicar os conhecimentos adquiridos na resolução de um problema em outros. No ensino das Equações de 2º grau caracterizaria por situação semelhante a que é encontrada nos livros didáticos desde Sangiorgi (1961, 1967) e que ao longo dos últimos anos tem permanecido conforme apontam Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) e Lins e Gimenez (1997). Trataria de após o ensino de cada conceituação atrelada as Equações de 2º grau o professor apresentar um

conjunto de situações que possibilitassem a aplicação desse conceito, baseando-se em teoria/prática.

Já no ensinar via/através da Resolução de Problemas, para Schroeder e Lester Jr. (1989) os problemas são vistos como meio inicial para ensinar e aprender Matemática - nesse sentido - o ensino de um tópico matemático, seus conceitos e técnicas são desenvolvidas como respostas ao longo da Resolução de Problemas. Os problemas são vistos como veículos que servirão para conduzir o ensino e a aprendizagem do conteúdo. No ensino das Equações de 2º grau caracteriza-se como, em alguns poucos livros didáticos, situações contextualizadas são apresentadas no início de cada conteúdo como possibilidade de, por meio da investigação e trabalho em grupo, possibilitar que os alunos utilizem-se de conhecimentos prévios atrelados a Álgebra como Equações de 1º grau, produtos notáveis e fatoração ou mesmo à Aritmética para chegar a uma solução que posteriormente servirá ao professor como possibilidade de articulação para o objetivo de ensino.

No Brasil há duas grandes vertentes atreladas ao ensino via/através da Resolução de Problemas. O primeiro trata-se do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), propõe um roteiro de etapas para auxiliarem os professores na condução da Resolução de Problemas de acordo com Onuchic e Allevato (2011), sendo: Preparação do problema; Leitura individual; Leitura em conjunto; Resolução do problema; Observar e incentivar; Registro das resoluções na lousa; Plenária; Busca do consenso; Formalização do conteúdo; e proposição e resolução de novos problemas. O segundo trata-se do Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM), cujo a proposta mais recente, Proença (2021), consiste em uma organização do ensino de Matemática pautado em quatro etapas, sendo elas: Uso do problema como ponto de partida; Formação do conceito; Definição do conteúdo; Aplicação em novos problemas. A primeira das etapas encontra-se baseada em cinco ações para auxiliar o trabalho dos professores em sala de aula ao incorporarem o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) apresentada em Proença (2018), a saber: Escolha do problema; Introdução do problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias; Articulações das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Ambos corroboram com Schroeder e Lester Jr. (1989) possibilitando afirmar que se o objetivo for ensinar Matemática a melhor abordagem trata-se do ensino via/através da Resolução de Problemas. Seguindo tal afirmação, os pesquisadores Pereira e Proença (2023), estruturaram uma Trajetória Hipotética de Ensino-Aprendizagem de Equações de 2º Grau via Resolução de Problemas (THEAE2QvRP) e constaram que o levantamento hipotético de

questionamentos, dúvidas e dificuldades dos alunos atrelados a resolução de problemas e possíveis soluções, quando baseados nos pressupostos do EAMvRP, possibilitam nortear os professores para um processo eficaz de ensino-aprendizagem.

Diante de tais discussões, Maia-Afonso e Proença (2020) ao proporem investigar abordagens da Resolução de problemas em dissertações de mestrado profissionais, destacaram que as três abordagens foram abarcadas, porém na maioria que relataram empregar o ensino via Resolução de Problemas houve casos em que o foco foi direcionado ao ensino para Resolução de Problemas. Fato que demonstra inconsistências nas pesquisas das propostas de cada abordagem. Entretanto, nesta investigação, o objetivo não reside em posicionar ou discutir quais as potencialidades e limitações de cada abordagem. O intuito é o de revelar e confrontar as distintas abordagens e articulações da Resolução de Problemas com as Equações de 2º grau que poderão ser encontradas no âmbito das pesquisas desenvolvidas no cenário científico brasileiro.

Procedimentos Metodológicos

A presente investigação tem como objetivo analisar propostas de ensino de Equações de 2º grau em pesquisas de pós-graduação com foco na resolução de problemas e na concepção de Álgebra. Diante de sua natureza qualitativa e bibliográfica (Gil, 2008) foram empregados elementos da metanálise como método de investigação. Conforme aponta Bicudo (2014, p. 9), trata-se de uma “investigação pautada em comparações e análises dos dados primários de pesquisas, tomadas como significativas em relação ao tema posto sob foco”. Para Lovatto et al. (2007) há algumas justificativas principais para empregar a metanálise, entre eles: obter novos resultados; síntese de resultados contraditórios; aumento da precisão analítica. Segundo Santos, Oliveira e Borges (2021), estruturalmente, algumas das principais etapas a serem seguidas em investigações que recorram a metanálise são: definir o problema de estudo; identificar estudos primários relevantes; seleção (inclusão/exclusão); extração dos dados; síntese e análise dos dados com avaliação da qualidade das evidências; e discussão dos resultados.

Tendo o objetivo de apresentar novos conhecimentos teóricos sobre as interpretações de outras pesquisas, para a seleção, extração e síntese dos dados buscou-se sustentação em pressupostos de Severino (2007) e Gil (2008) quanto diretrizes para leitura, análise e interpretação de textos; em geral, consistem em: análise textual, temática e interpretativa, problematização e síntese pessoal.

Dessa forma, ao definir o problema de investigação, a busca por estudos primários iniciou-se a partir da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), onde no campo de ‘busca avançada’, tendo por conhecimento as diferentes nomenclaturas acerca da

temática, realizou-se duas pesquisas. Na primeira, houve a inserção das palavras-chave: Equação de segundo grau e Resolução de Problemas, encontrando correspondência em 12 dissertações e 3 teses; equação quadrática e Resolução de Problemas foram encontradas 15 dissertações e 1 tese; equação polinomial de segundo grau e Resolução de Problemas foi encontrada 1 dissertação. A segunda busca contou com o acréscimo dos termos ensino e aprendizagem às palavras-chave anteriormente definidas, assim sendo: ensino e aprendizagem de Equação de segundo grau e Resolução de Problemas resultou correspondência em 5 dissertações e 1 tese; ensino e aprendizagem de equação quadrática e Resolução de Problemas foram encontradas 2 dissertações; ensino e aprendizagem de equação polinomial de segundo grau e Resolução de Problemas não foram encontrados resultados.

Já a segunda fonte bibliográfica foi o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), onde foram realizadas três inserções: na primeira, ‘Equação de segundo grau AND Resolução de Problemas AND ensino AND aprendizagem’; a segunda, ‘equação polinomial de segundo grau AND Resolução de Problemas AND ensino AND aprendizagem’; na terceira, ‘equação quadrática AND Resolução de Problemas AND ensino AND aprendizagem’. As expressões AND entre as palavras-chave trata-se de conectivos booleanos que auxiliam na correspondência entre as palavras. Na primeira inserção, obteve-se como resultado 114 investigações. Na segunda inserção, obteve-se como resultado exatamente as mesmas 114 investigações da inserção anterior. Já na terceira inserção, obteve-se 10 investigações.

O refinamento dos resultados obtidos em ambos os bancos de dados ocorreu a partir da leitura do título, resumo, sumário, palavras-chave e das partes do texto que se referiam particularmente às temáticas: Equações de 2º grau, Resolução de Problemas e ensino-aprendizagem. A tabela 1 evidencia as pesquisas de Coutinho (2016) e Kuroiwa (2016) como resultantes do refinamento que constituíram o corpus de análise.

Tabela 1.

Caracterização das pesquisas que constituíram o corpus

Pesquisa	Título	Grau/Tipo	Palavras-chave	Banco
-----------------	---------------	------------------	-----------------------	--------------

Coutinho (2016)	Uma aplicação da Resolução de Problemas no ensino das equações do 2º grau	Dissertação/Mestrado Profissional	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Equação de segundo grau AND Resolução de Problemas AND ensino AND aprendizagem</i> 	• CAPES ²
Kuroiwa (2016)	Uma abordagem peculiar da Equação do Segundo Grau no Ensino Fundamental e Médio	Dissertação/Mestrado Profissional	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Equação de segundo grau e Resolução de Problemas;</i> • <i>Equação de segundo grau AND Resolução de Problemas AND ensino AND aprendizagem</i> 	<ul style="list-style-type: none"> • BDTD³ • CAPES

Com as pesquisas selecionadas, procurou-se delimitar as unidades de leitura que, para Severino (2007), são setores temáticos das pesquisas que formem sentido a serem analisadas diante do objetivo de investigação. A tabela 2 apresenta as unidades de leitura a serem consideradas na análise das pesquisas.

Tabela 2.

Unidades de leitura a serem analisadas nas pesquisas selecionadas

Unidades de leitura	Objetivo(s)
	Proposta de Ensino

As unidades de leitura serviram de auxílio para a realização de uma leitura seletiva e analítica (Gil, 2008) de tais partes das pesquisas, possibilitando extrair e organizar fragmentos chave de ambas as propostas. Dessa forma, a análise se deu em termos de três categorias: a) Quanto à escolha do problema e sua introdução – referente aos possíveis problemas escolhidos e como se deu seu uso no ensino; b) Quanto aos problemas e suas características frente à Álgebra – referente à concepção de Álgebra envolvida no uso dos possíveis problemas; c) Quanto à abordagem de ensino de Resolução de Problemas – referente à abordagem de ensino, se o ensinar sobre, para ou via/através da resolução de problemas. Assim, procurou-se levantar problematizações que sustentassem a elaboração de uma síntese reflexiva após cada organização como nova fonte de contribuições teóricas acerca da temática investigada (Severino, 2007; Gil, 2008).

² <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>

³ <http://bdttd.ibict.br/vufind/>

Análise e Discussão dos Dados

A partir das unidades de leitura, a pesquisa de Coutinho (2016) foi descrita e analisada com base nos fragmentos apresentados na Tabela 3.

Tabela 3.

Descrição da proposta de Coutinho (2016)

Coutinho (2016)
Objetivo:
“[...] debater sobre o tema equações do 2º grau, porém utilizando métodos não usuais de resolução das equações, como o método de completar quadrados e o método geométrico de Al-Khwarizmi” (p. 13).
Proposta de Ensino:
<p>A proposta foi desenvolvida em uma escola particular do município de Niterói, Rio de Janeiro, com 27 alunos do 9º ano. O livro didático adotado pela escola é o Araribá Plus Matemática 9º Ano, além do caderno de atividades da mesma coleção. “Os tópicos presentes na unidade do livro didático que abordavam as equações do 2º grau foram introduzidos por um problema motivacional, isto é, a cada assunto apresentado na unidade, uma situação foi elaborada de modo que a sua modelagem matemática pudesse satisfazer tal contexto. Além disso, três atividades foram aplicadas nessa turma, a saber, duas oficinas, sendo uma sobre o método de completar quadrados e a outra sobre o método geométrico de Al-Khwarizmi, e uma lista de problemas” (p. 14).</p> <p>1. Abaixo encontra-se o primeiro problema apresentado aos alunos, referente a definição de Equação de 2º grau.</p> <p>Juliana fez um tapete para enfeitar seu quarto, observe-o:</p>

<p>Figura 1.</p> <p><i>Problema utilizado para iniciar o estudo das equações do 2º grau extraído de Coutinho (2016)</i></p>
<p>Para fazer esse tapete, Juliana costurou, uns nos outros, retalhos de tecidos de formato quadrado, todos com as mesmas dimensões. Sabendo que o tapete ficou com 4.050 cm², como podemos calcular quanto mede o lado de cada quadrado de retalho?</p>
<p>2. Essa situação foi proposta e, sem maiores dificuldades os alunos compreenderam que o lado de cada quadrado seria a incógnita x. Dado que o comprimento do tapete tem 10 quadrados e a largura tem 5 quadrados, as medidas dos lados do tapete serão, respectivamente, $10x$ e $5x$. Como o tapete tem formato retangular, a sua área será dada pela área do retângulo, isto é, $S = 10x \cdot 5x$, porém no enunciado, foi dito que essa área valia 4.050 cm². Assim, podemos elaborar a seguinte situação (p. 56):</p>
$10x \cdot 5x = 4050$ $50x^2 = 4050$ $50x^2 - 4050 = 0$
<p>Então, a equação acima é apresentada como um exemplo de equação do 2º grau (p. 56).</p>
<p>3. Posteriormente, foi apresentado aos alunos a definição de Equação de 2º grau, completa e incompleta, coeficientes, o significado das raízes, a dedução da fórmula de Bhaskara através do método de completar quadrados e o método geométrico de Al-Khwarizmi.</p>

4. Após as definições seguiu-se o desenvolvimento de duas oficinas, a seguir encontra-se dois problemas aplicados nas oficinas.

“*Problema 1:* Eu e meu irmão colecionamos figurinhas. Eu tenho uma quantidade de figurinhas e ele tem o quádruplo dessa quantidade. Sabendo que se eu elevar ao quadrado o número de figurinhas que eu tenho, ficaremos com a mesma quantidade de figurinhas, quantas figurinhas o meu irmão tem?” (p. 77).

5. Foi solicitado aos alunos que resolvessem o problema utilizando o método de completar quadrados e o método geométrico de Al-Khwarizmi.

Como breve descrição do encaminhamento [...] O problema foi lido e, como proposto os alunos deveriam resolvê-lo pelo método de completar quadrados. Na figura 2, Coutinho (2016) apresenta a resolução correta de um aluno seguindo o método de completar quadrados.

Handwritten solution for Problema 1 using the method of completing squares. The student starts with the equation $x^2 = 4x$, rearranges it to $x^2 - 4x = 0$, and then adds 4 to both sides to get $x^2 - 4x + 4 = 0 + 4$. This simplifies to $(x - 2)^2 = 4$. Taking the square root of both sides gives $x - 2 = \pm\sqrt{4}$. This leads to two cases: $x - 2 = +2$ and $x - 2 = -2$. Solving these gives $x_1 = 4$ and $x_2 = 0$. The final answer is $R: 16$ figurinhas.

Figura 2.

Solução correta de um dos alunos sobre o problema 1 extraído de Coutinho (2016)

“Sem maiores dificuldades, os alunos conseguiram ler e interpretar o problema, além de traduzi-lo para uma equação do 2º grau” (p. 80).

“*Problema 2:* O quadrado de um número positivo adicionado a doze vezes esse número resulta em 189. Que número é esse?” (p. 80).

6. Foi solicitado aos alunos que resolvessem o problema utilizando o método de completar quadrados e o método geométrico de Al-Khwarizmi. Na figura 3, Coutinho (2016) apresenta a resolução correta de um aluno seguindo o método de completar quadrados.

Handwritten solution for Problema 2 using the method of completing squares. The student starts with the equation $x^2 + 12x = 189$. They add 36 to both sides to get $x^2 + 12x + 36 = 189 + 36 = 225$. This simplifies to $(x + 6)^2 = 225$. Taking the square root of both sides gives $x + 6 = 15$. Solving for x gives $x = 9$.

Figura 3.

Solução correta de um dos alunos sobre o problema 2 extraído de Coutinho (2016)

“Sem grandes dificuldades, os alunos souberam transformar o enunciado em uma sentença matemática” (p. 81).

Quanto à escolha do problema e sua introdução: ao atentar para aspectos associados a escolha do problema e sua preparação para a introdução em sala de aula frente aos objetivos do ensino, identificamos que a pesquisadora revela teoricamente a distinção entre problema e exercício ao apontar que “[...] a realização de um exercício está resumida à execução de

habilidades e técnicas que foram aprendidas pelo aluno. Já para a realização de um problema que está sendo trabalhado pela primeira vez, busca-se por estratégias e procedimentos já conhecidos” (Coutinho, p. 22). Conhecer essa definição é um indicativo positivo para o bom emprego da Resolução de Problemas, aproxima-se do proposto por Echeverría (1998) quanto ao dualismo entre as duas conceituações e clarifica a compreensão do problema como possibilidade de partida para o ensino de conteúdos como as equações de 2º grau conforme apontamentos de Schroeder e Lester Jr. (1989), Onuchic e Allevato (2011) e Proença (2018).

Quanto aos problemas e suas características frente à Álgebra: na situação introdutória proposta por Coutinho (2016), recorre-se a um problema qualitativo, o qual segundo Echeverría (1998) requisita a observação, julgamento e manipulação de objetos matemáticos, a fim de chegar em uma solução numérica ou não. Num segundo momento, após ter realizado o ensino via/através da resolução de problemas, Coutinho (2016) realiza uma oficina onde apresenta dois problemas com o objetivo de trabalhar os métodos não usuais, sendo o de completar quadrados e o de Al Khawarizmi. As situações chamadas por Coutinho (2016) de problemas 1 e 2, aplicados na oficina, consistem, a nosso ver, em exercícios, uma vez que, segundo Echeverría (1998), requisitaram a sistematização de técnicas imediatamente apresentadas, mesmo sendo necessária a tradução da linguagem natural para a linguagem matemática. Ambos os exercícios apresentados no segundo momento remontam ao caráter retórico da Álgebra, onde apenas palavras eram utilizadas para expressar tanto as situações como as formas de resolvê-las (Lins & Gimenez, 1997). Entretanto, a situação inicial e a final apresentam uma Álgebra simbólica caracterizada por um fundamentalismo-analógico, onde recorrer a representações geométricas constituem um estágio intermediário na determinação visual de representações algébricas (Miorim, Miguel & Fiorentini, 1993).

Quanto à abordagem de ensino de Resolução de Problemas: Coutinho (2016) assume o ensino de Matemática via/através da resolução de problemas justificada pelo motivo do “aluno se tornar um ser participante na sua própria aprendizagem, [...] [criar] métodos e estratégias de Resolução de Problemas, não se restringindo a [...] exercícios rotineiros e desinteressantes, que valorizam o aprendizado por treinamento e memorização” (Coutinho, p. 20). Assim, esperava-se uma condução do ensino e aprendizagem de Equações de 2º grau, similar às ideais de Schroeder e Lester Jr. (1989), Onuchic e Allevato (2011) e Proença (2018). Entretanto, a postura seguida foi o ensino de Matemática para resolução de problemas, divergência essa que também foi mostrada nos estudos de Proença (2018a) e Proença e Maia (2018), segundo a qual, em ambas, uma das propostas de ensino analisadas houve escolha teórica coerente, porém seguiu-se o ensinar para resolução de problemas. Nas situações descritas na proposta de

Coutinho (2016), não fica evidente que a participação e mobilização por parte dos alunos tenham acontecido, pois a primeira serviu apenas para representar e definir as Equação de 2º grau, sem a tentativa de dar significado à equação obtida em detrimento de outros métodos ou às raízes. Além disso, na etapa da oficina, não valorizou as possibilidades dos alunos proporem estratégias que pudessem ser articuladas a outras representações. Esse resultado está na direção do apontado no estudo bibliográfico de Proença e Maia-Afonso (2020) que revelou que algumas propostas de ensino de mestrados profissionais estavam mais alinhadas às abordagens sobre e para resolução de problemas, pois focaram no simples ato de resolver problemas.

De modo análogo, a partir das unidades de leitura, a pesquisa de Kuroiwa (2016) foi descrita e analisada com base nos fragmentos apresentados na tabela 4.

Tabela 4.

Descrição da proposta de Kuroiwa (2016)

Kuroiwa (2016)
Objetivo:
“[...] auxiliar os professores na importante tarefa de ensinar matemática, e mais especificamente, a Equação do 2º Grau, promovendo aprendizagem efetiva, em que haja maior interação e cumplicidade entre o professor e o aluno” (p. 20).
Proposta de Ensino:
Proposta desenvolvida em uma escola estadual do município de Presidente Prudente, São Paulo, com alunos do 1º ano do Ensino Médio e 9º ano do Ensino Fundamental. Divido em três etapas: a primeira consistiu de uma Avaliação Diagnóstica com o objetivo de “ <i>verificar se os alunos são capazes de compreender e aplicar os conceitos da equação do segundo grau, se recordam dos métodos e procedimentos matemáticos de sua resolução, se aplicam adequadamente os algoritmos e operações. Queremos ainda verificar se são capazes de analisar as informações e interpretar as questões propostas, usando de diferentes estratégias e recursos, desde a intuição até os algoritmos, principalmente a fórmula de Bhaskara e enfim obterem as soluções corretas</i> ” (p. 53, <i>grifo nosso</i>); a segunda consistiu na aplicação de uma atividade com o “propósito de sanar as dificuldades apresentadas na Avaliação Diagnóstica, seguindo o método de Polya” (p. 69); a terceira consistiu na reaplicação da avaliação com o intuito de realizar a “ <i>verificação do desempenho dos alunos com a aquisição de saberes e o desenvolvimento das competências e habilidades [...] não lhes apresentando a resolução da Avaliação Diagnóstica feita por eles</i> ” (p. 76). Abaixo encontra-se a sugestão de condução de resolução de um dos problemas da proposta, referente a segunda etapa, seguindo os procedimentos de Polya: “A área de um quadrado de lado igual a 5, acrescido de oito vezes o seu lado é igual a 65. Use o método de completar quadrado, usando a forma geométrica e obtenha a medida do lado do novo quadrado” (p. 70). <i>Interpretação e compreensão do enunciado do problema.</i> Quais são os dados do problema? Ao fazer a leitura, levantamos que: o lado do quadrado vale 5 e se acrescentarmos oito vezes este lado, teremos uma área total igual a 65.

Podemos questionar: inicialmente, qual o tipo de figura em questão? Multiplicando por oito vezes o seu lado, que figura se tornará? Qual a característica do quadrado? E do retângulo? Como calcular suas áreas? O que é pedido?

Obter a medida do novo quadrado que a figura formará pelo método de completar quadrado.

Planejar um método.

Que objetivos precisamos atingir?

Partindo dos valores que temos, tentamos montar de novo um quadrado particionando o lado maior do retângulo em duas partes iguais e disponibilizando, de forma a obter um quadrado maior. Verifica-se então que falta um quadradinho para completá-lo, cujos lados são iguais à metade do lado maior deste retângulo. Acrescentamos o valor desta área a ambos os lados da equação.

Pelo cálculo de área, extraímos a raiz quadrada e obtemos o valor do lado deste novo quadrado.

Execução o plano.

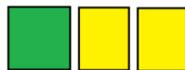
Interpretando como área de um quadrado e área do retângulo, podemos escrever da seguinte forma:



$$5^2 + 8 \cdot 5 = 65$$

$$25 + 40 = 65$$

Dividindo o retângulo ao meio temos dois retângulos com a metade do valor inicial, deste modo:

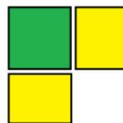


$$5^2 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 65$$

$$25 + 20 + 20 = 65$$

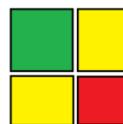
Cada retângulo deverá ser arranjado de modo que fique justaposto a dois lados do quadrado.

Nesta composição a área permanece a mesma:



$$25 + 20 + 20 = 65$$

Para completar o quadrado precisamos acrescentar um quadrado no canto da figura de medida $4^2 = 4 \cdot 4$ que é igual a 16.



$$25 + 20 + 20 + 16 = 65 + 16$$

Resolvendo, percebe-se que temos: $81 = 81$ (sentença verdadeira)

Como a nova área é igual a 81, a medida do lado do novo quadrado é $\sqrt{81} = 9$

Validar a solução.

O lado do quadrado será $5 + 4$ que de fato é igual a 9, portanto a solução é verdadeira (p. 72).

Quanto à escolha do problema e sua introdução: Kuroiwa (2016) optou por apresentar em dois momentos de avaliação diagnóstica situações consideradas por Echeverría (1998) como exercícios, visto que o objetivo era “verificar se os alunos são capazes de compreender e aplicar os conceitos da equação do segundo grau [...] se aplicam adequadamente os algoritmos e

operações e se são capazes de analisar as informações e interpretar as questões propostas” (Kuroiwa, 2016, p. 53). Na segunda etapa, optou por apresentar um exercício que, diferente dos presentes nas avaliações diagnósticas, requisitava uma sistematização de técnicas evidenciadas pelo método de completar quadrados, mas requeria alguns procedimentos como a tradução para a linguagem matemática (Echeverría, 1998). A abordagem de resolução previamente escolhida por Kuroiwa (2016) vai ao encontro da abordagem de ensino sobre Resolução de Problemas alinhada a proposta de Polya, onde os alunos assumem-se resolvedores de problemas para os quais devem desenvolver novas ou adaptar estratégias que já possuem em seu repertório.

Quanto aos problemas e suas características frente à Álgebra: a proposta principal envolvendo a Resolução de Problemas demonstrou no campo da educação algébrica como fundamentalista-analógica apenas por requisitar ser resolvida pelo método de completar quadrado com recorrência às áreas como um recurso visual das estruturas algébricas (Miorim, Miguel & Fiorentini, 1993). No entanto, as situações como um todo revelaram uma prática letrista facilitadora de acordo com Lins e Gimenez (1997). Em certo ponto Kuroiwa (2016) afirma que “para o aluno é muito mais instigante saber como a fórmula foi obtida, [...] que se mostre e justifique seu surgimento e que se exponha, se houver, outros meios de resolução para a situação proposta” (Kuroiwa, 2016, p. 19). Essas afirmações, indiretamente, remetem a uma concepção fundamentalista-estrutural da Álgebra em que, uma vez tais afirmações forem apropriadas pelos alunos, a ideia se resumiu em capacitá-los alunos a identificarem e aplicarem certas estruturas em diferentes contextos que vier a suceder (Miorim, Miguel & Fiorentini, 1993).

Quanto à abordagem de ensino de Resolução de Problemas: Kuroiwa (2016) utiliza como base para sua proposta a teoria de Polya, o que segundo Schroeder e Lester Jr (1989) é caracterizada como ensino sobre a resolução de problemas. Tal afirmação fica evidente ao reconhecer que busca incentivar os alunos a recorrerem a estratégias que possibilitem a generalização e replicação de em outras situações, como por exemplo um problema correlato. Entretanto, segundo Kuroiwa (2016, p. 87) essas ações não promoveram a interação e a efetividade da aprendizagem pois “[...] houve momentos em que a aplicação desta metodologia foi dificultosa; pelas atitudes negativas de alguns alunos e pela falta de colaboração”. Próximos aos resultados divulgados por Gonçalves e Proença (2020) sobre dificuldades de alunos nos aspectos conceitual e procedimental de equações de 2º grau, Kuroiwa (2016) destaca que dificuldades ao recorrerem a fórmula de Bhaskara permaneceram, tais como.

[...] erros de cálculos, por não se lembrarem da continuação do procedimento de resolução, pela falta de atenção como o sinal de igual ou de menos antes da letra b, pelo

esquecimento do sinal negativo antes do número, houve esquecimento do denominador na equação [...] erros na extração da raiz quadrada de um número [...] (Kuroiwa, 2016, p. 59).

Em tais afirmações pode-se inferir que esteja atrelado à abordagem escolhida, visto que há uma necessidade dos alunos seguirem estritamente as etapas de resolução, além de terem se apropriado previamente das diferentes estratégias de Resolução de Problemas e suas potencialidades frente ao conteúdo, fato que aparenta não ter ocorrido na proposta. Do contrário, se a abordagem adotada fosse a de ensino de Equações de 2º grau via/através da resolução de problemas, conforme sugerem Onuchic e Allevato (2011) e Proença (2018), os alunos assumiriam a autonomia em investigar, planejar e articular estratégias aliadas a seus conhecimentos prévios sem que houvesse a necessidade de seguirem roteiros já definidos e estratégias um tanto padronizadas, podendo haver uma maior interação principalmente na recorrência ao trabalho em grupo.

Considerações Finais

O objetivo do artigo foi o de analisar propostas de ensino de Equações de 2º grau em pesquisas de pós-graduação com foco na Resolução de Problemas e na concepção de Álgebra. Primeiramente, o foco dado à resolução de problemas mostra que nas duas dissertações de mestrado profissional há maior recorrência à implementação de exercícios tanto relacionados à sistematização de técnicas por meio da repetição de operações e propriedades matemáticas, quanto por exercícios que requerem procedimentos como a tradução da linguagem natural para a linguagem matemática. Apenas a proposta inicial de ensino de Coutinho (2016) demonstrou tratar-se de um problema, embora não tenha ocorrido a discussão acerca da importância das raízes na articulação entre a resolução construída e o contexto explorado na situação conforme recomendam os documentos oficiais (Brasil, 1998; 2018).

Dessa forma, a análise do tipo de abordagem de resolução de problemas mostrou que apesar de Coutinho (2016) ter visado ao ensino de Equações de 2º grau via/através da resolução de problemas a sua postura foi o ensino para resolução de problemas. Identificamos que isso ocorreu porque houve uma ruptura entre o objetivo de ensino e prática de sala de aula, visto que não tenha ficado evidente a participação, mobilização de conhecimentos e a valorização da proposição de estratégias por parte dos alunos que pudessem ser articuladas ao que se desejava ensinar. Já em Kuroiwa (2016), identificamos que seguiu pelo ensino sobre resolução de problemas. Por sua vez, baseou piamente sua prática na abordagem determinada, porém não fora suficiente para atingir seus objetivos, visto que houve falta de engajamento dos alunos e a persistência de erros atrelados aos conhecimentos procedimentais.

Quanto às concepções da Álgebra, mostramos que nas duas pesquisas as atividades principais recorreram a uma visão fundamentalista-analógica, pois fora dada certa importância à imposição do método geométrico de resolução de Al-Khwarizmi, em que a ação de completar quadrados tornam as representações geométricas um auxílio na interpretação de situações envolvendo entes algébricos.

Contudo, o foco da resolução de problemas adotou o uso de problemas na função de exercícios, pois as abordagens de ensino de Equações de 2º grau foram a sobre e para resolução de problemas. Nesse contexto, a análise revelou que as concepções de Álgebra estão a se desenvolver. Diante disso, destacamos que nosso estudo contribui no sentido de denunciar que ainda se recai no uso de exercícios como se fossem problemas, apesar do referencial teórico de uma dessas pesquisas sugerir uso do problema como ponto de partida.

Por fim, considera-se importante não apenas ampliar estudos de propostas de ensino com resolução de problemas, pois obteve-se apenas duas pesquisas – dois mestrados profissionais – envolvidos, mas ainda seguir o uso de problemas em sala de aula de forma coerente à aprendizagem de Equações de 2º grau. Portanto, é necessário realizar estudos que atentem-se para a organização do ensino das Equações de 2º grau, que ampliem as investigações já realizadas respectivamente por Pereira, Doneze e Proença (2023) e Pereira, Doneze e Proença (2022), quanto à organização do ensino-aprendizagem desse tópicos nos livros didáticos frente a BNCC e quanto à elaboração de problemas nos mesmos. Para tal necessidade, é sugerido a organização de ensino-aprendizagem conceitual de Matemática proposta por Proença (2021), onde as três abordagens de ensino (sobre, para, via) podem ser empregadas ao longo de uma sequência didática.

Referências

- Bicudo, M. A. V. (2014). Metanálise: seu significado para a pesquisa qualitativa. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 9, 7-20.
- Brasil. (1998). Parâmetros curriculares nacionais: 3º e 4º ciclos. Ministério da Educação (MEC).
- Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Ministério da Educação (MEC).
- Coutinho, R. P. (2016). Uma aplicação da Resolução de Problemas no ensino das equações do 2º grau [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística]. <http://www.bdtd.uerj.br/handle/1/4823>.
- Echeverría, M. D. P. (1998). A solução de problemas em matemática. In: J. I. Pozo (org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. (pp. 44-65). ArtMed.

- Fiorentini, D.; Miorim, M. A. & Miguel, A. (1993). Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, Campinas, 4(1), 78–91.
- Gil, A. C. (2008). *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social*. Atlas.
- Gonçalves, B. M. & Proença, M. C. de. (2020). Análise dos conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do primeiro ano do Ensino Médio sobre equação do 2º grau. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 5(2), 209-228.
- Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. In: K. Stacey ; H. Chick & M. Kendal. (Ed.). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study*. (pp. 21-33). Springer.
- Kuroiwa, E. T. N. (2016). Uma abordagem peculiar da Equação do Segundo Grau no Ensino Fundamental e Médio [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas]. <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/145534>
- Lins, R. C. & Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. Papirus Editora.
- Lovatto, P. A., Lehnen, C. R., Andretta, I., Carvalho, A. D., & Hauschild, L. (2007). Metanálise em pesquisas científicas: enfoque em metodologias. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 36, 285-294.
- Onuchic, L. de la R. & Allevato, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 25(41), 73-98.
- Pereira, F. F. & Proença, M. C. de. (2023). Ensino-Aprendizagem de Equações de 2º grau via Resolução de Problemas: uma experiência a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 12, p. 427-446, 2023.
- Pereira, F. F.; Doneze, I. S. & Proença, M. C. de. (2023). Livros Didáticos do PNLD e a BNCC: Análise da Organização do Ensino de Equações de 2º Grau. *Perspectivas da Educação Matemática*, 16, p. 01-20, 2023.
- Pereira, F. F.; Doneze, I. S. & Proença, M. C. de. (2022). A elaboração de problemas de Equação de 2º grau nos livros didáticos de Matemática. In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, 2022, São Paulo. IX CIBEM. São Paulo: Akademy, 2022, 1, p. 2898-2908.
- Proença, M. C. (2021). Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. *Revista de Educação Matemática*, 18, 1-14.
- Proença, M. C. (2018). Resolução de Problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. *EdUEM*.
- Proença, M. C. (2018a). O ensino de matemática por meio da resolução de problemas: metanálise de propostas nos 6º e 7º anos do ensino fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(1), 496-517.
- Proença, M. C. D., Campelo, C. D. S. A., & Santos, R. R. D. (2022). Problem Solving in BNCC: reflections for its insertion in the curriculum and in Mathematics teaching at Elementary School. *REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 13(6), 1-19.

- Proença, M. C & Maia-Afonso, É. J. (2020). Resolução de Problemas: análise de propostas de ensino em dissertações de mestrado profissional. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(18), 180-201.
- Proença, M. C. & Maia, É. J. (2018). O ensino de matemática por meio da resolução de problemas: análises de propostas desenvolvidas no Ensino Médio. *Educação Matemática em Revista*, 23(57), 92-112.
- Sangiorgi, O. (1961). *Matemática para a quarta série ginásial*. Ed. Nacional.
- Sangiorgi, O. (1967). *Matemática Curso Moderno*. Ed. Nacional.
- Santos, J. A., de Oliveira, G. S., & Borges, T. D. D. F. F. (2021). Metanálise como método para desenvolver pesquisas científicas. *Cadernos da FUCAMP*, 20(48).
- Severino, A. J. (2007). *Metodologia do Trabalho Científico*. Cortez.
- Schoenfeld, A. H. (2020). Mathematical practices, in theory and practice. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 52(2), 01-13.
- Schoen, L. H. (1994). Ensinar a álgebra elementar focalizando problemas. In: A. F. Coxford & A. P. Shulte. *As idéias da álgebra*. (pp. 135-144). Atual.
- Schroeder, T. L. & Lester Jr, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. In: P. R. Trafton & A. P. Shulte, (eds.) *New directions for elementary school mathematics*. (pp. 31-42). NCTM.