

# Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento geométrico por alunos cegos

SOLANGE HASSAN AHMAD ALI FERNANDES  
LULU HEALY\*

## Resumo

A preocupação em garantir a todos o direito à Educação tem caracterizado a política atual do Estado em relação às necessidades educacionais especiais. Acreditamos que as necessidades de cada pessoa têm igual importância na construção de uma sociedade justa e com esse olhar temos desenvolvido nossos estudos investigando a apropriação de conceitos geométricos por aprendizes cegos. Neste artigo, descrevemos atividades realizadas com dois sujeitos, um portador de cegueira congênita e outro portador de cegueira adquirida, que envolvem noções de transformações geométricas. Apresentamos as bases teóricas e metodológicas do estudo e ilustramos nossas análises relativas à transição entre os níveis intra e interfigural por meio de alguns episódios de entrevistas.

**Palavras-chave:** educação especial; intra/inter/transfigural; transformações geométricas.

## Abstract

*A central concern of current government policies relation to special educational needs is to guarantee as a right for all access to all levels of the education system. The actual position is based on the belief that each person has equal importance in the constitution of a just society and it is within this perspective that our studies of the appropriation of geometrical concepts by blind students are inserted. In this article, we describe activities involving notions of geometrical transformations realized with two subjects, one blind since birth and one who became blind during adolescence. We present the theoretical and methodological bases of the study, along with our analysis of episodes from the interviews in which we identified transitions between intra and interfigural levels of geometrical thought.*

**Keywords:** *Special Education; intra/inter/transfigural; geometrical transformation.*

---

\* Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática, PUC-SP. E-mail: solangehf@gmail.com e lulu@pucsp.br

### **Reflexões teóricas**

Educação especial no Brasil vem se construindo historicamente acompanhando os processos legais e apelos sociais. No entanto, apesar de sua especificidade, ela não tem se organizado *com e para* seus atores “normais” e “deficientes”. Nesse sentido, a reflexão passa a situar-se nas condições educacionais, nas mudanças que as escolas regulares precisam realizar e na provisão dos recursos para que os alunos com necessidades educacionais especiais, ou melhor, para que todos os alunos recebam nelas um ensino satisfatório. Essas mudanças não se referem somente à infraestrutura como rampas e sala de recursos, dentre outros, mas também aos recursos didáticos utilizados em situações de ensino-aprendizagem por alunos “normais” e “deficientes”. No que se refere particularmente ao ensino de alunos cegos ou com visão subnormal, devemos considerar que o planejamento das intervenções de ensino deve considerar, sobretudo, as necessidades específicas do aprendiz, consequência, principalmente, da falta ou da degradação de um dos canais de aquisição da informação – o visual. As informações chegam aos deficientes visuais mediadas por dois canais principais: a linguagem – pois ouvem e falam – e a exploração tátil (Gil, 2000, p. 24). É através do sistema háptico (ou tato ativo) que o indivíduo sem acuidade visual é capaz de captar e processar informações dos objetos que constituem o ambiente. O tato permite analisar um objeto de forma parcelada e gradual, ao contrário da visão, que é sintética e global. Dessa forma, as informações parciais fornecidas pelo tato têm caráter seqüencial e devem ser integradas, exigindo uma carga maior de memória (ibid., p. 25). Ao explorar um objeto, as mãos do deficiente visual, assim como os olhos dos videntes, embora de forma mais lenta e sucessiva, movem-se de forma intencional captando particularidades da forma a fim de obter uma imagem desse objeto (Ochaita e Rosa, 1995, p. 185).

O trabalho de conteúdos relacionados à Geometria para alunos dos ensinos fundamental e médio – videntes ou deficientes visuais –, a princípio, exige a utilização de recursos didáticos. No caso de aprendizes cegos, a formação de conceitos depende em parte do contato tátil com as coisas do mundo. Desse modo, a utilização de modelos didáticos constitui uma importante ferramenta no processo de ensino-aprendizagem. As ferramentas para aprendizes cegos que empregam a resposta tátil devem fazê-lo a fim de propiciar representações adequadas de informações que permitam ao aprendiz estabelecer conexões, a fim de viabilizar o processo

de ensino-aprendizagem. Por esse ponto de vista, as ferramentas materiais não servem simplesmente para facilitar os processos mentais que poderiam ocorrer de outra forma. Fundamentalmente elas formam e transformam esses processos (Cole e Wertsch, 2002).

Decidimos centrar nossas investigações, no campo de Geometria, uma área usualmente associada a experiências visuais e que traz desafios particularmente para aprendizes cegos. Em relação a esse campo, Piaget e Garcia (1987) realizaram um estudo histórico-crítico examinando os aspectos psicogenéticos e a psicogênese das noções geométricas. Para esses autores, tanto o desenvolvimento histórico da Geometria como a psicogênese das estruturas geométricas caracterizam-se por três etapas de desenvolvimento: intrafigural, interfigural e transfigural.

Na etapa intrafigural, os sujeitos não percebem as transformações da figura dentro do conjunto (figuras-plano). Centram-se nas propriedades internas das figuras e nas relações internas de duas ou mais figuras, o que resulta numa comparação entre essas figuras. Piaget e Garcia denominam etapa interfigural aquela em que o sujeito utiliza somente referências internas do sistema analisado, ou seja, as figuras estão num plano, e esse conjunto (figuras-plano) apresenta características de totalidade. A transformação associa a uma figura-objeto sua figura-imagem, mas não é aplicada a nenhum outro ponto do plano, que é visto apenas como um suporte para as figuras. O sujeito considera que qualquer mudança de forma de uma figura deve-se ao deslocamento de suas partes, já que somente compara posições iniciais e finais com suas respectivas referências (ibid, p.118). “Em seguida começa uma terceira etapa, que chamaremos *transfigural*, caracterizada pela preeminência das estruturas” (ibid, p.110). Essa etapa não trata somente da transformação de uma figura noutra, mas opera sobre todos os pontos do plano, verificando a realização de determinadas condições (manter sem variação alguns elementos – invariantes). Trata-se, sobretudo, de uma fase que se opera sobre um conjunto de elementos, podemos dizer que de relações entre relações onde às transformações podem ser compostas e decompostas, já que passam a ser objetos.

Em suas conclusões, esses autores elucidam que essa tríade (intra, inter e transfigural) são fases de um processo contínuo, ou seja, “as estruturas atingidas no nível transfigural dão lugar, por sua vez, às análises intra que conduzem a novos inter, depois à produção de super-estruturas

trans e assim indefinidamente” (ibid, p. 132). Portanto, embora ocorra um processo de sucessão entre os níveis, essa sucessão independe de um grau hierárquico absoluto.

## O estudo

Neste artigo, propomo-nos a analisar aspectos dos *diálogos* e das *ações*<sup>1</sup> de dois aprendizes sem acuidade visual, ocorridos durante uma situação instrucional a fim de compreender como eles se apropriam de algumas noções de transformações geométricas, mais especificamente de significados para simetria e reflexão. Em particular, pretendemos identificar como o trabalho de natureza intra e interfigural<sup>2</sup> se manifesta quando o aprendiz não tem acesso ao campo visual. Para tanto, formulamos nossa questão de pesquisa:

Como evoluem os significados associados à simetria e reflexão dos aprendizes sem acuidade visual durante os diálogos instrucionais e como essa evolução é influenciada pelos sistemas mediadores?

Na busca de resposta para essa questão complexa, tomamos o conjunto formado por três dimensões para nortear nossas análises: a operacionalidade entre os níveis intrafigural, interfigural e transfigural (Piaget e Garcia, 1987); a apropriação da “voz matemática” (Renshaw, 1996) e a emergência e manutenção da ZDP (Meira, 2002). Neste artigo interessamos, especialmente, os níveis intra e interfigural, e a possibilidade de nossos sujeitos de pesquisa transitarem entre os níveis intrafigural e interfigural. Com essa perspectiva, elaboramos uma questão mais específica, que nos auxiliará a responder à questão de pesquisa.

Em que medida as transições entre os níveis intra, inter e transfigural do pensamento geométrico emergem nos diálogos instrucionais e como elas são influenciadas pelas ferramentas materiais?

1 O uso o termo *ação* se faz de acordo com a visão de Goodwin (2000, p. 1492), que propõe que a ação humana seja analisada em termos de “configurações contextuais”: uma abordagem interacional que investiga o uso simultâneo de múltiplos recursos semióticos pelos participantes, tais como diferentes classes de fenômenos sógnicos que emergem do fluxo da fala, da expressão gestual, da produção e do uso de registros materiais e da manipulação de artefatos.

2 Inicialmente, não tínhamos a expectativa de chegar à etapa transfigural, pois acreditávamos que o sistema háptico limitava as representações mentais do espaço euclidiano representado pela ferramenta material.

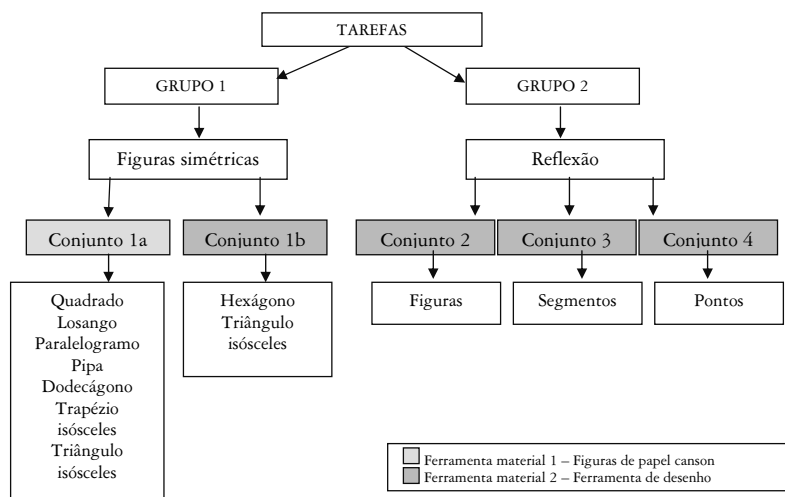
A fim de estabelecer uma variedade de entendimentos a respeito da capacidade cognitiva e dos processos cognitivos dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa, optamos pelo método da dupla estimulação de Vygotsky (1998), onde o sujeito é colocado “frente a uma tarefa que excede em muito os seus conhecimentos e capacidades” (Cole e Scribner, 1998, p. 16). Essa tarefa é proposta dentro de uma situação estruturada e o sujeito recebe uma orientação ativa, do pesquisador, no sentido da construção de uma estratégia (que ainda não existia para o sujeito) para a realização da tarefa (Veer e Valsiner, 1996, p. 187).

No estudo aqui apresentado, o primeiro estímulo foi dado pelas ferramentas materiais desenvolvidas na fase inicial de nossa pesquisa e o segundo estímulo foi oferecido pela pesquisadora através de intervenções. Desenvolvemos uma série de entrevistas baseadas em tarefas considerando pesquisas anteriores sobre as noções de reflexão por sujeitos com acuidade visual dentro dos padrões normais, como Healy (2002), Grenier (1985) e Küchemann (1981). Tais entrevistas foram realizadas em sessões, com dois sujeitos: um portador de cegueira congênita, o qual chamamos Lucas, e outro portador de cegueira adquirida, que denominamos Edson.

Durante as sessões, consideramos importante que a pesquisadora, em suas intervenções, partisse de conhecimentos matemáticos já dominados pelos sujeitos. Para isso, a primeira parte das entrevistas tinha o objetivo de fazer uma investigação exploratória que nos permitisse identificar as conexões que esses sujeitos estabeleciam com termos matemáticos, como, por exemplo, simetria, reflexão, eixo de simetria e figura-imagem.

As tarefas, na segunda parte das entrevistas, foram divididas em três conjuntos.

Diagrama 1 – Estrutura das tarefas



O primeiro conjunto envolvia figuras simétricas (Fig. 1) e foi subdividido em dois grupos. No grupo inicial, as tarefas foram realizadas utilizando figuras feitas em papel canson, que possibilitavam ao sujeito a utilização de dois tipos de estratégias: o uso de régua (especial para deficientes visuais) ou dobradura. O segundo grupo desse conjunto foi realizado na ferramenta que denominamos *prancha de desenho*, composta por uma prancha de madeira (Fig. 2) com 120 pinos alinhados em 10 linhas e 12 colunas. As figuras e o eixo de simetria foram representados por elásticos. O segundo conjunto de tarefas foi estruturado para o estudo de reflexão de figuras em relação a um eixo e o terceiro conjunto estudou a reflexão de segmentos e pontos em relação a um eixo.



Figura 1 – Polígonos em papel canson

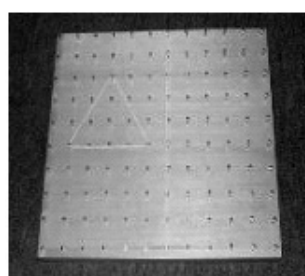


Figura 2 – Ferramenta de desenho

Ao final das tarefas, voltamos a solicitar aos sujeitos que explicitassem suas concepções sobre reflexão dentro do contexto matemático: a essa fase demos o nome de retrospectiva. Foram realizadas, no total, três sessões de aproximadamente uma hora e trinta minutos com cada um dos sujeitos, que foram videogravadas e transcritas em sua totalidade para facilitar as análises.

### **Sujeitos**

Lucas é portador de cegueira congênita (perdeu a visão totalmente aos dois anos de idade) e faz cursos profissionalizantes na Adeva. Ele concluiu o ensino médio em escolas públicas regulares, inserido em classe comum. Desde sua primeira infância recebeu estímulos táteis e sua alfabetização foi feita em Braille. Mostrou ter um bom nível de conhecimento matemático e uma boa relação com a Matemática. Especialmente na Geometria, mostrou conhecer elementos que foram fundamentais para o desenvolvimento dos diálogos durante as entrevistas, como: ceviana, ponto médio, mediatriz, bissetriz e outros.

Edson, nome fictício que demos ao portador de cegueira adquirida, nasceu em Pernambuco. Aos sete meses de idade, sua família recebeu o diagnóstico de glaucoma congênito,<sup>3</sup> o que o fez perder totalmente a visão do olho esquerdo aos quatro anos de idade. Sua alfabetização foi feita de acordo com o sistema convencional. Aos quinze anos, após um descolamento da retina,<sup>4</sup> ficou com dois por cento de visão no olho direito, o que o possibilita ter percepção e projeção luminosas.<sup>5</sup> Nesse período, começou a fazer curso de reabilitação, o que implica não só a leitura e escrita Braille, mas também o desenvolvimento do sistema háptico ativo. Na época do desenvolvimento desta pesquisa, Edson cursava a terceira série do ensino médio na Escola Estadual Gonzaga Pinto e Silva no

3 O glaucoma é uma doença causada pela lesão do nervo óptico relacionada à pressão ocular alta.

4 Retina é a parte posterior do olho, formada em sua maior parte por células nervosas. A retina é o local onde se forma a imagem ou visão que é traduzida pelo cérebro. Descolamento da retina é o desprendimento da retina da parte interna do globo ocular.

5 No primeiro caso (percepção), há apenas a distinção entre claro e escuro: no segundo (projeção) o indivíduo é capaz de identificar também a direção de onde provém a luz (Conde, 2004).

período noturno, inserido em classe comum e trabalha como recepcionista na Adeva – Associação de Deficientes Visuais e Amigos.

Ao ser questionado sobre memória visual, afirmou tê-la e, não apresentar dificuldades para reconhecer formas que conheceu quando ainda tinha visão, mesmo que as tenha conhecido no período de baixa visão. Na escola, não tem acesso à sala de recursos que só funciona nos períodos da manhã e da tarde, por falta de funcionários para o período noturno. Para acompanhar e registrar as aulas, Edson usa uma máquina de escrever em Braille de sua propriedade. Em relação à Geometria, mostrou conhecer, ao menos nominalmente, alguns elementos que foram fundamentais para o desenvolvimento dos diálogos, como ponto médio, bissetriz, perpendicular e outros.

Sendo nosso objetivo fazer a análise de diálogos e ações pela perspectiva intra, inter e transfigural (Piaget e Garcia, 1987), decidimos que nossos sujeitos de pesquisa deveriam ter concluído (ou estarem concluindo) o ensino médio. Acreditamos que os diálogos com esses sujeitos poderiam ser facilitados, pois, apesar de não terem estudado transformações geométricas durante sua vida escolar, a linguagem matemática desses sujeitos é mais rica do que a de indivíduos ainda na fase escolar inicial. Além disso, a percepção tátil desses sujeitos é mais desenvolvida, o que é crucial para a realização das tarefas propostas em ferramentas táteis.

Para este artigo, escolhemos alguns trechos que pudessem ilustrar a evolução de algumas noções matemáticas ligadas à simetria e reflexão, que podem ter sido favorecidas pela sucessão entre os níveis intra e interfigural.

## **Investigando figuras simétricas**

### **O sujeito Lucas**

Do conjunto inicial de tarefas, aplicado na primeira entrevista, destacamos a atividade que envolvia a determinação do eixo de simetria de um triângulo isósceles. Inicialmente, oferecemos a Lucas, na prancha de desenho, um triângulo isósceles e seu respectivo eixo de simetria. Lucas fez a exploração tátil e, a pedido da pesquisadora, destacou algumas características da representação, como *o triângulo ficou dividido em duas partes iguais*. Na seqüência, oferecemos a Lucas a representação de um triângulo isósceles com as mesmas dimensões do oferecido na tarefa anterior, feito



em papel canson, e propusemos que ele determinasse o eixo de simetria dessa figura. Inicialmente, o sujeito procurou posicionar a régua no eixo de simetria; ao perceber que essa estratégia dificultava a exploração tátil, passou a fazer dobraduras. Lucas faz a primeira tentativa dobrando o triângulo a partir da bissetriz de um dos ângulos congruentes do triângulo e o entrega à pesquisadora (Fig. 3), ao que se segue o seguinte diálogo:

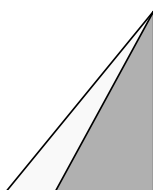


Figura 3 – Primeira tentativa

*Pes: Você pode me explicar por que esse é o eixo de simetria? (Lucas passa a fazer a exploração tátil de todos os lados do novo triângulo formado)*

*Lucas: Não é. Não ficou certo.*

Trecho 1 – Primeira discordância

Lucas tenta novamente, usando agora o ponto médio de um dos lados congruentes (tomado por base) do triângulo.



Figura 4 – Segunda tentativa

*Lucas: Mas esse também não é. (Fig. 4)*

*Pes: Você usou só um vértice. Tem mais dois para tentar.*

*Lucas: É mesmo.*

Trecho 2 – Uma reparação

Sendo, como já mencionamos, o triângulo entregue a Lucas uma réplica do oferecido na prancha de desenho (fixo), ao entrar em contato com o triângulo de papel canson (não fixo), o sujeito usou a imagem formulada a partir do triângulo fixo, o que fez com que ele elegeesse como base um dos lados congruentes, não tendo êxito em duas de suas tentativas. Lucas só abandonou essa idéia quando a pesquisadora sugeriu que ele tentasse outro vértice. Através do tato, o sujeito passou a avaliar as medidas dos lados do triângulo, escolhendo, apropriadamente, o vértice oposto ao lado não congruente para iniciar a dobra, realizando a atividade com sucesso.

Esse tipo de tarefa favorece a etapa intrafigural, já que, para a sua realização, o sujeito deve apenas preocupar-se com as propriedades internas da figura ou com as relações internas entre as “duas figuras” criadas a partir do eixo de simetria, o que resulta na comparação entre elas. Lucas posicionou, inicialmente, o triângulo isósceles com um dos lados congruentes paralelo ao seu corpo, como lhe foi oferecido na tarefa anterior, o que o fez formular respostas como as representadas na Figura 5. Creditamos esse fato a um efeito associado ao recurso didático que escolhemos, que fez com que Lucas agisse sobre a figura de papel canson da mesma forma que agiu sobre o triângulo isósceles representado na ferramenta de desenho.

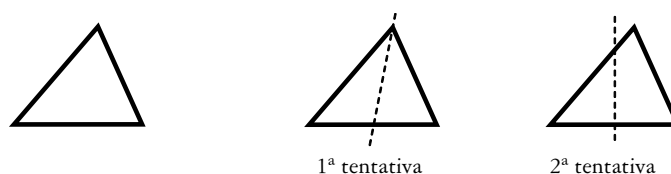


Figura 5 – Primeira imagem

### O sujeito Edson

Antes de iniciar as tarefas da segunda sessão, a pesquisadora faz com Edson uma retrospectiva do que havia sido discutido na sessão anterior, na qual haviam sido exploradas algumas propriedades importantes do eixo de simetria, como: “o eixo de simetria faz a divisão em dois lados iguais” e “a figura fica dividida em duas iguais”. Na primeira declaração de Edson, vemos que ele destaca o eixo de simetria ocupando a posição de mediatriz de um dos lados da figura, e, na segunda, a congruência, por sobreposição, das duas formas determinadas a partir do eixo de simetria. Ao propor a Edson

que explorasse as figuras de papel canson trabalhadas na sessão anterior e seus respectivos eixos de simetria, a pesquisadora introduz no diálogo um termo matemático novo para Edson – figuras simétricas: “As figuras que têm eixo de simetria são chamadas *figuras simétricas* na Matemática”.

O trabalho de Edson com o hexágono na ferramenta de desenho (Figura 6) surpreendeu-nos. Nesse ponto da entrevista, o sujeito, que mantinha sua atenção centrada no eixo de simetria, passou a centrá-la na figura, sugerindo que o significado atribuído por ele ao eixo de simetria havia se aproximado do significado convencional.

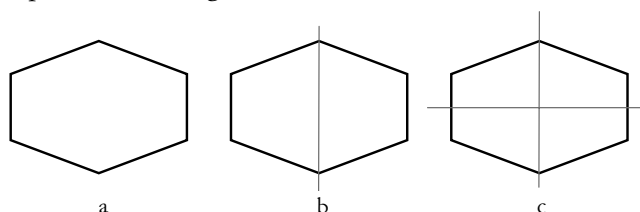


Figura 6 – O trabalho de Edson com o hexágono

Inicialmente, Edson procurou conhecer a forma representada na ferramenta através do tato. Posiciona o primeiro elástico (Figura 6b), após explorar a medida dos seus lados (número de pinos) e de reconhecer seus vértices. Logo em seguida posiciona o segundo elástico (Figura 6c), anunciando que a figura tem dois eixos de simetria.

*Pes: Dois eixos de simetria. Não tem mais nenhum?*

*Edson: Eu estou imaginando, fazendo na cabeça. Não dá para fazer mais nenhum.*

*Pes: Não dá por quê?*

*Edson: Primeiro eu usei o tato para ter noção do desenho.*

*Agora eu estou usando a imagem na minha cabeça, como se eu estivesse dobrando com a mão.*

*Pes: Você está imaginando a figura?*

*Edson: Isso, visualmente.*

*Para cá um e para cá dois. (Simula a dobra na figura).*

*Tem só dois mesmo.*

Trecho 3 – Usando a imagem mental<sup>6</sup>

6 Falas de 85 a 90 da segunda sessão, enumeradas de 1 a 350.

O procedimento declarado por Edson indica que, para ele, as imagens mentais caracterizam-se como um suporte bem mais sofisticado de representação conceitual. Edson, através do tato, estabeleceu uma imagem mental, e a partir dessa imagem fez ligações com seus conhecimentos. Tal fato evidencia-se na sua segunda declaração, presente nesse trecho, na qual ele fala sobre a imagem mental formulada a partir da exploração tátil, que lhe permitiu “manipular” mentalmente a forma geométrica. Imaginando as dobras que poderiam ser feitas nessa figura, de tal forma que houvesse congruência entre as duas partes, Edson realiza a tarefa com êxito na primeira tentativa. Em suas elucidações, percebe-se que seu pensamento manteve-se no nível intrafigural. Em sua ação, pode-se perceber que, ao procurar a posição de cada um dos eixos do hexágono, ele procurou usar a bissetriz dos ângulos dos vértices, assim como a mediatriz de seus lados. Isso nos encorajou a iniciar o trabalho com reflexão, o que foi feito ainda com base na figura representada na ferramenta de desenho.

*Nós vamos sair um pouco das figuras simétricas e vamos discutir um outro conceito matemático – o conceito de reflexão.*

*Quando falamos de reflexão, falamos de uma figura e sua imagem. Se você pensar nessa figura que está na ferramenta, metade dela, a metade que está à sua esquerda é idêntica à metade que está à sua direita. (Aguarda a exploração tátil).*

*O eixo de simetria atravessa a figura e tudo que você tem à direita tem também à esquerda.*

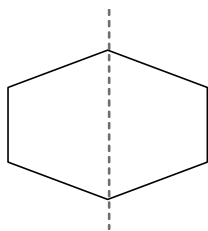


Figura 7 – Iniciando o estudo de reflexão

A expressão facial de Edson sugere que ele aceitou bem ambos os termos e, na seqüência do diálogo, a pesquisadora o faz indicar alguns pontos e suas respectivas imagens. Ao solicitar que ele destaque alguma

relação entre esses pontos e o eixo de simetria, o sujeito diz que *se for até o meio* poderá ter uma base da divisão entre os dois lados (da figura). Edson, dentro de uma perspectiva intrafigural, continua a imaginar uma dobra na posição do eixo de simetria, o que o leva a centrar sua atenção *no meio*.

Considerando a investigação de figuras simétricas, o nível do pensamento geométrico dos aprendizes, aparentemente, tem características da etapa intrafigural. Aparentemente, ao menos a princípio, confirmando a validade do caráter hierárquico sugerido por Piaget e Garcia (1987) também para aprendizes cegos. Na próxima seção, voltamos a atenção para atividades que envolvem reflexão axial.

### **Reflexão de figuras em relação a um eixo**

Nas intervenções seguintes, as atividades exploraram a reflexão de figuras em relação a um eixo. Dessa série de atividades, destacamos alguns trechos, nos quais acreditamos ter indicadores da transição entre as etapas intra e interfigural.

#### **O sujeito Lucas**

Na primeira atividade descrita – determinar o eixo de simetria de figuras planas – Lucas mantém-se na etapa intrafigural. Na seqüência de tarefas do grupo 1, não foi possível verificar a evolução do pensamento geométrico de Lucas em relação aos níveis intra e interfigural

Nas tarefas do grupo 2, acreditamos haver evidências da passagem de intra para interfigural.

Pes: Agora vamos sair da simetria nas figuras e vamos tentar ir para a reflexão. Fazer a reflexão de uma figura é encontrar a imagem dessa figura do outro lado do eixo de simetria. Eu vou fazer aqui (na prancha de desenho) uma figura e sua imagem segundo um eixo de simetria, e você vão explorar (fig. 8).

Lucas: A figura e a imagem dela (explora as figuras, mas sem perceber as relações com o eixo de simetria).

Pes: A figura e sua imagem têm algumas características, algumas propriedades a partir do eixo de simetria. Ou algumas regularidades, algumas coisas em comum a partir do eixo de simetria. O que você percebe?

*Lucas: Em primeiro lugar eu acho que elas estão mais ou menos centradas no eixo de simetria. Na parte central (no centro do eixo de simetria). A distância entre cada uma das figuras e o eixo de simetria são iguais. Foi isso que eu consegui perceber.*

Trecho 4 – Introduzindo reflexão de figuras

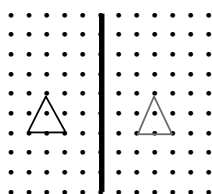


Figura 8 – Figura e imagem

A pesquisadora, em suas intervenções, procura induzir Lucas a destacar propriedades que seriam aplicadas em atividades posteriores – construção de imagem por reflexão. Nas falas de Lucas, pode-se perceber que ele mantém a perspectiva intrafigural. Ele não faz distinção entre os elementos que compõem o conjunto figuras-plano, ou seja, entre o eixo de simetria, os triângulos (figura e imagem) e os pontos do plano (pinos da prancha de desenho). A relação de equidistância, que Lucas destaca, é feita como se a prancha de desenho fosse sua figura e o eixo de simetria o elemento que divide essa figura em duas, permitindo assim a comparação entre essas duas figuras. Na mesma sessão, após algumas tarefas, as falas de Lucas nos sugerem a passagem do nível intra para interfigural. No trecho transcrito abaixo, a pesquisadora propõe ao sujeito a tarefa como representada na figura 9.

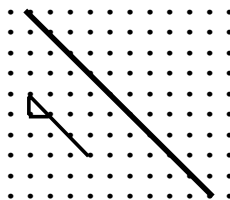


Figura 9 – Uma figura mais complexa

*Lucas: Agora a referência está fora do eixo de simetria.*  
*Pes: É, agora não temos pontos comuns entre a figura e o eixo de simetria.*  
*Luca: Pronto.*  
*Pes: O que você teve que considerar para fazer a imagem?*  
*Lucas: Pera aí, deixa eu ver se está certo. Às vezes pela disposição da madeira parece que não está. (Vira a prancha a fim de deixar o eixo de simetria perpendicular ao seu corpo). Primeiro eu levei em consideração a distância do eixo de simetria. Comparei os pontos em que eu poderia estar reproduzindo essa imagem em relação ao eixo de simetria e a figura já feita.*

Trecho 5 – Perspectiva interfigural

A primeira fala de Lucas apresenta indicadores da passagem do nível intra para interfigural. Até essa tarefa, Lucas tomava por referência o eixo de simetria para a determinação da figura imagem (nas tarefas propostas até aqui, as figuras dadas sempre tinham um ou mais pontos em comum com o eixo de simetria), considerando o eixo de simetria, a figura dada e a figura imagem um único elemento (caráter intrafigural). Assim que fez a exploração tátil da figura proposta na prancha de desenho (Fig. 9), Lucas percebeu ser necessário eleger outra referência para realizar a tarefa. Atendendo à pesquisadora, explicitou a nova relação que estabeleceu para a construção da imagem. Em sua terceira declaração, Lucas afirma ter considerado a equidistância, em relação ao eixo de simetria, da figura e de sua imagem, para isso estabeleceu comparações entre os pontos (pinos) representados na ferramenta nos dois semiplanos determinados pelo eixo de simetria, o que nos indica o nível interfigural. Lucas utilizou referências internas do conjunto figuras-plano comparando a posição inicial (figura dada) e a posição final (figura imagem).

Uma das tarefas desse conjunto envolvia uma simulação que colocava Lucas no papel de professor:

*Faz de conta que eu estou em casa ao telefone, com uma ferramenta como essa e com um par de elásticos posicionados nela, um é a imagem e outro o objeto, e você conversando comigo ao telefone tem que me ensinar determinar o eixo de simetria, mas você não tem idéia da posição dos segmentos nem da ferramenta, já comentamos que ela não é quadrada e se mudamos a posição da ferramenta o eixo de simetria vai junto. Então você vai ter que*

*me dar um método, como um método geral que vale para qualquer situação para que eu possa fazer essa tarefa lá na minha casa.*

Lucas assume o papel de instrutor, mas, a princípio, tem dificuldade para verbalizar o que tinha em mente. A pesquisadora posiciona na ferramenta de desenho dois segmentos para auxiliá-lo. Usando essa representação, ele apresenta uma seqüência de procedimentos para a realização da tarefa. No trecho transcrito abaixo, pode-se verificar que a pesquisadora o fez justificar cada um deles.

*Lucas: Você toma por base uma das extremidades de cada um dos segmentos.*

*Pes: Uma qualquer?*

*Lucas: As duas extremidades do mesmo lado (com suas mãos, mostra referir-se a um ponto e seu simétrico). Você centraliza o eixo de simetria no ponto médio entre uma extremidade e outra de cada segmento.*

*Pes: E como eu faço para achar o ponto médio?*

*Lucas: Você pode usar uma régua ou mais simples contar os pinos a partir de um dos segmentos até o outro segmento, e localizar o pino que seja o ponto médio dessa distância entre um segmento e outro.*

*Pes: Tá, achei, e agora?*

*Lucas: Fixa o elástico aí e traça uma reta sempre obedecendo à distância, ou seja, tanto as duas extremidades dos segmentos como os outros pontos dos segmentos guardam a mesma distância.*

*Pes: Então todos os pontos dos segmentos estão à mesma distância do eixo de simetria?*

*Lucas: Isso mesmo. As extremidades do segmento A, vamos chamar assim. Tem que ser a mesma distância do segmento A ao eixo de simetria e do eixo de simetria ao segmento B. Isso nas duas extremidades dos dois segmentos.*

Trecho 6 – Uma simulação<sup>7</sup>

No papel de professor, Lucas aproveita os conhecimentos matemáticos da pesquisadora, e os envolve num diálogo totalmente voltado para o objeto matemático em estudo.

<sup>7</sup> Falas de 80 a 88 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 148.



*Fixa o elástico aí (no ponto médio) e traça uma reta sempre obedecendo a distância, ou seja, tanto as duas extremidades dos segmentos como os outros pontos dos segmentos guardam a mesma distância (do eixo de simetria).*

Lucas, ao falar sobre a *distância*, não se refere somente às extremidades dos segmentos, mas aos *outros pontos dos segmentos*, o que denota o caráter interfigural. Além disso, passa a ver o eixo de simetria como o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma distância de dois pontos simétricos. Implicitamente, ao solicitar que a pesquisadora determine o ponto médio para, a partir dele, *obedecer à distância* e determinar o eixo de simetria, manteve a preocupação com a perpendicularidade entre o eixo e o segmento formado por um ponto e seu simétrico.

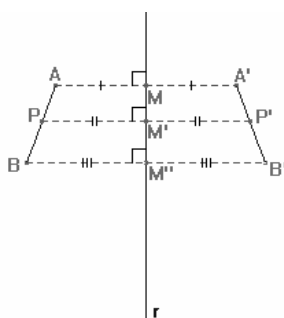


Figura 10 – Caracterização do eixo de simetria por Lucas

A emergência de uma perspectiva interfigural incentivou-nos a avançar, oferecendo ao sujeito a última forma geométrica que nos propuemos estudar: a reflexão de pontos segundo um eixo. A primeira tarefa do Conjunto 4 foi proposta a Lucas, como apresentada na Figura 11.

*Pes: ... Eu vou colocar o eixo de simetria e posicionar um ponto e você vai determinar o simétrico desse ponto em relação ao eixo (Figura 11a).  
Lucas: Então não tem figura nenhuma. Você quer que eu faça a imagem desse? (Indica a representação do ponto).*

Trecho 7 – Uma nova forma geométrica<sup>8</sup>

8 Falas 89 e 90 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 148.

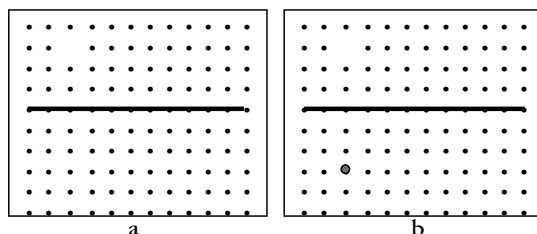


Figura 11 – Reflexão de pontos

Lucas substituiu o termo usado pela pesquisadora “*simétrico* desse ponto em relação ao eixo” por “*a imagem* desse ponto”, tal fato nos permite considerar que ele poderia estar usando esses dois termos como sinônimos, o que é coerente quando se trata do trabalho com pontos. A tarefa é realizada com êxito numa única tentativa (Figura 11b). Na ação de Lucas, observamos que ele conta o número de pinos do ponto-dado ao eixo de simetria, seguindo a orientação da perpendicular, e reproduz essa distância para posicionar o ponto-imagem. Ele justifica sua resposta declarando ter conservado a distância, mas não verbaliza a relação com a perpendicular.

Nas tarefas seguintes, para determinar o simétrico do ponto-dado, Lucas aplica a mesma estratégia descrita acima. O êxito de Lucas e a rapidez com que ele realizou as tarefas, mesmo quando representamos o eixo de simetria oblíquo, motivou-nos a prosseguir com o roteiro original de tarefas. Passamos a oferecer a Lucas dois pontos na ferramenta de desenho. Cabia a ele representar o eixo de simetria de modo que esses pontos assumissem o papel de ponto-dado e sua imagem, respectivamente. Na primeira tarefa, Lucas deveria posicionar o eixo de simetria na horizontal, o que foi feito com exatidão. Na segunda tarefa (Figura 12a), o eixo de simetria deveria ser posicionado obliquamente, e nessa atividade Lucas deparou-se com alguns obstáculos.

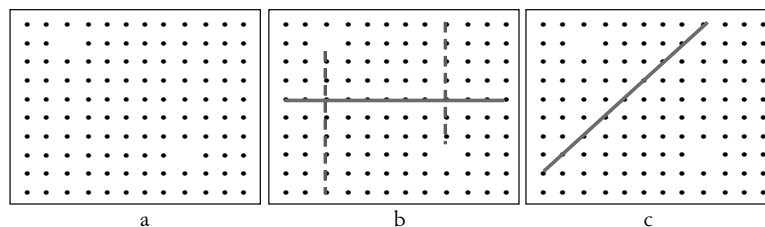


Figura 12 – O eixo oblíquo

Na primeira tentativa (Figura 12b), Lucas não posiciona corretamente o eixo de simetria. Em sua ação, pode-se observar que ele considera duas retas distintas, perpendiculares ao elástico usado para representar o eixo, cada uma delas passando por um dos pontos representados na ferramenta de desenho. Ao ser questionado sobre a precisão de sua resposta, Lucas revê as distâncias entre os pontos e o eixo, e afirma que sua resposta está correta. De fato, há dois pinos entre cada um dos pontos e o eixo na direção perpendicular. O que Lucas não percebe, a princípio, é que estava considerando duas retas perpendiculares paralelas entre si. Talvez o paralelismo entre elas e a forma parcial de aquisição das informações o tenha induzido a apresentar essa resposta.

A pesquisadora estabelece, então, um diálogo com o sujeito, procurando deixar evidente sua posição discordante a fim de levá-lo a reparar sua resposta.

*Pes: Lembra quando colocamos a régua para ver a reta que você estava imaginando? (Régua posicionada sobre o segmento determinado por dois pontos simétricos).*

*Lucas: Lembro. O eixo de simetria tem que estar inclinado aqui. Acho que agora está certo. (Figura 12c)*

Trecho 8 – Percebendo a inclinação do eixo de simetria<sup>9</sup>

Lucas usa a régua para ajudar na determinação da posição perpendicular do eixo, mas descuida-se das distâncias entre os pontos e o eixo, o que faz a pesquisadora intervir novamente.

*Pes: Agora é perpendicular, mas não está passando pelo ponto médio. (Refaz com êxito).*

*Lucas: Acho que agora está certo (Figura 13).*

Trecho 9 – Fazendo uma reparação<sup>10</sup>

9 Falas 103 e 104 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 148.

10 Falas 109 e 110 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 148.

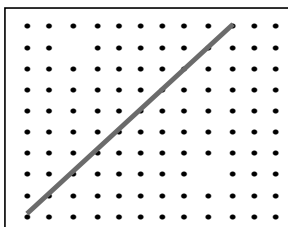


Figura 13 – A assertiva de Lucas

O discurso argumentativo e as ações do sujeito nos fazem perceber que ele percebe com clareza as propriedades que devem ser verificadas para a determinação do eixo de simetria, podendo assim estar sua dificuldade inicial associada à natureza da figura (ponto), posição do eixo de simetria (oblíquo) e formulação de uma imagem mental do conjunto representado na ferramenta de desenho, feita a partir de informações fragmentadas adquiridas através do tato (aquisição parcial de informações).

Para concluirmos o Conjunto 4 de tarefas, restava-nos voltar à simulação da ligação telefônica.

*Pes: Então vamos voltar ao telefone. Na minha casa eu tenho a ferramenta com dois pontos e você da sua casa vai tentar me explicar como posicionar o eixo de simetria.*

*Lucas: Eu acho que a maneira mais simples é medir com a régua a distância entre um ponto e outro e calcular o ponto médio. E fixar o eixo de simetria de forma que se tenha um ângulo de  $90^\circ$  entre o eixo de simetria e o segmento formado pelos dois pontos.*

Trecho 10 – Ao telefone<sup>11</sup>

Com mais clareza e segurança, Lucas expõe um procedimento preciso para a determinação do eixo de simetria. O sujeito nos parece estar submerso na perspectiva interfigural, já que descreve um procedimento que não depende, para sua realização, da posição dos pontos ou do eixo de simetria que será representado, mas que leva em conta todos os elementos que compõem o conjunto (figuras e pontos do plano). Nem mesmo a presença da malha quadriculada é essencial, pois Lucas não recorreu,

11 Falas 119 e 120 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 148.

a exemplo do que fez na simulação anterior, à contagem dos pinos. Essa atividade completou o roteiro previamente determinado. As mudanças nas ações de Lucas devem-se a muitos fatores, como, por exemplo, as ferramentas materiais táteis e as escolhas didáticas (tarefas, variáveis, tipo de intervenções), mas a importância da prática dialógica na interação entre pesquisadora-instrutora e sujeito é indiscutível.

A primeira estratégia formulada por Lucas para a realização das tarefas, que envolviam a reflexão de figuras, manteve-o preso à idéia de reprodução, o que, até certo ponto, o fez trabalhar na perspectiva intrafigural. Com essa estratégia, ele conseguia ter êxito na realização das tarefas, pois a idéia de reprodução permitia que preservasse a congruência entre figura-dada e figura-imagem, e a equidistância entre os pontos simétricos era obtida a partir de “uma distância” entre elementos das figuras (vértices ou lados). Assim, para ter sucesso em suas investidas, Lucas não precisava reestruturar as noções formuladas com base no trabalho com as figuras de papel canson. Passou a ser desejável que ele estabelecesse outras relações e reconhecesse outras propriedades ligadas ao conceito de reflexão. Nesse ponto, a pesquisadora iniciou o trabalho de enfatizar a distância na perpendicular.

A passagem para o nível interfigural só começou a tornar-se evidente no trabalho com uma forma mais complexa – as bandeiras (Figura 9). Nessa atividade, Lucas ampliou as noções formuladas anteriormente, tendo que considerar, para a realização da atividade, além da distância e da reprodução, a orientação da figura (ângulos). As tarefas com os segmentos trouxeram a Lucas mais uma necessidade, pois, para *ser fiel* às representações, ele precisou lançar mão de mais um recurso em sua estratégia. A partir daí passa usar a distância na perpendicular. Agora a distância usada por Lucas não é mais “uma distância qualquer” e, durante o trabalho com segmentos, vai ampliando-se a quantidade de elementos que compõem o conjunto figuras-plano que Lucas precisa considerar para a realização das tarefas, o que faz a perspectiva interfigural prevalecer.

### **O sujeito Edson**

A exemplo do procedimento realizado com Lucas, a pesquisadora oferece a Edson, na prancha de desenho, a representação de um triângulo isósceles e sua imagem segundo um eixo (Figura 8). Após a exploração tátil, ele reconhece a forma geométrica, e, respondendo à solicitação de

falar sobre a posição do eixo de simetria em relação à figura e sua imagem, diz que *ele está no meio*, mas a seqüência de sua declaração – ... *o eixo de simetria é o que separa os desenhos em dois desenhos. Desenhos que têm a mesma imagem, que são idênticos* – fez com que a pesquisadora assumisse uma posição discordante.

*Pes: O que você está considerando como desenho?*  
*Edson: O triângulo e o outro lado e no meio o eixo de simetria, ou seja, o eixo de simetria dividiu o triângulo em dois.*  
*Pes: Mas cadê as duas partes do triângulo?*  
*Edson: Tá uma aqui e outra aqui (indica os dois triângulos).*

Trecho 11 – Uma posição discordante<sup>12</sup>

A fala e as ações de Edson sobre a ferramenta de desenho sugerem à pesquisadora que ele está considerando cada um dos triângulos como parte de um único “triângulo”. As concepções desenvolvidas por Edson nas atividades que envolviam o estudo de figuras simétricas associado ao nível intrafigural impedem-no de reconhecer duas formas geométricas: um triângulo e sua imagem obtida por reflexão sobre um eixo. A insistência da pesquisadora em discutir as colocações de Edson o faz perceber a sua posição discordante.

*Pes: Essas duas partes formam um único triângulo?*  
*Edson: Não. Não foi dividido não. Aqui têm dois triângulos.*  
*Pes: Têm dois triângulos.*  
*Edson: O eixo de simetria está no meio.*

Trecho 12 – Reconhecendo dois triângulos<sup>13</sup>

Nesse trecho do diálogo, parece-nos que o equívoco criado pelas primeiras colocações de Edson havia sido resolvido. Para certificar-se disso, a pesquisadora pergunta: *Se eu te der um triângulo, como você faria para determinar a imagem dele?* A resposta (Figura 14) e a justificativa de Edson nos surpreenderam.

12 Falas 125 a 128 da segunda sessão, enumeradas de 1 a 350.

13 Falas 121 a 124 da segunda sessão, enumeradas de 1 a 350.

*Transição entre o intra e interfigural na construção de conhecimento geométrico por alunos cegos*

*Eu faria assim, olha (Figura 14). Aqui tem um lado (completa o triângulo à direita) e aqui tem o outro. É o triângulo.*

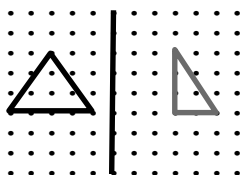


Figura 14 – Um obstáculo

*Pes: E o que você levou em conta para fazer isso?*

*Edson: O exemplo. O eixo de simetria. Esse aqui no caso é o eixo de simetria (aponta o eixo). Aqui é o triângulo (aponta os dois triângulos).*

*Ou seja, aqui temos um eixo de simetria, mas para ficar uma simetria tenho que deixar só uma parte (Figura 14).*

Trecho 13 – Um mal-entendido<sup>14</sup>

Parecia-nos mais claro o que Edson tinha em mente. Ele estava imaginando os dois triângulos como duas partes simétricas de um único triângulo simétrico. No esquema abaixo, procuramos representar essa idéia (Figura 15).

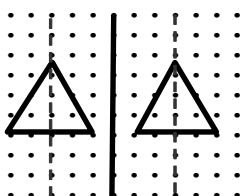


Figura 15 – O ponto de vista de Edson

Interpretamos que o sujeito está empregando de forma sintaticamente correta o termo eixo de simetria, mas atribuindo a esse termo um significado distinto do aceito pela comunidade matemática, criando um conceito idiossincrático. Nesse momento, o objeto matemático eixo

<sup>14</sup> Falas 131 e 132 da segunda sessão, enumeradas de 1 a 350.

de simetria está em patamares distintos de significado se comparamos as concepções do sujeito e da pesquisadora.

Na seqüência, a pesquisadora procura fazer com que Edson amplie o conceito formulado para eixo de simetria, e oferece ao sujeito a oportunidade de construir a imagem do triângulo que estava sendo estudado (Figura 14). Edson realiza a tarefa com êxito e justifica sua resposta.

*Pes: E por que você escolheu bem esse ponto aqui para ser a imagem desse daqui?* (posiciona a mão do sujeito em dois pontos simétricos, um de cada triângulo).

*Edson: Porque eu contei daqui até aqui e daqui até aqui* (distância do ponto ao eixo de simetria e do eixo até o ponto-imagem).

*Pes: Então o que você está mantendo entre as figuras?*

*Edson: Distância.*

Trecho 14 – Reconhecendo a distância<sup>15</sup>

Edson recebe a proposta de determinar a imagem de outro triângulo (Figura 16). A tarefa é realizada com sucesso numa segunda tentativa, e, para fazer a verificação da sua construção, em sua ação, pode-se perceber que ele se certifica de que o número de pinos que ficaram no interior dos dois triângulos é o mesmo (característica do nível intrafigural).

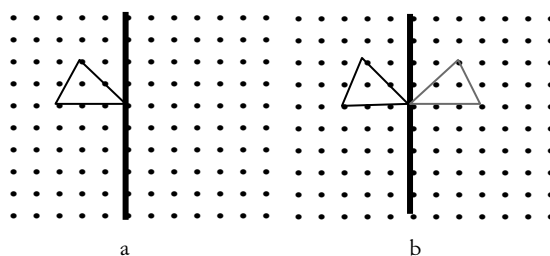


Figura 16 – Construindo a figura imagem

A pesquisadora pede que Edson justifique a posição dos vértices simétricos que não pertencem ao eixo de simetria. Ele diz ter contado de 1 a 4 até chegar ao eixo, e, começando por esse ponto, conta mais quatro

15 Falas 157 a 160 da segunda sessão, enumeradas de 1 a 350.



para chegar à posição do simétrico. Na ação de Edson a pesquisadora percebe que ele começa a usar, mesmo que implicitamente, a distância na perpendicular. A pesquisadora decide aproveitar os resultados de pesquisas precedentes com aprendizes videntes, recorrendo à memória visual de Edson (portador de cegueira congênita): *Na sua memória visual você tem a sua imagem no espelho?*

Na discussão sobre a posição da imagem no espelho, Edson lembra-se de que a imagem aparece invertida. Na sessão anterior, ele já havia percebido a inversão de orientação, quando o objeto de estudo eram figuras simétricas, mas não estava conseguindo conectar essa propriedade às imagens obtidas por reflexão em torno de uma reta. A pesquisadora frisa, ainda, a equidistância entre objeto e imagem em relação ao espelho. A ação de Edson, ao realizar a primeira tarefa proposta do Conjunto 3 (Figura 17a), foi surpreendente.

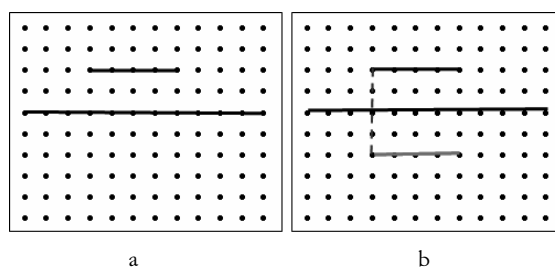


Figura 17 – Uma nova estratégia

Edson posiciona um elástico numa das extremidades do segmento, de modo que esse elástico fique perpendicular ao eixo de simetria. Conta o número de pinos do segmento-dado ao eixo, reproduz o mesmo número de pinos partindo do eixo de simetria para o semiplano inferior e determina o simétrico da extremidade eleita. A partir desse ponto constrói o segmento-imagem. Faz a verificação certificando-se da equidistância entre os segmentos em relação ao eixo e a congruência dos mesmos.

O trabalho com segmentos trouxe a necessidade de uma nova estratégia, já que manter as distâncias, os ângulos e a inversão das figuras exigia mais do que o intuitivo, ou seja, sua memória visual associada a espelhos. Embora não tenha falado explicitamente sobre a relação de perpendicularismo, na descrição da ação do sujeito, observamos que ele cria um signo externo (usando um elástico para definir a perpendicular) a

fim de determinar o simétrico de um ponto. Para realizar a tarefa, Edson não se concentra apenas nas distâncias, mas também na orientação do segmento e imagem em relação ao eixo. Ao justificar seu procedimento, o sujeito nos sugere a aplicação de algumas propriedades, ligadas à distância na perpendicular.

No entanto, até esse ponto nessa sessão, Edson havia trabalhado com o eixo de simetria nas posições horizontal e vertical, assim, não fica óbvio se ele está usando o objeto matemático perpendicular ou usando um signo externo somente para auxiliá-lo na equidistância entre um ponto e seu simétrico. O que, no caso de eixos horizontais ou verticais, pode ser associado a imagens no espelho.

*Edson: Eu usei um exemplo meio louco. Eu fiz como se tivesse trabalhando com um espelho, e eu tentei medir a distância, a mesma distância.*

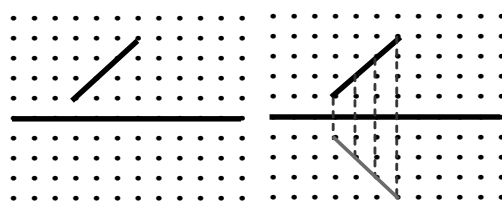
*Pes: Essa reta que você traçou é chamada reta perpendicular.*

*Edson: Perpendicular.*

Trecho 15 – Perpendicular<sup>16</sup>

De qualquer modo, a nova estratégia aplicada por Edson sugere a passagem para o nível interfigural, pois o uso de um signo externo poderia indicar a necessidade de relacionar outros pontos do conjunto figuras-plano para conservar distâncias e medidas.

O trabalho no nível interfigural ficou mais evidente na realização de tarefa oferecida a Edson, em que o segmento-dado é posicionado obliquamente em relação ao eixo de simetria (Figura 18a).



a b  
Figura 18 – Usando signos externos

<sup>16</sup> Falas de 36 a 38 da terceira sessão, enumeradas de 1 a 226.

Edson começa a posicionar elásticos perpendicularmente ao eixo de simetria (Figura 18b) para determinar a distância entre cada um dos pontos e seu respectivo simétrico. Para saber o que Edson tinha em mente ao posicionar cada um dos elásticos, a pesquisadora pede que ele vá contando o que está fazendo.

*Eu tô medindo, já fazendo de uma vez, por isso que eu estou usando vários elásticos. Quando eu terminar já vou ter a forma feita desse outro lado aqui.*

Acreditamos que a ação e a declaração de Edson confirmam o trabalho no nível interfigural. Nas quatro tarefas seguintes, que envolviam a construção da imagem de um segmento em relação a uma reta, o sujeito aplicou a estratégia descrita acima, mesmo quando o eixo de simetria era inclinado. Em determinado ponto do desenvolvimento das atividades, Edson percebe não ser necessário usar tantos elásticos auxiliares, e passa a posicioná-los somente nas extremidades dos segmentos.

### **Considerações finais**

O objetivo principal da pesquisa que deu origem a esse artigo é mostrar que o conceito matemático de reflexão, tão impregnado por experiências visuais no caso dos videntes, é acessível a indivíduos sem acuidade visual dentro dos padrões normais, se viabilizado por sistemas mediadores adequados (ferramentas materiais e diálogos) e operacionalizados de forma a potencializar as habilidades dos indivíduos e não sua deficiência (visual).

A análise da operacionalidade entre as etapas intra e interfigural, nos discursos instrucionais, inspirada no trabalho de Piaget e Garcia, permitiu-nos analisar aspectos dos diálogos que possibilitaram perceber uma mudança conceitual no pensamento geométrico dos nossos sujeitos de pesquisa, ou seja, a passagem do nível intra para interfigural induziu-os a perceber propriedades ligadas à simetria e reflexão, e a adotar novas perspectivas em relação aos objetos matemáticos em questão.

No primeiro conjunto de tarefas (estudo de figuras simétricas), o trabalho no nível intrafigural possibilitou o uso de uma estratégia (dobradura) que os sujeitos não tinham antes da situação instrucional, tal estratégia permitiu-lhes, ainda, validar suas conjecturas através da sobre-

posição. De fato observamos que nossos sujeitos de pesquisa, a exemplo do que ocorre com aprendizes videntes, privilegiaram, inicialmente, o trabalho no nível intrafigural. Em suas falas, esses sujeitos explicitamente descrevem as propriedades internas de duas figuras ou as propriedades de duas partes de uma mesma figura obtidas a partir do eixo de simetria. Para os aprendizes videntes, o domínio da perspectiva intrafigural pode ser justificado pelo modo de aquisição das informações. Os videntes recebem as informações de forma global e sintética, assim a visão beneficia a formação de imagens com características de totalidade. Tal característica parece favorecer a predominância no nível intrafigural, pois faz com que o conjunto figuras-plano seja “visto” como uma unidade.

No caso dos cegos, a exploração tátil oferece informações de forma gradual e parcelada. Essa forma de aquisição das informações levou-nos a pensar que a natureza interfigural poderia ser privilegiada desde o início das atividades. Por exemplo, ao explorar com as mãos figuras como a representada na Figura 19a, o aprendiz cego, em contraste com o vidente, pode perceber e relacionar as duas partes da figura antes de reconhecê-la como uma única figura. Nessa análise tátil, a *distância* pode ser observada a partir dos pontos do plano que compõem (interna e externamente) cada uma das partes da figura.

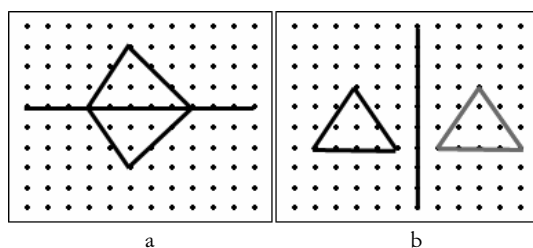


Figura 19 – Os níveis intra e interfigural

De fato, as análises pertinentes às ações dos nossos sujeitos seguiram trajetórias muito parecidas com a dos aprendizes videntes, ao menos até o momento que eles começaram a trabalhar com segmentos. Mesmo trabalhando com figuras como a representada na Figura 19b, nossos sujeitos, assim como os aprendizes videntes, tinham a tendência de perceber cada uma das formas geométricas representadas e relacioná-las com o eixo de simetria, considerando, por exemplo, a *distância* entre elas e o eixo onde a *distância* é vista como uma propriedade intrínseca das figuras sem relação

com os pontos do plano – uma estratégia basicamente intrafigural. Essa ação sugere que a percepção de que todos os pontos do plano são submetidos à mesma transformação geométrica possa ser prejudicada.

No entanto, observamos, nos procedimentos de ambos os sujeitos, movimentos entre as perspectivas intra e interfigural. Para Lucas, a transição entre as perspectivas intra e interfigural tornou-se evidente quando, além da equidistância entre figura-dada e figura-imagem em relação ao eixo de simetria e da idéia de associar a imagem a uma reprodução, ele percebeu a necessidade de considerar a orientação da figura (ângulos) para determinar sua imagem. Outro ponto que merece destaque no trabalho de Lucas, em relação a essa transição, é a primeira simulação de uma conversa ao telefone. Ao falar sobre a determinação do eixo de simetria a partir da representação de uma figura e sua respectiva imagem, ele considera o eixo de simetria como o lugar geométrico dos pontos do plano que estão à mesma distância de dois pontos simétricos, caracterizando-o como mediatriz, o que denota fortemente uma perspectiva interfigural. Tais propriedades passaram a fazer parte da estratégia utilizada por ele, gerando um conceito mais abstrato, que pode ser articulado tanto para a manutenção do diálogo como flexibilizado para ser aplicado às tarefas propostas posteriormente.

Edson, nas tarefas iniciais, havia identificado propriedades importantes, como o caráter bissetor do eixo de simetria. A estratégia criada no trabalho com figuras simétricas acabou gerando uma noção resistente, na qual o eixo de simetria não era reconhecido como próprio da figura, mas a figura é que deveria ser modificada para atender às propriedades do eixo de simetria. Essa noção só sofreu alterações com o apelo da pesquisadora à memória visual do sujeito, associada a sua experiência com espelhos, o que motivou uma reconcepção do termo eixo de simetria e o fez identificar propriedades importantes do eixo de simetria. Mesmo assim, essa memória visual associada a espelhos não o auxiliou na passagem do nível intra para interfigural. A perspectiva interfigural somente ficou evidente nas atividades em que Edson passou a usar um signo externo para determinar pontos simétricos na produção da imagem de um segmento-dado, obtida por reflexão sobre um eixo. A estratégia por ele formulada (uso de signo externo) o conduziu ao êxito e fez com que a perspectiva interfigural emergisse.

Para ambos os aprendizes, a verbalização do trabalho no nível interfigural não aconteceu espontaneamente a partir da construção de

imagens, mas iniciou-se quando os sujeitos buscaram ir além da equidistância entre um ponto da figura-dada e o seu ponto-imagem a partir do eixo de simetria. É interessante notar que, ao longo do desenvolvimento das atividades, Lucas e Edson não consideraram apenas extremidades ou vértices das formas geométricas para determinar sua imagem, envolvendo, em suas ações, outros pontos do plano (ou das formas geométricas) – Lucas quando descreve como determinar o eixo de simetria de dois pontos simétricos e Edson na construção da imagem de um segmento-dado. Nos dois casos, há sinais de uma perspectiva interfigural geralmente ausente no trabalho de videntes. Talvez isso possa ter sido motivado pela presença dos pinos que favorece a percepção tátil de vários pontos do plano, das retas ou dos segmentos representados na ferramenta de desenho, o que não é perceptível nas tarefas realizadas em papel e lápis por aprendizes videntes. Destacamos que os dois sujeitos envolvidos neste estudo trabalharam de forma confortável, tanto na perspectiva intrafigural como na interfigural, não sendo adequado, portanto, descrever essas duas perspectivas como níveis cognitivos com grau hierárquico. Acreditamos, no caso de nossos sujeitos, que a transição entre as duas perspectivas mantêm uma estreita relação entre as demandas das tarefas, os procedimentos possíveis para sua realização (influência das ferramentas materiais) e o pensamento geométrico dos indivíduos.

De fato, pode ser um engano imaginar que o nível representativo de um tipo de atividade seja cognitivamente superior ou inferior ao outro. De qualquer modo, a transição entre os níveis, e até mesmo o trabalho no nível intrafigural, permitiu a ampliação dos significados atribuídos, pelos sujeitos, a noções associadas a transformações geométricas. Os sujeitos puderam tirar de uma situação particular a ação que os conduziu à apropriação de noções ligadas a transformações geométricas, conectando o conceito gerado a partir de uma experiência concreta a um conceito mais próximo do institucionalmente aceito. A estrutura das tarefas (não rígida) e as ferramentas materiais, desenhadas para favorecer a percepção tátil dos sujeitos e a passagem de um nível a outro, foram decisivas para o desenvolvimento do trabalho empírico.

Nossos resultados de pesquisas sugerem que a aquisição de conceitos processa-se de forma semelhante em qualquer pessoa com ou sem alterações sensoriais (ao menos de natureza visual), porém, nos faz ressaltar que, para se inserirem no mundo dos videntes, os cegos, através do tato,

analisam os objetos de forma parcelada e gradual para, posteriormente, compor o objeto que está sendo analisado, o que caracteriza a etapa interfigural. Em outras palavras, a criação da imagem mental *do todo* resulta de análises que têm traços da perspectiva interfigural, e é a partir dessa imagem que emergem as análises com características intrafigural, necessárias para oferecer as repostas apropriadas a nossas tarefas do modo e nas ferramentas em que foram propostas, especialmente na prancha de desenho. Nas situações de ensino de Geometria, de modo geral, almejamos o reconhecimento de representações que constituem uma forma acessível pela sensibilidade, mas, com uma complexidade maior, devido à exigência da interpretação de seu significado. Em suma, a identificação dos invariantes conceituais, a partir da leitura de um desenho, não é uma atividade direta para os cegos, já que estes devem integrar as informações obtidas através do tato para constituir uma imagem mental, o que, em nossa opinião, denota um caráter interfigural.

Embora os resultados obtidos a partir das análises relativas ao trabalho de dois aprendizes cegos não nos ofereçam bases conclusivas, proporcionam indicadores a serem seguidos em trabalhos futuros com aprendizes portadores de necessidades educacionais especiais, guardadas as diferenças inerentes a cada uma das necessidades educacionais especiais. As atividades propostas aos sujeitos de pesquisa neste estudo foram inspiradas em pesquisas precedentes, realizadas com alunos videntes, assim, é natural que o apelo visual fosse parte integrante dessas atividades, conseqüentemente, inacessíveis aos sujeitos desta pesquisa. Somente a atividade que propôs uma simulação de diálogo ao telefone foi realmente motivada para privilegiar um tipo de estratégia mais natural aos aprendizes cegos, ou seja, a partir de conceitos inicialmente estruturados por estímulos hápticos, o aprendiz pode empregar a imagem mental formulada para reger os conceitos apropriados no planejamento de uma estratégia não mais condicionada à presença de um signo externo. Pelo apontado, destacamos que o design das atividades carece de mais estudos a fim de que sejam de fato voltadas para favorecer o processo de aprendizagem de alunos cegos.

Finalmente, salientamos que, durante a investigação empírica, além dos diálogos, a ação gestual dos sujeitos foi especialmente importante para nossas análises, considerando-se as necessidades especiais dos sujeitos envolvidos. A partir delas pudemos analisar as estratégias empregadas, que muitas vezes ficavam implícitas nos diálogos.

## Referências

- COLE, M. e SCRIBNER, S. (1998). "Introdução". In: VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6 ed. São Paulo, Martins Fontes.
- COLE, M. e WERTSCH, J. V. (2002). Beyond the individual-social antimony in discussions of Piaget and Vygotsky. Disponível em: <http://www.massey.ac.nz/~alock/virtual/colevyg.htm>. Acesso em: 24 out.
- CONDE, A. J. M. (2004). Definindo a cegueira e a deficiência visual. Disponível em: <http://www.cesec.org.br/deficiencia/cegueira.htm>. Acesso em 20 mai.
- GIL, M. (2000). *Deficiência visual*. Brasília, MEC, Secretaria de Educação a Distância.
- GOODWIN, C. (2000). Action and embodiment within situated human interaction. *Journal of Pragmatics*, n. 32, pp. 1489-1522.
- GRENIER, D. (1985). Quelques aspects de la symetrie orthogonale pour des élèves de classes de 4ème et 3ème. *Petit x*, n 7, pp. 57-69.
- HEALY, L. (2002). *The interactive design and comparison of learning systems for reflection in two dimensions*. Tese PhD em Educação. Londres. Institute of Education, University of London.
- KÜCHEMANN, D. (1981). "Reflection and rotation". In: HART, K. (ed.). *Children's understanding of mathematics: 11-16*. Londres, John Murray.
- MEIRA, L (2002). Zona de desenvolvimento proximal como campo simbólico-temporal: aproximações de um modelo teórico e aplicações para o ensino da matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, I, 2001, Curitiba. *Anais...* Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, I. Curitiba, UTP, pp. 51-57.
- OCHAITA, E. e ROSA, A. (1995). "Percepção, ação e conhecimento nas crianças cegas". In: COLL, C.; PALACIOS, J. e MARCHESI, A. (orgs.). *Desenvolvimento Psicológico e Educação: necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar*. Tradução Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre, Artes Médicas.
- PIAGET, J. e GARCIA, R. (1987). *Psicogênese e história das ciências*. Lisboa, Dom Quixote.



- RENSHAW, P. (1996). "A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children". In: MANSFIELD, H.; PATEMAN, N. A. e BEDNARZ, N. (eds.). *Mathematics for tomorrow's young children*. Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
- VEER, Van der e VALSINER, J. (1996). *Vygotsky – Uma síntese*. Tradução de Cecília C. Bartalotti. 4 ed. São Paulo, Loyola.
- VYGOTSKY, L. S. (1998). *A formação social da mente*. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 6 ed. São Paulo, Martins Fontes.

*Recebido em maio/2006; aprovado em jun./2007.*