

Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior

Uses of argumentation in mathematics education: a systematic review of the literature in higher education

Usos de la argumentación em la educación matemática: una revisión sistemática de la literatura em la educación Superior

Les usages de l'argumentation dans l'enseignement des mathématiques : une revue systématique de la littérature dans l'enseignement supérieur

Joilma Silva Carneiro¹

Universidade Estadual de Feira de Santana
Mestrado Profissional em Matemática
<https://orcid.org/0000-0002-6213-8262>

Elder Sales Teixeira²

Universidade Estadual de Feira de Santana
Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências
<https://orcid.org/0000-0002-6013-2043>

Andréia Maria Pereira de Oliveira³

Universidade Federal da Bahia
Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências
<https://orcid.org/0000-0002-8011-5179>

Resumo

O artigo tem como objetivo realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Para tanto, foi realizada uma busca por artigos na base de dados *Education Resources Information Center* (ERIC), em periódicos específicos da área de Educação Matemática, entre 2012 e 2021. O período justifica-se por ser a década de pesquisas publicadas que antecede o início do presente estudo. Após a seleção e leitura desses artigos, foram identificadas as categorias de análise: argumentação como instrumento de análise de argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise de argumentos de professores; argumentação como abordagem de ensino. A análise foi conduzida a partir de estudos da literatura, sobretudo adotando-se a perspectiva teórica da argumentação de Toulmin e de Perelman. Os resultados apontam três formas de usos da argumentação com relação à: abordagem de ensino, investigação sobre o

¹ jscarneiro@uefs.br

² esteixeira@uefs.br

³ ampo@ufba.br

ensino de provas, avaliação da relação entre argumentação e prova e investigação da qualidade da argumentação de estudantes e professores. No entanto, evidenciou-se a necessidade de que mais investigações sejam realizadas para avaliar o potencial de cursos focados em argumentação para disciplinas de matemática do Ensino Superior, principalmente, utilizando a abordagem de Perelman, cujos estudos realizados têm sido razoavelmente escassos.

Palavras-chave: Argumentação, Revisão sistemática, Educação matemática, Ensino superior.

Abstract

This article aims to carry out a systematic review of selected literature on empirical studies into the use of argumentation in the field of Mathematics Education in higher education. To do so, we searched for articles on the Education Resources Information Center (ERIC) database, more specifically in Mathematics Education journals published between 2012 and 2021. This period is justified for encompassing a decade of research published until the year immediately before the beginning of this study. After selecting and reading the articles, the following categories of analysis were identified: argumentation as a tool to analyze students' arguments, argumentation as a tool to analyze professors' arguments and argumentation as a teaching approach. The analysis was based on literature studies, mostly from the theoretical perspective of Toulmin's and Perelman's argumentation theories. The results showed three ways of using argumentation in relation to the teaching approach, investigations into the teaching of proof, assessment of the relationship between argumentation and proof and investigation into students' and professors' argumentation quality. However, we highlight that more investigations need to be carried out to assess the potential of courses focused on argumentation for higher education mathematics subjects, especially research into Perelman's approach, about which studies have been reasonably scarce.

Keywords: Argumentation, Systematic review, Mathematics education, Higher education.

Resumen

El artículo tiene como objetivo realizar una revisión sistemática de la literatura que aborda estudios empíricos sobre los usos de la argumentación en la Educación Matemática en la Educación Superior. La búsqueda de artículos se realizó en la base de datos del Education Resources Information Center (ERIC) y se completó en revistas específicas del área de Educación Matemática entre 2012 y 2021. El período se justifica por ser una década de

investigaciones publicadas antes del inicio de este estudio. Luego de la selección y lectura de estos artículos, las categorías de análisis fueron identificadas: la argumentación como instrumento de análisis de los argumentos de los estudiantes; la argumentación como instrumento de análisis de los argumentos de los docentes; La argumentación como método de enseñanza. El análisis se realizó a partir de estudios de la literatura, sobre todo, adoptando la perspectiva teórica de los argumentos de Toulmin y Perelman. Los resultados apuntan a tres formas de utilizar la argumentación en relación con: enfoque de enseñanza, investigación de la enseñanza de pruebas, evaluación de la relación entre argumentación y evidencia e investigación de la calidad de la argumentación de estudiantes y profesores. Sin embargo, destacamos la necesidad de realizar más investigaciones para evaluar el potencial de los cursos centrados en la argumentación para las asignaturas de matemáticas de educación superior, principalmente utilizando el enfoque de Perelman, en el que los estudios han sido razonablemente escasos.

Palabras clave: Argumentación, Revisión sistemática, Educación matemática, Educación superior.

Résumé

L'article vise à effectuer une revue systématique de la littérature qui traite des études empiriques sur les usages de l'argumentation dans l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement supérieur. La recherche d'articles a été effectuée dans la base de données du Education Resources Information Center (ERIC) et a été complétée dans des revues spécifiques dans le domaine de l'enseignement des mathématiques entre 2012 et 2021. La période est justifiée par le fait qu'il s'agit d'une décennie de recherches publiées avant le début de cette étude. Après la sélection et la lecture de ces articles, les catégories d'analyse ont été identifiées : l'argumentation comme instrument d'analyse des arguments des élèves; l'argumentation comme instrument d'analyse des arguments des enseignants; l'argumentation comme approche pédagogique. L'analyse a été menée à partir d'études de la littérature, en adoptant surtout la perspective théorique des arguments de Toulmin et de Perelman. Les résultats indiquent trois façons d'utiliser l'argumentation en relation avec l'approche pédagogique, l'investigation de l'enseignement des tests, l'évaluation de la relation entre l'argumentation et la preuve et l'investigation de la qualité de l'argumentation des élèves et des enseignants. Cependant, nous soulignons la nécessité de mener des investigations supplémentaires pour évaluer le potentiel des cours axés sur l'argumentation pour les matières mathématiques de l'enseignement

supérieur, en utilisant principalement l'approche de Perelman, dans laquelle les études ont été raisonnablement rares.

Mots-clés : Argumentation, Revue systématique, Enseignement des mathématiques, Enseignement supérieur.

Usos da argumentação na Educação Matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior

Pesquisas sobre argumentação, na área educacional, despertam interesses de pesquisadores em Educação Matemática nas diversas modalidades de ensino (Can & Isleyen, 2020; Mariotti & Pedemonte, 2019; Metaxas et al., 2016⁴; Nunes & Almouloud, 2013). Particularmente, a temática de argumentação e prova⁵ mostra-se presente em diversos estudos (Antonini, 2018; Laamena et al., 2018; Gabel & Dreyfus, 2017). Compreendemos argumentação e prova como processos que empregam justificativas racionais. A prova não necessariamente faz o uso da dedução lógica. Já a demonstração⁶ refere-se à prova no âmbito matemático e adota uma sequência de asserções articuladas, seguindo uma lógica estabelecida (Balacheff, 1988).

Estudos sobre a temática argumentativa na Educação Matemática ganharam força a partir da década de 1990, com investigações acerca de argumentos de estudantes nas várias modalidades de ensino. O *layout* argumentativo de Toulmin tem obtido destaque para estas análises (Simpson, 2015). Conforme Almeida e Malheiro (2018), apesar deste *layout*, em sua proposição inicial, não tratar especificamente da área educacional, ele tem sido frequentemente utilizado por pesquisadores em Ensino de Ciências e Educação Matemática para a análise e compreensão da argumentação em sala de aula.

Para Metaxas et al. (2016), no campo educacional, a argumentação tem sido utilizada como meio de aprendizagem ou como objetivo de instrução. Na área da Educação Matemática, a argumentação apresenta propósitos diferentes, mas complementares, em relação à argumentação para o desenvolvimento de conceitos e argumentação para o desenvolvimento da prática matemática (Staples & Newton, 2016). Concordamos com Staples e Newton (2016) quando argumentam que ambos os propósitos são valiosos: o primeiro por ser uma prática de ensino e de aprendizagem e o segundo por contribuir na construção e validação de um argumento matemático.

Recentemente, outras linhas de pesquisas têm sido desenvolvidas para investigar os efeitos da argumentação como abordagem de ensino na Educação Matemática na formação superior (Can & Isleyen, 2020; Gabel & Dreyfus, 2017; Metaxas et al., 2016). No ensino com essa abordagem, há espaços para o posicionamento e para a discussão de estudantes sobre um

⁴ As traduções/adaptações das referências da literatura em língua estrangeira consultadas e presente nas citações diretas e indiretas, neste artigo, foram realizadas pelos autores.

⁵ A prova consiste em um conjunto de explicações que adquiriu um estatuto social pela sua respectiva comunidade (Balacheff, 1988).

⁶ Consideramos demonstração sinônimo de prova matemática.

determinado tema. Eles realizam inferências por meio de raciocínio e de uma perspectiva argumentativa (Uygun-Eryurt, 2020). Assim, o ensino é guiado por ações que são caracterizadas como pró-argumentativas, pois estimulam a interação de estudantes e o processo de justificativas dos raciocínios. Essas pesquisas têm apontado a necessidade de que mais estudos sejam desenvolvidos nessa linha para melhor avaliar o potencial desta abordagem de ensino.

Neste artigo, nossa atenção direciona-se à temática da argumentação no Ensino Superior. Pesquisas têm se intensificado nos últimos anos a esse respeito (Can & Isleyen, 2020; Gabel & Dreyfus, 2017). Contudo, no âmbito nacional, há um número limitado de estudos empíricos sobre a temática da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Portanto, há pouca presença de revisões atualizadas sobre intervenções didáticas nesta modalidade de ensino. Em função dessa escassez, consideramos relevante a realização de uma pesquisa que apresente uma revisão sistemática da literatura sobre essa temática em estudo, para que possamos ter uma melhor compreensão de seu estado de conhecimento. Ademais, por meio desta revisão, podemos apontar problemas ou lacunas para novas investigações.

Com base nos argumentos apresentados, o objetivo deste artigo consiste em realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Assim, analisaremos como a argumentação tem sido utilizada nesta modalidade de ensino e quais resultados têm sido apontados nestes estudos.

Nas seções a seguir, descreveremos perspectivas teóricas que fundamentaram a análise do *corpus*, os procedimentos utilizados para localizar os artigos que compõem esse *corpus*, as categorias de análise, as considerações finais e as implicações para a pesquisa.

Perspectivas teóricas da argumentação

Diferentes perspectivas teóricas caracterizaram a argumentação na Educação Matemática (Pedemonte, 2012). Essa pesquisadora aponta as teorias de Plantin (2008), de Toulmin (1958), de Perelman (1993) e de Anscombe e Ducrot (1983) para fundamentar seus estudos. Algumas caracterizam a argumentação em relação ao discurso, tal qual a perspectiva teórica de Perelman, e outras, como a de Toulmin, caracterizam a argumentação na Educação Matemática quanto às estruturas argumentativas. Numa primeira imersão na literatura, percebemos a presença dessas teorias. No entanto, de um modo geral, por essas perspectivas não serem tão conhecidas na Educação Matemática, em particular, no âmbito nacional, sentimos a necessidade de uma breve apresentação sobre aspectos das perspectivas de Perelman

e de Toulmin, bem como da teoria da Unidade, para que o leitor acompanhe melhor a discussão dos resultados desta revisão.

A finalidade da teoria da argumentação de Perelman “é o estudo das técnicas discursivas que permitem provocar ou aumentar a adesão dos espíritos às teses que se lhes apresentam ao assentimento” (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 2005, p.10). Essa teoria busca adesão de um auditório, tanto no aspecto intelectual quanto emotivo. Para Perelman (1993, p. 33), o auditório é concebido como “um conjunto daqueles que o orador quer influenciar pela sua argumentação”.

Ao adotar a perspectiva de Perelman (1993), é necessária uma preocupação com a adesão do auditório às premissas do discurso, incluindo técnicas de argumentação e audiência. Para Perelman (1993), o ponto inicial da argumentação é composto pelo acordo, a escolha dos dados e sua adaptação com vistas à argumentação e apresentação dos dados e a forma do discurso. É importante que o orador tenha cautela com as escolhas dos dados e com a criação da presença para os argumentos, pois cada auditório tem um conjunto de premissas que são admitidas.

Assim, a argumentação propiciará efeitos diferentes conforme o caso e utilizará, de cada vez, métodos apropriados, tanto ao objeto do discurso quanto ao tipo de auditório ao qual se dirige. Isso quer dizer que se pode completar, caso pareça útil, o estudo geral da argumentação com metodologias especializadas segundo o tipo de auditório e o gênero da disciplina, considerando as teses e os métodos que são admitidos em uma disciplina. Nesse sentido, Gabel e Dreyfus (2016, 2017) sustentam que a perspectiva argumentativa de Perelman é um referencial que pode ser utilizado para investigações que analisam o fluxo⁷ de provas matemáticas, bem como para intervenções sobre aulas de matemática, em relação ao aspecto do ensino de provas. Durante o processo de provas, além da lógica formal, existem as justificativas, os exemplos, as representações e outros meios explorados pela argumentação.

Toulmin (2006) traz a argumentação para o contexto de situações profissionais. Essas discussões têm sido frequentemente utilizadas pelos pesquisadores em Ensino de Ciências e Educação Matemática como instrumento metodológico para analisar os argumentos construídos nas aulas (Antonini, 2018). Toulmin (2006) qualifica argumentos como “justificatórios”, sendo as justificativas e seus fundamentos apresentados para sustentar as asserções. Assim, temos argumentos em diversos campos, a exemplo da Física, da Matemática, da Biologia, entre outras.

⁷“O fluxo é resultado das escolhas feitas pelo palestrante quanto: (i) à apresentação da estrutura lógica da prova, (ii) à maneira informal das características e considerações no processo de prova e comprovação (exemplos, diagramas); e, (iii) aos fatores contextuais matemáticos e instrucionais” (Gabel & Dreyfus, 2017, p. 3).

Além disso, Toulmin (2006) faz uma diferenciação entre campo-invariante (formas e méritos que não variam com o campo) e campo-dependente (formas e méritos que variam com o campo em estudo). Para ele, um argumento pode ser entendido como uma linha de raciocínio ou encadeamento lógico e, mais rigorosamente, como seqüências de razões e pretensões interligadas que estabelecem um conteúdo e a força da posição que um orador defende.

Os componentes que estruturam o *layout* da argumentação de Toulmin são identificados na Figura 1 e permitem avaliar argumentos justificatórios. Nesse *layout*, temos três componentes principais: os dados (as evidências que suportam uma afirmativa), a conclusão (a declaração feita com base nos dados) e a justificativa (afirmativa que autoriza as conexões entre dados e conclusão). Os outros componentes complementares são: o fundamento (o conhecimento partilhado, pelo campo, que credencia a justificativa), o qualificador modal (indica o grau de confiança em uma conclusão) e a refutação (a afirmação que refuta a justificativa e assim invalida a conclusão).

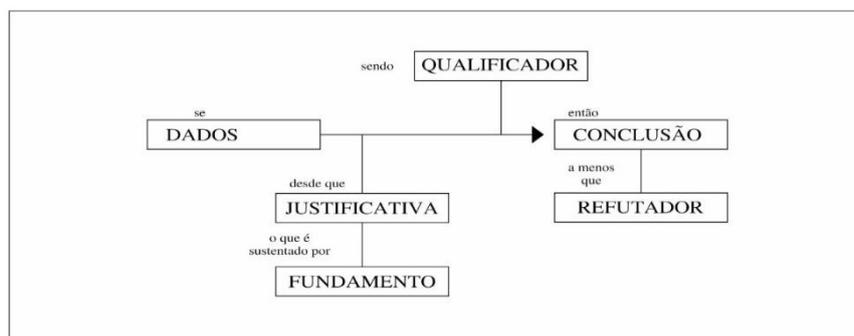


Figura 1.

Layout de Toulmin para a argumentação (adaptado de Toulmin, 2006)

As pesquisas na Educação Matemática sobre a temática da argumentação foram intensificadas a partir do estudo de Krummheuer (1995). Desde então, esse *layout* tem sido usado para analisar argumentos no Ensino Fundamental (Almeida & Malheiro, 2018), no Ensino Médio (Mariotti & Pedemonte, 2019), no Ensino Superior, na graduação (Fukawa-Connelly, 2014; Wawro, 2015), bem como na pós-graduação (Kwon et al., 2015; Metaxas et al., 2016).

Pesquisadores utilizam o *layout* de Toulmin reduzido, ou seja, observam na estrutura do argumento apenas os componentes principais (Nunes & Almouloud, 2013; Uygun-Eryurt, 2020) ou o *layout* completo (Laamena et al., 2018; Metaxas et al., 2016), a depender do contexto e da análise proposta por cada pesquisador. Ao considerar a análise dos argumentos por meio

deste *layout*, há pesquisadores que o acoplam a outro esquema argumentativo (Metaxas et al., 2016) ou fazem adequações de acordo com seus objetivos de investigação (Inglis et al., 2007).

Metaxas et al. (2016) alegam que o *layout* de Toulmin não mostra a qualidade dos argumentos e optam pela junção ao esquema argumentativo de Walton (2012). Esses esquemas são estruturas de inferência que são acopladas a tipos de raciocínio. Walton (2012) identificou vinte e cinco esquemas. Eis alguns exemplos desses esquemas: argumento de causa-efeito, argumentos de analogias, argumentos de apelos à autoridade, argumentos de classificação.

A estrutura da Unidade Cognitiva⁸ nos fornece ferramentas adequadas para investigar a relação entre argumentação e prova (Antonini, 2018; Kaplan et al., 2019; Mariotti & Pedemonte, 2019). Para esses pesquisadores, com esta estrutura, é possível analisar as diferenças e as analogias entre argumentação e prova matemática. Ela ainda permite analisar todo o processo: o surgimento da conjectura, a argumentação para fundamentá-la e a prova matemática final (Mariotti & Pedemonte, 2019). A pesquisadora Pedemonte (2007) usa o *layout* de Toulmin para investigar essas relações entre a argumentação conectada a uma conjectura e o conteúdo de provas matemáticas.

Antonini (2018) sustenta que a Unidade Cognitiva é importante para os processos de geração de conjectura e produção argumentativa que trazem suporte para a conjectura na produção de prova matemática. Ainda nesse sentido, Pedemonte (2007, p. 25) argumenta que o quadro da unidade cognitiva é “uma ferramenta eficaz, que tanto pode prever, como também analisar as dificuldades que os estudantes possam desenvolver no ato de realizar o processo de prova matemática”.

Procedimentos metodológicos

O artigo configura-se como uma Revisão Sistemática, que, de acordo com os parâmetros do Protocolo *Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses* [Lista de itens preferenciais para revisões sistemáticas e meta-análises] (PRISMA) (Galvão et al., 2015), consiste em um tipo de revisão, cuja pergunta é formulada de maneira específica. Nesse sentido, esse tipo de revisão utiliza métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar, criticamente, pesquisas relevantes sobre um determinado tema, além de produzir e analisar dados desses estudos. Assim, inspirados nesses parâmetros, bem como na revisão

⁸“(…) durante a elaboração de uma conjectura, o estudante constrói sua explicação progressivamente, por meio de uma atividade argumentativa intensa, interconectada por justificações das suas escolhas; na etapa seguinte, o estudante conecta a esse processo, de forma coerente, a organização de alguns dos argumentos produzidos anteriormente, em uma sequência lógica” (Boero et al., 1996, p. 96).

realizada por Teixeira et al. (2012), utilizaremos as etapas a seguir: (i) identificação do objeto; ii) identificação dos artigos; (iii) aplicação de uma seleção; (iv) aplicação de critérios de exclusão; (v) sistematização dos artigos selecionados; (vi) análise dos resultados. Elaboramos as seguintes perguntas para explicitar a proposta desta revisão:

1) Como a argumentação tem sido utilizada na Educação Matemática no Ensino Superior?

2) Quais resultados têm sido apontados?

Após o estabelecimento das perguntas da revisão, firmou-se o objetivo de mapear os estudos empíricos da literatura sobre a argumentação no Ensino Superior de Matemática. Para compor o *corpus* desta revisão, com relação à identificação e à seleção dos artigos, buscamos por artigos publicados na fonte de dados do *Educational Resources Information Center* (ERIC) [Central de informações sobre Recursos Educacionais], considerada uma importante base de dados internacional de publicações de pesquisas na área educacional. Incluímos, também, as revistas *Mathematics Education*, *Journal of Mathematics Teacher Education* (ZDM) e *Educational Studies in Mathematics* por serem periódicos de impacto na área de Educação Matemática.

Ademais, fizemos uma busca nos sites de periódicos nacionais brasileiros que não são contemplados no *ERIC*, embora sejam qualificados no sistema *Web Qualis* em estratos igual ou superior a B2, tais como: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia (Alexandria), Boletim de Educação Matemática (Bolema), Educação Matemática Pesquisa (EMP), Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Boletim Gepem), Revista de Educação Matemática (Zetetiké) e outros periódicos internacionais: Revista de Investigação em Educação Matemática (Quadrante), Revista *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (Relime) e Revista *Iberoamericana de Educación Matemática* (Unión). Assim, o nosso primeiro critério de seleção dos artigos foi as fontes de dados nas quais realizamos a busca.

O segundo critério foi a utilização de palavras-chave e a escolha do período. Utilizamos as palavras-chave *argumentation and mathematics* (argumentação e matemática) e *argumentation and proof* (argumentação e prova) para a base do *ERIC*, bem como para as revistas internacionais que não pertencem a essa base. Para as revistas nacionais, adotamos a mesma sistemática. No entanto, fizemos uso da escrita dessas palavras-chave na língua portuguesa quando não tínhamos a opção da língua inglesa. Limitamos a busca no período de 2012 a 2021. O período justifica-se por ser a década de pesquisas publicadas que antecede o início do presente estudo. O término da busca ocorreu no dia 24 de março de 2021. Ademais, em uma pesquisa do tipo revisão sistemática, a última década antes da revisão é um período

suficiente para se saber como está o estado do conhecimento recente sobre a área investigada. Foram identificados 227 artigos no *ERIC*, destes, 34 eram duplicados no próprio *ERIC*. Acrescentaram-se 30 artigos das revistas que não estão na base do *ERIC*. Assim, encontramos o total de 223 artigos.

O terceiro critério de seleção constou de uma leitura exploratória dos títulos e resumos dos artigos, a fim de atender nossa temática pesquisada. Em seguida, identificamos 48 artigos que estavam direcionados à argumentação e Ensino de Matemática. Ainda assim, como o nosso interesse é o uso da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior com intervenções didáticas, submetemos aos critérios de exclusão: (i) artigos teóricos; (ii) artigos com intervenções didáticas na educação básica e (iii) artigos com intervenções didáticas direcionadas a *softwares*. Foram excluídos (10) artigos teóricos, (21) artigos com intervenções na educação básica e (04) artigos com intervenções didáticas direcionadas a *softwares*.

Por fim, aplicados os critérios de exclusão, restaram 13 artigos que foram incluídos para análise aprofundada. Destes artigos, (12) foram da base do *ERIC* e (01) foi do periódico internacional (Quadrante). Desta forma, todos os artigos são de periódicos internacionais. Os critérios de seleção e exclusão, bem como o processo de análise foram ancorados nos parâmetros do Protocolo PRISMA (2015) e na revisão sistemática realizada por Teixeira et al. (2012). Ademais, a análise do *corpus* foi embasada nas perspectivas teóricas argumentativas de Toulmin (2006) e de Perelman e Olbrechts-Tyteca, (2005).

Com os dados obtidos dos artigos selecionados (Tabela 1), faremos uma análise dos resultados do estudo de revisão na seção a seguir.

Tabela 1.

Aspectos abordados no estudo do corpus (Elaboração dos autores)

Id.	Autores	Objetivo	Participantes	Método	Referencial argumentativo	Principais resultados
A	Fukawa-Connelly (2014)	Propor um modelo para investigar o ensino de graduação com foco em provas matemáticas.	Professor de Álgebra Abstrata	Qualitativo	Toulmin	Os estudantes têm um modelo de prova inconsistente.
B	Kwon et al. (2015)	Compreender as características da argumentação de estudantes e derivar princípios de design.	Estudantes da Especialização em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin acoplado a van Eemeren	Os esquemas de argumentação dos estudantes foram aprimorados, obtendo mais qualidade no avanço da

Id.	Autores	Objetivo	Participantes	Método	Referencial argumentativo	Principais resultados
						estratégia de ensino.
C	Wawro (2015)	Investigar as maneiras pelas quais estudantes argumentam sobre soluções da Álgebra Linear.	Estudantes de diversas graduações.	Qualitativo	Toulmin	A compreensão densa e justificativas complexas são possíveis para estudantes, quando se engajam no processo argumentativo.
D	Metaxas et al. (2016)	Examinar a mudança de argumentação pedagógica quando o participante do estudo está envolvido em uma proposta de ensino com cenários hipotéticos em sala de aula sobre o ensino de cálculo.	Estudantes de pós-graduação em Didática do Cálculo	Qualitativo	Toulmin acoplado aos esquemas de Walton	A associação das metodologias contribui para identificar vários aspectos das atividades argumentativas.
E	Trisanti et al. (2016)	Descrever a construção da justificativa dedutiva na argumentação matemática.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Quando estudantes constroem uma justificativa dedutiva, inicialmente empregam a justificativa indutiva.
F	Can e Isleyen (2016)	Explorar os efeitos da abordagem de aprendizagem com enfoque argumentativo sobre o ensino de probabilidade.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Quantitativo	Toulmin	O grupo experimental alcançou mais sucesso do que o grupo de controle que teve ensino na abordagem tradicional.
G	Zazkis et al. (2016)	Descrever as atividades que os matemáticos se envolvem para registrar com sucesso provas de análise simbólica-verbal apoiados em argumentos gráficos.	Estudantes da graduação em Matemática	Qualitativo	Toulmin	A elaboração, a sintetização e a reestruturação são atividades que colaboram para uma ponte entre argumentos gráficos e as provas verbais-simbólicas.

Id.	Autores	Objetivo	Participantes	Método	Referencial argumentativo	Principais resultados
H	Gabel e Dreyfus (2016)	Projetar métodos para investigar aspectos do fluxo da prova matemática.	Professor de Teoria dos Números	Qualitativo	Perelman e Toulmin	A intervenção ocasionou alterações globais e locais no fluxo de prova.
I	Antonini (2018)	Investigar a prova por contradição na geometria, com foco nos processos relacionados ao tratamento das figuras geométricas.	Estudantes universitários e do ensino básico.	Qualitativo	Unidade Cognitiva	A argumentação indireta apoia uma prova por contradição.
J	Laamena et al. (2018)	Investigar o uso de exemplos em atividades de prova matemática e obter relações com a argumentação.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Os exemplos têm várias funções de acordo a necessidade do estudante no ato da prova matemática.
K	Kaplan et al. (2019)	Analisar a relação entre argumentação e prova em relação aos aspectos: representações verbais, visuais e conceitos matemáticos algébricos.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Unidade Cognitiva e Toulmin	Os estudantes têm um processo de prova mais convincente desde quando estejam envolvidos na exploração e argumentação da conjectura corresponde.
L	Uygun-Eryurt (2020)	Investigar como se desenvolve a concepção de indução matemática por meio de argumentações escritas.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Quanto mais organizada e estruturada a produção das argumentações escritas, melhor o desempenho no processo de indução matemática.
M	Can e Isleyen (2020)	Investigar o efeito do ensino de probabilidade com enfoque argumentativo em relação ao desempenho acadêmico, bem como a permanência do seu conhecimento.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Quantitativo	Toulmin	O ensino com abordagem argumentativa aumentou o desempenho acadêmico, no entanto não teve efeito sobre a permanência do respectivo conhecimento.

A partir dos estudos deste *corpus* (Tabela 1) e orientados pelas perguntas de revisão, observamos interseções entre aspectos abordados nesses estudos e identificamos evidências que constituíram as categorias de análise a seguir.

Análise do *corpus*

Identificamos as seguintes categorias: **(i)** argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; **(ii)** argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores e **(iii)** argumentação como abordagem de ensino. Para atender às perguntas de revisão, em cada categoria, versaremos sobre os objetivos, os participantes, os usos do referencial argumentativo, os aspectos metodológicos e os principais resultados para realizar a análise dos estudos.

Argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes

Nessa categoria, encontram-se a maior quantidade de estudos (**B, C, D, E, G, I, J, K e L**) que compõe o *corpus* desta revisão. Em relação aos objetivos desses estudos, todos focam nos argumentos de estudantes, objetivando descrever, explorar ou analisar. Três destes objetivos se reportam a investigar o entendimento dos conceitos, teoremas e concepções por meio do estudo das argumentações de estudantes (**C, D e L**). Os demais estudos reportam-se a analisar ou descrever os argumentos quando estudantes estão envolvidos em atividades de construção de provas matemáticas (**B, E, G, I, J e K**).

Os participantes envolvidos nesses estudos são estudantes de graduação (**C, E, G, I, J, K e L**) e de pós-graduação (**B e D**). Em sua maioria, são estudantes do curso de graduação em Educação Matemática, exceto os estudos **C e I**. As exceções estavam centradas em turmas mistas, compostas por estudantes do curso de graduação em Matemática e de outros cursos. A graduação em Educação Matemática corresponde, no Brasil, ao curso de Licenciatura em Matemática e a graduação em Matemática ao Bacharelado.

Nos estudos desta categoria, a análise dos argumentos foi conduzida por diferentes teorias. Sobretudo, fundamentou-se na perspectiva de Toulmin. Para os estudos **B e D**, acoplou-se o *layout* completo de Toulmin a outros esquemas argumentativos. No estudo **B**, integrou-se esse *layout* às estruturas de argumentação de van Eemeren et al. (2012)⁹. Os pesquisadores analisaram os argumentos dos estudantes ao construir provas matemáticas e suas respectivas

⁹ Van Eemeren e colaboradores sugerem os tipos de estrutura de argumentação: “argumentação única (inclui apenas conclusão e justificativa), argumentação múltipla (uma conclusão apoiada por várias justificativas) e argumentação composta (inclui várias justificativas para apoiar uma conclusão que induza uma nova asserção)” (Kwon et al., 2015, p. 999).

justificativas enquanto esses estudantes participavam de atividades discursivas. Eles codificavam os elementos destas discussões de acordo com os componentes do *layout* de Toulmin. Depois, observavam a qual estrutura atendiam: argumentação única, argumentação múltipla ou argumentação composta. Para esses pesquisadores, uma estrutura de argumentação com melhor qualidade demonstra que estudantes participam de várias atividades discursivas, tais como: construção de argumentos, proposição de contra-argumentos, argumentos adicionais ou refutação de contra-argumentos (Kwon et al., 2015).

No estudo **D**, para investigar a mudança da argumentação de um estudante, os pesquisadores integraram o *layout* completo e os esquemas de argumentação de Walton (2012). Eles utilizaram a integração desses esquemas, pois buscaram um quadro analítico que fosse capaz de analisar a qualidade dos argumentos por meio de perguntas críticas dentro do contexto em discussão. Assim, esses pesquisadores observavam a estrutura do argumento em relação a todos elementos do *layout* de Toulmin. Quanto mais elementos possuía o argumento, mais ele era qualificado como denso. Ademais, examinavam a satisfação das questões críticas correspondentes. Um discurso mais fundamentado, segundo esses pesquisadores, utiliza uma maior quantidade de fundamentos, bem como responde a perguntas mais críticas¹⁰. A ausência de refutações, bem como de respostas às questões críticas, caracterizava um argumento como fraco ou injustificado.

Nos estudos **G**, **K** e **L**, o instrumento utilizado para analisar os argumentos foi o *layout* de Toulmin na forma reduzida ou na forma simplificada (sem o uso de todos os componentes complementares). No estudo **G**, os pesquisadores estavam atentos à construção do argumento baseada em representações gráficas que o estudante utilizava para justificar a veracidade de suas asserções no ato de construir a prova. Assim, a observação de cada inferência do estudante concentrou-se no eixo dados-justificativas-conclusão. Em alguns casos, contudo, a justificativa não foi declarada explicitamente pelo estudante. Para Toulmin (2006), a justificativa tem uma função essencial por permitir a conexão entre as evidências e a asserção, a qual o estudante almeja validar.

Já no estudo **K**, a análise dos argumentos dos estudantes ocorreu em duas fases: na primeira, os pesquisadores focaram em observar dados-justificativas-fundamentos-conclusões

¹⁰ Na perspectiva de Walton (2012), um argumento é avaliado de maneira adequada por meio de questões críticas no contexto do diálogo em que ocorre. As questões críticas fornecem uma lista de categorias para avaliar cada esquema argumentativo. Existem considerações dentro do contexto do diálogo que permitem avaliar um argumento como fraco ou forte. Assim, um argumento será considerado fraco, errôneo ou falacioso, desde quando não apresente justificativas substanciais da razoabilidade de certa crítica, isto é, se não responde a perguntas críticas apropriadas para o contexto do argumento em questão (Walton, 2012).

enquanto os estudantes resolviam os problemas. Apesar de os pesquisadores reconhecerem a importância destes elementos para os argumentos matemáticos, não estavam interessados em observar refutação ou qualificador. No entanto, para seu objetivo de pesquisa, que é entender a relação entre argumentação e prova, o uso do *layout* de Toulmin, na forma simplificada, foi suficiente.

Na segunda fase da análise, foram observados as justificativas e os fundamentos apresentados pelos estudantes enquanto eles respondiam às perguntas relativas ao uso das representações no processo de argumentação e prova em termos do sistema de referencial. O fundamento, segundo Toulmin (2006), é um elemento importante no argumento por credenciar a justificativa. Já no estudo **L**, a análise inclui dois processos: um referente às argumentações escritas pelos estudantes, via *layout* de Toulmin, observando os dados, as justificativas e as conclusões, e outro em relação aos dados coletados por meio das entrevistas, em que utilizaram as categorias: natureza, função, significado, importância e necessidade da Indução Matemática.

Nos estudos **C**, **E** e **J**, a análise dos argumentos foi conduzida por meio do *layout* de Toulmin completo com focos diferentes. No estudo **C**, utilizaram-se os filamentos de análise microgenética (maneiras de raciocinar isoladamente) e análise ontogenética (ao longo do tempo) integrados com o *layout* de Toulmin para investigar a estrutura dos argumentos sobre soluções de equações da Álgebra Linear ao estabelecer conexões entre as proposições e os conceitos de um Teorema. O *layout* foi utilizado para analisar ou mesmo refutar cada argumento do estudante quando este fornecia uma base sólida para entender os marcos conceituais na Álgebra. As refutações exercem uma função importante no estabelecimento das condições de consistência do conteúdo, bem como limites de uma alegação (Toulmin, 2006).

No estudo **E**, a análise concentra-se no elemento da justificativa enquanto os estudantes estão em tarefas de resolução de problemas. Toulmin (2006) sustenta a importância de reconhecer e compreender, na argumentação matemática em especial, quando se trata da reconstrução dos componentes de justificativa. Os pesquisadores estavam interessados, também, no tipo da justificativa (indutiva, estrutural-indutiva e dedutiva). O foco da análise foi descrever um processo de construção da justificativa dedutiva a partir da não dedutiva.

Já no estudo **J**, a análise concentra-se nos usos dos exemplos, visando explicar o fenômeno dos usos dos exemplos quando estudantes estão envolvidos no processo de prova matemática. Assim, por meio do *layout*, foi possível explicar a estrutura do argumento que disponibiliza um caminho para os usos do exemplo na conclusão. O exemplo foi categorizado por três funções: ferramenta de exploração; ferramenta investigativa para justificativa e

ferramenta convincente. Os usos de exemplos são úteis para compreender os argumentos de estudantes (Laamena et al., 2018; Yopp & Ely, 2015).

Para o estudo **I**, foi utilizado o instrumento teórico da Unidade Cognitiva para análise das respostas dos estudantes. A análise comparou o processo de argumentação e a prova matemática com foco nas expressões utilizadas, na estrutura, nos conteúdos e nas figuras geométricas. Foi investigado o processo de construção de provas de estudantes, a fim de descrever diferenças e relações entre a argumentação e a prova por contradição. Assim, a argumentação exerce um papel fundamental para a construção de uma prova matemática. Nesse viés, Pedemonte (2007) sustenta que precisamos buscar as semelhanças no processo de argumentação e prova a fim de encontrar a unidade cognitiva.

Quanto aos procedimentos metodológicos dos estudos analisados nesta categoria, todos adotaram a abordagem qualitativa, pois, nessa abordagem, objetiva-se descrever e interpretar o objeto de pesquisa. Dessa forma, busca-se mais a compreensão do que a explicação dos fenômenos estudados (Lichtman, 2010). Esse aspecto é consoante com os objetivos desta categoria, que incluem: descrever, explorar e analisar. Nas atividades desenvolvidas com os estudantes, observamos atividades individuais, atividades em pequenos grupos, aos pares ou com o grupo de todos os estudantes da sala.

Em relação aos procedimentos utilizados para produção dos dados nestes estudos analisados, os pesquisadores geralmente combinaram mais de uma técnica, a saber: observação, entrevistas, imagens (desenhos, esboços) e documentos escritos. As técnicas utilizadas são, de fato, coerentes para os estudos qualitativos que foram realizados em ambientes de contexto educacional. Referente à forma de registro desses procedimentos, identificamos: apontamentos, diários de campo, notas reflexivas ou mesmo gravação em áudio e gravação em vídeo.

No tocante aos principais resultados, identificamos três subcategorias diante das convergências encontradas: **(i) instrumento de análise acoplado por dois esquemas argumentativos; (ii) instrumento de análise para elementos específicos da argumentação; (iii) instrumento de análise da relação entre os processos de argumentação e prova.**

Para a primeira subcategoria, temos os estudos **B** e **D**. Nesses estudos, o *layout* de Toulmin foi acoplado a outro esquema de argumentação para analisar os argumentos dos estudantes. Essa integração contribui para identificar diversos aspectos da possível construção do conhecimento em atividades argumentativas, sobretudo para o acompanhamento da evolução na qualidade da argumentação. Os usos dos instrumentos integrados proporcionam uma melhor avaliação do discurso argumentativo, abrindo caminhos para a avaliação entre discurso e conhecimento.

Na segunda subcategoria, identificamos os estudos **C**, **E**, **J** e **L**. Quanto ao estudo **C**, o instrumento de análise de Toulmin permitiu encontrar mecanismos específicos pelos quais os estudantes podem conciliar o significado nas representações de conceitos na Álgebra Linear. Para o estudo **E**, foi possível inferir sobre os usos das justificativas que são realizadas pelos estudantes no processo argumentativo. Quando os estudantes constroem uma justificativa dedutiva, inicialmente utilizam a justificativa indutiva. A justificativa indutiva é empregada para reduzir a incerteza do resultado, enquanto a justificativa dedutiva suprime possibilidade de refutação (Tristani et al., 2016).

Já o estudo **J** apontou que os exemplos têm várias funções, a depender da necessidade do estudante. O exemplo é usado como ferramenta exploratória, como ferramenta investigativa para a justificativa e, também, como uma ferramenta para convicção. No estudo **L**, concluiu-se que quanto mais organizada e estruturada a produção das argumentações escritas, mais habilidades os estudantes possuem na utilização e na construção da Indução Matemática.

Dentro da terceira subcategoria, identificamos os estudos **G**, **I**, **K** e **L** que empregaram o instrumento argumentativo de Toulmin ou da Unidade Cognitiva, ou mesmo a associação dessas, para análise dos argumentos. No estudo **G**, foi possível descrever as três atividades que contribuem para que estudantes possam estabelecer uma ponte entre os argumentos gráficos e as provas verbais-simbólicas. Essas atividades são: elaboração, sintetização e reestruturação. Ademais, por meio desta ponte, é possível detectar erros nas provas construídas pelos estudantes. Já o estudo **I** apontou que, para os estudantes restaurarem a ruptura entre componentes figurais e conceituais, eles precisam buscar sentido geométrico e apoio na argumentação indireta. Sobre o prisma da discussão feita por Antonini (2018), uma argumentação indireta tem uma estrutura análoga à de uma prova por contradição; no entanto se apresenta de maneira mais espontânea de raciocinar. Assim, parte da negação do que deveria ser sustentado para uma definição mais articulada.

Nos estudos **K** e **L**, os resultados indicam que estudantes experimentam um processo de prova mais convincente se tiverem anteriormente envolvidos na exploração e na argumentação da conjectura, sobretudo nas argumentações escritas. Demais pesquisas na área (Antonini, 2018; Mariotti & Pedemonte, 2019; Pedemonte, 2007) fortalecem esses resultados e enfatizam os impactos positivos da argumentação na construção de provas.

Nos estudos desta categoria, predominou o instrumento de análise argumentativo do *layout* de Toulmin. Esse fato se deve à possibilidade trazida por ele de analisar a argumentação matemática nos processos de justificação, sobretudo em demonstrações ou investigações sobre relações entre os processos de argumentação e a demonstração.

Argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores

Nesta categoria, temos os estudos **A** e **H**. No primeiro, o instrumento argumentativo foi usado para analisar os argumentos de uma professora de Álgebra Abstrata, enquanto, no segundo, a análise baseia-se nos argumentos de um professor de Teoria dos Números. Os objetivos desses estudos reportam-se a fornecer modelos para avaliar o ensino de provas matemáticas. No entanto, o estudo **H**, além de avaliar o ensino, propõe também alterá-lo.

Quanto ao instrumento argumentativo para análise dos argumentos daqueles professores, no estudo **A**, procedeu-se via *layout* de Toulmin. Nesse estudo, houve a preocupação de observar se existia um padrão de detalhes no ensino de provas por parte da professora quanto ao uso dos elementos do *layout* tanto na escrita quanto na fala, bem como as oportunidades que os estudantes tinham, durante esse ensino, para aprender a redigir suas provas.

As justificativas apresentadas nos argumentos de verificação das propriedades matemáticas que estavam em estudo foram o foco da análise. Além das justificativas, foi observado se a professora utilizava o fundamento para credenciar a justificativa. Na matemática avançada, em geral, há uma necessidade de argumentos completos. Portanto, sustentamos a importância do fundamento para apoiar as justificativas. Ele é uma afirmação categórica ou uma base sólida para a justificativa (Toulmin, 2006).

O estudo **H** fundamentou-se na perspectiva teórica argumentativa de Perelman para analisar o fluxo de provas em relação aos seguintes aspectos: o escopo, a organização e a presença. Referente ao escopo e à organização, a análise da prova ocorreu em relação às escolhas realizadas pelo professor quanto à organização dos módulos de prova, o escopo de cada módulo e o empenho que é direcionado em cada módulo. Quanto à presença, a análise direcionou-se a observar as figuras retóricas como repetição ou o uso de várias justificativas e fundamentos para reforçar a sua presença. Para Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), a linguagem, a forma de insistência e as técnicas de apresentação a serem praticadas visam angariar a presença do objeto de estudo no auditório.

Ainda em relação à análise dos argumentos deste professor, os pesquisadores estavam atentos a várias características que qualificam uma prova como eficiente (coerência, clareza). Acerca da apresentação lógica da prova, é interessante notar que os pesquisadores também fizeram o uso do *layout* completo de Toulmin para analisar os elementos que proporcionam a presença no fluxo das provas. Ao observar a estrutura do argumento, eles estavam atentos ao

número e aos tipos de justificativas e fundamentos que foram apresentados para uma conclusão e a direção da argumentação (abdutiva¹¹ /dedutiva).

Ademais, os autores analisaram os elementos retóricos que imprimem presença no ato de provar, tais como: acentuar alguns aspectos, repetir a mesma ideia com palavras distintas, o uso de exemplos e o tempo destinado a cada passo na prova. Dessa forma, quanto à análise da presença de cada módulo da prova, foram utilizados os dois instrumentos argumentativos. Enquanto o *layout* de Toulmin permite a apresentação e a análise da estrutura da argumentação, com o referencial argumentativo de Perelman, podemos completar essa análise ao permitir investigar outras facetas da argumentação, como, por exemplo, a adaptabilidade ao auditório (Gabel & Dreyfus, 2016).

Quanto aos procedimentos metodológicos dos estudos analisados nesta categoria, os pesquisadores adotaram a abordagem qualitativa, com foco no estudo de caso, a qual é consoante com os objetos de investigação, pois, em estudos de casos, os pesquisadores utilizam estratégias profundas e descrição densa.

Em relação às técnicas utilizadas para a produção desses dados, a observação ocorreu nos dois estudos **A** e **H**. No segundo, a professora aplicou questionários após a aula sobre aspectos cognitivos e afetivos em relação à prova apresentada por ela. Em seguida, esses estudantes eram entrevistados com base nas respostas informadas nesses questionários. Essa professora foi entrevistada e convidada a refletir sobre a apresentação da prova realizada. O diário de campo (**A** e **H**), a gravação em áudio (**H**) e a gravação em vídeo (**A**) foram os procedimentos adotados para registro nesses estudos.

Os principais resultados das pesquisas desta categoria são direcionados ao ensino de provas matemáticas. No estudo **A**, por meio do referencial argumentativo de Toulmin, mostrou-se que a professora apresenta níveis distintos em relação a detalhes no ato de provar. A pesquisadora inferiu que os usos de justificativas e dos fundamentos no ensino de provas apresentou inconsistências. Assim, ela concluiu que a professora apresentava um modelo inconsistente para realizar seus trabalhos de prova, o qual pode diminuir o possível valor pedagógico das provas. A dificuldade do professor em justificar e fundamentar seus argumentos, no estudo supracitado, encontra ressonância em outros estudos com estudantes no Ensino Superior de Ciências (Teixeira et al., 2015).

¹¹ Segundo Pedemonte (2002), a argumentação abdutiva consiste em encontrar as melhores explicações, ou as mais plausíveis, a partir de um conjunto de fatos ou informações dadas. “A busca da solução de um dado problema se constrói frequentemente a partir da conclusão” (Pedemonte, 2002, p. 67).

Quanto ao estudo **H**, os pesquisadores sustentam o potencial analítico da perspectiva teórica argumentativa de Perelman para avaliar o ensino de provas. Eles indicam que as figuras retóricas podem produzir uma mudança na visibilidade das provas por partes dos estudantes. Outros estudos, além do **H**, visam ampliar a visibilidade e potencialidade deste referencial analítico para pesquisas no ensino de Ciências, bem como na Educação Matemática (Silva Júnior, 2019).

Argumentação como abordagem de ensino

Nesta categoria, identificamos duas subcategorias: **(i)** argumentação como abordagem de ensino explícito (**F**, **L** e **M**) e **(ii)** argumentação como abordagem de ensino implícito (**B**, **D** e **H**). Os estudos **F** e **M** são exclusivos desta categoria. Destarte, apenas nesses estudos abordaremos sobre os objetivos, os participantes, o uso do referencial argumentativo, os aspectos metodológicos e os principais resultados, da maneira como conduzimos nas categorias anteriores. Para os demais estudos desta categoria, só trataremos acerca da abordagem de ensino, bem como dos seus respectivos resultados, visto que a discussão dos outros aspectos supracitados já foi feita nas seções anteriores.

Identificamos a abordagem explícita quando existe um ensino de argumentação de forma direta. Os participantes dos estudos recebem informações sobre o conceito de argumentação, a definição do que é um argumento, os elementos que constituem um argumento, a construção de argumentos, os tipos de argumento, o processo de justificação de ideias e de refutação, a identificação de evidências, dentre outras informações que dependem da perspectiva teórica argumentativa adotada pelo pesquisador do estudo. Já na abordagem implícita, o professor ou o pesquisador é guiado por estratégias que promovem a argumentação, mesmo que ele não ensine sobre tópicos de alguma teoria da argumentação.

Para abordar o ensino em uma perspectiva argumentativa, diferentemente de uma abordagem tradicional, o ambiente de sala de aula deve ser pensado de maneira que permita aos estudantes compartilharem suas ideias, avaliarem e analisarem as ideias dos outros estudantes (Can & Isleyen, 2020). Essa proposta de ensino pode proporcionar um ambiente com espaços para discussão, no qual ocorra a interação dos estudantes, favorecendo o processo da argumentação e, conseqüentemente, o aflorar do processo de justificação. Exemplo de uma destas abordagens é o ensino por investigação. Nessa proposta de ensino, os estudantes aprendem por meio de atividades discursivas (Kwon et al., 2015).

Na primeira subcategoria, os estudos **F** e **M** são dos mesmos pesquisadores. Eles buscaram investigar o efeito do ensino de probabilidade com abordagem da argumentação para

estudantes de graduação em Educação Matemática. O estudo **M**, além de focar no desempenho do conhecimento dos estudantes, assim como foi feito no estudo **F**, focou também na permanência deste conhecimento. Nesses estudos, após responderem a um pré-teste, os estudantes foram divididos em dois grupos, um experimental e outro de controle. Eles foram submetidos a um curso de Probabilidade de 18 horas. O grupo experimental aprendeu probabilidade por meio de uma abordagem de ensino explícito de argumentação e o grupo de controle por meio de uma abordagem de ensino tradicional, centrada no professor.

No grupo experimental, os estudantes tiveram um ensino com enfoque argumentativo na perspectiva de Toulmin. Durante o curso, havia um processo de discussão das questões de probabilidade e os estudantes buscavam soluções de maneiras diferentes. Eles deveriam defender suas pretensões com fundamentações. Isso permitia a construção de argumentos. O professor conduzia esse processo, utilizando-se de ações pró-argumentativas, com perguntas do tipo: “por que você pensa deste jeito?”, “como você convence seu colega que seu pensamento é verdadeiro?”, “alguém se opõe à solução apresentada?”. Dessa forma, a solução das questões era determinada por meio de um processo argumentativo. Esses estudantes foram estimulados ao processo de discussão e de justificação das ideias. Ademais, esse método permitiu a participação ativa dos estudantes (Can & Isleyen, 2016). Já no grupo de controle, a resolução dos problemas foi respondida pelo pesquisador. Não foi dado espaço a participação ativa dos estudantes. Após o curso, os estudantes de ambos os grupos responderam a um questionário elaborado pelos pesquisadores (o pós-teste sem aviso prévio). No estudo **M**, além do pós-teste, foi realizado um teste de retenção três meses após o pós-teste. A aplicação deste teste de retenção ocorreu porque os pesquisadores objetivavam não só investigar o desempenho, mas também a permanência do conhecimento.

O método de pesquisa consoante com a metodologia adotada nesses estudos foi o quantitativo com enfoque de investigação no desenho experimental. O instrumento para a coleta de dados foi o Teste de Desempenho de Probabilidade com questões abertas. Para a análise dos dados, os pesquisadores utilizaram um *software* de análise estatística. Nesses estudos, os usos da argumentação foram apenas como abordagem de ensino, não sendo utilizada como instrumento de análise dos argumentos.

A partir dos resultados da amostragem nesses estudos, os pesquisadores apresentaram algumas alegações. No estudo **F**, perceberam que houve um aumento do desempenho após o curso, tanto no experimental quanto no grupo de controle. No entanto, no grupo experimental foi observado mais sucesso no desempenho dos estudantes. Para os pesquisadores deste estudo, a diferença estatística significativa do grupo experimental em relação ao grupo de controle foi

devido ao ensino de probabilidade com a abordagem de aprendizagem com foco na argumentação. Houve uma contribuição mais efetiva para o conhecimento matemático na proposta de ensino na qual os estudantes participam, buscam persuadir os outros, expressam suas próprias ideias e escutam os demais quanto às suas posições até chegar a um consenso das soluções das questões ou das asserções em discussão.

Resultado semelhante foi encontrado no estudo **M**, em que a abordagem de ensino explícita de argumentação aumentou o desempenho dos estudantes. No entanto, não houve uma diferença notável sobre o efeito da permanência do conhecimento dos estudantes quando comparados o grupo de controle e o grupo experimental. Os pesquisadores argumentaram que isso pode ter ocorrido devido ao fato de ser a primeira vez que estudantes tiveram um ensino com a abordagem argumentativa. Nesse sentido, os pesquisadores apontam para a necessidade de aumentar o tempo de ensino com abordagem argumentativa.

Ainda na primeira subcategoria, temos o estudo **L**. Na primeira etapa da intervenção, os estudantes tiveram um ensino explícito de argumentação na perspectiva teórica de Toulmin. Eles receberam informações dessa perspectiva e construíram argumentos de acordo com o seu *layout* sobre a indução matemática durante as atividades em grupo para construir as provas. Os participantes tiveram a oportunidade de escrever as suas argumentações com as práticas desenvolvidas na intervenção. As discussões reportam-se aos passos necessários para resolver as questões relacionadas à Indução Matemática. Eles buscavam justificar se cada passo era verdadeiro, além de discutir a relação entre conceitos, bem como mostrar a evidência deles de acordo com os dados relacionados. As argumentações escritas foram discutidas no grupo menor e depois expostas ao grupo maior. O pesquisador forneceu um *feedback* sobre as construções e, de forma processual, os estudantes continuaram a realizar argumentações escritas relacionadas às atividades de construção de provas sobre indução matemática durante a intervenção que ocorreu em 12 horas. Após a intervenção, ocorreram melhorias nas argumentações escritas, na concepção de indução matemática e no desenvolvimento de construção de provas desses estudantes. Ademais, eles conseguiram converter enunciados matemáticos e prová-los, utilizando procedimentos de Indução Matemática (Uygun-Eryurt, 2020). A abordagem de ensino trouxe contribuições por desenvolver os motivos e a lógica de cada etapa no processo de construção de provas sobre Indução Matemática.

Na segunda subcategoria, temos os estudos em que, apesar de não ocorrer um ensino explícito de argumentação, as estratégias das intervenções tiveram ações pró-argumentativas. No estudo **B**, a intervenção didática ocorreu por meio de abordagem de ensino centrada no estudante e baseada em investigação durante todo um curso de Cálculo de Várias Variáveis. Os

estudantes tiveram boa parte do conteúdo ensinado por meio de aula de vídeos *on-line* para que, durante o ensino presencial, tivessem mais tempo para discussões matemáticas que aconteciam em pequenos grupos. O tempo é elemento importante, pois, nessa abordagem de ensino, os estudantes precisam justificar suas respostas, construir conjecturas e participarem da discussão proposta. Além disso, às vezes, faz-se necessário reestruturar os problemas em estudo.

Os resultados desse estudo consideraram que a intervenção foi eficaz. Com a aplicação da estratégia didática, os esquemas de argumentação dos estudantes foram melhorados e evoluíram em relação à complexidade no avanço da estratégia. Para van Eemeren et al. (2008), à medida que estudantes se envolvem em atividades discursivas, há um crescimento na complexidade da estrutura argumentativa. Esse crescimento acontece em função de os estudantes terem oportunidade de justificar suas respostas, questionar as respostas dos outros, propor contra-argumentos, solicitar justificativas adicionais, dentre outras atividades que estão presentes em processo de investigação matemática por meio de discussões.

Em relação aos estudos **D** e **H**, ambas as intervenções ocorreram direcionadas ao estudo do discurso argumentativo de um professor. No primeiro, o professor era estudante de um curso de pós-graduação em Didática do Cálculo. Esse curso seguiu uma abordagem de análise de cenários hipotéticos em sala de aula sobre o ensino de Cálculo. O curso foi composto de 26 horas com um material de 7 tarefas; cada uma das tarefas descrevia um cenário hipotético de ensino baseado em equívocos ou entendimento de conceitos matemáticos de um aluno sobre o ensino de Cálculo.

Nessa intervenção, após o professor em estudo responder às tarefas do curso, as discussões matemáticas e pedagógicas dessas tarefas eram conduzidas com viés argumentativo entre esse professor e o pesquisador. O pesquisador conduzia a intervenção com perguntas que atendiam aos esquemas de argumentação de Walton (2012), bem como o de Toulmin (2006). Essas discussões retratavam sobre os usos de exemplos, os usos de contraexemplos, situações que levam à falácia no ensino de Cálculo e questões específicas sobre o objetivo de cada tarefa. O professor em estudo apresentava justificativas, outras vezes, apresentava os fundamentos para seus argumentos durante as explicações das tarefas. Na medida em que a intervenção era desenvolvida, aquele professor começou a apresentar, em seus argumentos, além dos componentes mínimos para um argumento consistente (dados-justificativa-conclusão), o fundamento, o qualificador e as refutações, bem como houve um aumento de respostas às perguntas críticas.

Nesse sentido, justifica-se o resultado apontado pelos pesquisadores desse estudo, de que a estrutura do curso promoveu a argumentação e o professor em estudo desenvolveu a articulação de múltiplas interpretações pedagógicas. Nesse estudo, assim como no estudo **B**, houve um aumento da qualidade dos argumentos após a intervenção com enfoque argumentativo. Os esquemas argumentativos dos participantes dos estudos ficaram mais bem estruturados.

Já no estudo **H**, a intervenção ocorreu por meio de um encontro de três horas entre a pesquisadora e um professor de Teoria dos Números. Essa intervenção foi após a análise sobre o fluxo da prova realizada por aquele professor e antes que ele conduzisse a mesma prova no ano seguinte com outra turma. Após análise do fluxo (escolhas feitas pelo professor em relação à apresentação da estrutura lógica da prova, das características e considerações informais do processo de prova e dos fatores contextuais matemáticos), a pesquisadora buscou alterar essas escolhas, utilizando a lente teórica de Perelman (1993).

A pesquisadora, em diálogo com o professor em estudo, fez sugestões adaptadas à teoria argumentativa de Perelman, a fim de tornar a prova mais coerente. Ela incentivou o professor quanto ao uso de argumentação para apoiar a prova. A autora destacou partes da prova que poderiam ser mais enfatizadas, dando, assim, uma maior presença. Para Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), na construção de um argumento, o orador (neste caso, o professor) precisa selecionar alguns elementos sobre os quais ele deseja centralizar a atenção. Nessa perspectiva argumentativa, a criação da presença, bem como a comunhão com o auditório, são elementos essenciais em uma argumentação.

Assim, é necessária uma preocupação com a adesão do auditório às premissas do discurso. Nessa abordagem, pensando no professor como orador desse auditório, ele deve se dirigir aos seus estudantes supondo que eles aderem àquilo que faz parte do *corpus* reconhecido da disciplina. Durante uma exposição de ideias e explicações de uma prova matemática em uma sala de aula, por exemplo, é importante que o professor assegure, à medida que avança, a adesão dos seus estudantes ao encadeamento do raciocínio.

É interessante salientar que, naquela intervenção, a pesquisadora teceu considerações para alterar e apoiar o fluxo da prova, enfatizando as características do discurso do professor, quanto a sua apresentação, que poderiam ser melhoradas, destacando as ideias principais, sugerindo formas retóricas, a distribuição do tempo para cada fluxo da prova, dentre outros elementos que pudessem tornar a prova mais coerente. Os principais resultados da intervenção apontados pelos pesquisadores desse estudo foram: mudanças globais e locais no fluxo de prova; a perspectiva teórica de Perelman foi eficaz para capturar essas mudanças e o

encorajamento do professor para utilizar associações e argumentos informais durante a apresentação de uma prova.

Considerações e implicações

O presente estudo teve o propósito de realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior, dada a importância da argumentação para pesquisas no campo educacional, sobretudo na Educação Matemática. Utilizamos de duas perguntas para especificar a proposta desta revisão: Como a argumentação tem sido utilizada na Educação Matemática no Ensino Superior? Quais resultados têm sido apontados?

Em relação à primeira pergunta de revisão, identificamos três formas de uso da argumentação (Figura 2): argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores e argumentação como abordagem de ensino.

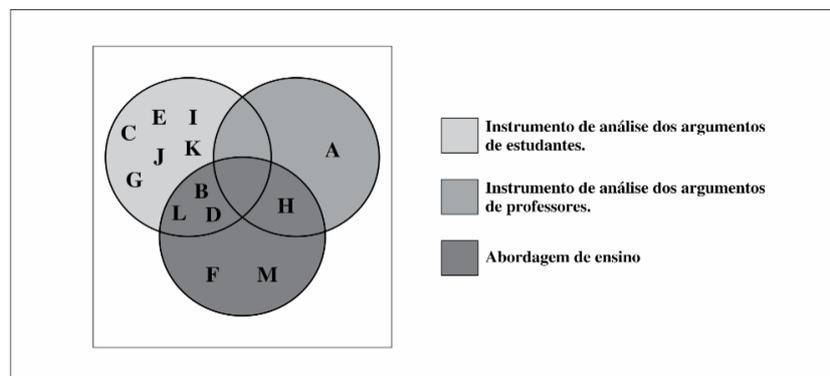


Figura 2.

Síntese das formas de uso da argumentação nos estudos do corpus (Elaboração dos autores)

Os estudos analisados, em sua maioria, utilizaram a perspectiva argumentativa de Toulmin para análise dos argumentos, tanto de estudantes quanto de professores, bem como na abordagem de ensino. Somente dois estudos reportaram-se aos argumentos do professor. Isso mostra a necessidade de mais pesquisas para investigar os argumentos de professores, principalmente no contexto do ensino de provas matemáticas.

Entre os estudos que analisaram os argumentos dos professores, apenas o estudo **H** fundamentou-se na perspectiva de Perelman. Ainda assim, nesse estudo, houve o emprego do

layout de Toulmin para analisar os elementos que proporcionam a presença no fluxo das provas. Compreendemos que a perspectiva de Perelman foi menos utilizada nos estudos por se debruçar sobre os aspectos retóricos em contextos de ensino.

Os estudos **I** e **K** foram os únicos que abordaram a teoria da Unidade Cognitiva para investigar a relação entre a argumentação e a prova matemática. Em quatro estudos, **B**, **D**, **H** e **K**, os pesquisadores optaram por integrar esquemas argumentativos em suas análises dos argumentos. Ao associar esses esquemas, eles promoveram maior profundidade para a análise dos processos argumentativos na investigação de diferentes elementos no discurso. Além do mais, a depender da limitação apresentada por um dos esquemas para efetuar a análise, é possível usar o outro para solucionar o problema.

Referente aos usos da argumentação como abordagem de ensino, identificamos 6 (seis) estudos que foram divididos em duas subcategorias: argumentação como abordagem de ensino explícito e argumentação como abordagem de ensino implícito. A argumentação como abordagem de ensino mostrou-se promissora para a melhoria da qualidade da argumentação dos estudantes e aumentou a habilidade na construção das provas matemáticas, escritas ou faladas. Ademais, por meio dos estudos desta revisão, ao propor um ensino nessa abordagem, o ambiente de sala de aula deve permitir a interação dos estudantes, o compartilhamento de suas ideias, a avaliação e análise das ideias dos outros estudantes.

Em relação à segunda pergunta norteadora desta revisão, inferimos que as três formas de uso da argumentação mostram um potencial para pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior e têm demonstrado eficácia, nos resultados dos estudos analisados, com relação à: abordagem de ensino, investigação sobre o ensino de provas, avaliação da relação entre argumentação e prova e investigação da qualidade da argumentação de estudantes e professores.

Os estudos que usaram do *layout* de Toulmin apresentaram eficácia para equacionar questões relativas ao ensino de Matemática no Ensino Superior. Trata-se de um instrumento teórico útil para estudar as estruturas de argumentação, tanto no processo de justificações das proposições matemáticas, quanto na prova matemática. Apesar da pouca presença do referencial de Perelman nos estudos desta revisão, concordamos com Gabel e Dreyfus (2016, 2017), ao apontarem que esse referencial tem potencial para investigar o ensino de prova matemática e para apontar alternativas aos estudos sobre como tornar uma prova mais clara e eficaz. Já os estudos que usaram o referencial da Unidade Cognitiva sublinharam resultados importantes para a Educação Matemática ao discutir o processo de geração de conjecturas e argumentos fundamentados para a produção de prova matemática.

Ademais, encontramos resultados eficazes quando a argumentação é utilizada tanto explicitamente quanto implicitamente na abordagem de ensino. Em geral, essas abordagens promoveram situações argumentativas nas aulas de matemática, possibilitando, assim, justificativas para as conclusões, uma melhor articulação das ideias matemáticas, a construção de argumentos escritos e orais por parte dos estudantes, bem como dos professores de matemática.

Neste estudo, os 13 (treze) artigos analisados pertencem a periódicos internacionais, pois não encontramos nos periódicos nacionais artigos que atendessem aos critérios adotados para esta revisão sistemática. Ainda assim, reconhecemos a possibilidade de não ter incluído estudos nacionais ou internacionais que poderiam atender às perguntas desta revisão, evidenciando a falta de estudos sobre intervenções didáticas em contexto nacional no Ensino Superior. Contudo, os estudos analisados foram suficientes para responder às questões norteadoras e, dessa forma, trouxemos contribuições para o campo de pesquisa ao apresentarmos essas respostas e, assim, pesquisadores que tenham interesse na temática argumentativa na Educação Matemática no Ensino Superior podem desenvolver novas investigações e, principalmente, refletirem e apoiarem os resultados aqui apresentados.

Diante da revisão sistemática realizada, destacamos a necessidade de desenvolvimento de pesquisas focadas na argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior, sobretudo aquelas que apresentem intervenções didáticas na perspectiva do ensino com enfoque argumentativo em diversas disciplinas para avaliar o potencial desse tipo de abordagem, principalmente, acerca da lente teórica de Perelman, sobre a qual os estudos realizados têm sido, razoavelmente, escassos.

Referências

- Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. da S. (2018). A Argumentação e a Experimentação investigativa no Ensino de Matemática. *Alexandria*, 11(2), 57-83. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p57>
- Anscombe, J. C., & Ducrot, O. (1983). *L'argumentation dans la langue*. Mardaga.
- Antonini, S. (2018). Figural concepts in proving by contradiction. *Quadrante*, 27(2). <https://quadrante.apm.pt/article/download/22967/17033/88394>
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. *Mathematics, Teacher and children*, 24, 216-235.
- Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Valencia, Spain.

- Can, O. S. & Isleyen, T. (2016). Teaching Probability to Pre-Service Teachers with Argumentation Based Science Learning Approach. *Journal of Educational and Practice*, 7(33), 109- 116. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1122873>.
- Can, O. S. & Isleyen, T. (2020). The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. *African Education Research Journal*, 8, 540- 553. <http://doi.org/10.30918/AERJ.8S3.20.072>.
- Eemeren V., F. H., Houtlosser, P., & Henkemans, A. F. S. (2008). *Argumentative indicators in discourse: A pragma-dialectical study*. Springer.
- Eemeren, F. V., Garssen, B., & Meuffels, B. (2012). Effectiveness through Reasonableness: Preliminary Steps to Pragma-Dialectical Effectiveness Research. *Argumentation*, 26, 33-53. <http://dx.doi.org/10.1007/s10503-011-9234-7>.
- Fukawa-Connelly, T. (2014) Using Toulmin analysis to analysis an instructor's proof presentation in abstract algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(1), 75-88.
- Gabel, M., & Dreyfus, T. (2016). Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. *Educational Studies em Mathematics*, 96(2), 187-205. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-z>
- Gabel, M., & Dreyfus, T. (2017). The flow of a proof: establishing a basis of agreement. *CERME10*, 1, 155-162. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01865664/document>.
- Galvão, T. F., Pansani, T. de S. A., & Harrad, D. (2015). Principais itens para relatar Revisões sistemáticas e Meta-análises: a recomendação PRISMA. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 24, 335-342. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2013.790509>.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8>.
- Kaplan, A. H., Gulkilik, H., & Emul, N. (2019). Investigating the Relationship between Argumentation and Proof a Representation Perspective. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 131-148. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1237078>
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb, & H. Bauersfeld, (ed.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp.229-269). Lawrence Erlbaum.
- Kwon, N., Younggon, B., & Hwan, O. (2015). Design research on inquiry-based multivariable calculus: focusing on students' argumentation and instructional design. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 47(6), 997-1011. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0726-z>.
- Laamena M., Nusantara, T., Irawan, B., & Muksar, M. (2018) How do the Undergraduate Students Use an Example in Mathematical Proof Construction: A Study based on Argumentation and Proving Activity. *International Eletronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 185-198. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1227508>
- Lichtman, M. (2010). *Qualitative Reserch in Education: A User's Guide*. 2. ed. Sage.
- Mariotti, M. A., & Pedemonte, B. (2019). Intuition and proof in the solution of conjecturing problems. *ZDM*, 51(5), 759-777. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-019-01059-3>.

- Metaxas, N., Potari, D., & Zachariades, T. (2016). Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 383-397. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>.
- Nunes, J. M. V., & Almouloud, S. A. (2013). O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática São Paulo*, 15(2), 487-512. <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/14592>.
- Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. [Tese de Doutorado em Educação, Université Joseph Fourier-Grenoble I/Université de Genova, Genova, Itália]. <https://theses.hal.science/tel-00004579>.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x>.
- Pedemonte, B. (2012). L'argumentation en mathématiques et sa relation avec la démonstration. *Quadrante*, 21(2), 5-28. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22882>.
- Perelman, C. (1993). *O império retórico: retórica e argumentação*. Edições ASA.
- Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (2005). *Tratado da argumentação: a nova retórica*. Martins Fontes.
- Plantin, C. (2008). *A Argumentação: História, teorias, perspectivas*. Tradução Marcos Marcionilo. Parábola.
- Silva Júnior, G. A. (2019). *Elementos de exploração argumentativa docente na sala de aula: uma proposta de análise à luz de teoria de Perelman e Olbrechts-Tyteca* [Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal]. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/28638>
- Simpson, A. (2015). The anatomy of a mathematical proof: implications for analyses with Toulmin's scheme. *Educational Studies in Mathematics*, 90(1), 1-17. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9616-0>
- Staples, M., & Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory Into Practice*, 55(4), 294-301. <https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1208070>
- Teixeira, E. S., Freire Júnior, O., & Greca, I. M. (2015, mar.). La enseñanza de la gravitación universal de Newton orientada por la historia y la filosofía de la ciencia: una propuesta didáctica con un enfoque en la argumentación. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 205-223. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1226>
- Teixeira, E. S., Greca, I. M., & Freire, O. (2012). The history and philosophy of science in physics teaching: a research synthesis of didactic interventions. *Science & Education*, 21(6), 771-796.
- Toulmin, S. (2006). *Os Usos do Argumento*. Martins Fontes.
- Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*. University Press.
- Tristanti, B., Sutawidjaja, A., Abdur, R., & Muskar, M. (2016). The construction of deductive warrant derived from inductive warrant in preservice-teacher mathematical argumentations. *Educational Research and Reviews*, 11(17), 1696-1708. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1116653.pdf>

- Uygun-Eryurt, T. (2020). Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. *Acta Didactica Napocensia*, 13(2), 65-79. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1280349>
- Walton, D. N. (2012). *Lógica Informal: manual de argumentação crítica*. Martins Fontes.
- Wawro, M. (2015). Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(3), 315-338. <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-015-0017-7>.
- Yopp, D. A., & Ely, R. (2015). When does an argument use a generic example? *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 37-53. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9633-z>.
- Zazkis, D., Weber, K., & Mejía-Ramos, J. P. (2016). Bridging the gap between graphical arguments and verbal-symbolic proofs in a real analysis context. *Educational Studies in Mathematics*, 93(2), 155-173. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-3>.

Declaração de contribuição dos autores

Os autores declaram terem produzido conjuntamente todas as etapas da elaboração deste texto.

Declaração de disponibilidade de dados

Não se aplica por se tratar de uma revisão sistemática.