EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
Qualis A1
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25i1p122-144

Conhecimento profissional do professor ao ensinar transformações geométricas: uma análise de situações de aula

Professional teacher knowledge when teaching geometric transformations: an analysis of class situations

Conocimiento profesional del profesor al enseñar transformaciones geométricas: un análisis de situaciones de clase

Connaissance professionnelle de l'enseignant lors de l'enseignement des transformations géométriques : une analyse des situations de classe

Natalia Nascimben Delmondi Munhoz[1]
Universidade Federal do ABC – UFABC
Mestre em Ensino e História das Ciências e da Matemática – UFABC
https://orcid.org/0000-0001-7060-4254

Vinícius Pazuch[2]
Universidade Federal do ABC – UFABC
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática
https://orcid.org/0000-0001-6997-1110

Resumo

Este artigo tem como objetivo *identificar e compreender como os conhecimentos do professor impactam na sua prática em relação ao conteúdo de transformações geométricas*. Para tanto, foi analisado qualitativamente, em junho de 2019, um episódio de aula em que tal conteúdo foi ministrado para uma turma do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal da cidade de São Paulo. Para tal, foi usada como principal referencial teórico e metodológico a ferramenta *Knowledge Quartet* (*KQ*). A partir dela foram levantados e categorizados 21 eventos críticos, sendo 5 deles discutidos nesse artigo. A análise deles evidenciou uma convergência entre as pesquisas teóricas e a prática do professor que ensina o conteúdo de transformações geométricas, e indicou lacunas no conhecimento docente e a utilização de exercícios fechados com desafios reduzidos para o ensino desse conteúdo. O *KQ* se mostrou uma ferramenta adequada para tal análise, com o intuito de destacar tais aspectos, de modo que tanto a formação inicial quanto a continuada de professores possam ser estruturadas de acordo com as demandas observadas na prática.

[1] n.delmondi@aluno.ufabc.edu.br
[2] vinicius.pazuch@ufabc.edu.br

Palavras-chave: Ensino de geometria, Prática reflexiva, Prática profissional, Ensino de matemática.

Abstract

This article aims to *identify and understand how the teacher's knowledge impacts their practice regarding the content of geometric transformations*. To this end, we analyzed qualitatively, in June 2019, a class episode in which such content was taught to an 8th-grade class at an elementary municipal school in the city of São Paulo. To this end, we used the Knowledge Quartet (KQ) tool as the main theoretical and methodological reference. We raised and categorized 21 critical events, and discussed five of them. The analysis showed a convergence between theoretical research and the practice of the teacher who teaches the content of geometric transformations, and indicated gaps in teaching knowledge and the use of closed exercises with reduced challenges for teaching the content. The KQ proved to be an appropriate tool for such analysis, to highlight such aspects so that both the initial and continuing teacher education can be structured according to the demands observed in practice.

Keywords: Geometry teaching, Reflective practice, Professional practice, Mathematics teaching.

Resumen

El objetivo de este artículo es *identificar y comprender cómo el conocimiento del profesor impacta su práctica en cuanto al contenido de transformaciones geométricas*. Para ello, se analizó cualitativamente, en junio de 2019, un episodio de clase en el cual este contenido fue enseñado a alumnos de 8.º año de primaria de una Escuela Municipal en la ciudad de São Paulo. Para ello, se utilizó la herramienta *Knowledge Quartet* (*KQ*) como principal marco teórico y metodológico. A partir de esta herramienta se identificaron y categorizaron 21 eventos críticos, de los cuales 5 se discuten en este trabajo. El análisis mostró una convergencia entre los estudios teóricos y la práctica del profesor que enseña transformaciones geométricas, y reveló brechas en el conocimiento docente y en la implementación de ejercicios cerrados con desafíos reducidos al enseñar dicho contenido. El *KQ* se mostró como una herramienta adecuada para tal análisis en tanto permitió destacar tales aspectos, lo que hace que la formación inicial y continua de profesores pueda estructurarse de acuerdo con las demandas observadas en la práctica.

Palabras clave: Enseñanza de la geometría, Práctica reflexiva, Práctica profesional, Enseñanza de las matemáticas.

Résumé

Cet article vise à *identifier et à comprendre comment les connaissances de l'enseignant impactent sa pratique par rapport au contenu des transformations géométriques*. Pour cela, un épisode de classe a été analysé qualitativement, en juin 2019, dans lequel ce contenu a été donné à une classe de la 8ème année de l'école primaire d'une école municipale de la ville de São Paulo. Pour cela, l'outil *Knowledge Quartet* (*KQ*) a été utilisé comme cadre théorique et méthodologique principal. À partir de là, 21 événements critiques ont été soulevés et catégorisés, dont 5 ont été discutés dans cet article. Leur analyse a montré une convergence entre la recherche théorique et la pratique de l'enseignant qui enseigne le contenu des transformations géométriques, et a indiqué des lacunes dans les connaissances pédagogiques et l'utilisation d'exercices fermés avec des défis réduits pour l'enseignement de ce contenu. Le KQ s'est avéré être un outil adéquat pour une telle analyse, afin de mettre en évidence ces aspects, de sorte que la formation initiale et continue des enseignants puisse être structurée en fonction des exigences observées dans la pratique.

***Mots-clés* :** Enseignement de la géométrie, Pratique réflexive, Pratique professionnelle, Enseignement des mathématiques.

Conhecimento profissional do professor ao ensinar transformações geométricas: uma análise de situações de aula

Este artigo refere-se a uma etapa de uma pesquisa na qual foram analisados aspectos relativos ao ensino do conteúdo matemático de transformações geométricas. Este tópico específico da geometria trata de alterações no posicionamento (transformações isométricas) ou nas dimensões (homotetias) de uma dada figura, em relação a uma figura inicial (Wagner, 2007).

A escolha desse conteúdo específico da geometria se deu pelo fato de que ele é capaz de auxiliar no desenvolvimento de habilidades de transformação de um raciocínio concreto para um raciocínio abstrato pelos estudantes, a fim de contribuir para a aprendizagem não só de outros tópicos matemáticos, como também de outras disciplinas. Além disso, por meio das transformações geométricas, é possível trabalhar conteúdos como números e medidas, semelhanças e diferenças, e regularidades entre estruturas, em diversos níveis de profundidade, o que faz com que esse conteúdo possa ser explorado com diversas faixas etárias (Lage, 2008; Medeiros & Gravina, 2015). Ainda, assim como os demais tópicos da geometria, esse conteúdo frequentemente deixa de ser trabalhado em sala de aula pelos professores, por motivos como falta de tempo, falta de conhecimento sobre o tema, carência de recursos didáticos adequados ou simplesmente por acreditarem que se trata de um conteúdo irrelevante (Lage, 2008; Maia, 2014; Marschall & Fioreze, 2015; Medeiros & Gravina, 2015).

O primeiro dos aspectos analisados, referente ao ensino de transformações geométricas, envolveu as pesquisas já realizadas sobre o tema. Assim, em 2017, realizamos uma revisão sistemática de literatura na qual 30 artigos foram analisados e alocados em 10 temáticas de análise, que foram agrupadas em 4 unidades de análise: processos formativos, prática docente e/ou conhecimento do professor; pensamento geométrico e relação com os estudantes; conhecimentos geométricos e tecnológicos; recursos didáticos e estratégias metodológicas. Tais artigos mostraram que o conhecimento dos professores acerca das transformações geométricas é superficial e resulta, consequentemente, num ensino defasado desse conceito. Ainda, foi detectada uma carência de artigos que tratem de tarefas voltadas ao ensino de transformações geométricas, bem como outros materiais didáticos voltados para esse tema (Delmondi & Pazuch, 2018).

Em seguida, em 2018, analisamos documentos oficiais do Estado de São Paulo, resultantes da implementação do *Programa São Paulo Faz Escola*, em 2008. Os principais materiais frutos desse programa são o *Currículo Oficial do Estado de São Paulo*, e os *Cadernos do Aluno* e *Cadernos do Professor do Estado de São Paulo*. A análise desses materiais mostrou que, embora o conteúdo matemático de transformações geométricas esteja previsto, com ênfase proporcional aos demais conteúdos, pelo *Currículo Oficial do Estado de São Paulo*, as tarefas propostas pelos *Cadernos do Aluno e Cadernos do Professor do Estado de São Paulo* que tratam desse conteúdo são superficiais e pouco desafiadoras, além de não possuírem proximidade com o contexto dos estudantes (Delmondi & Pazuch, 2019a, 2019b).

Com base em tais constatações, mostrou-se pertinente aprofundar as pesquisas sobre qual a natureza das tarefas elaboradas para abordar as transformações geométricas na sala de aula. Assim, no início de 2019, foram estudados nove artigos que tratam dessa temática, nos quais predominaram tarefas com o perfil de exercícios, ou seja, fechadas e com desafios reduzidos. Embora tarefas com essa característica tenham a sua importância, foi constatada uma carência de tarefas mais desafiadoras, além da observação de que alguns artigos possuíam tarefas similares, demonstrando uma lacuna na proposição de novas tarefas, mais contextualizadas e atrativas para os estudantes, que abordem o conteúdo de transformações geométricas (Delmondi & Pazuch, 2020).

De posse de um panorama da literatura, da análise de documentos e materiais curriculares e de tarefas que abordam o conteúdo matemático de transformações geométricas, foi realizada uma pesquisa de mestrado, que teve como finalidade se debruçar sobre os conhecimentos do professor mobilizados ao abordar o conteúdo de transformações geométricas em sala de aula, e sobre os conhecimentos do professor mobilizados na interação com tarefas matemáticas sobre transformações geométricas. Assim, a etapa subsequente da referida pesquisa consistiu na análise da prática do professor que leciona esse conteúdo, a fim de verificar como todos os aspectos teóricos descritos anteriormente ocorrem na prática, e se há a convergência ou divergência entre eles A essa etapa este artigo se refere. Logo, nosso objetivo aqui é *identificar e compreender como os conhecimentos do professor impactam na sua prática em relação ao conteúdo de transformações geométricas.* Com a realização dessa etapa, pretendemos estabelecer um panorama teórico de como essa abordagem vem ocorrendo no ensino brasileiro e fomentar novas pesquisas que possam contribuir para aprimorar o ensino e a aprendizagem das transformações geométricas e a prática profissional de professores, a partir da tomada de consciência por esses profissionais de possíveis lacunas em seus conhecimentos teóricos e metodológicos e da maneira como eles se refletem em sala de aula, bem como das ações necessárias para que eles próprios possam aprimorá-las, sem a necessidade de intervenções externas. Dessa forma, pretendemos proporcionar contribuições para o ensino do conteúdo de transformações geométricas e cooperar com a formação de professores que ensinam matemática.

Knowledge Quartet: uma ferramenta teórica de análise da prática docente

O conhecimento profissional do professor é uma das temáticas recorrentes de pesquisa na formação e na prática docente. Shulman (1986) discutiu três dimensões do conhecimento do professor: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Em 1987, essas dimensões foram ampliadas, incluindo teorização sobre os estudantes, o ensino e a gestão escolar.

Uma de suas contribuições foi a definição de conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK – *Pedagogical Content Knowledge*) –caracterizado como "a combinação de conteúdo e pedagogia para compreensão de como tópicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos, e apresentados para instrução[3]" (Shulman, 1987, p. 8, tradução nossa) – como um dos domínios necessários para o professor.

No âmbito da Educação Matemática, Ball et al. (2008) ampliaram a abordagem teórica de Lee Shulman, delimitando domínios de *conhecimento matemático para o ensino* - *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), subdividido em c*onhecimento específico do conteúdo* (SMK – *Subject Matter Knowledge*) e *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK).

O MKT ampliou os domínios do conhecimento profissional do professor para o ensino de Matemática, ao realizar uma distinção entre os domínios de *conhecimento matemático para o ensino*. Em contraste, o "*Knowledge Quartet*" (KQ) foca a classificação das situações do *conhecimento matemático no ensino* (Rowland, 2013), caso a ser tratado na análise de dados deste artigo. Em particular, ao relacionar o KQ e o MKT, Rowland (2013, p. 22, tradução nossa) pontua que "[...] a distinção entre os diferentes tipos de conhecimento matemático é de menor importância do que a classificação das situações em que se constituiu o conhecimento matemático no ensino"[4].

Rowland (2013) informa que a teoria que emerge do MKT, em particular, visa desfazer e esclarecer o que antes era um tanto evasivo e teoricamente não desenvolvido em termos do

---

[3] *"[...] the blending of content and pedagogy into an understanding of how particular topics, problems, or issues are organized, represented, and adapted to the diverse interests and abilities of learns, ad presented for instruction".*

[4] *"[...] the distinction between different kinds of mathematical knowledge is of lesser significance than the classification of the situations in which mathematical knowledge surfaces in teaching".*

conhecimento profissional. O KQ se configurou teoricamente a partir da prática profissional, observando e analisando o trabalho do professor em sala de aula, de forma a evidenciar as situações em que os conhecimentos matemáticos são mobilizados (Gumiero & Pazuch, 2020).

Gumiero e Pazuch (2020) também sinalizam uma linha do tempo, incluindo que os trabalhos de Shulman representaram um marco nas pesquisas sobre o conhecimento profissional docente durante as décadas de 80 e 90 e se estendem até os dias atuais. Os autores explicitam que os estudos de Ball e seus colaboradores foram amplamente difundidos, principalmente em 2008. Em relação ao KQ, o primeiro artigo foi publicado em 2005, e teve como foco o ensino de Matemática. Porém, essa ferramenta teórica vem ganhando notoriedade desde 2013, quando pesquisas envolvendo o KQ foram desenvolvidas por pesquisadores de diferentes grupos, além dos próprios autores (Gumiero & Pazuch, 2020).

O KQ se constituiu de um estudo realizado com estagiários que atuavam com crianças de 3 a 11 anos, em que foram analisados desde o planejamento de suas aulas até sua realização, filmada para posterior análise. Ao observar os dados, os pesquisadores identificaram ações significantes relacionadas ao conhecimento específico do conteúdo e ao conhecimento matemático pedagógico, as quais caracterizaram como códigos. No primeiro estudo, foram gerados 17 códigos. Posteriormente, 21 códigos, cada um com um nome específico, indicando o tipo de ação realizada. O KQ é composto por quatro dimensões – *fundamento, transformação, conexão* e *contingência* (Gumiero & Pazuch, 2020; Rowland, 2013; Rowland & Turner, 2017; Turner & Rowland, 2008).

As dimensões e os respectivos códigos que as formam, segundo Rowland (2013), são apresentados na Tabela 1:

Tabela 1.

Dimensões do KQ e seus respectivos códigos (Rowland & Turner, 2017, p. 106, tradução nossa).

Dimensões	Códigos
Fundamento **conhecimento e compreensão da Matemática por si mesma, assim como dos propósitos da Educação Matemática e das condições para que os estudantes aprendam Matemática da melhor maneira**	- Consciência de propósitos - Identificação de erros - Conhecimento notório do conteúdo - Fundamentos subjacentes da pedagogia - Uso da terminologia matemática - Uso de livros didáticos - Dependência dos procedimentos
Transformação **apresentação das ideias para os estudantes, na forma de analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações**	- Demonstrações feitas pelos professores - (Des)uso de materiais instrucionais - Escolha de representações

	- Escolha de exemplos
<u>Conexão</u> **sequência do material para o ensino e a consciência das necessidades cognitivas relativas a diferentes tópicos e tarefas**	- Conexões entre os processos - Conexões entre os conceitos - Conexões entre representações - Antecipação da complexidade - Decisões sobre sequências - Reconhecimento da adequação do conceito
<u>Contingência</u> **a habilidade para responder de maneira convincente e fundamentada aos eventos não planejados no processo de ensino e de aprendizagem**	- Resposta às ideias dos estudantes - Desvio da agenda planejada - *Insight* dos professores - (In)disponibilidade de ferramentas e recursos

O KQ é uma ferramenta teórica, relativamente recente e em desenvolvimento, de análise da prática do professor que ensina matemática. Isso sugere que podemos explorar e apresentar as suas potencialidades e seus desafios a partir de pesquisas internacionais e incentivar a elaboração de novos estudos nessa temática (Gumiero & Pazuch, 2020). A síntese de literatura produzida pelos referidos autores confirma que há um número reduzido de estudos no continente americano sobre o KQ, particularmente, no Brasil.

O estudo das situações de *fundamento* (Gumiero & Pazuch, 2021a) revelando um novo código, em que situações da sala de aula são reconhecidas e valorizadas, podem contribuir com o próprio professor na ampliação de seus conhecimentos profissionais, ao ensinar conceitos geométricos. As situações de *contingência* em aulas de geometria foram geradas a partir de dificuldades dos professores em ensinar conceitos geométricos aos estudantes na Educação Básica. Ou seja, o desvio na agenda planejada ou a indisponibilidade de recursos podem gerar novos conhecimentos (Gumiero & Pazuch, 2021b).

É fundamental esclarecer que o KQ pode constituir momentos de reflexão sobre o planejamento e a execução das aulas com base nas suas próprias dimensões e códigos. Considerando a natureza das situações da prática do professor e o conhecimento matemático (geométrico) relacionado às situações de aula, ressaltamos a importância deste artigo. A propósito, no próximo tópico discutiremos o contexto e a metodologia de pesquisa.

Metodologia

A natureza escolhida para realizar esta pesquisa foi a qualitativa. Ao considerarmos as relações humanas, estamos tratando de aspectos extremamente complexos, que, aliados ao contexto educacional, estão entrelaçados com questões relacionadas ao ensino, à aprendizagem, a contextos políticos e sociais. Essa rede de relações dificilmente pode ser mensurada quantitativamente, o que evidencia a nossa escolha (Bicudo, 2012). Ainda, essa natureza permite uma aproximação com o objeto de estudo, numa relação horizontal entre pesquisador e pesquisado, a fim de que os aspectos subjetivos inerentes ao sujeito da pesquisa sejam considerados na obtenção dos resultados e, dessa maneira, apresentem maiores possibilidades de refletir uma realidade mais ampla (Moraes, 2018).

A coleta de dados foi realizada em junho de 2019, em uma Escola Municipal de Ensino Fundamental[5], a partir de uma aula de 50 minutos sobre o conteúdo de transformações geométricas, para uma turma de 30 alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental. A coleta e o registro dos dados foram realizados por meio da observação presencial da aula e de vídeos, com enfoque na atuação da professora. A docente em questão é formada em Licenciatura em Matemática e demonstra ter uma boa relação com a docência, buscando sempre se atualizar e se apropriar de variadas ferramentas de ensino, com o intuito de potencializar a aprendizagem dos estudantes dos conteúdos matemáticos.

Para a coleta e o tratamento dos dados de vídeo, utilizamos o método de pesquisa de Powell et al. (2004). Esse modelo de descrição, transcrição e análise de dados de vídeo é direcionado ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

O uso dos registros de vídeo apresenta algumas desvantagens, como a seletividade de certas ações da sala de aula por limitações do equipamento, o não registro de certos aspectos subjetivos e do contexto em que a aula está ocorrendo. No entanto, diferentemente do que ocorre com a limitação somente à observação das aulas, permite que os dados possam ser revisitados e analisados com maior profundidade, reduzindo a possibilidade de conclusões precipitadas. Por esse motivo, esse recurso foi adotado para a realização desta pesquisa. Para buscar minimizar as limitações dele, o registro de vídeo foi associado a observações presenciais, que visaram não se restringir apenas ao olhar, mas buscando realizar uma percepção pormenorizada do contexto em questão, intentando assimilar aspectos subjetivos que não pudessem ser captados pela câmera. As percepções apreendidas foram registradas por meio da escrita da maneira mais detalhada o possível, para tentar evitar ao máximo que houvesse perdas no material coletado, e, também acrescidas de registros fotográficos. Assim, observação e registro de vídeo foram utilizados como instrumentos de coleta de dados complementares, na qual as desvantagens de um deles é contemplada pelas vantagens do outro.

[5] Os participantes e/ou responsáveis por este estudo assinaram termo de consentimento autorizando a coleta de informações.

O tratamento dos dados sugerido por Powell et al. (2004) e utilizado como parâmetro para esta pesquisa, apresenta as seguintes etapas:

1. *Observar atentamente os dados do vídeo*: eles devem ser, primeiramente, observados de maneira geral, a fim de que o pesquisador possa se familiarizar com os dados coletados.

2. *Descrever os dados do vídeo*: descrever, da maneira mais imparcial o possível, os dados observados, em especial ações que complementem e contextualizem as falas registradas.

3. *Identificar eventos críticos*: identificar pontos relevantes, que variam de acordo com os objetivos de cada pesquisa.

4. *Transcrever*: Transferir para o papel as falas e as ações complementares registradas, que possam auxiliar na interpretação dos dados.

5. *Codificar*: identificar e categorizar trechos onde podem estar contidos os eventos críticos.

6. *Construir o enredo*: relacionar descrição, transcrição, eventos críticos e codificação, a fim de interpretar os dados coletados.

7. *Compor a narrativa*: apresentar dos dados observados como um todo, que foi decomposto, analisado e recomposto novamente.

Ressaltamos que os autores apontam que tais etapas não são lineares, podendo ser realizadas em outra ordem ou simultaneamente, e podem não ser necessariamente todas utilizadas, de acordo com cada objetivo de pesquisa.

Assim, após a coleta dos dados, eles foram primeiramente transcritos, adicionando-se simultaneamente descrições que pudessem complementá-los. Em seguida, os dados foram observados em um panorama geral, e então, os eventos críticos foram definidos de acordo com a transcrição das informações da aula. De acordo com Powell et al. (2004), uma situação de ensino em que estudantes apresentam uma explicação matemática ou algum tipo de argumentação que pode ser significativa para uma questão de pesquisa preocupada com a construção de justificativas matemáticas ou demonstrações e provas pelos estudantes pode ser identificada com um evento crítico. Dito de outro modo, o evento crítico pode ser uma situação marcante de uma aula de matemática, passível de análise.

Posteriormente, os eventos críticos foram associados a um ou mais códigos do KQ que se mostraram mais evidentes. Por fim, foram compostos o enredo e a narrativa, processo que será delineado a seguir, por meio da análise e da discussão de um dos eventos críticos.

Resultados e Discussão

A aula observada consistiu na introdução dos conceitos de eixo de simetria e das transformações geométricas, com ênfase para a reflexão. A professora iniciou a aula discutindo com os estudantes o conceito de simetria, apresentando a reflexão como um processo em que a imagem original e a imagem refletida são simétricas. Para exemplificar a reflexão, a professora utilizou imagens contidas na natureza e na arquitetura. Em paralelo com os exemplos visuais, foram sendo introduzidos os conceitos de simetria e de reflexão, porém, sem grandes formalizações. Seguindo com os exemplos arquitetônicos, foi apresentado também, brevemente, o conceito de rotação.

Em seguida, a professora solicitou que os estudantes pegassem o Caderno da Cidade, material didático fornecido pela prefeitura da cidade de São Paulo, e, em conjunto com estudantes, fez a leitura da atividade proposta. A professora realizou alguns dos itens da tarefa, que propunha que os estudantes traçassem, caso existisse(m), o(s) eixo(s) de simetria de diversos polígonos. Durante a resolução desses itens, a professora foi aprofundando o conceito de simetria, sempre em colaboração e em discussão com os estudantes. Nesse momento, definições de alguns quadriláteros também foram retomadas e discutidas, bem como os conceitos de retas paralelas e perpendiculares. Após realizar dois dos itens com os estudantes, a professora solicitou que eles realizassem os demais itens sozinhos.

Após um período, a professora realizou na lousa, em conjunto com os estudantes, a correção dos demais itens da tarefa. Já ao final da aula, ela pediu aos estudantes que fizessem no Caderno da Cidade a tarefa seguinte, na qual eles deveriam desenhar uma figura simétrica em relação a uma figura inicial e um eixo de simetria dados. Em virtude do término da aula, os estudantes não finalizaram essa tarefa, cuja continuidade seria dada na aula seguinte.

Posteriormente à observação desse panorama geral, foram identificados eventos críticos que pudessem estar relacionados com os códigos do KQ. Foram constatados 21 eventos críticos, que foram relacionados a, no máximo, 3 códigos do KQ cada um, que se mostraram mais evidentes. Eles foram nomeados por uma letra ou sílaba, correspondente à dimensão à qual se enquadrava (*F* para Fundamento, *T* para Transformação, *Co* para Conexão e *Ct* para Contingência), e por um número, que corresponde à ordem, dentro dessa dimensão, em que o evento crítico ocorreu na aula. Ainda, para facilitar a identificação e a visualização das dimensões e dos códigos do KQ, foi utilizado um esquema de cores, com base em Gumiero e Pazuch (2021a), apresentado a seguir:

Tabela 2.

Identificação das dimensões do KQ por cores (Gumiero & Pazuch 2021a, p.6)

Legenda	
Fundamento	
Transformação	
Conexão	
Contingência	

A Tabela 3 apresenta a correspondência de cada um dos eventos críticos com os códigos do KQ, bem como a dimensão à qual eles pertencem e a quantidade de eventos críticos relacionados a cada uma das dimensões.

Tabela 3.

Relação dos eventos críticos com as dimensões e códigos do KQ

Dimensão do KQ	**Número de ocorrências**	**Nomenclatura do Evento Crítico**	**Código do KQ**
Fundamento	6	F1	Uso da terminologia Conhecimento notório do conteúdo
		F2	Uso da terminologia
		F3	Conhecimento notório do conteúdo
		F4	Uso da terminologia Conhecimento notório do conteúdo
		F5	Uso da terminologia Consciência de propósitos Conhecimento notório do conteúdo
		F6	Uso da terminologia Conhecimento notório do conteúdo
Transformação	4	T1	Escolha de exemplos
		T2	Escolha de exemplos
		T3	Escolha de representações Demonstrações feitas pelos professores
		T4	Escolha de exemplos Demonstrações feitas pelos professores
Conexão	6	Co1	Decisões sobre sequências
		Co2	Decisões sobre sequências Conexões entre os processos
		Co3	Conexões entre os conceitos
		Co4	Conexões entre os processos
		Co5	Conexões entre os conceitos Conexões entre os processos
		Co6	Conexões entre os conceitos Conexões entre os processos
Contingência	5	Ct1	Resposta às ideias dos estudantes
		Ct2	*Insight* dos professores
		Ct3	Resposta às ideias dos estudantes
		Ct4	Desvio da agenda planejada
		Ct5	*Insight* dos professores

Cinco dos supracitados Eventos Críticos foram discutidos no presente artigo em duas situações. Na primeira delas, discutiu-se os Eventos Críticos F1, F2, F3 e F4, relacionados à dimensão *Fundamento* do KQ, pelo fato de que essa é a dimensão que contempla diretamente diversos aspectos relacionados aos conhecimentos do professor. Na segunda situação apresentamos o Evento Crítico Ct3, a fim de demostrar, tanto que, embora a situação de *Contingência* relacionada à *Resposta às ideias dos estudantes* tenha sido a mais evidente, é possível identificar outros códigos e dimensões do KQ dentro dela, como que tais códigos e dimensões também se relacionam com os conhecimentos mobilizados pela professora ao ministrar o conteúdo em questão. A seguir, são apresentadas tais situações.

Situação 1

A primeira situação a ser discutida refere-se à dimensão *Fundamento*, ou seja, à maneira como a professora abordou o conteúdo em questão com os estudantes. A seguir, é apresentado o trecho inicial da aula, no qual a professora apresenta o conteúdo a ser abordado durante a aula para os estudantes. Nesse trecho, estão evidenciados os momentos em que a professora aborda o conceito de transformações geométricas, bem como outros conceitos necessários para a compreensão desse conteúdo, contemplando os quatro primeiros eventos críticos identificados, referentes à dimensão *Fundamento*[6].

> *Professora*: Hoje eu vou dar aula sobre simetria, certo? E a gente vai falar de diferentes tipos de simetria. Então a primeira coisa que eu quero que vocês me falem, o que que eu quero que vocês me falem, inicialmente, é: quando eu falo a palavra simetria, o que que vem na cabeça?
> *Estudante* 1: Igualdade
> *Estudante* 2: Geometria
> *Professora*: Igualdade
> *Estudante* 3: Simétrico
> *Professora*: Simétrico... simetria, simétrico, ok. O que mais?
> *Estudante* 4: Um tipo de medida
> *Estudante* 5: Uma régua
> *Professora*: Simetria é um tipo de medida? Não sei... O que você falou?
> *Estudante* 5: Uma régua
> *Professora*: Por quê?
> *Estudante* 6: Eu lembro de...
> *Professora*: Oi?
> *Estudante* 6: É aquele negócio, como que é o nome?
> *Estudante* 7: Ah, eu lembro de igualdade
> *Professora*: Igualdade, simétrico. Se eu falar que alguma coisa é simétrica...
> *Estudante* 7: É que porque é igual.

[6] Os outros dois eventos críticos referentes à dimensão *Fundamento* ocorreram em outros momentos da aula, e, pelas limitações de um artigo científico, não serão discutidos aqui.

Professora: É que é igual? Está certo! Simetria é... São coisas... Na verdade é uma transformação geométrica, e quando acontece a transformação geométrica na simetria, que é a simetria, essa figura ela não é modificada. Ela muda de lugar, mas ela não é modificada. Ela é... E existem alguns tipos de simetria [...].

O trecho destacado refere-se ao Evento Crítico F1. Nele, puderam ser identificados dois códigos contemplados pela dimensão *Fundamento* do KQ. O primeiro desses códigos refere-se ao *Uso da terminologia*. Com relação a esse código, a constatação mais evidente é que, embora as terminologias utilizadas sejam referentes ao conteúdo em questão, elas não são empregadas corretamente, o que indica uma lacuna relacionada ao segundo código observado no Evento Crítico F1, o *Conhecimento notório do conteúdo*.

Na transcrição da fala da professora, a simetria é apresentada como uma transformação geométrica, o que é uma informação incorreta. As transformações geométricas, como é o caso da reflexão, podem ocorrer sobre um eixo de simetria e resultar em figuras simétricas. Porém, nem todas as transformações geométricas irão resultar necessariamente em figuras simétricas. Ainda, embora o conceito de transformação geométrica não esteja incorreto, ele está incompleto. Em uma transformação geométrica, a figura inicial permanece na mesma posição, sendo construída uma nova figura, congruente à figura inicial, ou seja, que preserva suas dimensões.

A professora prossegue a explicação, por meio de um exemplo, apresentado a seguir:

Professora: Se a gente observar uma flor, certo? Se eu passar uma linha nessa flor, dividindo essa flor em duas, o que que acontece?
[...]
Estudante 8: Vai separar ela em dois.
Professora: Então imagina, ficaria o quê? Metade de um lado, metade do outro. Se a gente pensar no próprio corpo humano, certo? E a gente traçar uma linha, dividindo a gente. Tudo que eu tenho de um lado, eu não tenho exatamente do outro?
Estudante 9: Não!
Estudante 10: Como não?
Professora: É como se eu pegasse é... Um espelho, e refletisse, tudo que eu tenho de um lado, eu tenho do outro lado, certo? Esse é o primeiro tipo de simetria que a gente vai falar, que é a simetria de reflexão [...]. Quando a gente traça uma linha, vamos pensar num rosto, é, ela tem que passar exatamente no meio. Se eu pego dois objetos, e coloco um aqui, e o outro igual aqui [indicações com as mãos], a distância entre eles tem que ser a mesma, certo? Para ser simétrico, a distância entre o eixo, que é a minha referência, tem que ser a mesma [...]. Então eu posso ter a reflexão de um ponto [professora vai para a lousa] então, ó, tem um ponto aqui. Ó, aqui eu tenho um ponto A, eu posso ter a reflexão de um ponto, eu posso ter a reflexão de uma reta em geometria, eu posso ter a reflexão de um plano, certo? Vamos pensar nesse ponto aqui. Se um chamar isso daqui de meu eixo de simetria, a distância dele até o meu simétrico tem que ser a mesma. Então, olha só, eu estou usando o quadriculado da lousa como referência, um, dois, três, quatro, cinco; um, dois, três, quatro, cinco. Esse daqui vai ser o meu A’, que é o meu simétrico, certo? Isso daqui é simetria de reflexão, que é

> essa que eu estou falando, é a mesma que a gente traça uma linha no rosto, se eu colocar um espelho aqui, tudo que tem aqui, tem do lado de cá, certo? Simetria de reflexão [...].

O trecho anterior apresenta mais dois eventos críticos relacionados à dimensão *Fundamento*. O Evento Crítico F2 contempla o código *Uso da terminologia*. Assim como no Evento Crítico F1, a professora segue se referindo a simetria como uma transformação geométrica, quando, na verdade, a transformação em questão é a reflexão. Já no Evento Crítico F3, foi identificado novamente o código *Conhecimento notório do conteúdo*, que mais uma vez não está incorreto, mas sim incompleto. O conceito de simetria, de que a distância entre um ponto e seu simétrico com relação ao eixo de simetria é a mesma, está correto. No entanto, falta a informação de que isso deve ocorrer com todos os pontos da figura em questão. Esse ponto será relevante para a segunda situação de aula escolhida para ser discutida neste artigo, que será apresentada mais adiante.

Retomando a aula, a professora prossegue a explicação, apresentando aos estudantes outras transformações geométricas:

> *Professora*: Eu não tenho só simetria de reflexão, tem simetria de rotação. Repara aqui, em torno de um ponto, se você pensar, isso daqui não está aqui em cima? [...] Se você rotacionar determinados graus, a gente tem como determinar isso e a gente vai estudar, a gente volta para a figura inicial, então isso aqui é um outro tipo de simetria, simetria de rotação, diferente da outra, que é de reflexão, certo? Que a de reflexão é aquela que reflete a mesma figura, como se fosse um espelho, e a gente tem simetria de rotação, que é uma outra transformação geométrica [...]. A gente vai falar hoje de simetria de reflexão na nossa atividade, mas existe a de reflexão, existe a de rotação, que é em torno de um ponto, certo? E existe a de translação, que a figura ela se movimenta, mas ela não é... Ela não gira nem em torno de um ponto, e ela também não é refletida, translação ela só desliza na folha, certo?

O momento introdutório da aula é finalizado com a apresentação superficial de outras duas transformações geométricas, o que foi caracterizado como o Evento Crítico F4. Novamente, nesse evento crítico, foram observados os códigos *Uso da terminologia* e *Conhecimento notório do conteúdo*, referentes à dimensão *Fundamento*. Como já apontado anteriormente, o termo “simetria” não indica uma transformação geométrica. A reflexão sempre resultará em figuras simétricas, já que se trata de uma transformação geométrica realizada a partir de um eixo de simetria. No entanto, a ocorrência de simetria na rotação dependerá do ângulo e da figura em questão, bem como do eixo de simetria tomado como referência para tal, já que essa não é uma transformação geométrica realizada a partir de um eixo, mas sim de um ângulo. Logo, nem sempre resulta em figuras simétricas. Isso vale para a translação, que dependerá da figura e do eixo de simetria tomado como referência para a verificação da obtenção de figuras simétricas. Salientamos ainda que a reflexão é uma transformação geométrica que tem como finalidade a obtenção de figuras simétricas e, embora a simetria possa ser observada na rotação e na translação, esse não é o propósito dessas transformações geométricas.

O trecho discutido evidencia lacunas no conhecimento docente sobre o conteúdo de transformações geométricas, em especial com relação ao uso da terminologia, acarretando num ensino defasado desse conteúdo matemático aos seus estudantes. No entanto, não é possível inferir se a professora realmente concebe esse conteúdo dessa maneira, ou se ela se equivocou no momento no qual foi ministrá-lo aos estudantes. No primeiro caso seria necessário retomar com a professora tais conceitos, a fim de construir uma designação mais adequada deles. No segundo caso, uma preparação mais minuciosa da aula, retomando os conceitos a serem ensinados poderia, se não solucionar, ao menos reduzir os equívocos observados.

Situação 2

A segunda situação a ser apresentada refere-se a um evento crítico específico – o Ct3. Ele foi escolhido, pois, apesar de a dimensão *Contingência* ser a mais evidente, destacando-se nela o código *Resposta às ideias dos estudantes*, ele também contempla outros códigos das demais dimensões, como apresentaremos a seguir.

No Evento Crítico Ct3, a professora estava realizando a correção da tarefa proposta pelo Caderno da Cidade, descrita anteriormente, que solicitava que os estudantes traçassem, caso existisse(m), o(s) eixo(s) de simetria de diversos polígonos. O trecho destacado no Evento Crítico Ct3 corresponde à discussão da existência ou não de eixos de simetria em um paralelogramo. Uma das estudantes indicou que o paralelogramo possuía um eixo de simetria, então a professora solicitou que ela fosse até a lousa para indicar como ela havia realizado a tarefa, como apresentado a seguir:

> *Professora*: Como é que você traçou isso? Você pode fazer para gente? Vem aqui. [aluna vai até a lousa para fazer a tarefa, traçando uma diagonal do paralelogramo] [...] Olha só, lembra que eu falei que um ponto e o seu simétrico, eles são sempre perpendiculares ao eixo, sempre formam um ângulo de 90°? Então eu vou fazer assim, *ó*: eu vou traçar uma linha perpendicular a esse eixo que você traçou, certo? [...]. Ó, você traçou como eixo de simetria isso daqui, ó, o seu eixo de simetria é essa linha aqui ó. Aí eu peguei, e tracei uma linha perpendicular ao seu eixo. Aí eu vou fazer assim: eu vou selecionar nessa linha que eu tracei dois pontos no polígono. Eu vou selecionar dois pontos dos que passam por cima do meu eixo, dessa linha que é perpendicular ao eixo. Então eu vou pegar esse ponto aqui, e esse ponto aqui, certo? Vou chamar aqui de ponto A e ponto B. Eles são simétricos?

Estudante: Não.
Professora: Por quê?
Estudante: [silêncio]
Professora: Que medida que não é igual?
Estudante: [silêncio]
Professora: A distância do eixo não é a mesma. Então, olha só, se você pensar que isso daqui é o seu eixo de simetria, você traçou uma linha que é perpendicular ao seu eixo de simetria, pegou dois pontos da figura que estão em cima dessa linha, a distância que você tem entre eles são as mesmas? Não. Então essa linha laranja é seu eixo de simetria?
Estudante: Não.

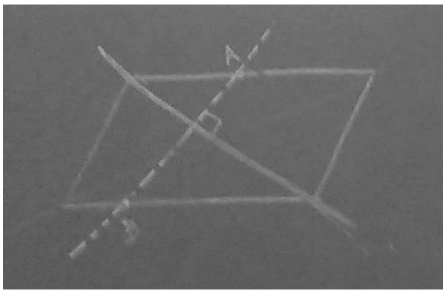

Figura 1.

Discussão do eixo de simetria do paralelogramo (1) (Desenho da professora)

Nesse trecho, é possível identificar diversos códigos, relacionados a mais de uma dimensão do KQ. Primeiramente, a professora optou pelo *Uso de materiais instrucionais* (dimensão *Transformação*), ou seja, do Caderno da Cidade, para consolidar um conceito previamente apresentado. Essa escolha foi realizada, provavelmente, durante a preparação da aula, quando ela tomou *Decisões sobre sequências* que pretendia implementar durante a sua aula e também pôde realizar um *Reconhecimento da adequação do conceito* proposto pelo material instrucional no nível de conhecimento dos estudantes, sendo esses dois códigos da dimensão *Conexão*.

No entanto, o código mais evidente nesse evento crítico é a *Resposta às ideias dos estudantes*, alocado na dimensão *Contingência*, o que justifica a classificação inicial dele. Esse código pode ser constatado quando a professora, em virtude de uma resolução proposta por uma aluna, desenvolve uma resposta e uma discussão sobre a ideia apresentada. Nesta mesma ação, também é possível verificar que a professora utilizou uma resolução proposta por uma estudante para realizar uma demonstração de que a hipótese elaborada não poderia ser validada, de acordo com a definição de eixo de simetria, apresentada pela docente previamente.

Assim, é possível constatar a presença do código *Demonstrações feitas pelos professores*, pertencente à dimensão *Transformação*. Para fazer essa demonstração, a professora precisou realizar a *Escolha de representações* (outro código dessa mesma dimensão), ao traçar uma reta perpendicular ao suposto eixo de simetria, bem como os pontos A e B nessa reta, a fim de evidenciar que eles não eram equidistantes do suposto eixo. Logo, durante a demonstração, a professora tinha *Consciência de propósitos* pretendidos com ela, e fez *Uso da terminologia* durante as suas explicações. Ainda, foi necessário que a professora fosse capaz de realizar uma *Identificação de erros* cometidos pela estudante, o que só foi possível por conta do seu *Conhecimento notório do conteúdo*. Os quatro últimos códigos apresentados se encontram na dimensão *Fundamento*.

Observemos agora o desdobramento dessa discussão:

> *Professora*: Não. Se eu traçar dessa forma aqui, [na outra diagonal do paralelogramo] vai acontecer a mesma coisa. O que que eu posso fazer? Então vamos pensar em outro [eixo de simetria] agora. Se eu pensar assim, ó, na vertical mesmo, vai dar certo isso?
> *Estudante*: Não.
> *Professora*: Por quê?
> *Estudante*: [silêncio]
> *Professora*: [professora percebe que, se ela traçar uma linha exatamente no centro do paralelogramo, perpendicular ao eixo vertical, os pontos serão simétricos, então traça uma nova linha, mais acima, sem mencionar ou discutir o fato com os estudantes] Olha só, a distância que eu tenho, eu tracei isso daqui como sendo meu eixo, olha só. Agora eu mudei a direção dele, certo? Eu posso chamar isso daqui de eixo de simetria? Eu peguei dois pontos, certo? Tracei uma linha perpendicular ao meu eixo, peguei dois pontos na figura. Essa distância que eu tenho aqui, é a mesma distância que eu tenho aqui?
> *Estudante*: Não.
> *Professora*: Não. Então isso pode ser o meu eixo? Não. Se eu traçar isso na horizontal, vai acontecer a mesma coisa. Isso quer dizer o quê? Essa figura aqui, ela tem eixo de simetria? Não. Percebe que a distância que eu tenho aqui não é a mesma distância que eu tenho aqui, certo? E eu chamei isso daqui de eixo de simetria. Vou passar uma linha no meio, vai dar certo? Ah, professora, aparentemente dá certo aqui [no centro da figura, na primeira linha traçada descrita anteriormente], mas dá certo na figura toda? Não. Então isso daqui não é o seu eixo de simetria, assim como essa linha aqui também não é um eixo de simetria, porque quando eu traço uma perpendicular nesse meu eixo, pego dois pontos da figura, a distância até o eixo é a mesma? Não, então essa daqui não tem eixo de simetria.

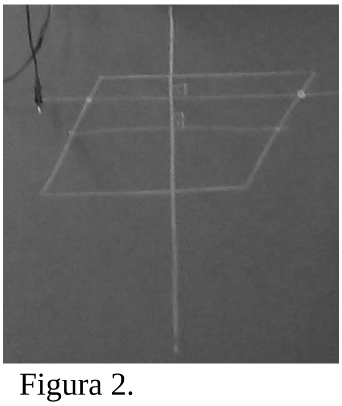

Figura 2.

Discussão do eixo de simetria do paralelogramo (2) (Desenho da professora)

Neste trecho, podemos notar que a professora, ao traçar uma reta horizontal exatamente no centro do paralelogramo, perpendicular ao eixo vertical, teria apenas dois pontos simétricos. Embora a professora tivesse mobilizado, até o momento, um conhecimento do conteúdo, sabendo inclusive que o paralelogramo não possui eixos de simetria, essa situação não foi prevista por ela. Portanto, houve um *Desvio na agenda planejada*, caracterizando assim uma situação de *Contingência*. Também foi possível notar que, embora ela soubesse da não existência de eixos de simetria no paralelogramo, ela não sabia explicar por que aqueles dois pontos, mesmo sendo equidistantes, não poderiam determinar um eixo de simetria.

Assim, ao contrário do trecho anterior, podemos notar uma lacuna no *Conhecimento notório do conteúdo* (dimensão *Fundamento*), que poderia ter sido sanada se tivesse ocorrido, durante o planejamento da aula, uma *Antecipação da complexidade* da tarefa (dimensão *Conexão*), por meio da realização prévia da tarefa pela professora. Assim, outros aspectos poderiam ter sido mais explorados com relação a esse conceito – como a ênfase de que, para que exista um eixo de simetria, todos os pontos das figuras em relação ao eixo devem ser simétricos.

De acordo com a análise realizada, foi possível identificar, em um único evento crítico, todas as dimensões do KQ, contempladas por 12 de seus 21 códigos. Por meio da identificação e da análise desses códigos, algumas características acerca dos conhecimentos do professor durante a aula ministrada puderam ser identificadas. Com relação à dimensão *Fundamento*, pudemos observar que a professora, embora apresentasse um conhecimento sobre o conteúdo em questão, demonstrou não o dominar plenamente, ainda que ela própria tenha identificado tal lacuna durante sua ação. A dimensão *Transformação* foi evidenciada pelos materiais e exemplos utilizados pela professora durante sua explicação, porém, apesar de terem sido previstos pela professora, pela maneira como foram apresentados, não pareceram ter sido estruturados previamente. Embora isso usualmente aconteça, pois tais recursos foram utilizados em resposta às elaborações realizadas pelos estudantes, seria possível ter realizado uma antecipação mais estruturada de possíveis pensamentos dos estudantes que poderiam surgir, ao realizar a tarefa proposta – inclusive resoluções equivocadas, como foi o caso apresentado, a fim de já traçar planos de ações para tais situações, prática essa correspondente à dimensão *Conexão*. Essa antecipação visa reduzir ao máximo situações de *Contingência* e, caso elas ocorram, possibilitar que elas sejam conduzidas com maior segurança pelo professor e sejam adicionadas em seu repertório pessoal, para que ele já saiba como agir, caso se repitam em situações futuras (Serrazina, 2017).

Sendo assim, o KQ é uma ferramenta que pode trazer contribuições para a prática docente em diversas perspectivas. Além de proporcionar a identificação, tanto pelo próprio professor quanto pelos seus pares, de lacunas a serem aprimoradas em sua prática, ela é uma ferramenta que pode auxiliar os formadores desses professores na estruturação e no enfoque da formação, tanto inicial quanto continuada, pois fornece a eles subsídios para aprimorar a atuação docente com base em demandas na prática. Com relação aos eventos críticos analisados neste artigo, poderíamos pensar numa formação continuada de professores que ressaltasse a importância e os aspectos que um planejamento de aulas deve contemplar e, ao discutir tal planejamento, atuar sobre as lacunas já descritas, que emergiram em cada uma das dimensões do KQ. Outra possibilidade seria a abordagem de tais lacunas por meio da elaboração, da seleção, da adequação e da resolução de tarefas com os professores, através das quais também podem ser contempladas todas as dimensões e os códigos do KQ que emergiram no evento crítico analisado.

Considerações Finais

O presente artigo teve como objetivo *identificar e compreender como os conhecimentos do professor impactam na sua prática em relação ao conteúdo de transformações geométricas*. Foram levantados e categorizados 21 eventos críticos e sua análise. As etapas de análise deste evidenciaram que os conhecimentos do conteúdo e os conhecimentos pedagógicos do professor impactam, positiva ou negativamente, na sua prática profissional em relação ao conteúdo de transformações geométricas.

Com relação às discussões já realizadas anteriormente sobre esse conteúdo matemático, foi possível observar convergências entre os estudos teóricos e a prática docente. Nestes estudos, foram apontadas lacunas no conhecimento docente sobre o conteúdo matemático de transformações geométricas, que, embora em um menor grau, também puderam ser constatadas na prática. Também, embora a professora tenha buscado uma contextualização do conteúdo a ser trabalhado, essa não ocorreu de fato, pois culminou em tarefas classificadas como exercícios, fechadas e pouco desafiadoras, como a maioria das tarefas observadas na literatura e nos materiais didáticos já analisados nos artigos supracitados.

Como limitações, destaca-se a análise de um único episódio de aula. Ressaltamos que tal opção foi realizada por conta do contexto mundial existente no período de realização da pesquisa de mestrado que culminou no presente artigo, ocorrida em meio à pandemia de COVID-19. A princípio, com a finalidade de se chegar a reflexões mais consistentes sobre as temáticas propostas, pretendia-se realizar a análise de mais de um episódio de aula. No entanto, apenas um deles, que integra esse artigo, pôde ser coletado presencialmente, antes do início da pandemia. Considerando as perdas que uma coleta de dados realizada remotamente poderia conter para o objetivo proposto, optamos por manter a análise de apenas um episódio de aula. Embora tal opção não proporcione o confronto dos dados coletados com outras situações, que podem ser similares ou não à apresentada aqui, acredita-se que mesmo assim essa análise pôde trazer contribuições para atingir o objetivo proposto. Na realização de pesquisas futuras, pretende-se retomar esta etapa, realizando a análise de mais episódios de aula, bem como o confronto e discussão dos dados coletados.

Para realizar tais análises e reflexões foi escolhida a ferramenta KQ. A utilização do KQ, por meio dos seus códigos e dimensões, viabilizou desenvolver o objetivo proposto e evidenciou algumas particularidades desta ferramenta. Apesar de as dimensões e os códigos serem apresentados em uma certa ordem pelos autores, eles podem ocorrer em uma sequência aleatória, e um código identificado previamente pode aparecer novamente posteriormente.

Ademais, nem todas as dimensões e os códigos serão necessariamente identificados em uma determinada situação de aula. Segundo Gumiero e Pazuch (2020), alguns deles podem ser mais recorrentes que outros, o que depende inclusive dos objetivos pretendidos pelos pesquisadores ao realizar tais análises. Também, a análise aqui realizada evidenciou que, embora em um evento crítico predomine um determinado código, vários outros podem ser identificados nesse mesmo evento crítico.

As pesquisas que utilizam o KQ como ferramenta de análise da prática docente podem ter finalidades distintas, como conhecer e desenvolver as potencialidades dessa ferramenta, contribuir para a concepção de uma nova abordagem metodológica de análise da prática docente ou analisar e buscar compreender como o conhecimento do professor é mobilizado durante sua atuação (Gumiero & Pazuch, 2020). Nesta última finalidade é que este artigo se vincula.

Este estudo é uma das formas de contribuir com a prática profissional de professores para tomarem consciência de tais lacunas, para que eles próprios, a partir dessa reflexão e das experiências constituídas ao longo de sua carreira, possam realizar as transformações necessárias na prática docente. Dessa forma, pretendemos proporcionar contribuições para o ensino do conteúdo de transformações geométricas e cooperar com a formação de professores que ensinam matemática.

Recomendamos estudos futuros que continuem defendendo a epistemologia da prática de professores, com ênfase nos processos de argumentação e de prova em conteúdos geométricos – em particular, das transformações geométricas – na Educação Básica, como preconizam as orientações curriculares. Defendemos também que estudos relativos à integração da geometria dinâmica nas ações docentes podem ampliar as possibilidades de abordagem dos conteúdos no ensino e propiciar lentes de visualização para os estudantes. ‘

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (Capes), Código de Financiamento 001.

Referências

Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Bicudo, M. A. V. (2012). A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, *5*(2), 15-26.

Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2018). Um panorama teórico das tendências de pesquisa sobre o ensino de transformações geométricas. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, *99*(253), 659-686.

Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2019a, maio/agosto). O ensino de transformações geométricas: uma análise dos cadernos do aluno e do professor do estado de São Paulo. *Revista Educação Matemática – ReMat*, *16*(22), 210-231.

Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2019b). O ensino de transformações geométricas: perspectivas teóricas e metodológicas. *Revista Brasileira de Iniciação Científica – RBIC*, *6*(5), 137-158.

Delmondi, N. N., & Pazuch, V. (2020). O ensino de transformações geométricas: uma síntese da literatura envolvendo tarefas e a prática do professor. *Ensino da Matemática em Debate*, *7*(1), 152-171.

Gumiero, B. S. & Pazuch, V. (2020). Knowledge Quartet: dimensões, pesquisas e reflexões sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática. *Boletim de Educação Matemática – Bolema*, *34*, 268-293.

Gumiero, B. S. & Pazuch, V. (2021a). O planejamento de tarefas de geometria e a mobilização do conhecimento profissional docente. *Ciência & Educação (Online), 27*(21025), 1-16.

Gumiero, B. S. & Pazuch, V. (2021b). Teachers knowledge mobilized in Geometry lessons and contingency situations. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *16*, 1-14.

Lage, M. A. (2008). *Mobilização das formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas no plano.* [Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais].

Maia, C. M. F. (2014). *As isometrias na inovação curricular e a formação de professores de Matemática do Ensino Básico.* [Tese de Doutorado, Departamento de Ciências da Educação e do Património, Universidade Portucalense]

Marschall, J. & Fioreze, L. A. (2015). *GeoGebra no ensino das transformações geométricas:* uma investigação baseada na teoria da negociação de significados. UFRGS.

Medeiros, M. F. & Gravina, M. A. (2015). Geometria dinâmica no ensino de transformações no plano. *Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática*, *3*(1), 51-70.

Moraes, R. (2018). Da noite ao dia: tomada de consciência de pressupostos assumidos dentro das pesquisas sociais. In V. M. R. Lima, J. B. S. Harres, & M. C. Paula (Eds.). *Caminhos da pesquisa qualitativa no campo da educação em ciências: pressupostos, abordagens e possibilidades*. EDIPUCRS.

Powell, A. B., Francisco, J. M., & Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento das ideias matemáticas e do raciocínio de estudantes. *Boletim de Educação Matemática – Bolema*, *17*(21), 81-140.

Rowland, T. (2013, January). The Knowledge Quartet: The genesis and application of a framework for analyzing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus: Journal of Education*, (3), 15-43.

Rowland, T. & Turner, F. (2017). Who owns a theory? The democratic evolution of the Knowledge Quartet. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh, & B. H. Choy (Eds.). *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *4,* 105-112.

Serrazina, L. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. *In*: GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Eds.). *A prática dos professores:* Planificação e discussão coletiva na sala de aula (pp. 9-32). APM.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in the teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.

Turner, F. & Rowland, T. (2008). The Knowledge Quartet: a means of developing and deepening mathematical knowledge in teaching. *In*: *Mathematical knowledge in teaching seminar series: developing and deepening mathematical knowledge in teaching. Anais…* (pp. 1-13). Loughborough University.

Wagner, E. (2007). *Construções geométricas* (6.ª ed.). SBM.