

“Quando nós tiramos 1, temos que pôr 1...”: ações que apoiam o raciocínio matemático desempenhadas por uma professora ao discutir uma tarefa de adição

“When we take 1, we have to put 1...”: actions that support mathematical reasoning performed by a teacher when discussing an addition task

"Quando tomamos 1, tenemos que poner 1 ...": acciones que apoyan el razonamiento matemático realizadas por un profesor cuando se habla de una tarea de suma

"Quand on prend 1, il faut mettre 1...": actions qui appuient le raisonnement mathématique effectuées par un enseignant lors de la discussion d'une tâche d'addition

Eliane Maria de Oliveira Araman¹
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática
<https://orcid.org/0000-0002-1808-2599>

Lucas do Nascimento Corrêa²
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Licenciatura em Matemática
<https://orcid.org/0000-0001-6587-5105>

Ketheryn Letícia Gomes de Barros³
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Licenciatura em Matemática
<https://orcid.org/0000-0001-8291-0283>

Maria de Lurdes Serrazina⁴
Instituto de Educação - Universidade de Lisboa
Doutorado em Educação Matemática
<https://orcid.org/0000-0003-3781-8108>

Resumo

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa de característica qualitativa e interpretativa e tem como tema o raciocínio matemático e as ações do professor quando apoia o seu desenvolvimento. O objetivo foi analisar as ações empreendidas por uma professora dos primeiros anos de escolaridade, ao conduzir a discussão coletiva de uma tarefa exploratória de Matemática com uma turma de 1.º ano do Primeiro Ciclo do Ensino Básico. Realizou-se uma discussão teórica a respeito do raciocínio matemático e seus processos e sobre ações do

¹ elianearaman@utfpr.edu.br

² lcorrea@alunos.utfpr.edu.br

³ ketheryn@alunos.utfpr.edu.br

⁴ lurdess@eselx.ipl.pt

professor que apoiam o desenvolvimento do raciocínio matemático. Os dados que compõem o *corpus* de análise desta pesquisa foram coletados por registros de áudio e vídeo, durante a discussão coletiva da tarefa exploratória na respectiva turma. Tais dados foram analisados, considerando quatro categorias de ações: convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar. Os resultados indicam que as ações desempenhadas pela professora envolveram as quatro categorias previstas na literatura e que estas conduziram os alunos nos processos de conjecturar, identificar padrões, validar, justificar e generalizar.

Palavras-chave: Raciocínio matemático, Processos de raciocínio matemático, Ações do professor.

Abstract

This paper presents the results of a qualitative and interpretive research and has as its theme the mathematical reasoning and the actions of the teacher when supporting their development. The purpose was to analyze the actions developed by a teacher in the elementary school when conducting a collective discussion of an exploratory math task with 1st grade class. There was a theoretical discussion about mathematical reasoning and its processes and about teacher actions that support the development of mathematical reasoning. The data were collected by audio and video recordings, during the collective discussion of the task and they were analyzed for four categories of actions: invite; guide/support; inform/suggest and challenge. The results indicate that the actions performed by the teacher involved the four categories and that these led the students in the processes of conjecturing, identifying patterns, validating, justifying and generalizing.

Keywords: Mathematical reasoning, Mathematical reasoning processes, Teacher actions.

Resumen

Este artículo presenta los resultados de una investigación cualitativa y tiene como tema el razonamiento matemático y las acciones del docente a la hora de apoyar su desarrollo. El objetivo fue analizar las acciones desarrolladas por un docente en los primeros años al realizar una discusión colectiva de una tarea exploratoria de matemáticas con una clase de 1er año. Realizamos una discusión teórica sobre el razonamiento matemático y sus procesos y sobre las acciones docentes que apoyan el razonamiento matemático. Los datos fueron recolectados mediante grabaciones de audio y video, durante la discusión colectiva de la tarea y los datos se analizaron considerando cuatro categorías de acciones: invitar; guía/apoyo; informar/sugerir y

desafiar. Los resultados indican que las acciones realizadas por el docente involucraron las cuatro categorías previstas y que estas condujeron a los estudiantes en los procesos de conjeturar, identificar patrones, validar, justificar y generalizar.

Palabras clave: Razonamiento matemático, Procesos de razonamiento matemático, Acciones del maestro.

Résumé

Cet article présente les résultats d'une recherche qualitative et interprétative et a pour thème le raisonnement mathématique et les actions de l'enseignant pour accompagner leur développement. L'objectif était d'analyser les actions développées par un enseignant des premières années de scolarité lors de la conduite de la discussion collective d'une tâche mathématique exploratoire avec une classe de 1ère année du premier cycle. Il y a eu une discussion théorique sur le raisonnement mathématique et ses processus et sur les actions de l'enseignant qui soutiennent le développement du raisonnement mathématique. Les données qui composent le corpus d'analyse de cette recherche ont été recueillies par le biais d'enregistrements audio et vidéo, lors de la discussion collective de la tâche exploratoire dans la classe respective. Les données ont été analysées en considérant quatre catégories d'actions: inviter; guider/soutenir; informer/suggérer et interpeller. Les résultats indiquent que les actions réalisées par l'enseignant impliquaient les quatre catégories prévues dans la littérature et que celles-ci conduisaient les élèves dans les processus de conjecture, d'identification de modèles, de validation, de justification et de généralisation.

Mots-clés : Raisonnement mathématique, Processus de raisonnement mathématique, Gestes de l'enseignant.

“Quando nós tiramos 1, temos que pôr 1...”: ações que apoiam o raciocínio matemático desempenhadas por uma professora ao discutir uma tarefa de adição

Muitas pesquisas indicam que o desenvolvimento do raciocínio matemático deve ser um dos grandes objetivos da disciplina de Matemática nos diferentes níveis de ensino, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior (Araman & Serrazina, 2020a; Jeannotte & Kieran, 2017; Mata-Pereira & Ponte, 2018; Stylianides, 2009). Os documentos curriculares nacionais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN, 2002) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), apresentam o raciocínio como relevante no processo de aprendizagem matemática.

Apesar das diferentes perspectivas teóricas assumidas a respeito do raciocínio matemático, é consenso entre os autores (Jeannotte & Kieran, 2017; Lannin et al. 2011, 2012; Mata-Pereira & Ponte, 2018; Ponte et al. 2012) que o raciocínio matemático é uma competência básica a desenvolver na aprendizagem matemática.

Assim, é essencial oportunizar práticas de ensino que contribuam para o desenvolvimento do raciocínio matemático e, em consequência disso, para a aprendizagem matemática. Porém, isso é ainda um desafio para os professores em salas de aula regulares.

Os alunos não desenvolvem o raciocínio matemático apenas pela memorização de conceitos e procedimentos. É necessário estabelecer um ambiente de aprendizagem desafiador em que eles possam utilizar diferentes estratégias para resolver suas tarefas, possam comunicar suas ideias matemáticas e ouvir as ideias de seus pares. Assim, o trabalho com tarefas exploratórias e investigativas, aliadas com as ações dos professores, ao conduzirem discussões matemáticas, mostram-se alternativas promissoras (Araman et al. 2020). Portanto, cabe ao professor selecionar boas tarefas exploratórias e questionar o aluno sobre o que ele fez e como fez, como sugere Wood (1997), levando-o a apresentar justificativas para suas escolhas e, com isto, proporcionando a aprendizagem matemática.

Neste contexto, esse artigo tem por finalidade destacar e analisar as ações de uma professora dos primeiros anos, ao discutir uma tarefa exploratória, envolvendo adição, com seus alunos do 1.º ano do Primeiro Ciclo do Ensino Básico de uma escola da periferia de Lisboa, Portugal. Os dados foram recolhidos por meio de registros de áudios e vídeos e analisados à luz da fundamentação teórica estudada.

Ações que apoiam o raciocínio matemático em aulas de matemática

Segundo Mata-Pereira e Ponte (2018), para que o professor possa promover o raciocínio matemático na sala de aula, é, antes de mais, necessário conhecer o próprio raciocínio matemático e os processos de raciocínio dos alunos.

Os entendimentos sobre raciocinar matematicamente, presentes na literatura, apontam para ideias semelhantes entre os autores. Segundo Morais et al. (2018), o raciocínio matemático pode ser descrito como “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas como verdadeiras (conhecimento prévio)” (p. 782). Stylianides (2009, citado em Araman & Serrazina, 2020a), descreve-o como “um processo de inferência como o que utiliza informação matemática já conhecida para obter novo conhecimento ou novas conclusões” (p. 119) e, por sua vez, Jeannotte e Kieran (2017) compreendem o raciocínio matemático como “um processo de comunicação com outros ou consigo mesmo que permite inferir enunciados matemáticos a partir de outros enunciados matemáticos” (p. 7).

Embora as definições sejam apresentadas de forma diferente pelos autores, todas guardam entre si a necessidade de desenvolver um novo conhecimento matemático a partir de um já existente. Entretanto, para tal, cumpre perceber o raciocínio matemático em seus dois aspectos: estrutural e de processos. Para Jeannotte e Kieran (2017), esses aspectos, apesar de estudados separadamente, relacionam-se entre si, para o aspecto estrutural, as autoras destacam a dedução, a indução e a abdução (Jeannotte & Kieran, 2017). Com relação aos processos, Jeannotte e Kieran (2017), identificam oito processos do raciocínio matemático, divididos em duas categorias – (i) busca por semelhanças e diferenças (que compreende os processos de formulação de conjecturas, generalização, identificação de padrões, comparação e classificação) e (ii) validação (que abrange a justificação, a prova e a prova formal), e um nono processo, o de exemplificar, que dá suporte aos processos dessas duas categorias.

Em consequência, para que o raciocínio matemático seja desenvolvido em salas de aula, alguns aspectos precisam ser considerados pelo professor. Entre eles, a proposição de tarefas desafiadoras, que proporcionem ricas discussões coletivas e que promovam o raciocínio matemático, bem como rever “certas expectativas criando um ambiente em que as crianças expressem o seu pensamento” (Wood, 1997, p. 37).

Além de propor tarefas com características exploratórias, o professor deve proporcionar interações em sala de aula, incentivando o aluno a explorar, apresentar e discutir suas soluções, mobilizando diferentes processos de raciocínio. No que se refere ao papel do professor, tem-

se dado ênfase às condições relacionadas com a “seleção das tarefas e a comunicação na sala de aula, sublinhando a natureza do questionamento, a negociação de significados e os processos de redizer” (Ponte et al. 2013, p. 55). Em particular, o questionamento do professor é capital para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, devendo assegurar o diálogo para ocorrer a interação entre alunos e professores.

Ponte et al. (2013) estudaram as ações do professor que promovem o raciocínio matemático e as organizaram em quatro categorias: ações de Convidar, quando os professores fazem questões com a finalidade de inserir os alunos no contexto de discussão; ações de Guiar/Apoiar, que englobam aquelas por meio das quais os professores conduzem os alunos a fornecerem explicações sobre como estão pensando; ações de Informar/Sugerir, quando os professores fornecem informações, sugestões, explicações que apoiam o raciocínio dos alunos; e ações de Desafiar, nas quais os professores instigam os alunos a estenderem o raciocínio matemático deles, colocando-os na situação de serem eles próprios a avançarem em terrenos novos, “seja em termos de representações, da interpretação de enunciados, do estabelecimento de conexões, ou de raciocinar, argumentar ou avaliar” (Ponte et al. 2013, p. 59).

Em estudos mais recentes, Araman et al. (2019) avançaram nas pesquisas sobre as ações do professor a partir deste modelo de Ponte et al. (2013) e, para mais, elaboraram um quadro-síntese em que descrevem as ações previstas em cada categoria de ação, conforme consta na Tabela 1:

Tabela 1.

Tabela de análise das ações do professor que apoiam o raciocínio matemático (Araman, et al., 2019, p. 476)

C A T E G O R I A	Convidar	- Solicita respostas para questões pontuais. - Solicita relatos de como fizeram.	A Ç Õ E
	Guiar/Apoiar	- Fornece pistas aos alunos. - Incentiva a explicação. - Conduz o pensamento do aluno. - Focaliza o pensamento do aluno para fatos importantes. - Encoraja os alunos a redizerem suas respostas. - Encoraja os alunos a reelaborarem suas respostas.	
	Informar/Sugerir	- Valida respostas corretas fornecidas pelos alunos. - Corrige respostas incorretas fornecidas pelos alunos. - Reelabora respostas fornecidas pelos alunos. - Fornece informações e explicações. - Incentiva e fornece múltiplas estratégias de resolução.	

S	Desafiar	<ul style="list-style-type: none"> - Solicita que os alunos apresentem razões (justificativas). - Propõe desafios. - Encoraja a avaliação. - Encoraja a reflexão. - Pressiona para a precisão. - Pressiona para a generalização. 	S
---	----------	--	---

Na categoria Convidar estão as ações por meio das quais o professor “solicita informações dos alunos, seja por meio de questões diretas, ou por meio de explicações para o que fez tendo como objeto observar como os alunos estão pensando e qual a sua compreensão a respeito daquele tema” (Araman et al. 2019, p. 476).

Por sua vez, a categoria Guiar/Apoiar compreende as ações nas quais o professor, por meio de questionamentos ou explicações, “conduz o pensamento do aluno para uma determinada situação ou focaliza fatos importantes ou ainda quando o professor fornece pistas aos alunos e os encoraja a pensarem sobre suas respostas” (Araman et al. 2019, p. 476).

Já na categoria Informar/Sugerir estão as ações do professor, ao reagir às informações fornecidas pelos alunos. São as ações de “validar ou corrigir uma resposta dada pelo aluno, reelaborar uma informação dada por eles que esteja incompleta ou necessite de um aprimoramento, fornecer explicações e informações, e solicitar ou apresentar outras estratégias de resolução” (Araman & Serrazina, 2020b, p. 152). A categoria Desafiar inclui as ações nas quais o professor “tenta colocar os alunos em situação desafiadora de modo que estes avancem em seu raciocínio matemático, procurando novas formas de representação, estabelecendo novas conexões, refletindo e avaliando a situação, generalizando e justificando” (Araman et al. 2019, p. 476).

Não há obrigatoriedade de sequência entre as categorias, tampouco uma hierarquização. As ações desempenhadas pelos professores não precisam ocorrer necessariamente em todas as interações, podem se apresentar em movimentos cíclicos de avanços e retomadas, embora algumas delas apresentem maior potencial para apoiar o raciocínio matemático.

Procedimentos metodológicos

O presente artigo analisa as ações empreendidas por uma professora do 1.º Ciclo do Ensino Básico de uma escola pública da periferia de Lisboa, ao conduzir uma discussão coletiva em sala de aula durante a realização de uma tarefa matemática de caráter exploratório. Esta investigação segue uma abordagem qualitativa com caráter interpretativo e insere-se num

projeto mais amplo, que utiliza uma metodologia de investigação baseada em *design* (Cobb et al. 2016; Ponte et al., 2016).

Os dados foram coletados por meio da gravação em áudio e vídeo da aula, que, posteriormente, foram transcritos pelos pesquisadores. A coleta foi realizada com o consentimento livre e esclarecido dos participantes e com a concordância da escola. Os nomes dos alunos e da professora foram alterados, de modo a garantir a confidencialidade de suas identidades.

A resolução da tarefa ocorreu em uma turma de 1.º ano, composta por 26 alunos. A tarefa realizada na aula tinha o objetivo de desenvolver a flexibilidade de cálculo em problemas de adição (Figura 1).

Era uma vez duas caixas e 9 bolas saltarinas mágicas que passavam a vida a saltar de uma caixa para a outra.



As bolas vão continuar a saltar.

Quantas bolas podem estar em cada caixa? (analisar todas as possibilidades)

Figura 1.

Tarefa da "Caixa das Bolas" (Dados da pesquisa)

Os alunos foram organizados em pares e, primeiramente, realizaram a tarefa de forma autônoma, anotando na folha de resolução os registros escritos individualmente. Após essa etapa exploratória, alguns alunos foram convidados à lousa para apresentar sua resolução. Estes momentos suscitaram discussões conduzidas pela professora, e o foco da análise esteve nas ações desempenhadas por ela ao longo da discussão coletiva. Para a análise, consideramos as quatro categorias de ações – convidar, guiar/apoiar, informar/sugerir e desafiar –, organizadas a partir da síntese dos modelos sobre as ações dos professores que apoiam o raciocínio matemático (Araman et al., 2019), conforme consta na Tabela 1.

Resultados

E então os alunos sentaram-se em pares e resolveram a tarefa chamada de "Caixa das Bolas" (Figura 1), que consiste em nove bolas saltitantes e duas caixas: uma azul e a outra

vermelha. Essas bolas ficam pulando de uma caixa para outra de várias formas, e a tarefa dos alunos é verificar quantas e quais são as possibilidades que elas terão, ao ficar saltitando entre as caixas.

Para a execução, a professora distribuiu a tarefa impressa e um material manipulável, parecido com botões, para representar as bolas. Os alunos realizaram a tarefa, desenhando as caixinhas com diferentes quantidades de bolas em cada uma e fazendo anotações relativas às possibilidades que encontraram, com a condição de que fossem utilizadas apenas as nove bolas.

Logo após a turma terminar a tarefa proposta, a professora iniciou uma discussão coletiva sobre ela, o que, segundo Wood (1997), se configura um potencial para desenvolver o raciocínio matemático.

Para isso, ela chamou os alunos ao quadro para que mostrassem aos colegas como haviam resolvido a tarefa.

A primeira aluna foi ao quadro e escreveu: $6 + 3 = 9$. Em seguida, a professora lhe pediu:

Professora: *Explica lá, Nina!* (**Convidar**)

[A aluna, de imediato, observou o que escrevera no quadro]

Nina: *Bem, o que eu fiz...* [ainda continuou observando, mas sem responder].

Professora: *Então, o que é que você escreveu, Nina?* [apontando para o cálculo escrito no quadro]. (**Convidar**)

Nina: *6 mais 3 é igual a 9.*

Professora: *Por que $6+3$?* (**Desafiar**)

[A aluna fica pensativa, mas não respondeu à pergunta].

Professora: *Os colegas podem ajudar. Por que $6+3$?* (**Desafiar**)

Aluno: *Por... Por... do 3 para chegar ao 6 são 5.*

Professora: *Do 3 pra chegar ao 9 são precisos 6...* (**Informar/Sugerir**)

A primeira ação desempenhada pela professora – ação da categoria Convidar – tinha o objetivo de introduzir os alunos na discussão da tarefa. Entretanto, ao perceber a demora da aluna em explicar sua resolução, a professora fez novamente ação de Convidar, no intuito de incentivá-la a dar a resposta.

Diante da resposta fornecida pela aluna, a professora pediu para que ela explicasse aquela possibilidade escrita no quadro, apontando as razões que justificassem sua resposta – ação da categoria Desafiar.

A aluna não apresentou uma justificativa para validar sua conjectura, e a professora estendeu a pergunta aos outros alunos da sala – novamente a ação da categoria Desafiar. Ainda, a professora, no intuito de corrigir o pensamento da aluna, reelaborou a resposta errada dada por ela – ação prevista na categoria Informar/Sugerir.

Percebendo a dificuldade dos alunos em responder, ela continuou:

Professora: *Por sinal, nesta questão, estamos trabalhando com caixas e com bolas* [reforçando os aspectos da tarefa]. **(Informar/Sugerir)**

Professora: *Renato, por que é que escreveram $6+3$?* [indicando os números escritos no quadro] **(Desafiar)**

Renato: *Como 5 mais...* [a professora interrompeu, indicando no número 6 do cálculo].

Professora: *Não! Já está aqui o número 5.* **(Informar/Sugerir)**

[E o aluno Renato terminou a explicação.]

Renato: *5 mais 5 é 10, nós pensamos que 6 mais 3 ia dar 9.*

A professora retomou algumas informações referentes à tarefa que poderiam contribuir para o entendimento dos alunos – ação prevista na categoria Informar/Sugerir. Ainda com relação a esta categoria, ela corrigiu uma resposta errada dada pelo aluno. Na sequência, ela insistiu que os alunos apresentassem razões, ao perguntar para Renato por que havia escrito $6 + 3$ – ação da categoria Desafiar (solicitou que os alunos argumentassem). Renato deu uma resposta, entretanto ela ainda não possibilitava validar aquela conjectura.

A professora prosseguiu com a discussão e perguntou para Renato:

Professora: *E onde é que estão, aqui, as caixas?* [apontando para o cálculo]. **(Guiar/Apoiar)**

Renato: *Se as 6 forem para a caixa azul, as 3 vão para a vermelha.*

Professora: *E este 9? O que é?* **(Guiar/Apoiar)**

Renato: *É o quanto dá...!*

Professora: *É o quanto dá, o quê?* **(Guiar/Apoiar)**

Renato: *O número das bolas das duas caixas.*

Professora: *As bolas das duas...?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: [...] *Caixas!*

Este trecho nos permite perceber que a professora executou diversas ações da categoria Guiar/Apoiar, fazendo questionamentos consecutivos com a finalidade de conduzir o pensamento dos alunos e focalizá-lo em fatos importantes. Por meio da intervenção da professora, Renato foi capaz de justificar a sua resolução.

Para dar continuidade às apresentações das resoluções dos alunos, a professora chamou mais um aluno (Gil) de outro grupo para que mostrasse a sua resolução – mais uma vez, ação da categoria Convidar. Gil escreveu na lousa: $8+1=9$. Após escrever no quadro, iniciou a explicação da resolução, dizendo:

Gil: *Nós temos 8 bolas na caixa vermelha e uma na caixa azul. É o 9!* [Diz Gil, apontando para o cálculo].

Professora: *Todos concordam?*

Alunos: *Sim!*

Continuando com as apresentações, a professora pediu para Gil voltar ao seu lugar e convidou ao quadro um outro grupo. Encaminharam-se até a lousa duas alunas, Luana e Ilda.

Ilda escreveu $9+0=9$ na lousa, enquanto sua colega Luana observou ali ao seu lado. Após ter feito isso, a professora pediu para Ilda explicar sua resolução – novamente a categoria Convidar.

Ilda: *9 caixas...*

Professora: *São caixas?* [apontando para o cálculo]

Ilda: *9! São 9...!*

Professora: *São caixas ou são bolas?* (**Informar/Sugerir**)

Ilda: *Bolas! Então, as 9 bolas ficam na caixa azul e zero bolas ficam na caixa vermelha.*

Professora: *Que dão...?* [referindo-se ao resultado] (**Guiar/Apoiar**)

Ilda: *Que dá 9!*

Professora: *Todos concordam?*

Alunos: *Sim!*

Neste trecho, vemos a professora executar ações de duas categorias. Em Informar/Sugerir ela corrigiu uma resposta incorreta fornecida pela aluna e, em Guiar/Apoiar, conduziu o pensamento da aluna para o resultado da operação. Luana explicou sua resolução, que foi aceita pela turma.

E, na ação de Convidar, a professora foi chamando os alunos ao quadro a cada fim de apresentação. E então, ela convidou Maria para mostrar o seu cálculo. Maria foi até a lousa, escreveu $5+4=9$ e explicou:

Maria: *Eu fiz, 5+4...*

Professora: *Por quê?* (**Desafiar**)

Maria: *Porque 5 caixas... 5 bolas na caixa azul e 4 bolas na caixa vermelha.*

Professora: *E quantas bolas ao todo?* (**Guiar/Apoiar**)

Maria: *Nove!*

Professora: *Nas duas caixas?* (**Guiar/Apoiar**)

Maria: *Sim!*

Diante da resolução de Maria, a professora, mais uma vez, executou ação de Desafiar, solicitando que Maria justificasse a sua resolução. Também executou a ação de Guiar/Apoiar, ao conduzir o pensamento da aluna com os questionamentos que fizera e chamando a atenção da turma para fatos importantes.

Mais uma aluna foi convidada a apresentar a sua resolução, dessa vez Mônica foi até a lousa e escreveu: $4+5=9$. No momento em que Mônica escreveu o seu cálculo na lousa, Maria já fez a observação, dizendo:

Maria: *A Mônica vai fazer o contrário da minha.*

[Após Mônica terminar de escrever o seu cálculo no quadro, a professora prosseguiu.]

Professora: *É a mesma coisa de Maria, né?!* [se referindo ao cálculo feito por Maria] (**Desafiar**)

Mônica: *Não!*

Professora: *Maria, como é que está a sua conta?* (**Guiar/Apoiar**)

Maria: *A minha eu fiz 5 bolas na caixa azul mais 4 bolas na caixa vermelha.*

Professora: *E tu? Ela disse que são 5 na azul e 4 na vermelha. E agora a tua?* [perguntando para Mónica]. **(Guiar/Apoiar)**

[Como Mónica ainda levou um certo tempo para pensar no cálculo que fizera e escreveu na lousa, a professora mais uma vez falou como fora feito o cálculo de Maria]

Professora: *4 na...?* [apontando para cada elemento do cálculo]. **(Guiar/Apoiar)**

Mónica: [...] *caixa azul e 5 na vermelha.*

Professora: *E qual a diferença entre esta* [apontando para a conta de Maria] *e esta* [apontando para a conta de Mónica]? **(Desafiar)**

Mónica: *É trocado!* [referindo-se aos valores depositados nas caixas azul e vermelha].

Neste trecho, observamos as ações da professora distribuídas nas categorias Guiar/Apoiar e Desafiar. Ao questionar a turma se a resolução apresentada por Mónica seria a mesma de Maria, a professora encorajou a reflexão (se $5+4$ seria igual a $4+5$, embora ambos tivessem o 9 como resultado). Na sequência, ela executou ações de Guiar/Apoiar, incentivando a explicação e conduzindo o pensamento dos alunos. Ao final, a professora lançou novamente o desafio, ao qual os alunos responderam prontamente, após as ações de Guiar/Apoiar.

Seguindo com a discussão, o aluno Paulo foi até a lousa e escreveu: $3+6=9$. A professora recordou a turma do cálculo de Nina que era “ $6+3=9$ ”.

Professora: *Qual é a diferença entre esta* [apontando para o cálculo de Nina] *e esta* [apontando para o cálculo de Paulo]? **(Desafiar)**

Nina: *Eu fiz 6 na caixa azul e 3 na caixa vermelha.*

Professora: *E a sua?* [perguntou para Paulo] **(Guiar/Apoiar)**

Paulo: *Eu fiz...* [Paulo não terminou a explicação]

Professora: *Ela fez 6 na azul e 3 na vermelha, o seu é ao contrário.* [apontando para os cálculos para que Paulo notasse a diferença]. **(Informar/Sugerir)**

[Como a professora percebeu, ainda, uma certa resistência em Paulo para realizar a explicação, ela prosseguiu com o diálogo]

Professora: *3 na azul... E 6 na...?* **(Guiar/Apoiar)**

Paulo: *Na vermelha!*

[Logo após, a professora solicitou que Paulo repetisse o pensamento em um tom de voz mais alto para que os colegas pudessem ouvir].

Paulo: *3 na caixa azul e 6 na caixa vermelha.*

A mesma dinâmica observada no trecho anterior repetiu-se. A professora propôs um desafio, estimulando os alunos a refletirem sobre a diferença entre as resoluções de Paulo e de Nina – ação da categoria Desafiar. E, para que eles avançassem na nessa reflexão, ela executou ações da categoria Guiar/Apoiar, ao conduzir o pensamento dos alunos, e de Informar/Sugerir, ao fornecer explicações.

Os próximos alunos a irem ao quadro foram Nádia e João, que escreveram: $7+2=9$. E logo iniciaram a explicação.

Nádia: *7 na caixa azul e 2 na caixa vermelha que é igual a 9.*

Professora: *Todos concordam?*

Alunos: *Sim!*

[Outro grupo foi ao quadro, o grupo formado pela Marta e Aline, que escreveram $2+7=9$ e iniciaram a explicação de imediato]

Marta: *2 na caixa vermelha e 7 na caixa azul.*

[A professora seguiu uma ordem das caixas, na qual o primeiro elemento da soma era para a caixa azul e o segundo elemento era para a caixa vermelha (como mostrava a ilustração da tarefa proposta)]

Professora: *2 na caixa vermelha? Mas o de cima [apontando para o cálculo anterior] disse que eram 7 na caixa azul e 2 na caixa vermelha... Então fica, 2 na caixa azul e 7 na caixa...? (Informar/Sugerir)*

Marta: *Vermelha!*

Professora: *Tem mais alguma? (Desafiar)*

Luís: *Parece que sim! Parece que ainda falta uma... Mais do que uma, duas!*

Alunos: *Duas, Duas!*

A professora, diante das resoluções apresentadas pelos pares, observou que ocorrera uma confusão entre $7 + 2 = 9$ (sete bolas na caixa azul mais duas bolas na caixa vermelha) e $2 + 7 = 9$ (duas bolas na caixa azul mais sete bolas na caixa vermelha). Nesse instante, ela fez uma intervenção com o intuito de corrigir a resposta da aluna – ação da categoria Informar/Sugerir. Note que, para além da propriedade comutativa da adição, a professora quis que eles percebessem que, no contexto da tarefa, $7 + 2$ é diferente de $2 + 7$, embora ambos resultem em 9. Diante de várias possibilidades já discutidas pela turma, ela estimulou a reflexão dos alunos, ao questionar se haveria ainda outras possibilidades – ação da categoria Desafiar.

Os alunos começaram a falar juntos que eram duas e que seria ao contrário, então a professora perguntou ao Luís:

Professora: *E como que é feito aqui? [apontando para a expressão $8+1=9$] (Guiar/Apoiar).*

Luís: *Oito na caixa vermelha e uma na caixa azul.*

Professora: *Oito vermelha e uma azul! (Informar/Sugerir).*

[Uma nova dupla se dirigiu à lousa e expôs $1+8=9$]

Professora: *Então fez ao contrário? [se referindo à expressão anterior e à atual $8+1=9$ e $1+8=9$] (Guiar/Apoiar).*

Luana: *Uma na caixa vermelha e oito na caixa azul.*

Professora: *Todos concordam com a Luana?*

Alunos: *Sim*

Professora: *Olha, o grupo aqui da Marta.*

[Uma nova dupla composta por Marta e Alexandre se dirigiu à lousa e escreveu $0+9=9$]

Alexandre: *Zero na caixa e nove em outra.*

Professora: *E aqui em cima como é? [apontando para a expressão $9+0=9$] (Guiar/Apoiar).*

Alexandre: *Nove em uma e zero em outra.*

Professora: *Você pôs zero na azul e aqui esse nove é onde? [apontando para expressões] (Guiar/Apoiar).*

[Alexandre não respondeu.]

Professora: *Se o zero é na azul, tem que ser nove?*

Aluno: *Na azul!*

Professora: *Azul, se zero na vermelha o contrário tem que ser nove na vermelha.* **(Guiar/Apoiar)**.

Ao apresentar mais possibilidades de resolução ($8 + 1$ e $1 + 8$, $9 + 0$ e $0 + 9$), a intenção da professora era que os alunos percebessem a diferença entre elas e, para isso, executou as ações de Guiar/Apoiar, focalizando a atenção dos alunos para fatos relevantes. Na Figura 2, é possível observar as resoluções apresentadas pelos alunos na lousa.

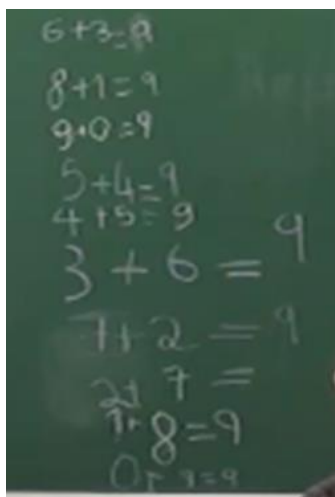


Figura 2.

Resoluções apresentadas pelos alunos (Dados da pesquisa)

E a professora prosseguiu:

Professora: *Quantas hipóteses temos aqui?* **(Guiar/Apoiar)**.

Alunos: *Dez!*

Professora: *Alguém tem mais hipóteses para apresentar?* **(Guiar/Apoiar)**.

[Nenhum aluno respondeu, e ela continuou.]

Professora: *Quais foram os grupos que não tiveram dez hipóteses?*

[Alguns alunos levantaram a mão]

Professora: *O grupo de Gil tem mais, esse grupo tem mais [apontou para um novo grupo], a folha do Alexandre e do João tem mais, certo? Quantas bolas são?* **(Guiar/Apoiar)**.

Alunos: *Nove!*

Professora: *Quantas hipóteses tiveram a maior parte?* **(Guiar/Apoiar)**.

Alunos: *Dez!*

Professora: *O que o número de hipóteses é em relação ao número de bolas?* **(Guiar/Apoiar)**.

Aluna: *É mais um.*

Professora: *É mais um!* **(Informar/Sugerir)**

Neste diálogo, reproduzido no trecho, a professora, sabendo que alguns alunos resolveram a tarefa de outras formas, mas incorretas, quis valer-se dessas outras resoluções para iniciar uma discussão com a turma. Então, por meio de ações de Guiar/Apoiar, ela foi

conduzindo o pensamento dos alunos com a finalidade de descortinar outras possibilidades que não seriam válidas para essa tarefa, mas que os alunos não sabiam ainda. No final, ela executou uma ação da categoria Informar/Sugerir, ao validar uma resposta correta fornecida por uma aluna.

Um novo par de alunos foi convidado a se dirigir ao quadro.

Professora: *Apresentem as que vocês fizeram, Alexandre. (Convidar)*

Alexandre: *Fiz três! Um vezes nove.*

Professora: *Tem mais alguma?* [disse ela se deslocando até a mesa de Alexandre]. *Vamos ver sua folha!* [segurando a folha nas mãos disse a Alexandre enquanto ele terminava de escrever $9 \times 1 = 9$ na lousa] **(Convidar)**

Professora: *Diga lá, Alexandre. Por que fizeram estas? Explique Alexandre por que acrescentaram estas? Explica lá Alexandre, por que fizeram $1 \times 9 = 9$, $9 \times 1 = 9$ e $1 + 1 + 1 \dots$ quantas vezes um?* **(Guiar/Apoiar).**

Alexandre: *Nove.*

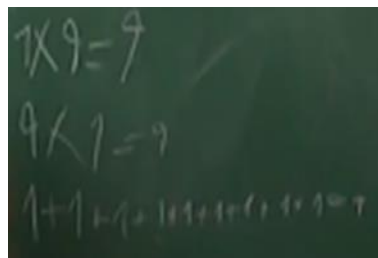


Figura 3.

Resoluções apresentadas pelos alunos Alexandre e sua dupla (Dados da pesquisa)

Alexandre e sua dupla escreveram três expressões no quadro, como vemos na Figura 3. Como a professora percebeu não estarem aquelas resoluções adequadas e isso poderia desencadear uma boa discussão, ela incentivou que os alunos apresentassem suas resoluções e explicassem o que havia feito – ações da categoria Convidar e Guiar/Apoiar.

E ela continuou o questionamento.

Professora: *Vamos ver quantos concordam com essa hipótese?* **(Guiar/Apoiar)**

Luana: *Sim.*

Professora: *Por quê? Luana?* **(Desafiar)**

Professora: *Olha, nós temos que discutir se isso faz sentido ou não!*

Professora: *Luís, diz por que que tu disseste que faz sentido.* [em meio a todos alunos falando ao mesmo tempo, Luís se pronunciou]. *Tu disseste que faz sentido. Então, Luís, por que tu disseste que faz sentido?* **(Desafiar)**

Professora: *Olha o que está abaixo, onde estão as caixas? Não há caixas aqui? Quantas caixas têm que ter nessa parte?*

Alunos: *Nove!*

Professora: *Diz Luana, quantas caixas aparecem aqui?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Nove!*

Professora: *E aqui? Nove vezes um.* [apontando para expressão $9 \times 1 = 9$] **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Duas!*
 Professora: *Essa é a representação de qual?* [ainda apontando para $9 \times 1 = 9$] **(Guiar/Apoiar)**
 Luan: $1+1+1+1+1+1+1+1+1=9$
 Professora: *Então quantas caixas tem aqui?* [apontando para $9 \times 1 = 9$] **(Guiar/Apoiar)**.
 Professora: *Diz, Nina, faz sentido nove caixas?* **(Desafiar)**.
 Alunos: *Não!*
 Professora: *E estas?* [aponta para $1 \times 9 = 9$] **(Guiar/Apoiar)**.
 Nina: *Essa faz.*
 Professora: *Por quê?* **(Desafiar)**.
 Nina: *Porque é só uma vez nove.*
 Professora: *Uma vez o nove* **(Informar/Sugerir)** *e onde está esse nove?* **(Guiar/Apoiar)**.
 Nina: *Hã?*
 Professora: *Onde estão as caixas aqui? Onde estão as caixas aqui?* **(Guiar/Apoiar)**.
 Guilherme: *No nove.*
 Professora: *Uma vez nove é como está?* [aponta para $1+1+\dots+1=9$] **(Guiar/Apoiar)**
 Guilherme: *Não, é ao contrário.*
 Professora: *Então quantas caixas tem aqui* [aponta para $1 \times 9 = 9$]. *Guilherme, Guilherme, quantas caixas tem aqui? Diz, Guilherme!* **(Guiar/Apoiar)**
 Guilherme: *Uma.*
 Professora: *Uma caixa* **(Informar/Sugerir)**, *e quantas bolas há nessa caixa?* [apontando para o nove na expressão $1 \times 9 = 9$] **(Guiar/Apoiar)**
 Guilherme: *Nove.*
 Professora: *Nove!* **(Informar/Sugerir)** *Só temos uma caixa?* [perguntando para todos os alunos] **(Guiar/Apoiar)**
 Alunos: *Não.*
 Professora: *Mas isso tudo dá nove, por que não faz sentido neste desafio?* **(Desafiar)**.
 Maria: *Nós tentamos igual ao número do dia... nós fazíamos as contas da maneira que dá.* [a aluna se referiu à outra tarefa exploratória chamada o número do dia]
 Professora: *Para chegar ao nove? Por quê? O que nós temos aqui é importante.* [mostra a folha de atividades] **(Desafiar)**
 Maria: *Nós temos que fazer as maneiras com as duas caixas e com as bolas.*
 Professora: *Com as nove bolas?* **(Guiar/apoiar)**
 [Maria concorda].
 Professora: *Podemos fazer uma forma qualquer de chegar ao nove? Faz sentido neste desafio?* **(Desafiar)**

Nesse trecho da discussão, a professora lançou mão de várias ações com o intuito de que os alunos se atentassem que, embora aquelas operações resultassem em 9, elas não satisfaziam as condições da tarefa, num processo de validação das conjecturas apresentadas. Em alguns momentos, ela redisse a resposta correta fornecida pelo aluno (categoria Informar/Sugerir) e em vários outros ela executou ações da categoria Guiar/Apoiar, fazendo uma série de questionamentos que conduziram o pensamento do aluno e o focaram nos aspectos a que ela pretendia chamar a atenção, como por exemplo, o número de caixas. Além disso, em

outros momentos ela desafiou os alunos, questionando se, naquele caso, faria sentido as resoluções dadas por este par e por quê – ações da categoria Desafiar.

Em resposta à professora, alguns alunos disseram não fazer sentido. A professora convidou João para ir até à lousa para dar continuidade às apresentações e pediu-lhe para expor uma expressão diferente das que já haviam sido apresentadas.

João e Armando se dirigiram até a lousa e escreveram “ $3+4+2=9$ e $2+4+3=9$ ”. Em seguida, ela questionou todos se essa expressão faria sentido. A Figura 4 ilustra a forma como escreveram:

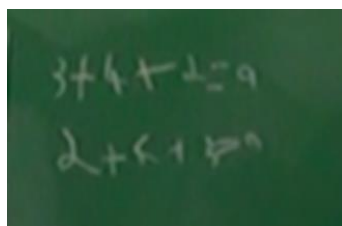


Figura 4.

Resoluções apresentadas pelos alunos João e Armando (Dados da pesquisa)

Professora: *Olha, quantas caixas aparecem aqui?* [indicando a expressão $3+4+2=9$]. **(Guiar/Apoiar)**

Marta: *Três!*

Professora: *Por quê? Diz lá, Marta!* **(Desafiar)**

[Marta não respondeu]

Professora: *Esses três...? Essas três bolas vão...? Para uma das caixas! Pode ser a...?* [apontando para o número 3 da expressão]. **(Guiar/Apoiar)**

Marta: *Azul.* [referindo-se a uma das caixas].

Professora: *E essas quatro?* [apontando para o número 4 da expressão]. **(Guiar/Apoiar)**

Marta: *Para a vermelha!*

Professora: *E essas duas? Para a amarela? Há alguma caixa amarela?* [indicando o número 2 da expressão]. **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Não!*

Professora: *Mas isso dá nove!* **(Informar/Sugerir)**

Guilherme: *Também dá nove, mas é de outra maneira!*

Professora: *Guilherme, o que quer dizer, “mas é de outra maneira”?* **(Guiar/Apoiar)**

Guilherme: *É uma forma qualquer para se chegar ao nove!*

Professora: *E é isso que pedia o problema? Armando e João, era isso? Nós temos três caixas?* **(Desafiar)** [Os alunos acenaram com a cabeça respondendo que não para as perguntas].

Nesta etapa da discussão, a professora voltou a atenção dos alunos para uma resolução feita por João e Armando, em que mostraram duas expressões com a soma de três números: $3 + 4 + 2 = 9$ e $2 + 4 + 3 = 9$. Com o propósito de conduzir o pensamento dos alunos para a percepção de que estas resoluções não seriam válidas (processo de validação), a professora executou ações das categorias Guiar/Apoiar, Informar/Sugerir e Desafiar. Esse trecho

exemplifica o amálgama formado pelas ações do professor que, a despeito de terem sido analisadas em categorias separadas, juntas contribuem para desencadear o raciocínio matemático dos alunos. Num primeiro questionamento, a professora propôs um desafio para Marta (Por quê?), e diante da dificuldade de a aluna justificar sua resposta, a professora retomou a discussão por meio das ações de Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir. Essas ações juntas viabilizaram que os alunos percebessem que o que estava em jogo não era apenas obter o resultado 9.

A professora convidou o par de alunos Gil e Mónica para apresentar a sua resolução, os quais, por sua vez, escreveram na lousa as expressões: $10 - 1 = 9$, $11 - 2 = 9$, $12 - 3 = 9$ e $13 - 4 = 9$, como mostra a Figura 5:

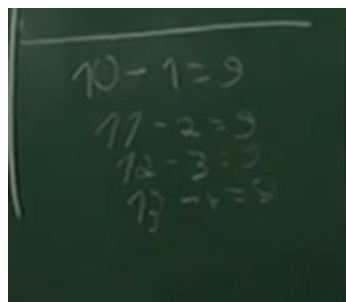


Figura 5.

Resoluções apresentadas pelos alunos Gil e Mónica (Dados da pesquisa)

A professora questionou a dupla:

Professora: *Olha, Gil, explica lá! Foi ideia sua, e a Mónica disse que não concordava.* **(Convidar)**

Mónica: *Nós temos 9 bolas na folha, mas onde é que nós vamos buscar mais uma bola?* [pergunta feita pela aluna para os colegas da sala, em relação à quantidade de bolas descritas numericamente pelo colega Gil].

Professora: *Onde é que esta “mais uma bola” aqui?* [referindo-se à expressão “ $10 - 1 = 9$ ”]. **(Guiar/Apoiar)**

Mónica: *No $10 - 1$...! Pois, como é que tiramos um da “coisa”?*

Professora: *Estás a dizer que não temos 10 bolas! Aqui as bolas eram saltitantes, pulavam de um lado para o outro.* [indicando a expressão $10 - 1 = 9$]. **(Informar/Sugerir)**

Mónica: *E, também, $11 - 2$, como é que nós temos 11...? E 12...? E 13...?*

Professora: *O que é que tentou fazer o Gil? Diz lá, Maria!* **(Guiar/Apoiar)**

Maria: *O Gil tentou fazer que nós tentássemos ter mais bolas, mas isso não faz sentido, nós nem temos 13 bolas, como é que vamos fazer essas contas?!!*

Professora: *Mas o que é que ele fez?* [perguntando para a turma] **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Ele usou o “menos” ao invés de usar o “mais”.* [referindo-se aos sinais utilizados nas expressões].

Professora: *Ele usou uma...?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Uma diferença!* [referindo-se ao sinal de menos]

Professora: *Uma subtração!* **(Informar/Sugerir)**

Neste momento da discussão, a professora escolheu a resolução feita pelos alunos Gil e Mónica para analisar a questão. O aluno Gil apresentou possibilidades que, apesar de não serem adequadas em relação ao que a tarefa pedia, tinham um potencial de discussão a ser trabalhado com os alunos. Para manter a dinâmica, ela realizou as ações de Convidar, Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir. Neste diálogo, o aluno Gil não justificou a maneira como fizera a tarefa. Ainda com relação à dinâmica da discussão, a aluna Mónica mobilizou o processo de validação, já que não concordava com a resolução dada pelo colega e explicou-se: “*nós nem temos 13 bolas, como é que vamos fazer essas contas*”. Os alunos perceberam que a conjectura de Gil não era válida, isso porque a operação de subtração não satisfaria a tarefa.

Por fim, para a última apresentação, a professora pediu os alunos Dario e Lúcia para mostrarem como resolveram a tarefa. Os alunos imediatamente foram até a lousa e escreveram as possibilidades com a organização feita da forma como ilustra a Figura 6:

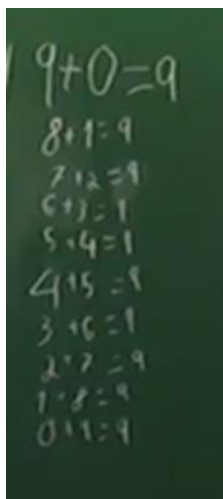


Figura 6.

Resoluções apresentadas pelos alunos Dario e Lúcia (Dados da pesquisa)

Logo após, a professora iniciou os questionamentos:

Professora: *Explica, Lúcia, o porquê é que apagaram tudo e por que é que decidiram fazer outra organização do vosso trabalho? (Convidar) Eles já tinham feito o trabalho, mas apagaram tudo...*

Dario: *Já tínhamos feito algumas, mas apagamos tudo porque eu fiz esta organização! Primeiro nós fizemos... Nós estávamos a fazer outra organização, primeiro nós fizemos uma conta dessas [referindo-se a apenas um dos cálculos feitos] e depois fazíamos ao contrário.*

Professora: *Mas que organização é essa? Ainda não vi...! (Guiar/Apoiar)*

Dario: *É... Sequência!*

Professora: *Sequência como? Explica lá... Explica o que é que acontece com a sequência. (Guiar/Apoiar)*

Dario: *Aqui vai aumentar* [referindo-se aos elementos do lado direito do cálculo em relação ao sinal de adição e de cima para baixo].

Professora: *Aumentar em quanto?* **(Guiar/Apoiar)**

Dario: *Em um! E aqui vai diminuir em um* [referindo-se aos elementos do lado esquerdo do cálculo em relação ao sinal de adição e de baixo para cima].

Professora: *Olha, e o que é que acontece na adição?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Quando nós tiramos 1, temos que por 1...*

Professora: *Quando nós tiramos um... Se tirássemos uma bola de uma caixa...? O que é que teríamos que fazer?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Pôr outra...!*

Professora: *Teríamos que colocá-la na outra caixa!* **(Informar/Sugerir)** *Para se manter as 9...?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Bolas!*

Professora: *O que é que acontece aqui?* [indicando o cálculo $9 + 0 = 9$]. *9 numa caixa e 0 na outra, se eu tirar uma das 9 quantas ficam?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *8!*

Professora: *E o que é que eu tenho que fazer com essa bola que eu tirei dessa caixa?* **(Guiar/Apoiar)**

Alunos: *Colocar na outra caixa!*

Professora: *Acham que faz sentido essa organização?*

Alunos: *Sim!*

Nesta etapa da discussão, predominaram as ações de Guiar/Apoiar. Diante da resolução apresentada por esses alunos, a professora fez uma série de questionamentos com a objetivo de levar os alunos a perceberem padrão existente na tarefa: *se eu tirar uma bola de uma caixa tenho que colocá-la na outra para permanecer com a mesma quantidade, num processo de generalização*. Embora essa relação não tenha sido generalizada para outras quantidades, a percepção dela poderá ser aproveitada em tarefas futuras, contribuindo para o entendimento do sentido da adição.

Discussão e considerações finais

No início da discussão, ao ser convidada pela professora, a aluna Nina apresentou sua resolução para a tarefa ($6 + 3 = 9$), evidenciando a elaboração de uma conjectura por parte dela. Estamos entendendo cada estratégia de resolução apresentada pelos alunos como uma conjectura elaborada por eles, uma vez que, ao elaborar uma estratégia, ao definir um procedimento a ser usado, os alunos julgam, mesmo de forma inconsciente, que este caminho os conduz a um resultado provável ou possível, conforme Araman e Serrazina (2020a).

Na sequência, a professora pediu que ela apresentasse razões que sustentassem a conjectura, num processo de justificação. Ao solicitar razões para a resolução apresentada pela aluna, a ação da professora insere-se na categoria Desafiar. As ações dessa categoria desvelam um alto potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático (Ponte et al., 2013).

Entretanto, a aluna não conseguiu justificar sua resolução, o que levou a professora a conduzir uma série de ações das categorias Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir, tanto com a aluna quanto com os demais alunos da turma, com o intuito de que eles conseguissem elaborar uma justificativa para a resolução da colega. Segundo Araman et al. (2019), as ações previstas nestas categorias são essenciais para desenvolver o raciocínio matemático, uma vez que sustentam a discussão iniciada pela professora e fornecem elementos para que os alunos avancem em seus entendimentos, funcionando como um arcabouço de percepções que conduzem os alunos a novas compreensões. Todas essas ações juntas convergiram para que o aluno Renato conseguisse formular uma possível justificativa (*Se as 6 forem para a caixa azul, as 3 vão para a vermelha*).

A partir disso, a discussão continuou. Por meio das ações de Convidar, a professora chamou outros alunos para mostrarem suas resoluções. Diante da resolução $3 + 6 = 9$, a professora novamente instigou os alunos a justificarem se era a mesma resolução apresentada por Nina e por quê. Um novo ciclo de ações das categorias Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir se desenrolou com a finalidade de que os alunos percebessem e justificassem que, embora as duas resoluções apresentassem o mesmo resultado 9, elas expressavam situações diferentes, ampliando os entendimentos deles em relação ao sentido da adição e à propriedade comutativa. O mesmo ocorreu com as resoluções $7 + 2$ e $2 + 7$; $8 + 1$ e $1 + 8$; etc.

Do mesmo modo, percebemos as ações da professora num ciclo que se iniciou com as ações da categoria Convidar, seguidas das ações de Desafiar e que, num dado momento, para que os alunos conseguissem justificar suas respostas, várias ações das categorias de Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir sustentaram a discussão e os entendimentos. Araman et al. (2020) afirmam que “estas ações permeiam toda a discussão, pois partem de questões pontuais e evoluem ao longo da discussão, conduzindo o pensamento dos alunos para onde a professora deseja”(p. 457).

Ao se dar conta de que alguns alunos apresentaram resoluções não válidas para a tarefa, a professora os convidou para compartilhar com os colegas suas resoluções. Os alunos mostraram resoluções como $1 \times 9 = 9$; $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$; $3 + 4 + 2 = 9$; $10 - 1 = 9$, entre outras. Com o intuito de conduzir os alunos num processo de validação dessas resoluções, mais uma vez a professora executou diversas ações das quatro categorias, buscando, a todo instante, que os alunos percebessem que tais resoluções não eram válidas e que conseguissem explicitar por que não eram válidas.

Ao longo da discussão, mediada pelas ações da professora, os alunos entenderam que, para a tarefa solicitada, obter o resultado 9 por si só não corresponderia a uma resolução correta,

num processo de validação por meio da elaboração de justificativas. De acordo com Ellis et al. (2018), essas ações apresentam alto potencial para promover o raciocínio matemático, pois auxiliam os alunos a justificarem seu pensamento, oferecendo razões que o fundamentam.

Por fim, a professora convidou à lousa um par de alunos (Dario e Lúcia) que usaram uma representação que ajudou na compreensão dos demais alunos. E, novamente, por meio das diferentes ações, ela conseguiu que os alunos justificassem a resolução apresentada, ampliando seus entendimentos sobre o sentido da adição, o que pode ser visto quando os alunos concluíram “quando tiramos 1 (de uma caixa) temos que pôr 1 (na outra caixa)”, num processo de generalização.

Em suma, podemos concluir que as ações da professora foram fundamentais no decorrer da discussão da tarefa. As ações da categoria Convidar levaram os alunos a relatarem o modo como resolveram as tarefas. Muito embora essas ações não tenham resultado no desenvolvimento do raciocínio matemático, elas envolveram os alunos na discussão. Neste caso, ao Convidar alunos a relatarem resoluções inadequadas para a situação, a professora iniciou discussões relevantes que conduziram ao processo de validação. As ações das categorias Guiar/Apoiar e Informar/Sugerir levaram os alunos a formularem estratégias de resolução, a identificarem um padrão e a elaborarem conjecturas. Tais ações combinadas deram suporte a processos de raciocínio mais elaborados que ocorreram a partir das ações de Desafiar, como legitimar as conjecturas elaboradas por meio da justificação e generalizar.

Os resultados obtidos neste estudo denotam a importância do desenvolvimento do raciocínio matemático, apoiado em seus processos, com alunos que estão a iniciar a sua escolarização. Mostram também a relevância das ações da professora e “do modo como essas ações abrem possibilidades para processos de raciocínio matemático desde os primeiros anos” (Araman et al. 2020, p. 459).

Referências

- Araman, E. M. O., & Serrazina, M. L. (2020a). Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3.º ano de escolaridade. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 09(18), 118-136.
- Araman, E. M. O., & Serrazina, M. L. (2020b). Como cozer pãezinhos: processos de raciocínio matemático e ações do professor na discussão coletiva de uma tarefa exploratória no 3.º ano. *Vidya*, 40(2), 147-165.
- Araman, E. M. O., Serrazina, M. L., & Ponte, J. P. (2019). “Eu perguntei se o cinco não tem metade”: ações de uma professora dos primeiros anos que apoiam o raciocínio matemático. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(2), 466-490.

- Araman, E. M. O., Serrazina, M. L., & Ponte, J. P. (2020) Raciocínio matemático nos primeiros anos: ações de duas professoras ao discutir tarefas com os seus alunos. *Bolema*, 34(67), 441-461.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016) Design research: an analysis and critique. In L. D. English, D. Kirshner (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 481-503). Routledge.
- Ellis, A., Özgür, Z., & Reiten, L. (2018, jun.). Teacher moves for supporting student reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 30(2), 1-26.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1-16.
- Lannin, J., Ellis, A. B., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematics reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2018). Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, 32(62), 781-801.
- Ministério de Educação e Cultura (2002). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: autor.
- Ministério de Educação e Cultura (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: autor.
- Morais, C., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2018). Mathematical reasoning fostered by (fostering) transformations of rational number representations. *Acta Scientiae*, 20(4), 552-570.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. *Práxis Educativa*, 7(2), 355-377.
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., & Quresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J., & Quresma, M. (2016). Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, 25(2), 77-98.
- Stylianides, G. J. (2009) Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288.
- Wood, T. (1997). Creating classroom interactions for mathematical reasoning: beyond “natural teaching”. In P. Abrantes, J. Porfírio, & M. Baía (Org.), *The interactions in the mathematics classroom: proceedings of the CIEAEM 49* (pp. 34-43). Escola Superior de Educação.
- Revisora do artigo, quanto aos aspectos da Língua Portuguesa e da normatização APA 7 th: Vera Lúcia Fator Gouvêa Bonilha. E-mail: verah.bonilha@gmail.com Tel.(19) 99271 2730.